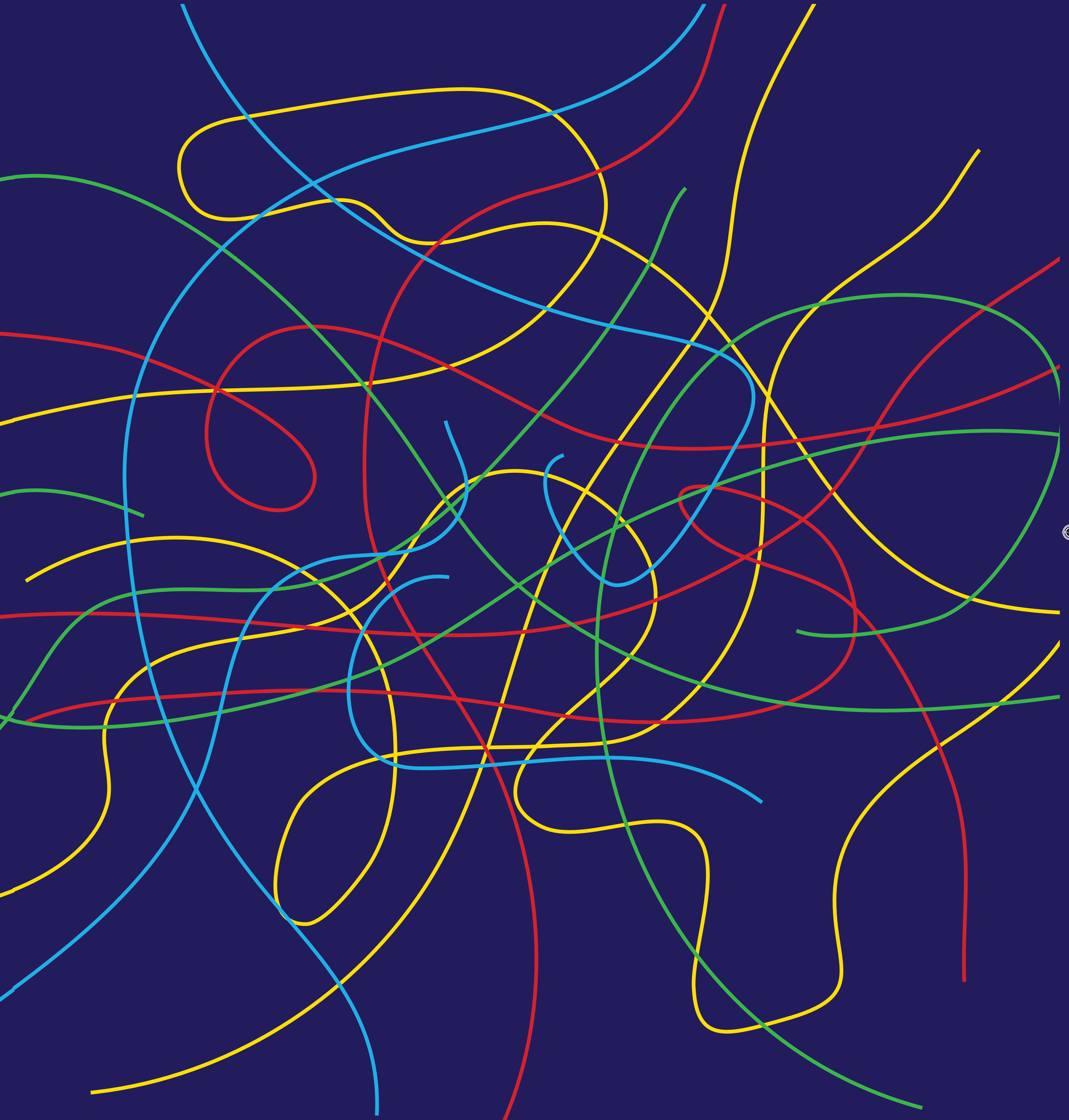
1000

لعبة تفكير



1000 لعبة تفكير

ألغاز، ومفارقات، وخدع، وألعاب

2 مسألة سانغاكو منذ عام 1803م

45 التقاطع الغريب

18 قفافيز في الظلام

899 المكبر في الماء

770 حلقات المكعب

486 لامحدودية المربعات

481 أقلام الرصاص المختفية

562 عن الوقت

669 حجر النرد الفائز

668 عالم صغير

المؤلف: إيفان موسكوفيتش

نقله إلى العربية
عبدالعليم يوسف أحمد محمد

راجعه
بدر بن عبدالرحمن بن حمد البسام

مدينة الملك عبدالعزيز للعلوم والتقنية KACST

Original Title
The Big Book of Brain Games

Author:
Ivan Moscovich
Ian Stewart

Originally published in October 2001 as 1000 PlayThinks: Puzzles, Paradoxes, Illusions & Games
ISBN-10: 0-7611-3466-2
ISBN-13: 978-0-7611-3466-4

Published by Workman Publishing Company, Inc. 708 Broadway, New York, NY 10003-9555 (U.S.A.)
حقوق الطبعة العربية للكتاب محفوظة لمدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية بالتعاقد مع وورك مان. الولايات المتحدة.

© 2014 ـــ 1435

ح مدينة الملك عبد العزيز للعلوم والتقنية، 1437هـ
فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر
موسكوفيتش، ايفان
1000 لعبة تفكير / ايفان موسكوفيتش؛
عبدالعليم يوسف – الرياض 1437هـ
420 ص؛ 26.7×29.9 سم
ردمك: 2 - 919 - 503 - 603 - 978
1 – الألغاز 2 – الألعاب الذهنية
أ. يوسف، عبدالعليم (مترجم) ب. العنوان
ديوي: 793,73 رقم الإيداع: 4354 / 1437

الطبعة العربية الأولى 1437هـ - 2016م

مدينة الملك عبدالعزيز
للعلوم والتقنية KACST

المملكة العربية السعودية

هاتف: 011 4883444 – 011 4883555 الموقع الإلكتروني: www.kacst.edu.sa
فاكس: 011 4883756 إصدارات المدينة: publications.kacst.edu.sa
ص.ب. 6086 الرياض 11442 البريد الإلكتروني: awareness@kacst.edu.sa

مدينة الملك عبدالعزيز
للعلوم والتقنية KACST

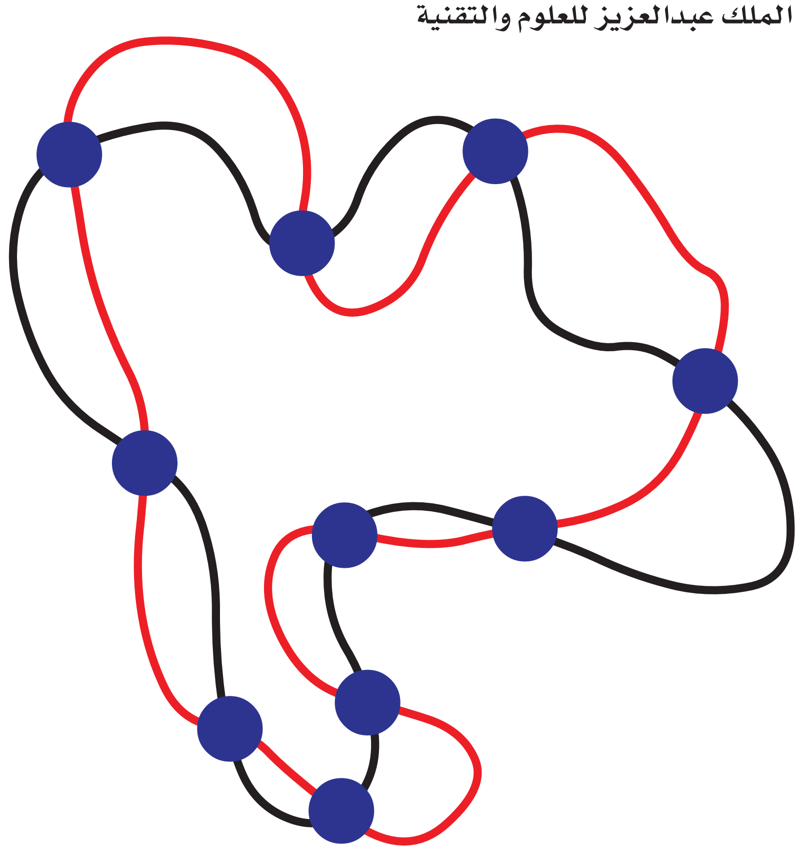
مقدمة

يأتي كتاب (1000 لعبة تفكير) الذي بين أيدينا ضمن جهود مدينة الملك عبدالعزيز للعلوم والتقنية في إثراء محتوى علمي مفيد ومحفز لعقلية الأطفال ليكونوا أكثر إبداعًا ومنهجية علمية، حيث سيجدون فيه التنوع والمتعة التي تدفعهم للتعلم واكتساب أدوات التحليل والاستنتاج، مما سينعكس على تفكيرهم وإدراكهم.

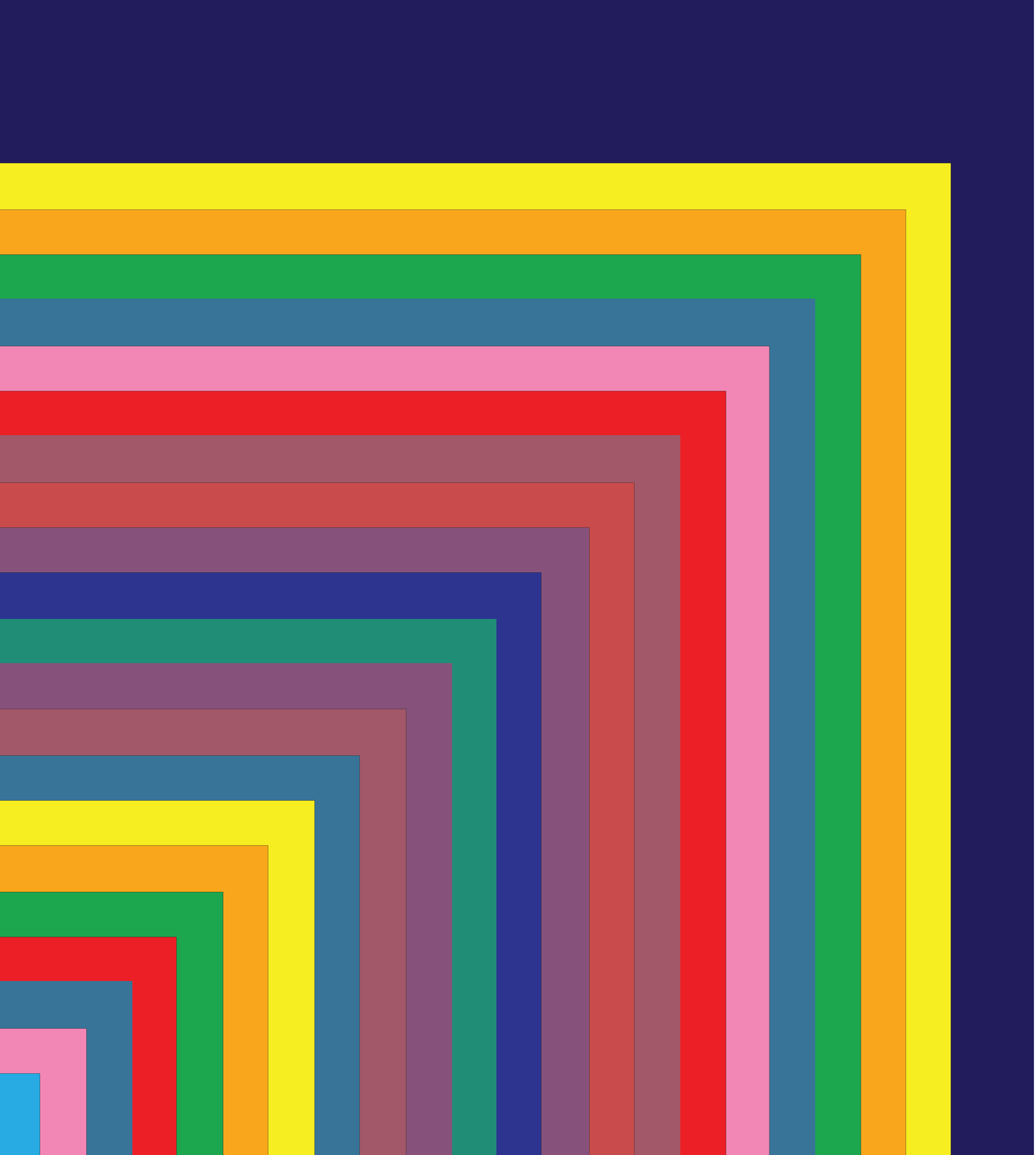
ينقسم هذا الكتاب إلى عدة فصول، يركز كل منها على جانب معين ومهارة محددة، تتكامل مع بعضها؛ لتحقق الهدف الذي من أجله تم تأليف الكتاب. وفي نهايته شرح وافٍ لكل لعبة، وكيفية الوصول إلى الحل.

آملين أن يصل محتوى هذا الكتاب إلى أكبر عدد ممكن من الأطفال، وأن يكون لأولياء الأمور والمعنيين بالتعليم دور في تقديمه لهم مساهمة في صناعة جيل قادر على التحليل العلمي، والابتكار.

مدينة الملك عبدالعزيز للعلوم والتقنية



المحتويات



تمهيد

كنت أكتب في عمود (التسلية الرياضية) في المجلة العلمية الأمريكية (Scientific American) لمدة عشر سنوات، وبحكم أنني رجل ألعاب وألغاز (وليس بصفتي عالم رياضيات) فقد قابلت إيفان مسكوفيتش (Ivan Moscovich) لأول مرة. كان ذلك في عام 1984م، حيث كنت أساعد في كتابة نص كتابه: **ألعاب إيفان مسكوفيتش**. وكنت مندهشًا من بصماته؛ والرسومات الجذابة والألعاب والألغاز المبهجة التي كانت بمنزلة متعة حقيقية للعمل عليها وكذلك العمل الجاد لحلها.

تعدُّ الألغاز والألعاب بسيطة ومخادعة، مثل العديد من الأشياء في عالم التفكير؛ فهي تنتمي على ما يبدو إلى عالم الخيال المليء بالأشكال المصنوعة من أعواد الثقاب والبلاط الغريب الذي من المفترض ترتيبه بطرق غريبة ومثيرة للفضول والسخرية، وكذلك العجائب العددية والغريبة، ونرى أن الحياة الحقيقية ليست هكذا؛ فالمشكلات التي نواجهها في حياتنا اليومية أكثر دهاء وأقل تحديدًا ووضوحًا، وأقل تصنعًا ولا معنى لها.

لست أقصد من ذلك أن مشكلات الحياة الحقيقية ليست واضحة؛ ولا أعني أنه عندما نواجه المشكلات فإنها تمدنا بالخطة المنطقية، ولست أقصد أنها اصطناعية أو مزيفة – على الأقل ليس هنالك شيء أكثر غرابة من العالم الذي بنته الإنسانية لذاتها، وولعها بتصور الترتيب الطبيعي للأشياء التي بنيت لذاتها والمولعة بتصور الترتيب الطبيعي للأشياء. لا؛ إن ما قصدته هو ما يأتي: حتى الألغاز البسيطة تُعد أكثر دهاء ودقة وأقل وضوحًا وأقل تصنعًا مما تبدو.

الرصد والتقصي الكامن في كل لغز جيد هو رسالة عامة عن كيفية التفكير عندما تواجهك مشكلة. حتى لو طُرح اللغز نفسه بصورة مُبسطة، فإن الطريقة التي ستفكر من خلالها لحل المشكلة ستكون مفيدة في العديد من المجالات المفيدة والمهمة في النشاط البشري؛ إنه لشيء بالغ الأهمية والروعة، عند إمتاع نفسك في بناء الأسوار لعزل أربع قطط تعيش في شبكة مربعة (على الرغم من عدم احترام الذات فسوف تظل القطة جالسة حتى تقوم أنت بعمل السور حولها)، وفي الوقت نفسه فإن هذه الألغاز تعزز من فهمك لهذا المجال؛ يمكنك طرح أو رمي حجر النرد وإجراء الإحصاءات المناسبة، أو يمكنك تسلية نفسك بعدد قليل من القطع النقدية واكتشاف الرياضيات العميقة (المألوف منها والغريب).

بالحديث عن الرياضيات، إذا كان هناك مجال من الأنشطة البشرية حيث توجد الألغاز التي تبدو بسيطة، ويمكن أن تفتح الأعماق الخفية للكون، فإن هذا المجال هو الرياضيات؛ على سبيل المثال، واحدة من القيود والحدود الحالية للبحوث الرياضية نظرية العقدة؛ من الناحية الظاهرية يتحدث هذا الأمر عن الكيفية التي تقرر من خلالها إذا ما كانت العقدة هي جزء من سلسلة يمكن إعادة ترتيبها حتى تشكل ما يبدو عقدة مختلفة ومتنوعة في سلسلة أخرى. من من الممكن أن يستخدم مثل هذه النظرية؟ ولماذا سيحتاج إليها؟ هل هم الكشافة؟ أم الصيادون؟.

الجواب هو أن هناك العديد من الأشياء يمكن أن تكون ملتفة، وليست مجرد سلسلة؛ فالعقد تُعد بمنزلة أمثلة بسيطة في مجال واسع من مجالات الرياضيات مع التطبيقات في جميع أنحاء العلوم. غالبًا ما تكون جزيئات الحمض النووي (DNA) ملتفة وإذا كانت لديك القدرة لتعرُّف أي عقدة نشأت في مثل هذه الظروف، فيمكنك أن تتعلم كثيرًا عن علم الأحياء والكيمياء الكامنة وراءها، وهناك أشياء كثيرة في ميكانيكا الكم تشبه العقد؛ ولذلك فإن النظرية الفاعلة للعُقد يمكن أن تخبرنا عن الطبيعة الأساسية للكون.

لا تقتصر نظرية العُقدة على السلسلة بأكثر من النظرية المغناطيسية، في اقتصارها على مساعدة الناس في العثور على طريقهم؛ فبساطتها ليست قيدًا على قابلية تطبيقها؛ وبدلًا من ذلك –ففي الرياضيات مثلًا– فإن تبسيط المفهوم هو الأساس الذي يُسعى لتحقيقه. بالتفكير في الأعداد، فعلى الرغم من بساطتها فإننا نستخدمها في كل مكان، وهذا ما يجب أن يكون؛ لأن البساطة أو السهولة ترجح استخدامها أكثر وأكثر.

إن مهارة الرياضيين تتمثل في العمل على الوصول الى المفاهيم بعيدة المنال من خلال وسائل بسيطة؛ فالناس الذين يقدرون ذلك بدأوا بالألغاز كالأطفال، فالألغاز تساعدك على تطوير مخيلتك الرياضية؛ واعلم أنها ساعدت عقلي أيضًا؛ هي تساعدك على التفكير في العموميات وليس فقط بالتفاصيل العقلية المحددة، وتساعدك الألغاز أيضًا على فهم أنه من خلال التفكير في الأطوال المتشابكة من السلسلة يمكنك التوصل إلى الاكتشافات البعيدة المدى في علمي الأحياء والفيزياء.

وهذا هو السبب وراء أهمية كتاب إيفان الجديد، مثل بقية إنجازاته؛ فهذا الكتاب يوضح لك أن الألغاز موجودة بشكل وثيق في جميع جوانب الحياة والعلوم والثقافة. ولأن الألغاز لا تسبب الألم في أثناء التفكير الرياضي فهي مثيرة للاهتمام والمتعة.

إيان ستيوارت (IAN STEWART)

كوفنتري، إنجلترا (Coventry، England).

المقدمة

إنني من محبي الألعاب، وقد جمَّعت في السنوات الأربعين الماضية، وصممت واخترعت الآلاف والآلاف من هذه الألعاب، وأجريت التدريب العملي على المعروضات التفاعلية والألغاز والألعاب والدُمى والكتب، سمِّها كيفما شئت. أحد الأسباب التي جعلتني متحمسًا جدًّا للألعاب هو أنني أعتقد أنه يمكن للألعاب أن تُغير طريقة تفكير الناس؛ فيمكن للألعاب أن تجعلنا أكثر ابتكارًا وأكثر إبداعًا وأكثر واقعية، ويمكن للألعاب أن تجعلنا نرى العالم بطرق عدة مختلفة؛ فيمكن أن تكون مصدر إلهام لنا للتعامل مع المجهول كما أنها تذكرنا دائمًا بقضاء وقت ممتع.

لهذا السبب كتبتُ هذا الكتاب. مثلي مثل العديد من الأشخاص الآخرين الذين عاشوا خلال القرن العشرين، فقد شهدت محاولات جمة لإخماد شرارة الإبداع البشري وليس ذلك من خلال الطغاة السياسيين؛ فقد رأيت الدوافع الإبداعية تختفي في المدارس، ولاحظت أيضًا انخفاضًا كبيرًا في قيمة العمل، وتعلمت خلال هذه المرحلة أن أصبح حر الخيال والتفكير، وأنه يتعين على المجتمع الذي نعيش فيه فعل الكثير من الأشياء أكثر من صد الطغاة ونحرهم. يجب علينا أن نشجع ما هو أفضل، والأمور الأكثر إنسانية في أنفسنا.

أعتقد أن اللعب من أكثر الطرق الفاعلة التي تساعدناعلى تعزيز هذا الجزء الخاص في حياة كل شخص منا. وأفاد علماء طب النفس منذ زمن بعيد أن الطفل يتعلم من خلال اللعب؛ وقد حان الوقت الآن لتوسيع هذا النموذج وتطبيقه على البالغين أيضًا. إذا سمحنا لأنفسنا بالاقتراب من الألعاب ليس بصفتها عملًا ولكن كمتعة وشكل من أشكال الاستكشاف، فسيمكننا ذلك من فهم أكثر المفاهيم المجردة والصعبة.

دائمًا ما يشعر الناس بحب استكشاف العوالم الجديدة، وبعد أن تم التغلب على معظم القيود والحدود المادية في الوقت الحالي، يجب أن تُمثل الأمور العقلية إغراءً وتحفيزًا لنا، وبالرغم من ذلك، علينا أن نعمل كما لو كانت التحديات التي تواجه عقولنا صعبة للغاية في التغلب عليها، فإننا نحكم على المجهود الذي نحتاج إليه للتحول نحو المجالات العقلية الجديدة ببساطة كبيرة جدًّا. وهكذا فإننا نعود إلى الوراء.

أصبحت الألعاب مهمة جدًّا؛ حيث إنها مجال للشك في الذات والخوف الذي يهدد بعرقلة رغبتنا في اكتشاف ماهيتها، وأصبح هذا نشاطًا في غاية الأهمية؛ لأن رؤية العمل الجاد كمتعة أو مرح هو الأمر الذي يجعل الرياضيين البالغين يتدربون لسباق الماراثون، وهو ما يجعل الطفل أو البالغ أيضًا يكافحان ويناضلان من أجل العثور على حل لهذا اللغز، في نهاية السباق يستحق العدَّاء الشعور بالفخر والاعتزاز، وفي نهاية اللعبة يشعر من حلَّ اللغز المحيِّر بالذكاء والنجاح والاستمتاع.

في عام 1952م بدأت بالتخطيط لواحد من أوائل المتاحف العلمية بحيث يتم دعمه بمعروضات يدعى الزائرون للمشاركة فيها، وأصبح مفهوم التفاعلية نموذجًا للعديد من المتاحف التي أُقيمت فيما بعد، بما في ذلك متحف إكسبلوراتوريوم (Exploratorium) الشهير في سان فرانسيسكو. في هذه المتاحف يشعر الأطفال والكبار على حد سواء بأن عقولهم متفتحة؛ وفجأة يفهمون ويستوعبون المفاهيم التي رفضوها من قبل؛ مثل «صعبة للغاية» أو «مستحيل فهمها». أو أن حل «المسألة» متعة، وهكذا يفهمونها.

توسعت الأنشطة الموجودة في هذا الكتاب التي تجمع بين الترفيه وإثارة العقل، وتعمل على هذه المبادئ وتطبقها على المفاهيم المشتركة بين الفن والعلوم والرياضيات؛ وذلك لأنها تتجاوز الألغاز والألعاب بالمعنى التقليدي، لقد أعطيتها اسمًا جديدًا: ألعاب التفكير. قد تمثل ألعاب التفكير تحديًا بصريًّا، وقد تكون الأحجية أو الألغاز بمنزلة لعبة أو دمية أو خيال؛ وقد تكون كائنًا فنيًّا أو جزءًا من محادثة أو هيكلًا ثلاثي الأبعاد. بعض هذه الألغاز أصلية تمامًا، في حين أن بعضها الآخر هو بمنزلة تعديلات للتحديات الحديثة أو الكلاسيكية. أيًّا كان شكلها، فسوف تنقلك ألعاب التفكير إلى حالة ذهنية يتعايش فيها اللعب المحض مع حل المشكلة معًا.

لأن اللعب وتجربة ألعاب التفكير تحاكي التفكير الإبداعي وتُحفِّزه، فقد تجد الكتاب تعليميًّا بشكل بارع. فأنا -بالتأكيد- أتمنى ذلك! فهدفي من هذا الكتاب هو أن تلعب أنت الألعاب وتحل المشكلات، وأن يكون لديك مزيد من الفضول، وأن تصبح أكثر ابتكارًا وأكثر بديهية، وتستمتع بهذه الألعاب.

إيفان مسكوفيتش (IVAN MOSCOVICH)

نيميغن، هولندا (Nijmegen، the Netherlands).

كيف تستخدم هذا الكتاب

من تجربتي، العرض التقديمي المنفرد للأفكار الرياضية بصفة عامة سيفشل في تكوين انطباع دائم، لكن من ناحية أخرى يمكن للألعاب والألغاز التفاعلية أن تجعل المفاهيم الأكثر صعوبةً سهلة الفهم.

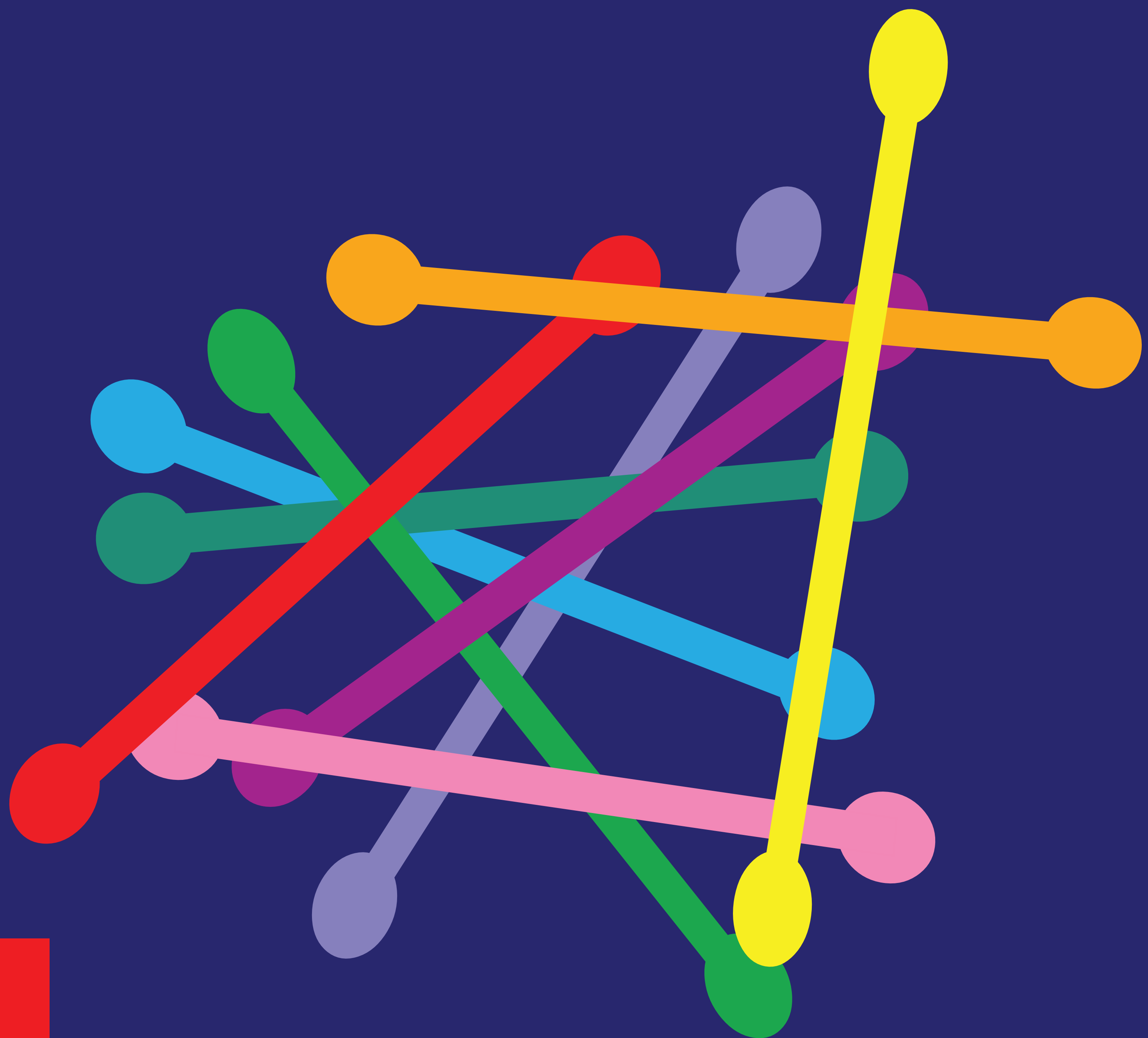
صُمِّمت ألعاب التفكير لكي تسمح لك بالوصول إلى العديد من الأفكار بطريقة سهلة ومن خلال السياقات المتنوعة وبمستويات مختلفة. سوف تلاحظ أن كثيرًا من هذه الألعاب تعتمد على مجموعة الأفكار والاحتمالات والرسوم البيانية نفسها؛ بحيث تطور كل لعبة المفهوم بشكل أكثر اكتمالًا من اللعبة التي تسبقها، ستلمس ذلك من خلال قيامك بألعاب التفكير على النحو الذي رتبت به، يمكنك أن تبني فهمًا لحقول من حقول المعرفة.

لكن يبدو أن هذا بعيد عن الطريقة الوحيدة لاستخدام هذا الكتاب. لقد صُنِّفت كل لعبة من ألعاب التفكير وفقًا لمستوى الصعوبة من المستوى 1 وحتى المستوى 10. يمكنك أن تحاول حل الألغاز المصنفة جميعها من 1 و 2، بينما يمكن لآخرين حل الألغاز المصنفة وفق المستويين 3 و 4، ومن ثم يمكن بناء قدراتك وإمكاناتك بوصفك شخصًا يحل المسائل. (للعثور على الألغاز التي من مستواك، تحقق من المؤشر الموجود في نهاية هذا الكتاب).

يمكنك أيضًا التنقل في هذا الكتاب أولًا من خلال اختيارك الألعاب التي تهمك أكثر من غيرها حتى تكون على استعداد للوصول إلى مجالات أبعد وأعمق ضمن حدود ما كنت تعتقد أنك لا تعرفه.

أو يمكنك استخدام المفاتيح الموجودة في الجزء العلوي من كل لغز من هذه الألغاز بوصفه دليلًا لك، ويمكنك كذلك أن تجرب ألغاز العقل جميعها (ابحث عن ◉) ثم ابحث بعد ذلك عن ألغاز القلم والورقة (✎) وأخيرًا ابحث عن الألغاز الأكثر تعقيدًا التي تتضمن الرسم أو النسخ (▤) أو القص (✂). يمكنك أيضًا القيام منفردًا ببعض الأنشطة عندما تحصل على بضع دقائق مع نفسك، وتأتي بمجموعة الألعاب والألغاز الجماعية عندما تكون مع أحد الأصدقاء. هل وصلتك الفكرة؟ فالأمر كله يرجع إليك. لكن لا تنسى أن تلعب.





1

التفكير في ألعاب التفكير

المعبد الياباني

جاء الإلهام الخاص بألعاب التفكير من سانغاكو (sangaku)، علم هندسة النماذج اليابانية التي ازدهرت في القرنين السابع عشر والثامن عشر. في تلك الأوقات كانت سانغاكو (الكلمة اليابانية التي تعني الصحف أو الدفاتر الرياضية) بمنزلة هواية وطنية يستمتع بها كل فرد بدءًا من الفلاحين وحتى النبلاء من محاربي الساموراي.

يحل الناس الألغاز والبراهين الهندسية، ثم بعد ذلك يقدمون الحلول للأرواح في شكل تصميم أنيق وينفذونها على ألواح خشبية. هذه الألواح المحفورة مكتوب عليها المسائل الرياضية لتعليقها تحت أسطح الأضرحة والمعابد. في واقع الأمر إن أفضل صحائف سانغاكو كانت بمنزلة أعمال فنية قدمت بوصفها تحية وتكريمًا لأرواح الذين قدموا التوجيهات الخاصة بحلها.

في الوقت الحالي، يوجد عدد قليل من المتعبدين الأوفياء الذين يتذكرون سانغاكو. في عام 1989م نشر هيديتوشي هوكايدو (Hidetoshi Fukagawa) ودانييل بيدو (Daniel Pedoe) أول مجموعة من ألعاب سانغاكو لتتم ترجمتها إلى اللغة الإنجليزية؛ ونُشر هذا الكتاب فيما بعد خلال مقال في مجلة ساينتفيك أمريكان. وما زال هناك أكثر من 880 لوحة من ألعاب سانغاكو باقية. عادة ما تنطوي مسائلها على الإنشاءات الهندسية وغالبًا ما تكون دوائر داخل دوائر ومثلثات أو أشكال بيضوية. يتراوح مستوى الصعوبة من البسيط جدًا إلى المستحيل، وعلى الرغم من أن المستويات جميعها تعد من الرياضيات المسلية وفقًا للمعايير المعاصرة، إلا أن البراهين والحلول الخاصة بالمسائل أو النظريات لا تُقدَّم، وما يُقدَّم هو النتائج فقط.

خلال تلك المدة، أحب العديد من اليابانيين العاديين الرياضيات واستمتعوا بها، واغرموا بجمال علم الهندسة؛ ربما كان مؤلفو ألعاب سانغاكو من المعلمين وطلابهم. صيغت الألواح أو الصحائف بعناية ورعاية فائقة، وكان الغرض منها أن تكون بمنزلة وسائل تعليمية بصرية لمساعدة علماء الرياضيات وغيرهم على حد سواء.

مثل هذا العمل يُعرف تمامًا ماهية ألعاب التفكير.

كثيرًا ما كنت مفتونًا وشغوفًا بأنواع ألعاب العقل وألغازه جميعها، لكن الأنواع التي كنت أحبها أكثر من غيرها ليست الأصعب دائمًا؛ كانت الألغاز في بعض الأحيان سهلة الحل جدًا، وكانت أنيقة وذات مغزى بما يكفي لجعلها مُرضية بصفة خاصة.

حل الألغاز يتطلب كثيرًا من العمليات العقلية من خلال طريقة التفكير في هذه الألغاز ومن خلال قدرة الشخص الطبيعية أو بعض المقاييس الخفية للذكاء. يجب أن يكون لدى العديد من الناس القدرة على فهم المسائل جميعها الواردة في هذا الكتاب على الرغم من أن بعض المسائل سوف تبدو – بلا شك – أسهل بكثير من المسائل الأخرى. التفكير هو التفكير في الحالات كلها: الاستيعاب أو الفهم لا يقل أهمية عن الإدراك البصري أو المعرفة الرياضية. في نهاية المطاف، طرق التفكير المختلفة الخاصة بنا تُميزنا بوصفنا أفرادًا، وتجعل كل شخص منا فريدًا من نوعه.

> «الخيال أكثر أهمية من المعرفة»
>
> ألبرت أينشتاين
>
> (ALBERT EINSTEIN)

لعبة التفكير
1

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تنصيف السبعة

هل تستطيع أن تثبت أن السبعة نصف الاثني عشر؟

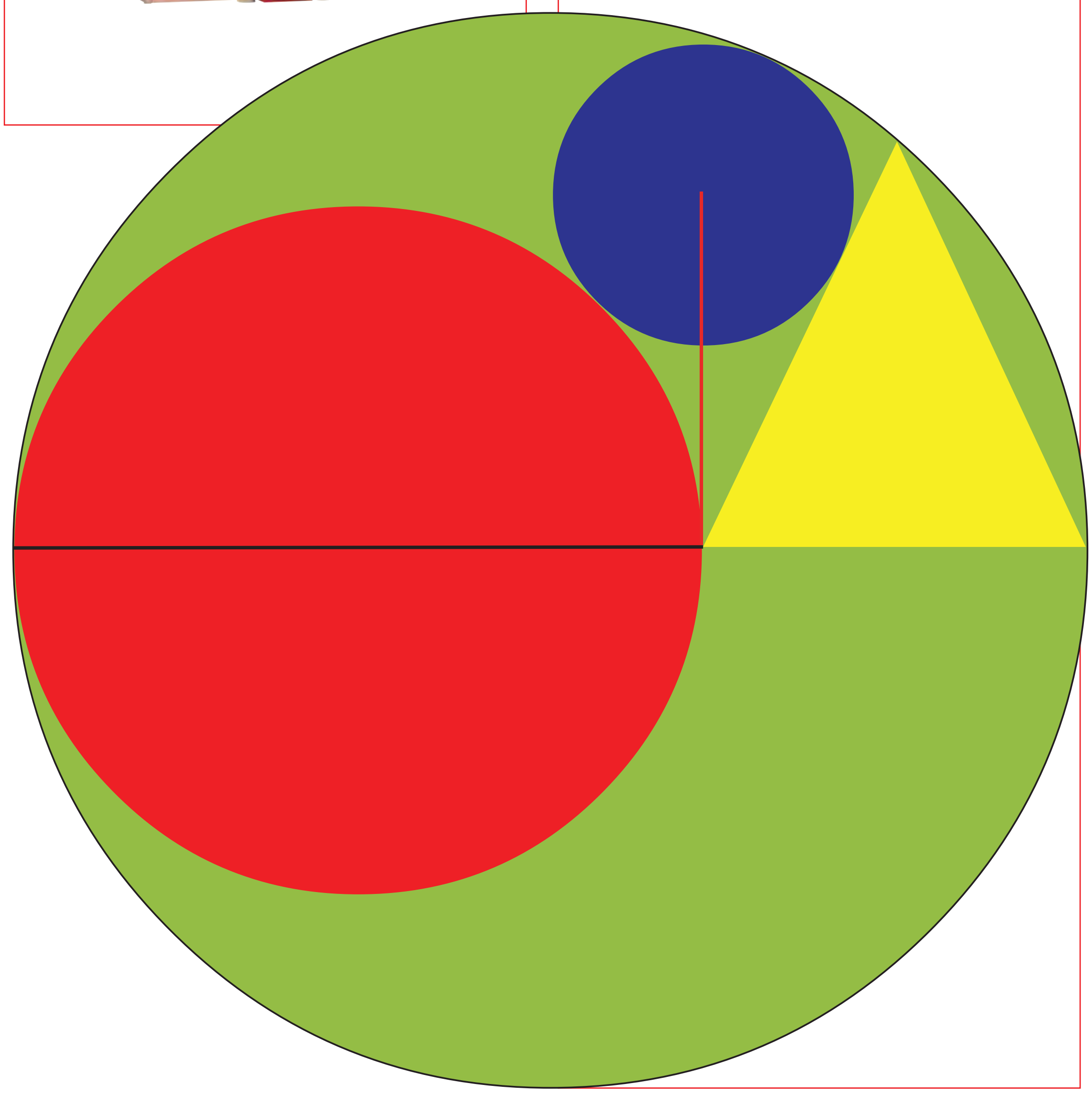


لعبة التفكير 2

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مسألة سانغاكو (Sangaku) منذ عام 1803م

على قطر الدائرة الخضراء الكبيرة، ضع مثلثًا متساوي الساقين ودائرة حمراء صغيرة، بحيث تكون قاعدة المثلث منطبقة على قطر الدائرة الكبيرة، وأما الدائرة الصغيرة فتوضع بحيث تلامس محيط الدائرة الكبيرة، ويمتد قطرها عبر قطر الدائرة الكبيرة المار بقاعدة المثلث. الآن أضف دائرة ثالثة، وارسمها بحيث تلمس الدائرتين الأخريين والمثلث. فإذا رسمت خطًّا من مركز الدائرة الثالثة إلى نقطة تلامس الدائرة الحمراء مع المثلث، فهل تستطيع أن تثبت أن هذا الخط في الواقع عمودي على قطر الدائرة الخضراء الكبيرة؟



لعبة التفكير 3

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لغز أحمس

هناك سبعة منازل، وفي كل منزل سبع قطط. تقتل كل قطة سبعة فئران، فإذا كان كل فأر حي يأكل سبع سنابل من القمح، وكل سنبلة من القمح تنتج سبعة مقاييس من الدقيق، فكم عدد مقاييس القمح التي وفرتها القطط؟

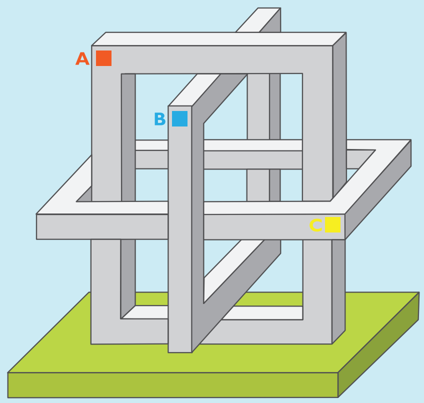


لعبة التفكير 4

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

إطارات التشابك

لقد رأيت هذا النحت العملاق في الهواء الطلق في حديقة. تتشابك ثلاثة إطارات من إطارات التعشيش بحيث يكون الإطار الأحمر داخل الإطار الأصفر الذي يقع بدوره داخل الإطار الأزرق. ولكن الغريب في الأمر أن الإطار الأزرق يقع داخل الإطار الأحمر! هل تستطيع معرفة الحجوم النسبية للإطارات الثلاثة؟



لعبة التفكير 5

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الباب المتأرجح

افحص للحظة، وادرس شكل الباب المتأرجح الأحمر الموجود في أسفل الباب الكبير. غطِّه الآن وانظر إلى الرسومات الموجودة في الجزء السفلي. بالاعتماد على ذاكرتك، هل تستطيع اختيار الشكل الصحيح للباب؟





لعبة التفكير 6

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

البيضة أم الدجاجة؟

هل تستطيع الإجابة عن السؤال القديم: أيهما جاء أولًا البيضة أم الدجاجة؟



لعبة التفكير 7

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مواد الألعاب

لكل لعبة سعر، ويوضح الشكل المجموع الكلي لأسعار الألعاب في كل صف وعمود، باستثناء آخر صف وآخر عمود. هل يمكنك تحديد مجموع كلٍّ من الصف والعمود الأخيرين؟ وهل يمكنك أيضًا تحديد سعر كل لعبة؟

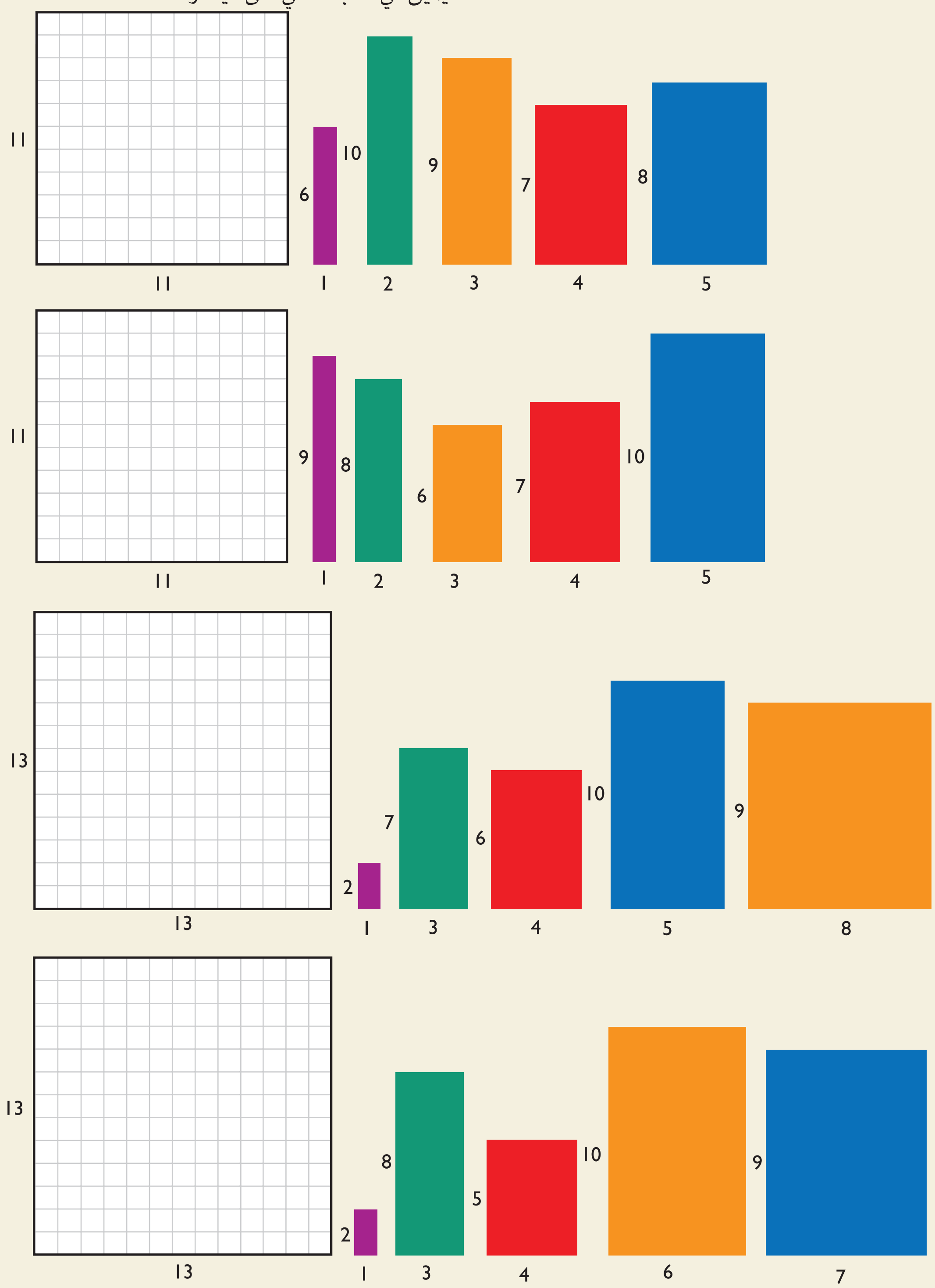


لعبة التفكير 8

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مربعات المستطيلات المتتالية

هذا السؤال المشوق يظهر في أدبيات الرياضيات الترفيهية: استخدم كل رقم من الأرقام الصحيحة المتتالية (1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9، 10) مرة واحدة فقط لتشكل أبعادًا لخمسة مستطيلات. كم مجموعة من خمسة مستطيلات يمكنك عملها بحيث يمكن تجميع مستطيلات كلٍّ منها لتشكل مربعًا؟ في كل من هذه الحالات الأربع المعطاة ضع المستطيلات الملونة على اليمين في الشبكة التي على اليسار.



جمال الأنماط (Patterns)

بالنسبة إلى قدماء اليونانيين، كانت الرياضيات بمنزلة علم الأرقام. لكن هذا التعريف أصبح غير دقيق لمئات السنين؛ ففي منتصف القرن السابع عشر وبشكل مستقل، اخترع إسحاق نيوتين (Isaac Newton) في إنجلترا وغوتفريد فون لابينز (Gottfried Von Leibniz) في ألمانيا علم التفاضل والتكامل، وكذلك دُرست الحركة والتغيير التي كانت سببًا في حدوث ثورة في العلوم الرياضية. تشمل الرياضيات المعاصرة ثمانين تخصصًا مختلفًا، لا يزال ينقسم بعضها إلى تخصصات فرعية. في الوقت الحالي، وبدلًا من التركيز على الأرقام، فإن العديد من علماء الرياضيات يعتقدون أن حقل تخصصهم يُعرَّف بطريقة أفضل كعلم الأنماط.

علاقة حب الأنماط والأشكال تبدأ في حياتنا في وقت مبكر جدًا، ويمكن أن تأخذ هذه الأنماط أشكالًا عديدة، ومنها الأشكال العددية والهندسية والحركية والسلوكية وهكذا. كما هي الحال في علم الأنماط، تؤثر الرياضيات في كل جانب من جوانب حياتنا؛ الأنماط المجردة هي أساس التفكير والتواصل والحساب والمجتمع وحتى الحياة نفسها.

الأنماط موجودة في كل مكان ويراها الجميع، لكن علماء الرياضيات يرون أنماطًا داخل الأنماط. في الوقت الحالي، وعلى الرغم من فرض اللغة المستخدمة نوعًا ما في وصف الأعمال الخاصة بهم، فإن هدف معظم علماء الرياضيات هو العثور على أبسط تفسيرات للأنماط الأكثر تعقيدًا.

إن جزءًا من سحر الرياضيات يكمن في الطريقة التي يمكن لمسألة مسلية وبسيطة أن تؤدي إلى رؤية بعيدة المدى. انظر إلى لعبة التفكير 54 (المصافحات باليد 2). واكتشف ذلك بنفسك، ثم تخيل بعد ذلك أن الناس بمنزلة نقاط على الرسم البياني، وأن مصافحاتهم باليد تمثل الخطوط التي تصل بينها. بالتفكير بهذه الطريقة، يمكن لمسألة كهذه أن تقودك إلى تخيل صورة تتصل فيها كل نقطة مع النقاط الأخرى بخطوط مستقيمة، وهذه صورة مفيدة لمنسقي رحلات الطيران.

«هناك جدل قديم بشأن ما إذا ابتُكرت الرياضيات أو أنها اكتُشفت فقط. وبعبارة أخرى، هل الحقائق موجودة بالفعل، حتى لو لم نكن نعرفها؟ إذا كنت تؤمن بالله فإن الإجابة واضحة ولا تحتاج إلى تفسير».

بول إيرودوس (PAUL ERDÖS)

إدراكًا لأهمية هذا النوع من التفكير، فإن العديد من الجامعات تقوم بعمل تداخل بين علوم الهندسة والهندسة الطبوغرافية والاحتمالات في مناهج الرياضيات التي تدرسها. وهو خير في الأحوال جميعها: وهناك ثمة علاقة ونمط في الرياضيات.

لعبة التفكير 9

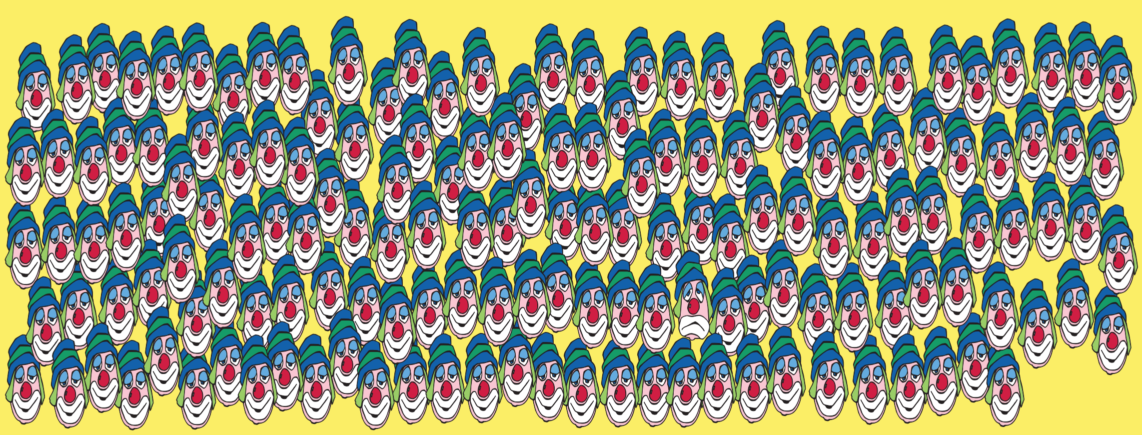
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المهرج الحزين

هل تستطيع العثور على المهرج ذي الوجه الحزين؟

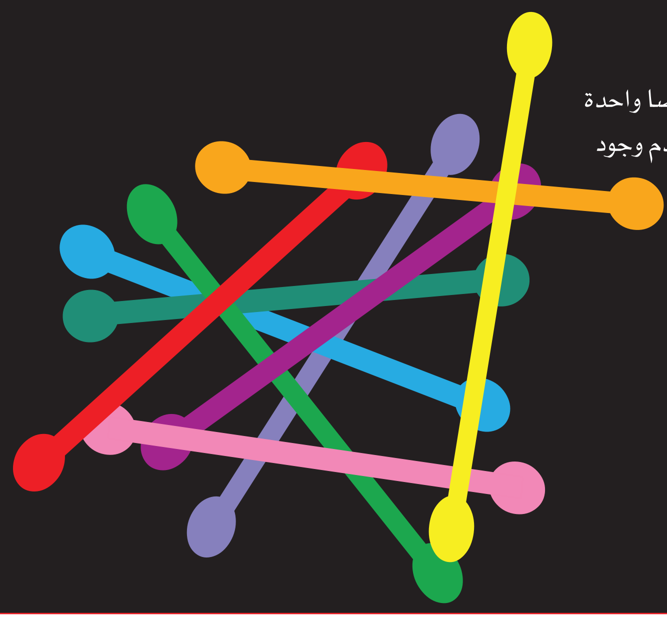


لعبة التفكير 10

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:————

التقاط العصي 1

هذا اللغز مثل لعبة الأطفال الشهيرة. أزل عصا واحدة في كل مرة من الكومة الموجودة، تأكد من عدم وجود عصا أخرى فوق العصا التي تزيلها. ما تسلسل ألوان العصي الذي يتعين اختياره حتى تُزال الكومة بأكملها؟



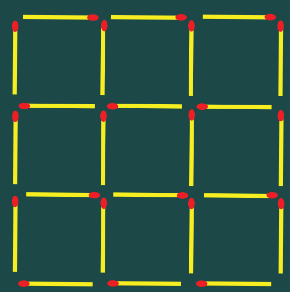
لعبة التفكير 11

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:————

مربَّعات أعواد الثقاب

يمكن ترتيب أربعة وعشرين عودًا من أعواب الثقاب لتشكل النمط الموضح في الأسفل.

هل تستطيع أن تزيل ثمانية أعواد ثقاب بحيث يبقى في الشكل مربعان فقط وغير متلامسين؟



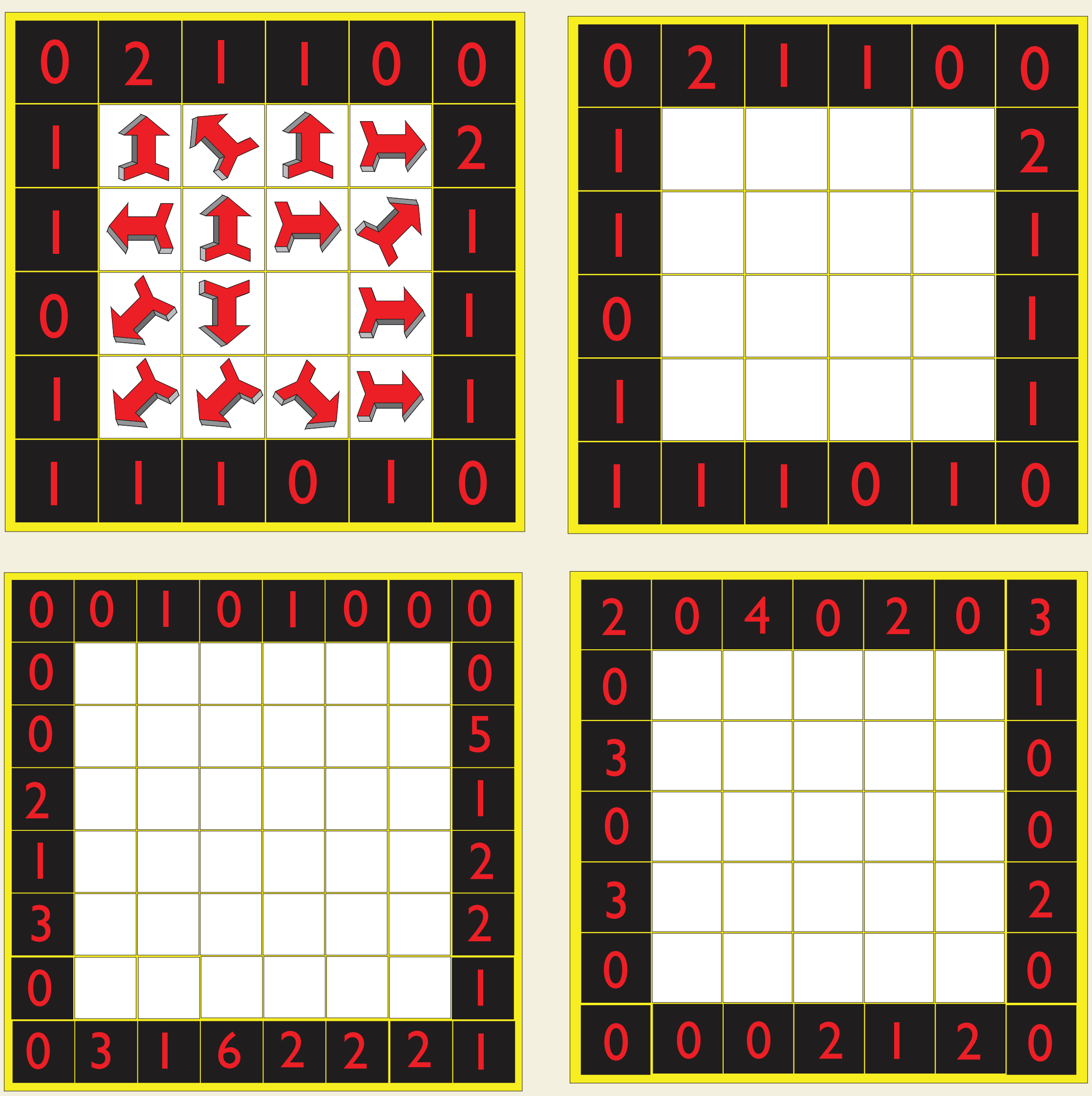
لعبة التفكير 12

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:————

أسهم المربعات المرقمة

الهدف من هذا النوع من الألغاز هو وضع الأسهم في الصناديق وفقًا للقواعد الآتية: يجب أن يشير أي سهم إلى واحد من اتجاهات البوصلة الثمانية الرئيسة، وهي (الشمال والجنوب والشرق والغرب والشمال الشرقي والجنوب الشرقي والشمال الغربي والجنوب الغربي) يجب أن يتساوى عدد الأسهم التي تشير إلى كل رقم من أرقام المربعات الخارجية مع قيمة هذا الرقم؛ ويجب أيضًا أن يحتوي كل مربع على سهم بداخله. تعد العينة الموجودة في (أعلى اليسار) بمنزلة محاولة غير صحيحة للحل؛ وذلك لأنه وفقًا لقواعد اللعبة لا يمكن وضع أي سهم في المساحة الفارغة من المربع، علمًا بأن واحدًا من المربعات الخارجية لا يوجد سهم يشير إليه.

هل تستطيع أن تجد حلولًا كاملة لأسهم المربعات المرقمة من الرتبة 4 (في أعلى اليمين) ومن الرتبة 5 (في أسفل اليمين) ومن الرتبة 6 (في أسفل اليسار)؟



التفكير بوصفه مهارة

نوصي باستخدام الحدس والبديهة بصورة مستمرة في جوانب حياتنا اليومية جميعها. مع أنه حتى وقت قريب تم تجاهل الدراسات العلمية للحدس والبديهة إلى حد كبير، وقد وَجدت العديد من البحوث الحديثة أنَّ الحدس أو البديهة يُستمد من مجموعة من المهارات البشرية المهمة التي تعمل معًا ليصدر عنها ما يسمى بالمبادرة، وكلما استخدمت هذه المهارات أكثر أصبح الحدس الخاص بك والبديهة أفضل.

تتضمن ألعاب التفكير مسائل تشحذ قدراتك على إدراك الأنماط وتصورها، وسوف تعمل على زيادة مخيلتك، وستحقق أيضًا الاستفادة القصوى من التجربة والخطأ، ومن خلال حلِّك هذه المسائل سوف يتحسن الإبداع والبصيرة والحدس لديك.

يعد التفكير بمنزلة مهارة قابلة للتعلم، مثل هواية الطبخ أو لعب الغولف؛ فإذا بذلت جهدًا حتى وإن كان بسيطًا لتطوير مهارة التفكير عندك فسوف تلمس تحسنًا. كما قال نوب يوشيغاهارا (Nob Yoshigahara)، رئيس تحرير النشرة الإخبارية الشهيرة بازيل توبيا (Puzzletopia) ذات مرة: «ما تمثله الهرولة للجسم، فإن التفكير هو للعقل. كلما فكَّرنا أكثر وأكثر أصبحنا أفضل وأفضل».

لعبة التفكير 13

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:———



سحب المغلفات

يوجد صندوقان، بداخل الأول عشرة مغلفات وبداخل الثاني مئة مغلف، إذا علمت أن مغلفًا واحدًا فقط في كل صندوق بداخله بطاقة كتب عليها لقد فزت، ثم طلب منك أن تختار بين أن تسحب مغلفًا واحدًا من الصندوق الأول أو أن تسحب عشرة مغلفات من الصندوق الثاني، فأي الخيارين يمنحك أفضلية في سحب المغلف ذي البطاقة المكتوب عليها «لقد فزت»؟

لعبة التفكير 14

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:———

النمط 15

خمسة أرقام مختلفة تمامًا ناتج جمعها 15 وحاصل ضربها 120.

هل تستطيع أن تحدد هذه الأرقام الخمسة؟

■+■+■+■+■=15
■ ■ ■ ■ ■=120

لعبة التفكير 15

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:———

النمط 30

خمسة أرقام مختلفة تمامًا مكونة من منزلة واحدة فقط ناتج جمعها 30 وحاصل ضربها 2520. إذا علمت أن الرقمين 1 و 8 هي من هذه الأرقام، فهل تستطيع تحديد الأرقام الثلاثة الباقية؟

■+■+■+1+8=30
■x■x■x1x8=2,520

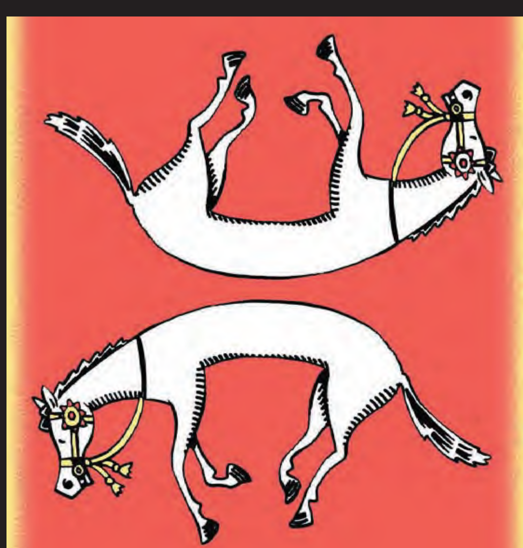
لعبة التفكير 16

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:———

الحصان والفارس

باستخدام قدراتك الذهنية، هل تستطيع معرفة كيفية وضع شريط رعاة البقر داخل المربع الذي توجد به الخيول بحيث يبدو لو أن رعاة البقر يركبون هذه الخيول؟ (بني هذا اللغز اعتمادًا على لغز خدعة الحمار الكلاسيكية التي وضعها سام لويد (Sam Loyd)، تبدو هذه المسألة بسيطة ومخادعة، لكن سرعان ما يدرك المرء أن الإجابة التي توقعها إجابة غير صحيحة. إذا لم تكن قادرًا على حل هذا اللغز بصورة ذهنية، مستخدمًا ورقة، حاول نسخ هذا الشريط وقصَّه لتجربة ذلك.

تلميح: هذه الحلول تجعل الخيول تبدو أسرع بكثير مما هي عليه.





لعبة التفكير 17

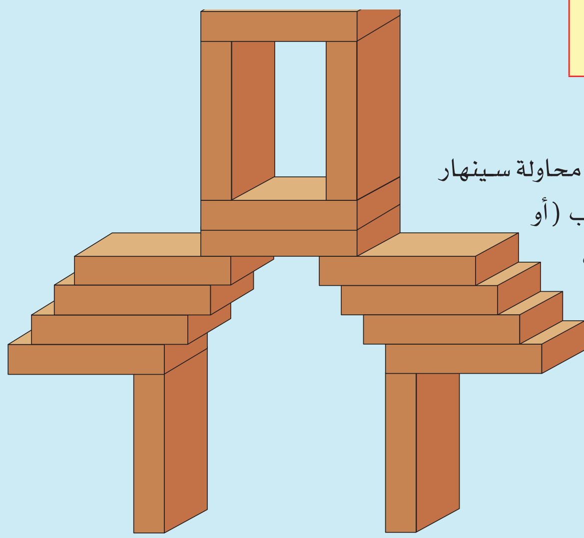
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت:————

جسر الدومينو المستحيل

للوهلة الأولى، يبدو هذا الهيكل مستحيل البناء. بعد كل محاولة سينهار الجسر قبل أن يكتمل وضع العديد من قطع الطوب (أو الدومينو) في هذا الهيكل. ولكن بناء هذا الهيكل بسيط إذا تمَّ تخيُّل مخطط ذهني صحيح لبنائه.



لعبة التفكير 18

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت:————

قفافيز في الظلام

يوجد اثنان وعشرون قفازًا في درج من الأدراج: خمسة أزواج من هذه القفازات لونها أحمر، وأربعة أزواج لونها أصفر، وزوجان منها لونهما أخضر. إذا انطفأت الأنوار وكان عليك اختيار قفازين في الظلام، فكم عدد القفافيز التي ستسحبها من هذا الدرج لتضمن وجود زوج واحد من اللون نفسه على الأقل؟



لعبة التفكير 19

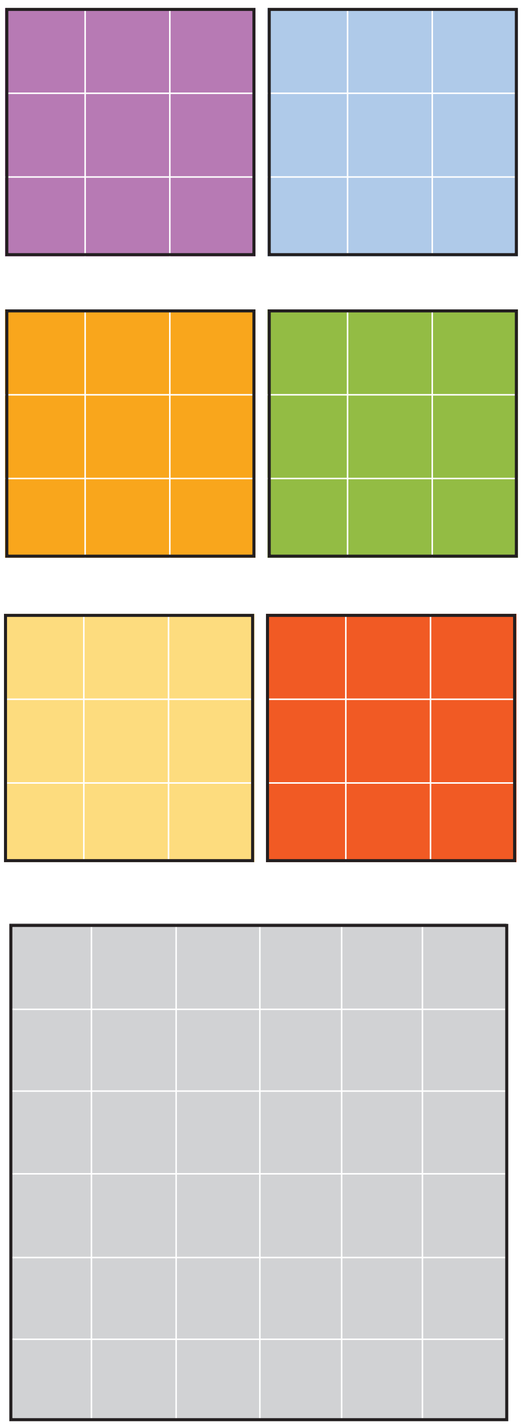
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت:————

المربعات المتداخلة 2

هل تستطيع وضع المربعات الستة المعطاة بشكل ملائم في المربع الرمادي الكبير؛ لتكوين نمط مُكون من ثمانية عشر مربعًا ذوات أربعة حجوم مختلفة، وهذه المربعات تشكلها الخطوط الخارجية للمربعات الستة العطاة؟ خطوط الشبكات البيضاء المتقاطعة أعطيت للمساعدة على تنظيم وضع المربعات المتداخلة.



التغلب على حواجز العقل وعوائقه

يعمل دماغك بشكل أفضل بكثير مما تعتقد؛ فالعقل قادر على القيام بعدد لا نهائي من الاتصالات المتشابكة، كل اتصال منها بمنزلة نمط من أنماط التفكير. (حُسب عدد الاتصالات الممكنة، لكن كانت النتيجة كبيرة جدًّا ــ 1 يليه 60 مليون ميل من الأصفار المكتوبة ــ فكأننا نتحدث عن المالانهاية).

على الرغم من العدد الكبير من الأفكار التي يمكن التفكير فيها، إلا أن تكون عملية التفكير صعبة جدًّا، وهناك بطبيعة الحال ميل أو نزعة بشرية للقيام بأقل مقدار ممكن من التفكير. تُلاحظ هذه النزعة أو الميل في أسلوب الكر والفر الذي يلجأ إليه العديد من البشر لحل المشكلات: فيختار بعضهم الحل الأول الذي يتبادر إلى أذهانهم ولا يرون غيره، ويفشل هذا الأسلوب بصفة عامة في أن يعُدّ كامل مجموعة الحلول ممكنة. يمكن أن يُصبح البشر محاصرين داخل مجموعة من الأفكار والتصورات المسبقة الخاصة بهم، وليس ذلك بكثير عليهم؛ إذ إنهم يهملون المعلومات التي قد تساعدهم على حل المشكلة؛ لأنهم ببساطة لا يتصورونها.

يمكن حل المشكلة بطريقة أفضل إذا تخلى الإنسان عن أقل عدد من الافتراضات التي يفرضها حول نفسه، وكلما لجأ الشخص إلى اختيار المفاهيم الإبداعية توفرت له فرص أفضل في العثور على إجابة أو حل للمشكلة، وفي حال فشلت فكرتك الأولى في حل المشكلة، فجرِّب فكرة أخرى، ومن المهم عند العمل على حل المشكلة تجنب الجدران العقلية المعروفة باسم الحواجز المفاهيمية التي يمكن أن تمنعنا من التوصل إلى أبسط وأكثر الأجوبة وضوحًا، فقد تكون الحواجز المفاهيمية في بعض الأحيان من إنشاء المرء ذاته، في حين أن بعضها الآخر يستمد من المعلومات الناقصة والتركيز عن عمد على التفاصيل غير الصحيحة أو الاتجاهات المضللة.

استغل مخترعو الألغاز والخدع السحرية مثل هذه الحواجز المفاهيمية، واستفادوا منها لقيادة إيحاءات العقل للوصول إلى مسارات إيحائية، لكن على الرغم من انتشار معاناة العالم من الحواجز الذهنية، إلا أن العديد من الأشخاص تمكنوا من معالجة مشكلات محيرة ومعقدة وحلها في وقت واحد أو في أوقات مختلفة، ويمكنهم أيضًا فهم هذه المشكلات وإدراكها، واستخراج فكرة بسيطة وأنيقة ومذهلة تعمل على حل المشكلة بصورة ذكية.

> **«الأمر لا يتمثل في عدم قدرتهم على رؤية الحل، لكن يتمثل في عدم قدرتهم على رؤية المشكلة».**
>
> **ج. ك. تشيسترتون (G. K. Chesterton)**

على ما يبدو، غالبًا ما تكون أفضل الألغاز هي التي يتطلب حلها اللجوء إلى عنصر مشترك يمكن استخدامه بطريقة غير مألوفة، أو من خلال إهمال افتراض تقليدي، أو من خلال تجميع مكوناته بترتيب غير عادي؛ فغالبًا ما يؤدي النهج المباشر إلى لا شيء، في حين أنه في بعض الأحيان يمكن لطرق أخرى أطول أن تكون الأسرع للتوصل للحل. عندما يواجهك حاجز عقلي، فإن أفضل نهج للتغلب عليه هو أن تلتف من حوله وليس الوقوف عنده.

لعبة التفكير
20

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 📄 ✂
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لغز على شكل حرف تي T

في هذا اللغز الكلاسيكي يُمكن وضع القطع الأربع الحمراء معًا لتشكل الحرف (T) الكبير.

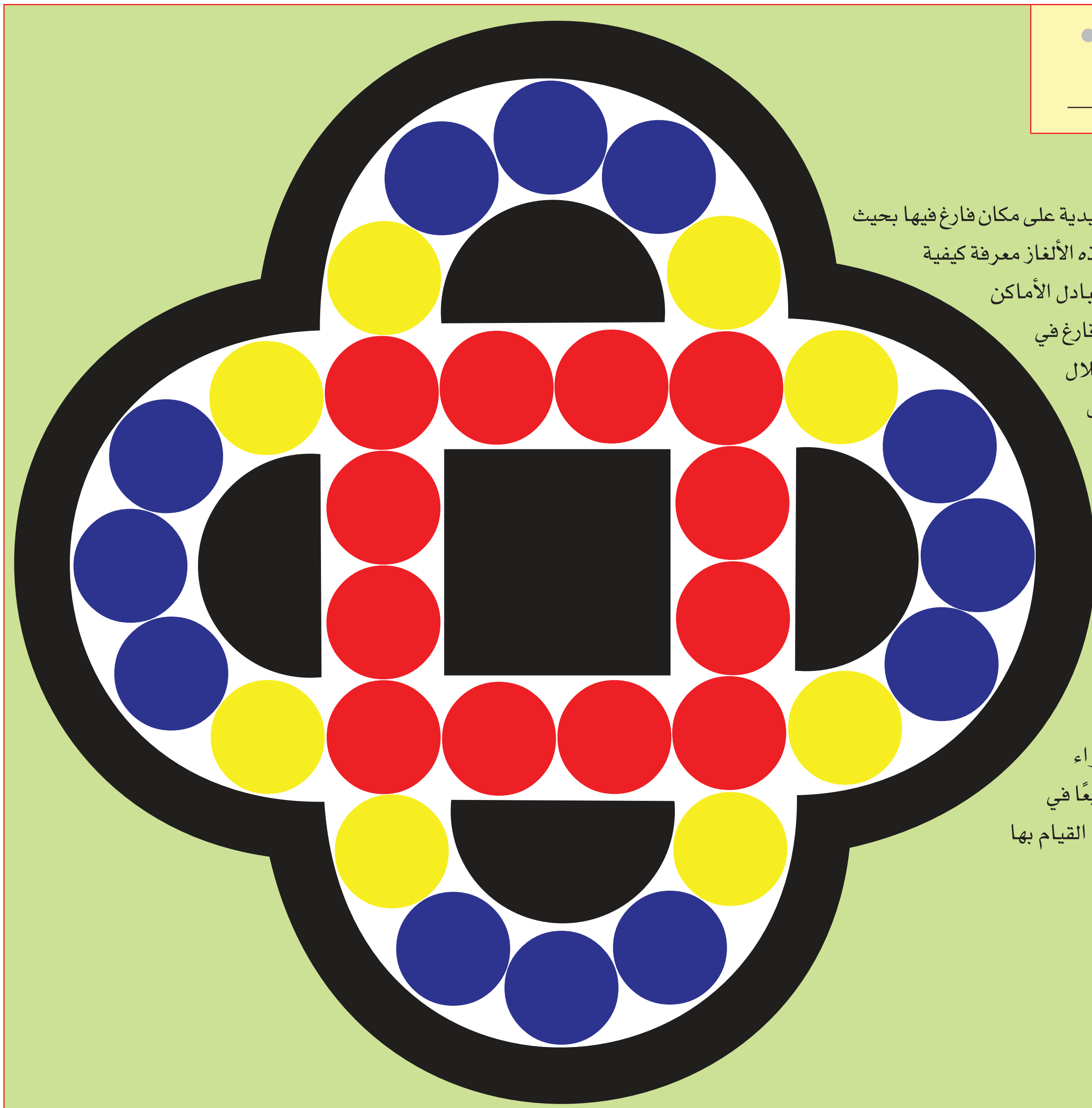
هل تستطيع أن تتخيل كيفية ترتيب هذه القطع معًا؟

انسخ القطع الأربع وقطِّعها لتجرب حلولًا ممكنة أخرى وذلك قبل أن تنظر إلى الإجابة في آخر الكتاب.



لعبة التفكير 21

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

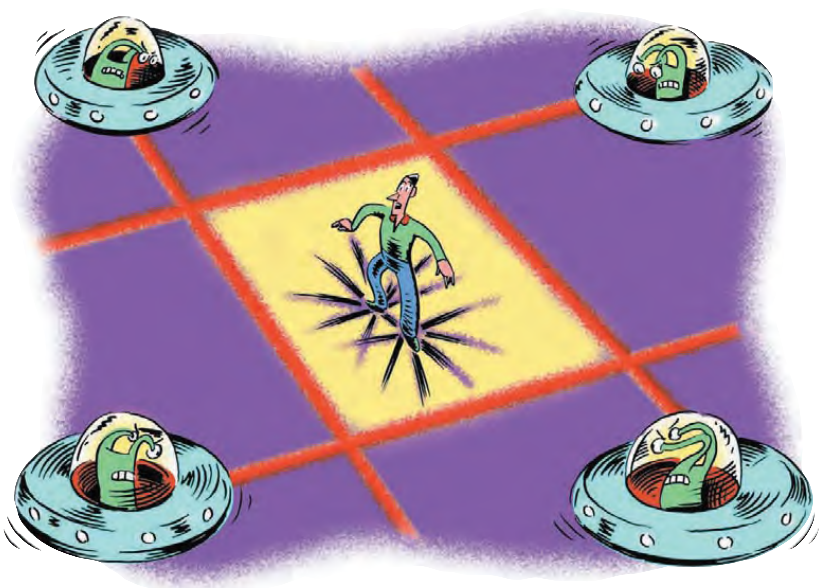


تبادل الأماكن

تحتوي ألغاز انزلاق القطع أو انزلاق الأقراص التقليدية على مكان فارغ فيها بحيث يمكن تحريك القطع فيه، وعادة يكون مفتاح حل هذه الألغاز معرفة كيفية تحريك القطع ونقلها إلى المكان الفارغ. يُعد لغز تبادل الأماكن مثل لغز انـزلاق أقراص مع عدم وجـود أي مكان فارغ في اللغز. يتحرك تسعة وثلاثون قرصًا كسلسلة من خلال قناتين بيضويتي الشكل، إحداهما رأسية والأخرى أفقية، وتتكون كل سلسلة منهما من ثمانية عشر قرصًا، وهنـاك أربعة أقراص مشتركة بين كلا السلسلتين. تحريـك قرص واحـد فـي إحـدى السلسلتين يؤدي إلى تحريك الأقراص جميعها فـي تلك السلسلة ؛ تُنقل الأقراص مـن إحدى السلسلتين إلـى السلسلة الأخـرى مـن خـلال تحويل الحركة مـن إحـدى القناتين إلـى القناة الأخرى. يوجد اثنا عشر قرصًا حمـراء اللون، واثنا عشر قرصًا زرقاء اللون وثمانية أقراص صفراء اللـون. فـي البداية، تُشكل الأقراص الحمـراء مربعًا في وسط اللغز. كم عـدد الحركات التي يتعين عليـك القيام بها لتحويل المربع الأحمر في الوسط الى مربع أزرق؟

لعبة التفكير 22

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



اختطاف الأجانب

يوجـد أربعـة أطبـاق طائـرة تحوم حـول رجل تُخطِّـط لاختطافه، ولكـي تقبض على الرجل يجب أن تُقيم الأجسام الغريبة الأربعة حقلا من الطاقة مستطيل الشكل حول الرجل، حيث تطلق كل مركبة من المركبات الغريبة شعاع الليزر بشـكل عشوائي إما على الجانب الأيمن من الرجل أو على الجانب الأيسـر منه. من الترتيبات العشـوائية جميعهـا الممكنـة لطلقات الليزر الأربعة، ما احتمالية أن تشكل كل طلقة من طلقات الليزر جانبًا من جوانب المستطيل المطلوب عمله حول الرجل؟ (في المثال الموضح، وُجِّهت أشعة الليزر كلها على يمين الرجل).

لعبة التفكير
23

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:————

مفارقات المخترع

ثلاثة من الأصدقاء يتحدثون عن إيفان، لكن واحدًا منهم فقط يعرف الحقيقة.

قال جيري: «اخترع إيفان مئات الألعاب».

قال جورج: «لا لم يفعل ذلك؛ فقد اخترع عددًا أقل من هذه الألعاب».

قالت أنيتا: «حسنًا، اخترع إيفان لعبة واحدة على الأقل».

إذا كانت إحدى هذه العبارات صحيحة، فهل تستطيع معرفة عدد الألعاب التي اخترعها إيفان؟

أيضًا، وضِعت صورة لإيفان في هذه الصفحة، هل تستطيع العثور عليه؟



لعبة التفكير
24

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:————

جزيرة الكنز

ضلَّلَ القرصان الذي رسم هذه الخارطة أعداءه، وذلك بكتابة جملة واحدة فقط غير صحيحة. هل يمكن معرفة أين دُفن الكنز؟



لعبة التفكير
25

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:————

فرسان السيرك

كل حصان من هذه الخيول له لون مختلف. ما عدد الطرق المختلفة التي يمكن من خلالها ترتيب الخيول السبعة لكي تدور حول منطقة السيرك؟



«في الوقت الراهن إن أبسط تلاميذ المدرسة على دراية بالحقائق التي ضحى أرخميدس (Archimedes) بحياته من أجلها».

إيرنست رينان (Ernest Renan).

لعبة التفكير
26

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:———



عثّة الكتب

وَجدت عثة الكتب نفسها على الصفحة رقم 1 من المجلد 1، وبدأت في تناول الطعام بخط مستقيم لغاية الصفحة الأخيرة من المجلد 5. إذا كان سُمك كل مجلد 6 سم، بما في ذلك الغلافان: الأمامي والخلفي يبلغ سمك كل منهما نصف سم، ما المسافة التي قطعتها عثة الكتب؟

لعبة التفكير
27

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:———

قناع الهالوين

لديك خمسة أنواع مختلفة من الطلاء. كم عدد الطرق المختلفة التي يمكنك من خلالها طلاء هذا القناع إذا لوَّنت كلًّا من العينين والأنف والفم بلون مختلف؟

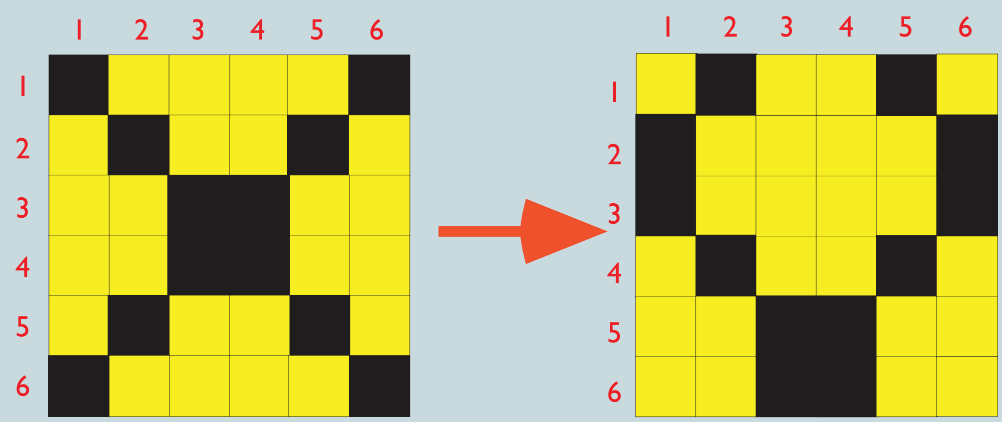


لعبة التفكير
28

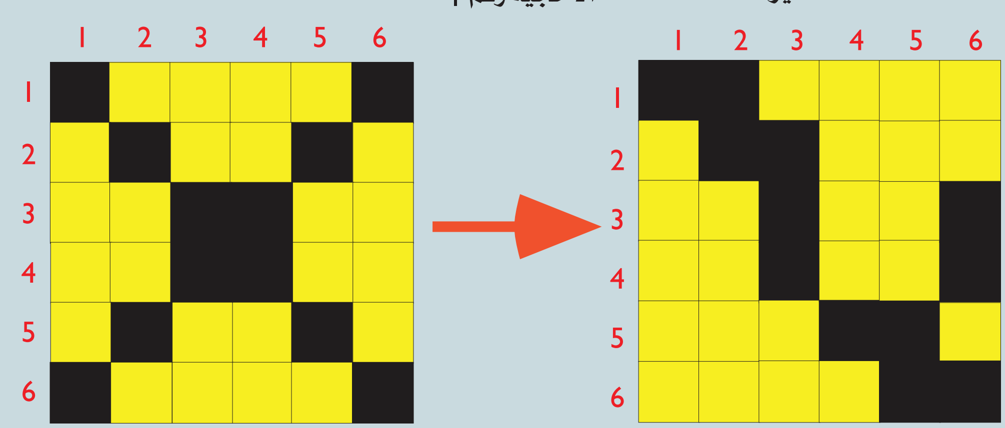
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:———

تحويلات ثنائية

يشمل هذا اللغز مبادلة أزواج من الصفوف أو أزواج من الأعمدة أو قلب صف أو عمود واحد لتصبح إحدى نهايتيه مكان الأخرى، بحيث يتحول النمط الابتدائي إلى النمط النهائي. تُشكل الخطوة أو الحركة الواحدة تغييرًا واحدًا في الصفوف أو الأعمدة أو إعادة توجيه (تقليب) لصف أو لعمود لواحد. مبتدئًا من الأنماط الأولية على ناحية اليسار، أنشئ الأنماط النهائية الموجودة على ناحية اليمين. ما عدد الحركات المطلوبة لإنشاء كل نمط؟



النمط الأخير — الأحجية رقم 1 — التهيئة الأولية



النمط الأخير — الأحجية رقم 2 — التهيئة الأولية

لعبة التفكير 29

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: ✎

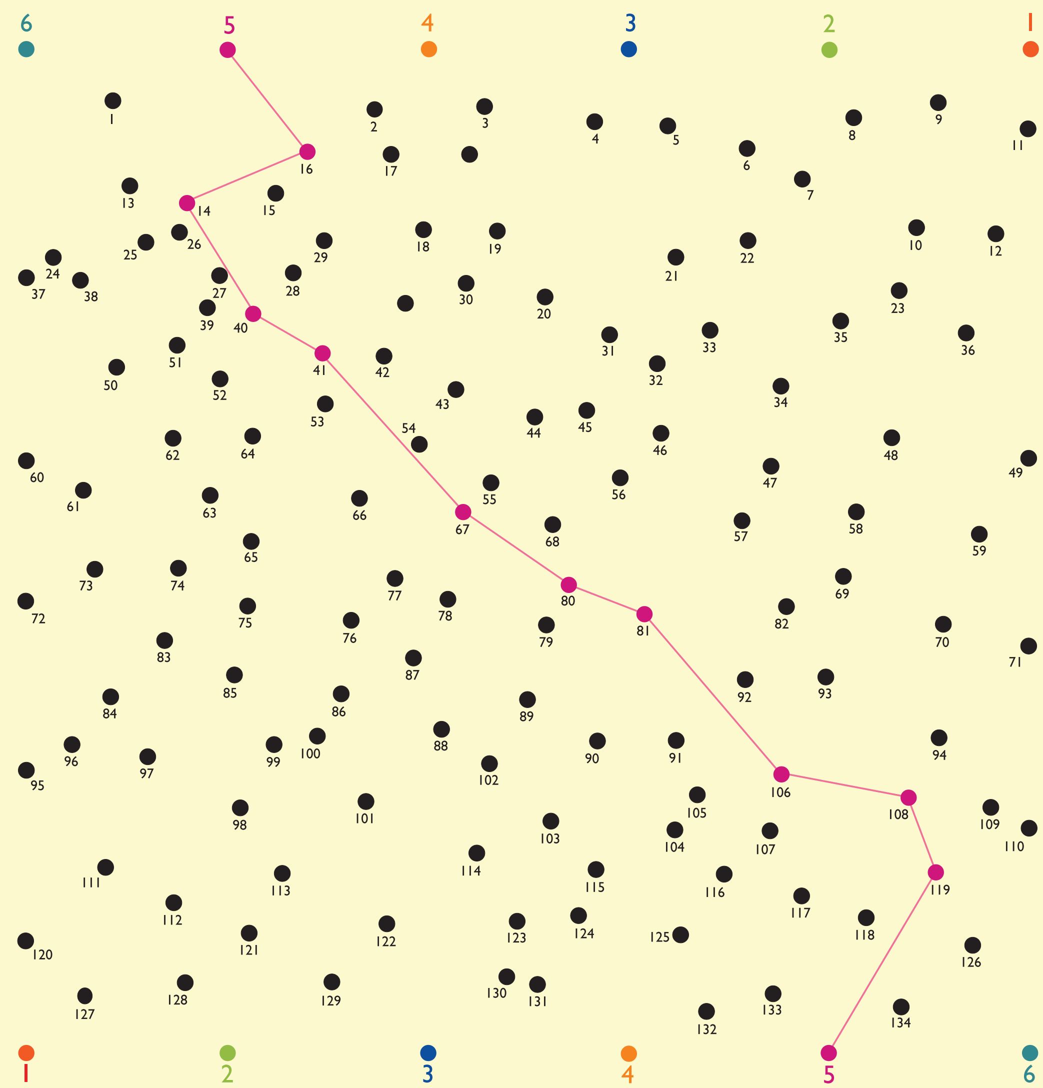
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لغز لوحة التعليق

هل تستطيع القفز من نقطة إلى نقطة أخرى على اللوحة لتصل بين الأرقام المتطابقة الموجودة على طول الحافتين؟

يسمح فقط بعمل قفزات أطوالها مساوية لأطوال القطع المستقيمة الثلاث الموضحة في الشكل أدناه، ولتوضيح هذا المفهوم، فيما يأتي سلسلة من القفزات التي تصل بين النقطتين المعلمتين بالرقم 5 على النحو الموضح أعلاه.

أطوال القفزات الثلاث المسموح بها هي:



لعبة التفكير 30

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

إلقاء ثلاث عملات معدنية

سألت أحد أصدقائك عن الاحتمالات، فأجابك بما يأتي: «عند إلقاء ثلاث عملات معدنية فإن احتمال أن تكون الأوجه الثلاثة التي تظهر فيها جميعها صورة أو جميعها كتابة هو واحد الى اثنين؛ أي النصف بالنصف؛ وذلك لأنه في أي مرة تلقي فيها ثلاث عملات معدنية سيكون على الأقل وجهان متطابقان إما كلاهما صورة أو كلاهما كتابة، ومن ثمَّ فإن العملة المعدنية الثالثة هي التي تحدد النتيجة».

هل صديقك مُحق؟ وإذا كان مخطئًا، فما احتمال أن تكون الأوجه الثلاثة الظاهرة في العملات المعدنية الملقاة جميعها صورة أو جميعها كتابة؟



لعبة التفكير 31

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

أعواد الثقاب المخلوطة

ستحتاج هذه اللعبة إلى أربعة التفافات صغيرة فقط لتحويل أعواد الثقاب في الشكل إلى كلمة إنجليزية. هل تستطيع اكتشاف الكلمة؟



لماذا نلعب الألعاب؟

بصفتنا كائنات حية وذكية، نمتلك نحن – بني البشر – الفضول في استطلاع البيئة التي نعيش فيها، واكتشاف الآخرين وكذلك اكتشاف أنفسنا وباستخدام هذا الفضول في استكشاف المجهول الذي يعطينا دافعية إلى الأمام؛ لا أحد يعرف لماذا يُعد الواقع صحيحًا، هل يمكننا أن نحس به لندرك أنه يجب أن يكون صحيحًا؟ وبالمثل، فإن قيامنا ببعض الألعاب التي تحفز وتنشط الفضول وحب المعرفة والاستطلاع لدينا يجعلنا نشعر بأننا أحياء. مرة أخرى، فإننا لا نعرف السبب وراء ذلك، ولكننا نعتقد أن الألعاب فيها كثير من العمل المحفوف بخطر الخسارة.

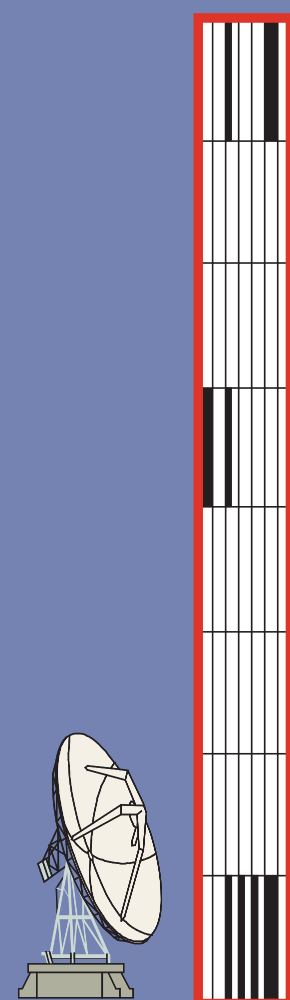
أعتقد أن كل شخص يسعى للحصول على محفزات أكثر تعقيدًا من تلك التي في المستوى الذي يفضله، فما هي أفضل الطرق التي يمكن من خلالها اكتشاف أمر مجهول مشوق بديلًا من لعبة مجهولة المخرجات؟ فالألعاب تقدم لنا ما هو أكثر من التحفيز والمرح والرضى؛ تساعد عقولنا على النمو والتطور من خلال تعلم التعاون والمنافسة والاستكشاف والاختراع. تشجعنا الألعاب على وضع إستراتيجيات لتحقيق النصر وفي نهاية المطاف لحساب الخسارة أيضًا. في الواقع إن الألعاب تتكرر على شكل نماذج، وتتكرَّر تقريبًا في معظم الشؤون الإنسانية كالطموح والبُنية الاجتماعية. كيف يمكننا أيضًا توضيح أن الألعاب أصبحت واحدة من أهم وأقوى الاستعارات الأكثر فاعلية: كلعبة المال ولعبة التسوق ولعبة البقاء على قيد الحياة ولعبة التواريخ؟ دائمًا ما يكون المعنى واضحًا: تتطلب الألعاب لاعبين يرغبون في الفوز ولكنهم يعلمون أنه من الممكن أن يخسروا.

لعبة التفكير 32

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

التحية بين النجوم

هل تستطيع فك تشفير هذه الرسالة البسيطة؟



لعبة التفكير 33

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

رسالة بين النجوم 1

أرسل علماء الفلك رسائل مثل هذه الرسالة إلى الفضاء الخارجي لإقامة علاقة تواصل مع الحياة الذكية على الكواكب الأخرى. حتى لو لم تتمكن أشكال الحياة الغريبة هذه من فهم لغتنا المقروءة والمكتوبة أو فهم المعاني التي تنقلها الصور من ثقافتنا، فإن الباحثين يأملون بأن تقوم أشكال الحياة هذه باستخدام اللاسلكي للتواصل معنا، وأن يكونوا بارعين في الرياضيات؛ لهذا السبب أُرسلت الرسائل التي تتضمن الرموز الثنائية ومبادئ الرياضيات البسيطة؟ هل تستطيع فك رموز الرسالة الموضحة أدناه؟

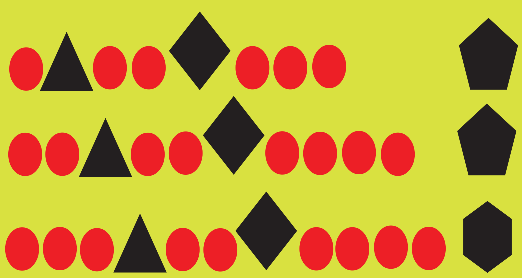


لعبة التفكير 34

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

رسالة بين النجوم 2

دعنا نفترض أن الكائنات الغريبة قد تلقت الرسالة السابقة فردت علينا بهذه السلسلة من النقاط والأشكال الهندسية. فهل تستطيع فهم المعنى من هذه الرسالة؟



التواصل من خلال الأعداد

تعدُّ القدرة على تعلم اللغة من أهم الأشياء التي يرثها الشخص ممن سبقوه؛ تعمل اللغة – وخاصة اللغات المكتوبة – على جعل التواصل بين الناس الذين يعيشون في الظروف والأحوال والأماكن والأزمنة المختلفة ممكنًا؛ إن ما يعرفه البشر عن الماضي وما يمكنهم به التنبؤ عن المستقبل يأتي من اللغة.

لتحصل على المعنى الواضح والحقيقي لمدى أهمية اللغة، يرجى أخذ ما يأتي في الحسبان: هل من الممكن أن تحصل على معنى من شيء ما دون استخدام الكلمات أو الإشارات؟ في الواقع، يعتقد الفلاسفة أن العالم من دون اللغة سوف يكون عالمًا خاليًا من المعنى.

تُنقل اللغة بصريًّا إما من خلال الإشارات التي تُعد علامات مكتوبة تمثل وحدات من اللغة، أو من خلال الرموز التي تمثل كائنًا مكتوبًا في حد ذاته. ازدهر الجانب المرئي من اللغة منذ 20000 سنة مضت، حيث كان أولها قيام البشر بإحصائيات بسيطة من خلال الخدش على العظام، أو من خلال رسم الأشكال، ثم أعقب ذلك استخدام الكلمات بشكل مجرد. بحلول عام 300 قبل الميلاد، كانت مكتبة الإسكندرية تحتوي على 750000 من لفائف البردي (أعظم مكتبة شهدها العالم) والتي فهمت من خلال استخدام الإشارات والرموز.

بعد ذلك، مكنت التطورات التكنولوجية مثل: الطباعة (التي اخترعها الصينيون) والطباعة المتحركة (التي اخترعها يوهانس غوتنبرغ) (Johannes Gutenberg) من وصول اللغة المكتوبة إلى كل شخص على هذا الكوكب تقريبًا. على الرغم من فشل المحاولات التي بُذلت لاستبدال ما يقرب من 3000 لغة ولهجة بلغة (جديدة) واحدة فقط، مثل الإسبرانتو (Esperanto)، إلا أن استخدام الرموز لتكملة اللغة المتحدث بها قد انتشر انتشارًا كبيرًا. في الواقع، يُعدُّ العالم الحديث مليئًا بالإشارات والرموز المختلفة.

تشجع اللغة الرمزية ظهور نوع من أنواع التفكير البصري، حيث يجب على مصممي ومهندسي الاتصالات في الوقت الحالي وضع لغة الرموز في الحسبان، وسرعان ما أصبحت الطرق القديمة لتقديم الأفكار المعقدة والأشكال اللفظية لاسترجاع واستدعاء معلومات عفا عليها الزمن. يحدث هذا التغيير بسرعة كبيرة جدًّا بحيث قد لا تكون اللغة المكتوبة أكثر الوسائل الموثوق بها للتواصل مع الأجيال القادمة؛ فنحن لا نبالغ إذا قلنا إن أي شخص يحاول إرسال رسالة إلى المستقبل – سواء كانت هذه الرسالة شيئًا تذكاريًّا لقائد عظيم أو تحذيرًا حول موقع نفايات سامة – يتعين عليه أولًا النظر إلى الجهود التي بُذلت من قبل علماء الفلك للتواصل مع أشكال حذف الحياة الذكية ونماذجها على الكواكب الأخرى.

إذا وجدت مثل هذه الكائنات الغريبة في الوقت الراهن، فلن تكون على دراية بأيٍّ لغة من اللغات الإنسانية المكتوبة أو المقروءة.

اهتم علماء الفلك بالبحث عن الكائنات الفضائية الذكية؛ فعملوا مسحًا للسماوات باستخدام التلسكوبات اللاسلكية بحثًا عن جزءٍ من رسالة – سواء كانت مقصودة أو غير مقصودة – وسط الضجيج الطبيعي للنجوم، على الرغم من أنه لا يعلم أحد ما هي هذه الرسالة أو كيف تبدو. وحاول علماء فلك آخرين إرسال رسائل عديدة إلى النجوم البعيدة على شكل رموز تصورية تمثل وتصور كل شيء، ابتداءً من أشكال الحياة البشرية إلى أخف العناصر الكيميائية، لكن حتى هذه الصور البسيطة تتطلب بعض البراعة والذكاء من هذه الكائنات لفك رموزها.

ربما ستوفر الرياضيات المفتاح الرئيس لحل مثل هذه الألغاز أو الصور.

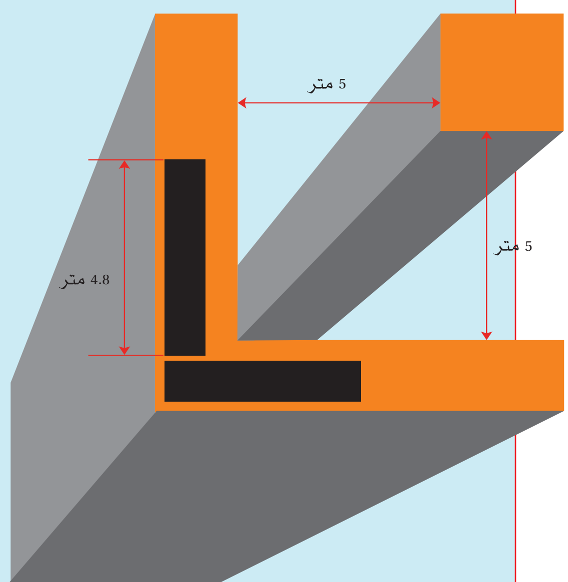
يمكن أن تكون الرياضيات وحدها لغة عالمية يمكن فهمها من قبل البشر وغيرهم من الكائنات الفضائية؛ فقد لا تكون التحية بين النجوم أو الكواكب «مرحبًا» بل يمكن أن تكون «واحد، اثنان، ثلاثة...».

> **«الأعداد الصحيحة مثل الرجال الكاملين، نادرة الوجود».**
>
> **رينيه ديكارت (René Descartes)**

لعبة التفكير
35
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: □ الوقت:______

المعابر المرتفعة

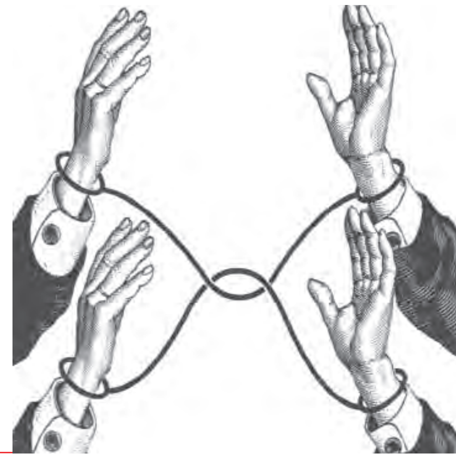
تبلغ المسافة في أضيق نقطة بين ناطحتي السحاب 5 أمتار. يوجد اثنتان من العوارض الصلبة على سطح المبنى الذي على شكل حرف L، يبلغ عرض كل واحدة منها مترًا واحدًا، وطولها 4,8 أمتار. هل هناك طريقة ما للعبور من سطح المبنى الذي على شكل حرف L إلى سطح المبنى المربع المجاور له من دون القفز من خلال العارضتين أو لحام العارضتين الصلبتين أو توصيلهما معًا؟



لعبة التفكير
36
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: □ الوقت:______

الحبال المربوطة

هناك رهينتان رُبطت كلتاهما من معصميهما معًا، كما هو موضح في الشكل. هل يستطيعان فصل نفسيهما عن بعض من دون قطع الحبل أو فك عقدة الحبل عند المعصم؟

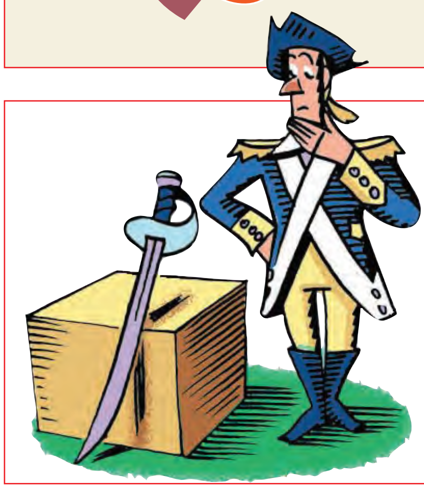


لعبة التفكير
37
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: □ الوقت:______

ستة – سبعة

هل هناك طريقة ما لاستخدام الرقم 6 ثلاث مرات ليكون الناتج الرقم 7؟





لعبة التفكير
38
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: □ الوقت:______

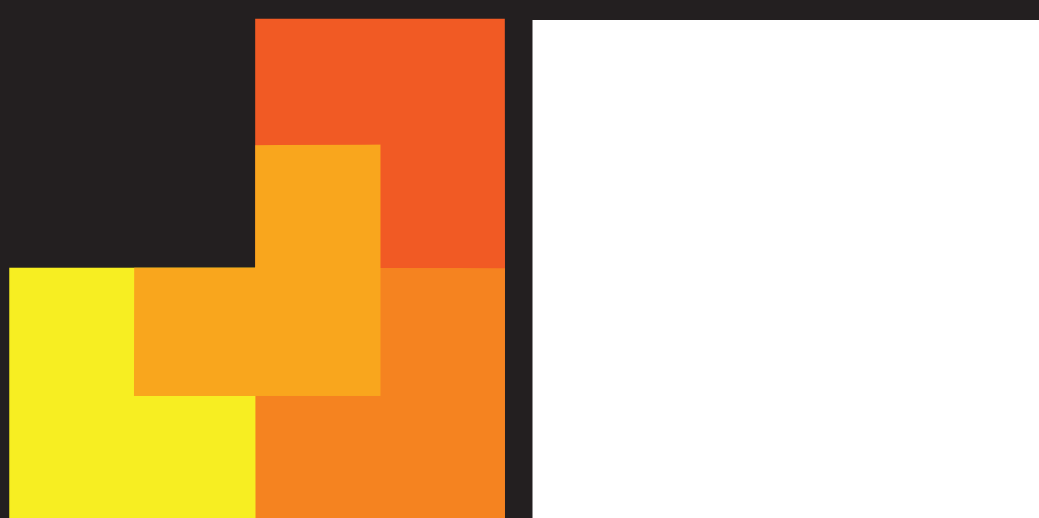
تخزين السيف في الصندوق

يريد جندي أن يخزن سيفه البالغ طوله 70 سم، لكن الصندوق الوحيد المتوافر يبلغ طوله 40 سم وعرضه 30 سم وارتفاعه 50 سم. هل يمكن وضع السيف بشكل ملائم في هذا الصندوق؟

لعبة التفكير
39
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: □ الوقت:______

تقسيم إلى خمس قطع

ينقسم الشكل الملون إلى أربع قطع متطابقة. هل تستطيع تقسيم المربع الأبيض إلى خمس قطع متطابقة؟



لعبة التفكير 40

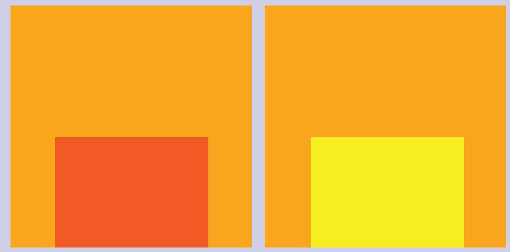
الصعوبة:

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ________

المناظر الغريبة

الرسمان الموضَّحان أدناه يمثلان مشهدين مختلفين لجسم ثلاثي الأبعاد. الرسم الموجود على اليسار يمثل شكل الجسم من الأمام؛ بينما يوضح الرسم على اليمين هذا الجسم من الأعلى بطريقة مباشرة. هل تستطيع تحديد شكل هذا الجسم الغريب، وعمل رسم تخطيطي له؟



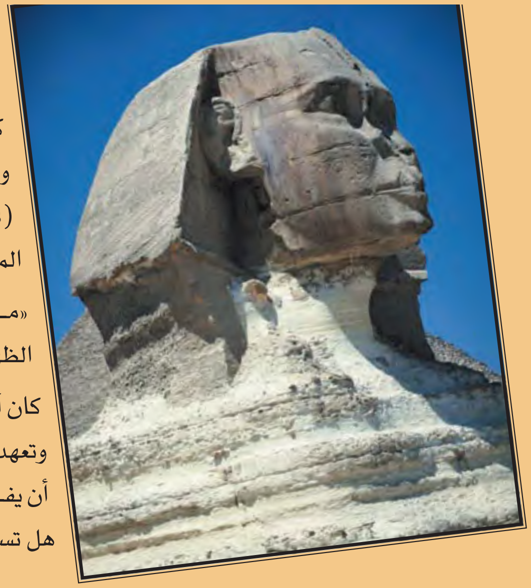
لعبة التفكير 41

الصعوبة:

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ________

لغز أبي الهول



هل تستطيع حل أحد أكبر الألغاز في العصور القديمة؟

كان أبو الهول في الأساطير اليونانية وحشًا يمتلك رأس امرأة، وجسم أسد وأجنحة نسر، فأبو الهول يحرس أبواب مدينة طيبة (Thebes) متحدِّيًا بهذا اللغز البسيط جميع من يحاولون دخول المدينة:

«من الذي يتحرك على أربع أرجل في الصباح، وعلى قدمين وقت الظهيرة وثلاث أرجل عند الغسق؟

كان أبو الهول يقتل أي شخص لا يستطيع الإجابة عن هذا اللغز، وتعهد بتدمير نفسه إذا حلَّ أي شخص هذا اللغز. كان على أبي الهول أن يفي بما تعهد به عندما أخبره أوديبوس (Oedipus) حل اللغز. هل تستطيع حل هذا اللغز؟

لعبة التفكير 42

الصعوبة:

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ________

المضلع السباعي السحري

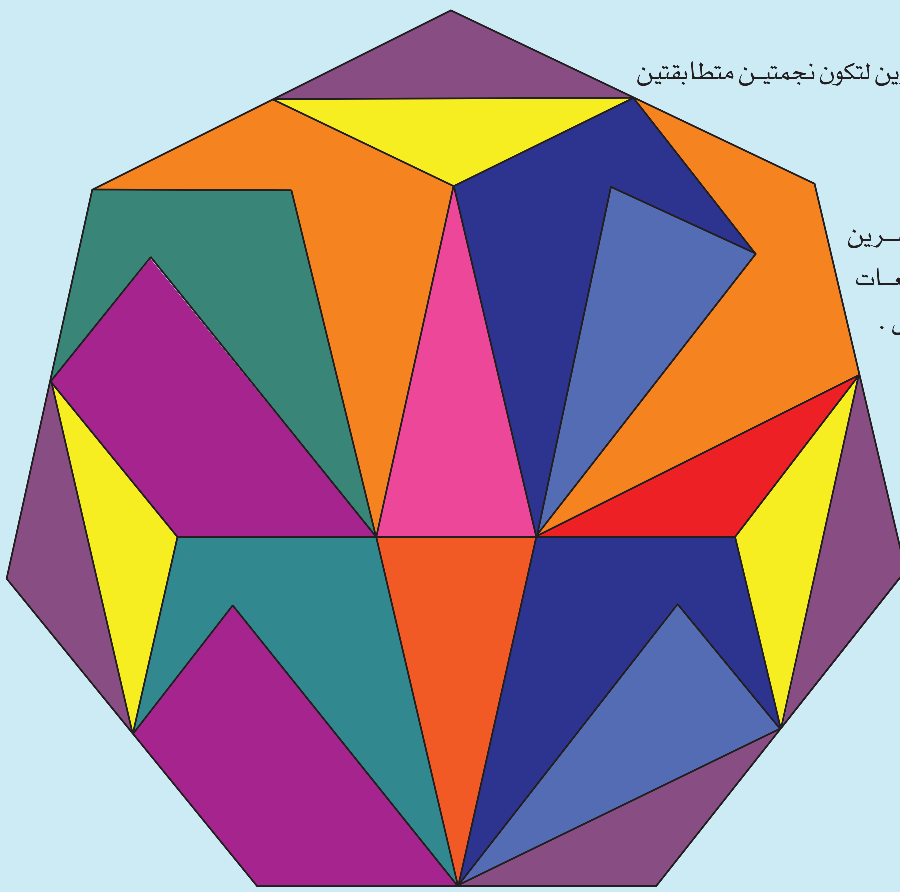
انسخ هذا المضلع السباعي، ثم قص صورته بعناية، وقسمه إلى عشرين قسمًا فرعيًّا بحذر شديد.

اللغز 1:

اجمع القطع العشرين لتكون نجمتين متطابقتين لهما سبعة رؤوس.

اللغز 2:

اجمع القطع العشرين لتُكوِّن أربعة مضلعات أصغر سباعية الشكل.



لعبة التفكير 43

الصعوبة:

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ________

موعد الخنفساء

قابل السيد خنفس الآنسة خنفساء في بتلة زهرة. قال السيد خنفس ذو النقاط الحمراء: «أنا صبي». وقالت الآنسة خنفساء ذات النقاط الصفراء: «أنا بنت». بعد ذلك ضحك كل منهما لأن واحدًا منهما على الأقل كان يكذب. بناء على هذه المعلومات، هل تستطيع أن تحدد أيهما ذو النقاط الحمراء وأيهما ذو النقاط الصفراء؟



أربع مراحل لحل المشكلة

لا توجد وصفة للإبداع، لكن البحوث التي درست هذا الموضوع أشارت إلى أربع خطوات أساسية لإيجاد حلول للمشكلات:

المرحلة الأولى: الإعداد والتحضير؛ ويتطلب ذلك قراءة المشكلة المطروحة وأخذ نبذة مختصرة عنها، وفهم إمكانية تحقيق الالتزام الخاص بالتعلم جيدًا. بعد كل ذلك، فإنك ما زلت لا تعرف الحل المتوقع ولا الصعوبات المتوقعة.

المرحلة الثانية: الحضانة والاقتراب من المشكلة؛ فلا أحد يعرف السبب وراء ابتعادنا عن المشكلة، وهل ذلك مفيد أم لا. يرى بعض علماء النفس أن الابتعاد عن المشكلة بمنزلة مدة من الراحة، بينما يرى بعضهم الآخر أنه بمرور الوقت فإنك تختار – بطريقة لا إرادية – تحديد وتجاهل المعلومات المختلفة حول المشكلة. أيًّا كان السبب، فالتفكير الإبداعي يتطلب بعض الهدوء والوقت غير المنظم.

المرحلة الثالثة: التنوير؛ هذه المرحلة بمنزلة وميض مفاجئ لبصيرتك؛ فعلى سبيل المثال يتوهج شعاع المصباح الكهربي في جميع أنحاء المنطقة، وبعضهم يطلق على هذه اللحظة لحظة «آها».

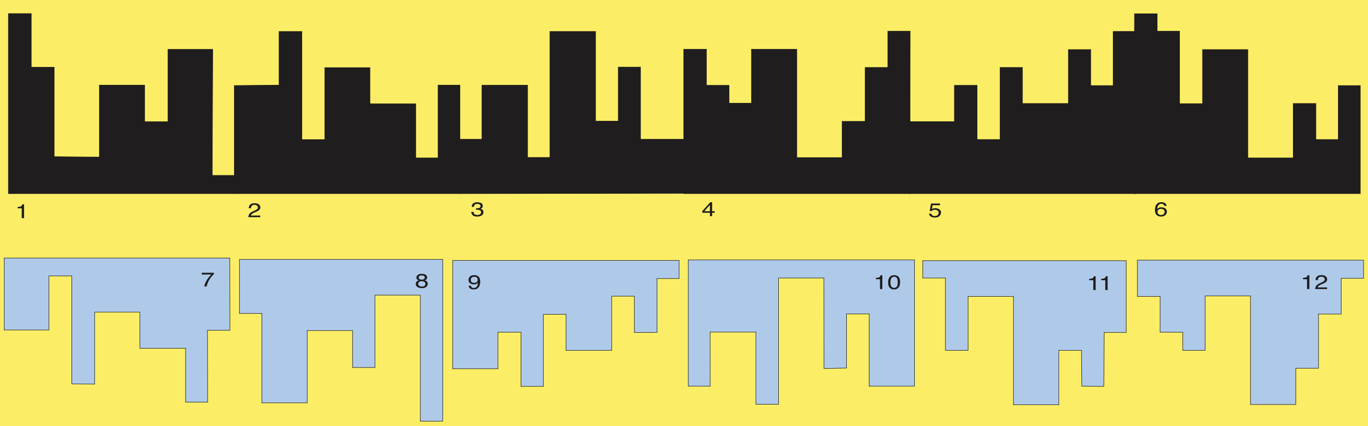
المرحلة الرابعة: الشرح صياغة المشكلة؛ في بعض الأحيان يكون وميض البصيرة مجرد ظهور فكرة سيئة في واقع الأمر. يجب على المرء دائمًا التحقق من صحة الحل، ثم بعد ذلك يأتي أهم جزء: شرح الحل للآخرين بطريقة مفهومة.

لعبة التفكير
44

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

ناطحات السحاب

هل تستطيع أن تناظر بين ناطحات السحاب الظاهرة في أعلى الشكل مع قطع السماء التي فوقها الظاهرة في أسفل الشكل؟

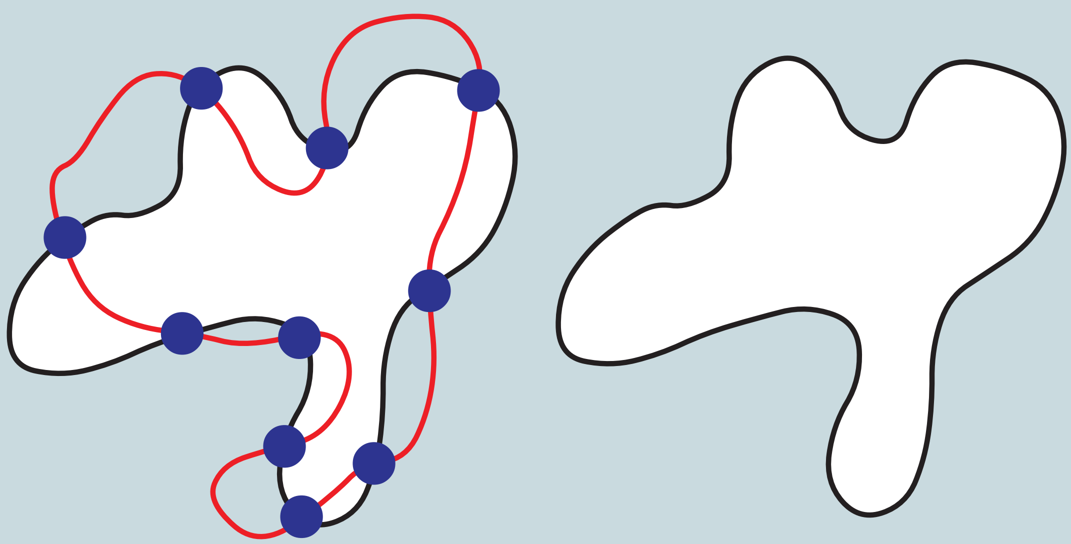


لعبة التفكير
45

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

التقاطع الغريب

رُسم الخط الأحمر المغلق بحيث يعبر الخط الأسود المغلق أيضًا من الداخل إلى الخارج أو العكس عشر مرات بالتحديد. هل تستطيع رسم خط أحمر مغلق جديد يقطع الخط الأسود نفسه في تسعة تقاطعات فقط؟



لعبة التفكير
46

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

السجاد المتداخل

تتداخل سجادة مربعة الشكل طول ضلعها متران مع سجادة مربعة الشكل أصغر منها طول ضلعها متر واحد، بحيث تقع إحدى زوايا السجادة الكبيرة في مركز السجادة الصغيرة. بإهمال وجود أهداب للسجادتين، ما نسبة المنطقة المخفية من السجادة الصغيرة؟

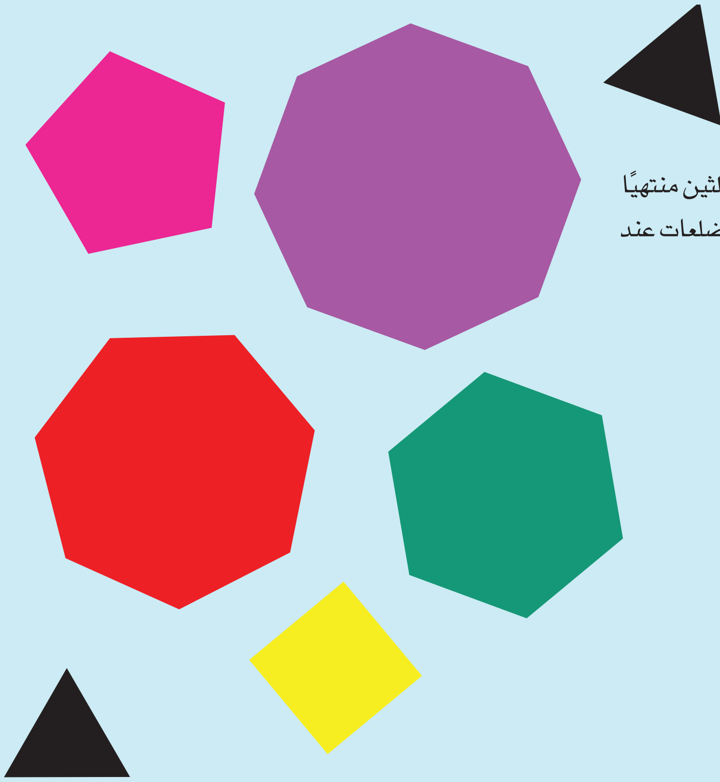


لعبة التفكير
47

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

مضلعات الرصيف

بترك المثلثين الأسودين في أماكنها، هل تستطيع ترتيب المضلعات جنبًا إلى جنب بحيث تُشكل جسرًا يبدأ من أحد هذين المثلثين منتهيًا بالمثلث الآخر؟ يجب عدم تدوير المضلعات عند تحريكها.



لعبة التفكير
48

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

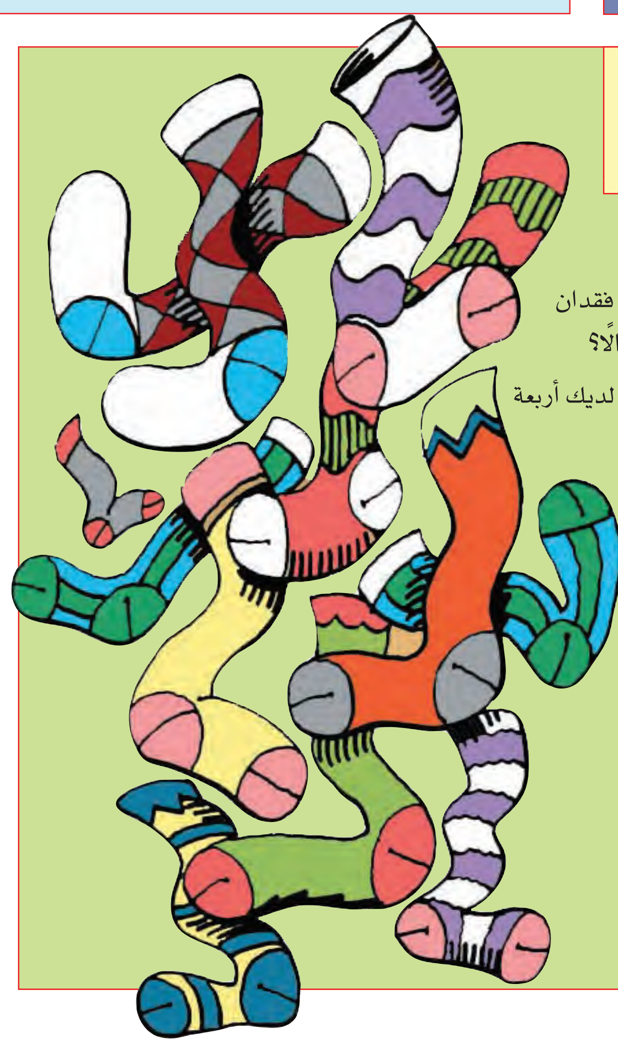
قانون مورفي (Murphy) للجوارب

تخيل أنَّك اكتشفت بعد غسيل خمسة أزواج من الجوارب فقدان اثنين منها. أي من السيناريوهات الآتية هو الأكثر احتمالًا؟

أ. الجوربان يمثلان زوجًا واحدًا من الجوارب والمتبقي لديك أربعة أزواج كامل.

ب. المتبقي لديك الآن ثلاثة أزواج من الجوارب وزوجان بفردة واحدة لكلٍّ منهما.

قال القبطان إيدوارد مورفي «يمكن أن يحدث أي شيء عكس إرادتك وفي أسوأ وقت ممكن». فهل ينطبق قانون مورفي على درج الجوارب؟



لعبة التفكير
49

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

ثقب في البطاقة البريدية

هل تستطيع عمل ثقب في البطاقة البريدية بحيث يكون كبيرًا بما يكفي ليعبر رجل من خلاله؟



لعبة التفكير
50

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:________

رقم الهاتف

تعرَّفت امرأة على أفراد عائلة؛ فدعوها لتناول العشاء في اليوم التالي، وأعطوها رقم هاتفهم لتتصل بهم لتأكيد الموعد. وفي الصباح اكتشفت المرأة أنها نسيت ترتيب رقم الهاتف، لكنها تذكر أن الأرقام كانت 8، 7، 6، 5، 4، 3، 2؛ وعليه، قررت السيدة كتابة الأعداد جميعها من هذه الأرقام السبعة عشوائيًّا. فما احتمال رقم العائلة في هذه العائلة؟

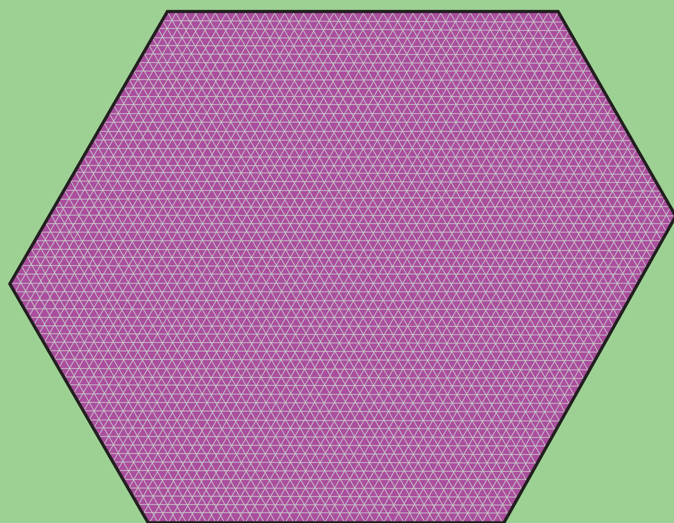


لعبة التفكير
51

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:________

مضلع سداسي غير منتظم

يمكن تقسيم المضلع السداسي العادي إلى ستة مثلَّثات متساوية الأضلاع ومتطابقة. لكن ماذا عن المضلع السداسي غير المنتظم كما في الشكل؟ يمكن تقسيم الشكل على الأقل إلى 15 مثلثًا متساوي الأضلاع بحجوم مختلفة. مستخدمًا شبكة المضلع السداسي بوصفها دليلًا، هل تستطيع العثور على النمط الصحيح؟ يمكن أن تكون بعض المثلثات في الحل متطابقة؟

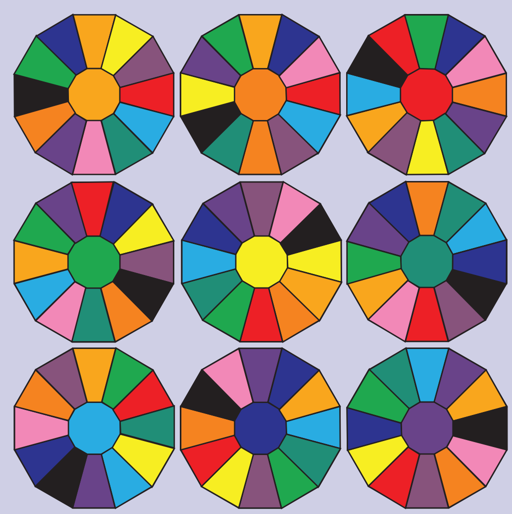


لعبة التفكير
52

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:________

المُضلَّعات الاثنا عشر الملونة

هل تستطيع تدوير المظلات التسع متعددة الألوان؛ بحيث تتطابق ألوان اللوحات المتقابلة للمظلات المتجاورة؟



لعبة التفكير
53

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:________

مصافحات 1

في اجتماع رجال أعمال، يُصافح كل شخص منهم الأشخاص الآخرين جميعهم مرة واحدة فقط. إذا كانت هناك خمس عشرة مصافحة، هل تستطيع تحديد عدد الحضور في هذا الاجتماع؟



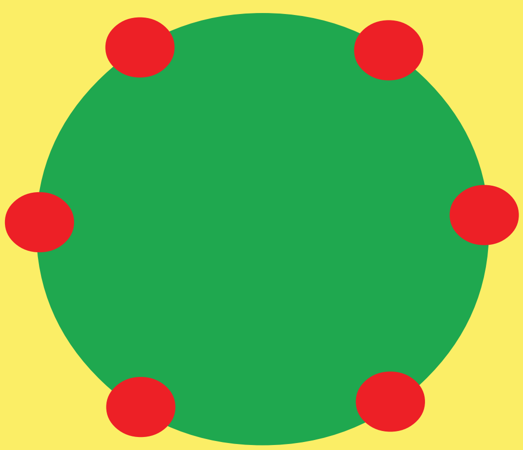
لعبة التفكير
54

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:________

مصافحات 2

جلس ستة أشخاص على طاولة مستديرة.

كم عدد المجموعات الممكنة لمصافحات الأيدي غير المتقاطعة فيما بينهم، والتي يحدث كل منها في آن واحد؟

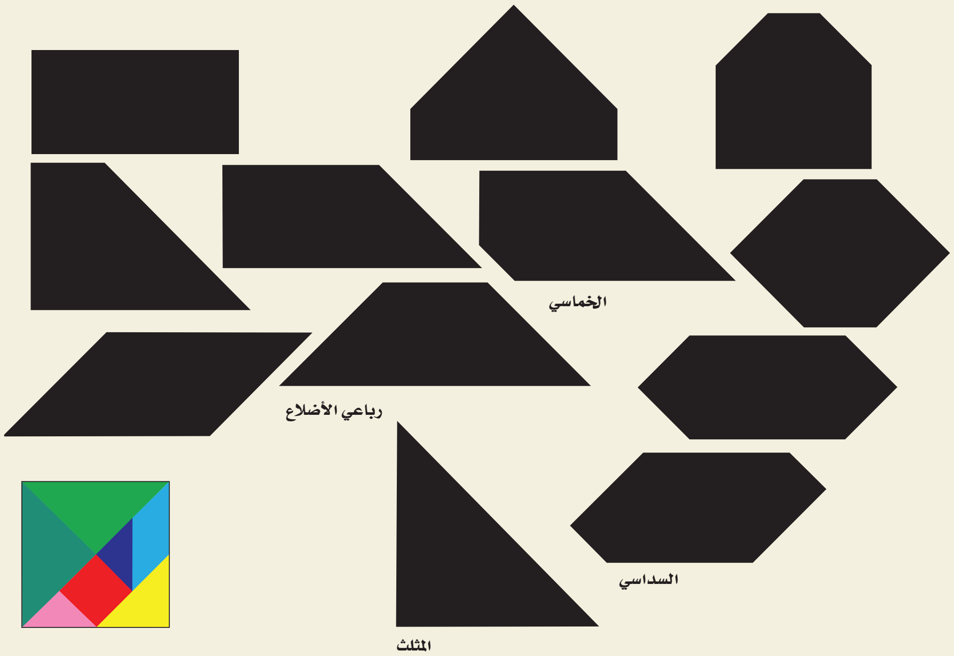


لعبة التفكير 55

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مضلعات تانجرام (Tangram)

تانجرام هو لغز القطع السبع لمجموعة مكونة من قطع ثلاثية الجوانب وقطع رباعية الجوانب يمكن تجميعها معًا لتكوين عدد من الأشكال المعقدة. في عام 1942م أثبت عالمـا الرياضيات الصينيان: فو ترينيج (Fu Traing) وتشوان تشية (Chuan Chih) أن قطع تانجرام السبعة يمكن أن تُكون ثلاثة عشر مضلعًا محدبًا مختلفًا على النحو الآتي: مثلث واحد وستة أشكال رباعية الأضلاع وشكلان خماسيا الأضلاع وأربعة أشكال سداسية الأضلاع. المضلعات الثلاثة عشر تظهر في الشكل، كما أن قطع تانجرام قد وضعت على أحد الأشكال الرباعية (مربع) للبرهنة على هذا المبدأ. هل تستطيع ترتيب قطع تانجرام لتكوين المضلعات الاثني عشر الأخرى؟

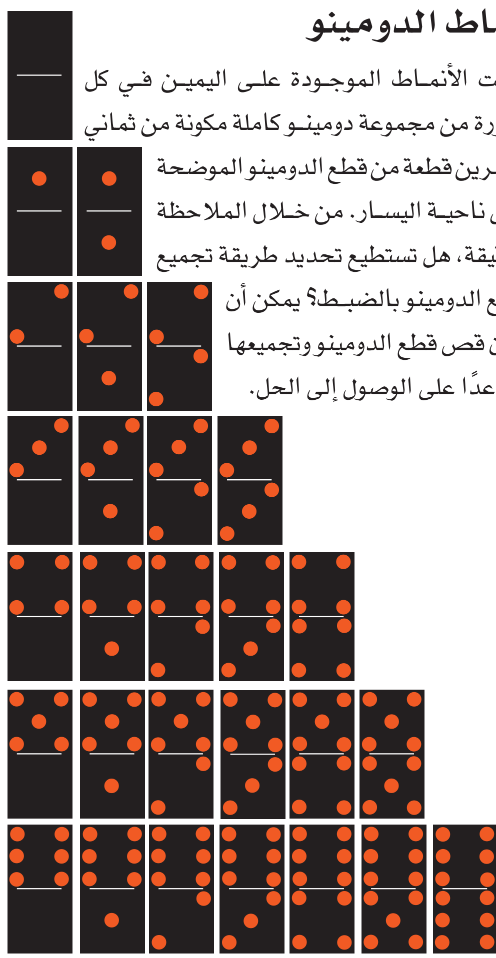


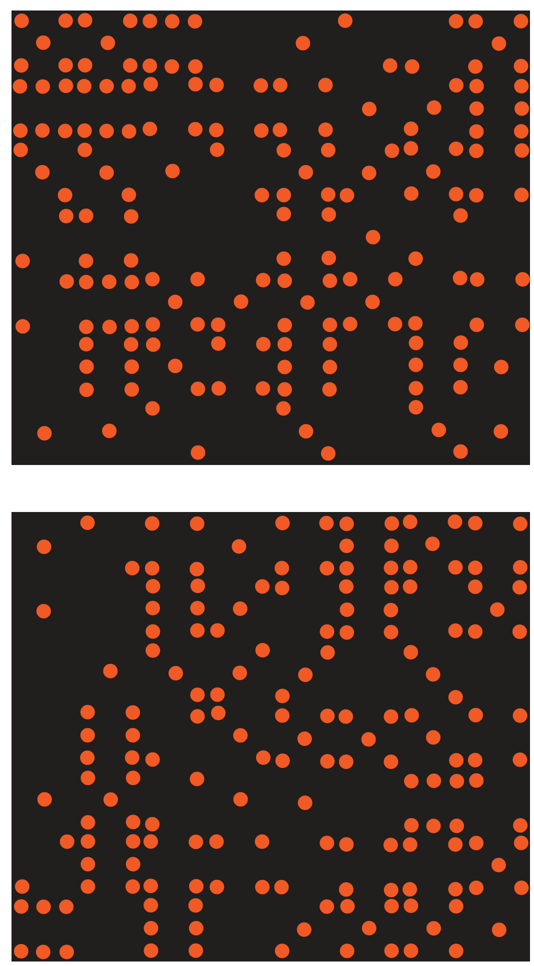
لعبة التفكير 56

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

أنماط الدومينو

كُونت الأنماط الموجودة على اليمين في كل صورة من مجموعة دومينو كاملة مكونة من ثماني وعشرين قطعة من قطع الدومينو الموضحة على ناحية اليسار. من خلال الملاحظة الدقيقة، هل تستطيع تحديد طريقة تجميع قطع الدومينو بالضبط؟ يمكن أن يكون قص قطع الدومينو وتجميعها مساعدًا على الوصول إلى الحل.





لعبة التفكير 57

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



الرجل الأخير

تخيل أنك محرر في مجلة الخيال العلمي، وأنك تقرأ السطور الآتية من بداية القصة: «الرجل الأخير على وجه الأرض يجلس وحيدًا في غرفته. وفجأة يُطرَق باب الغرفة!»

هل تستطيع تغيير كلمة واحدة في الجملة الأولى لتجعل عزلة الرجل قبل الطرق على الباب أشمل؟

لعبة التفكير 58

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت:________

مفاتيح الفندق

أوصل حمَّال الحقائب ثمانية نزلاء إلى الغرف التي سيقيمون فيها، من الغرفة 1 وحتى الغرفة 8، ولسوء الطالع، لم تكن المفاتيح مُعلَّمَةً، علاوة على أن الحمَّال خلط المفاتيح مع بعضها. من خلال التجربة والخطأ، ما أقصى عدد من المحاولات التي يتعين على حمَّال الحقائب القيام بها لفتح الأبواب جميعها؟



لعبة التفكير 59

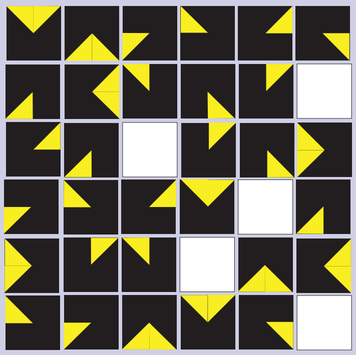
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت:________

الأجزاء المفقودة

هل تستطيع تحديد الأساس المنطقي للنمط، واستخدام هذا الأساس في إكمال المربعات الناقصة؟



لعبة التفكير 60

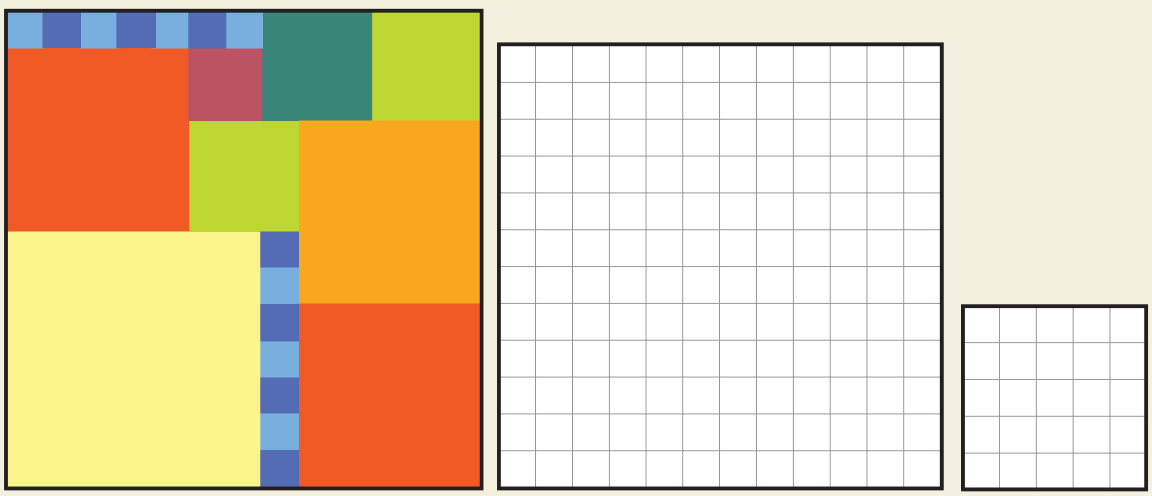
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت:________

تقسيم المربع

هل تستطيع إعادة ترتيب قطع المربعات الاثنين والعشرين التي يتألف منها المربع الأيسر لتشكل المربعين على اليمين؟



لعبة التفكير 61

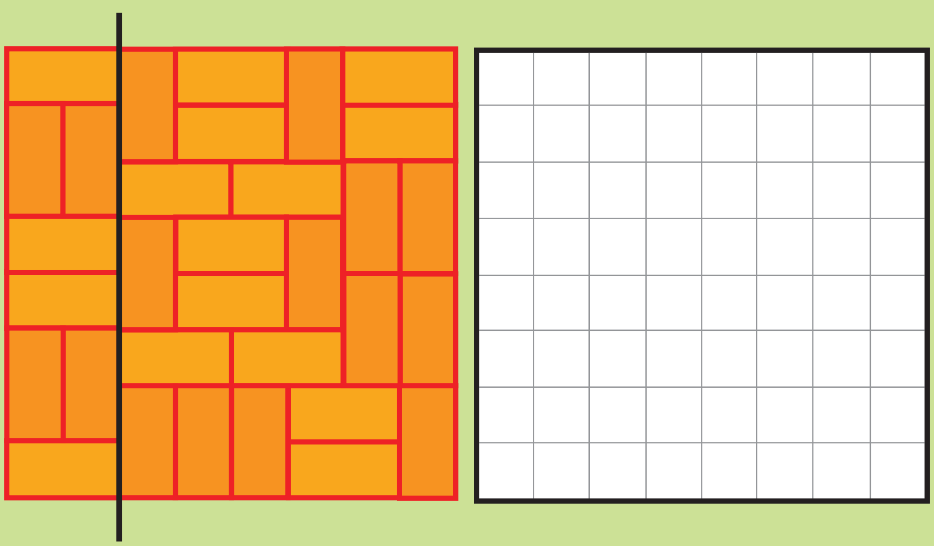
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت:________

مربع خالٍ من الأخطاء

قطع من الطوبِ بعداها واحد إلى اثنين رُتِّبت داخل مربع بطريقة نجم عنها وجود خط مستقيم داخل المربع أُطلق عليه اسم الخط غير الصحيح وهذا الخط يمر عبر حواف الطوب مبتدئًا من أحد جوانب المربع إلى الجانب المقابل له. لإنشاء هيكل أقوى، هل تستطيع إعادة ترتيب قطع الطوب في المربع بحيث يكون المربع الجديد خاليًا من هذا الخط غير الصحيح؟



لعبة التفكير
62

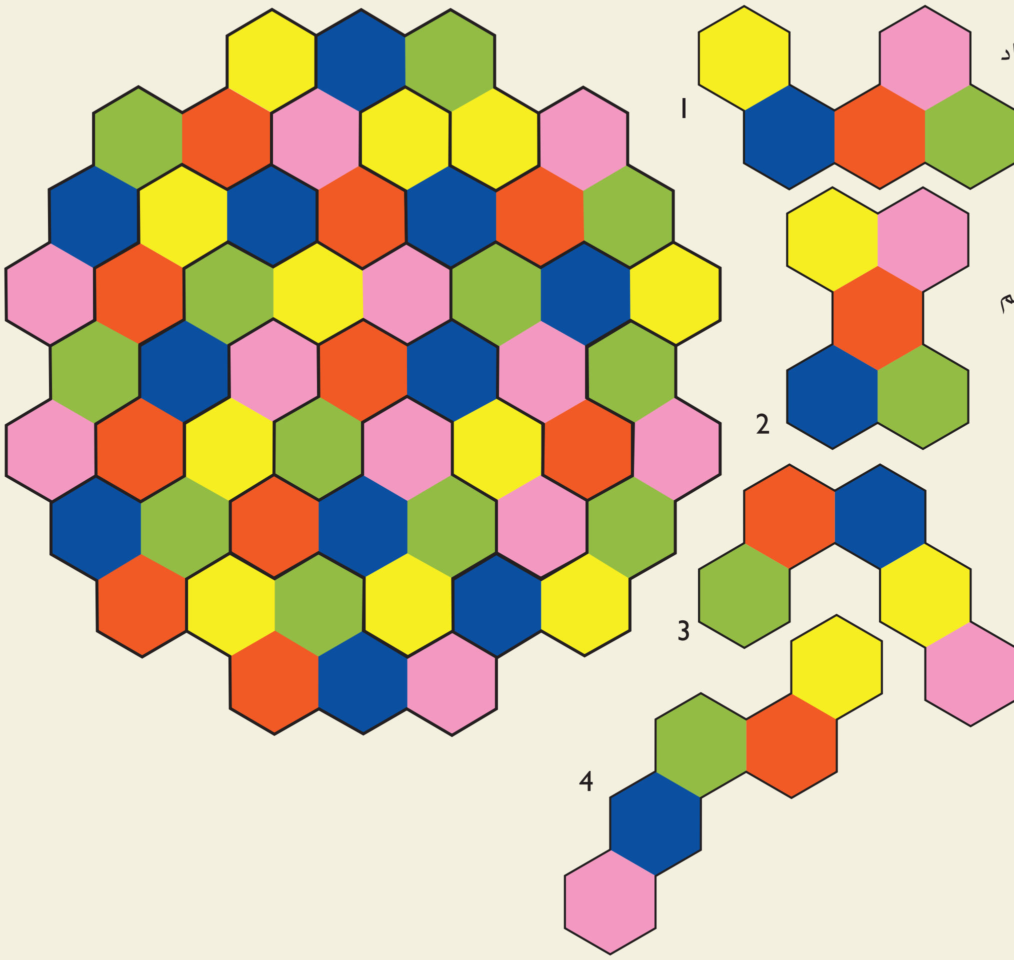
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

شبكات من خمس سداسيات

يمكن وضع خمسة أشكال سداسية منتظمة جنبًا إلى جنب لإيجاد شكل يدعى المُخمَّس.

هناك 22 شكلًا محتملًا، استخدم 11 منها لتشكيل قرص العسل إلى اليسار.

(لتسهيل العثور عليها، حُدِّد كل واحد من المُخمَّسات بخط غامق) هل تستطيع تحديد أي من هذه المُخمَّسات الأربعة لم يستخدم في تشكيل قرص العسل؟



لعبة التفكير
63

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

سلال الفاكهة

يعرض سوق ثلاث سلال من سلال الفاكهة، على كل واحدة منها السعر الصحيح. لنفترض أنك تريد موزة واحدة وبرتقالة واحدة وتفاحة واحدة، هل تستطيع تحديد السعر الذي ستدفعه؟



لعبة التفكير
64

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

اجتماع العائلة

في لقاء لم الشمل لعائلة ما حضر هذا الاجتماع: جد واحد، جدة واحدة، اثنان من الآباء، اثنان من الأمهات، أربعة أبناء، ثلاثة أحفاد، أخ واحد، أختان، اثنان من الأبناء، اثنتان من البنات، أم الزوج، أب الزوج، زوجة الابن.. إذا حضر شطرا كل علاقة (أي علاقة الأب والابن) هذا اللقاء، فكم كان عدد الحضور؟

الألعاب مقابل الألغاز

يمكن للكبار الاستمرار في علم الأنماط بسعادة غامرة من خلال حل الألغاز (التي لها حل واحد إذا ما بُنيت بطريقة صحيحة) ومن خلال لعب الألعاب (التي يمكن أن تنتهي بطرق مختلفة عدة)؛ فالحدود الفاصلة بين الألعاب والألغاز ليست واضحة تمامًا. درس علماء الرياضيات العديد من الألعاب البسيطة، ووجدوا أن هنالك إستراتيجيات لن تفشل أبدًا في تحقيق الفوز لأحد اللاعبين؛ على سبيل المثال، إذا لعب اللاعب الأول لعبة إكس (XO)، أو (tic–tac–toe) بشكل صحيح، فإنه لن يخسر مطلقًا. في الواقع، إذا كانت الألعاب بسيطة ومفهومة تمامًا وذات تصميم جيد، فإنها ستبدو إلى حد كبير مثل الألغاز.

لعبة التفكير 65

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

عرض الأزياء

توجد ثلاث عارضات أزياء على منصة العرض، الآنسة الخضراء والآنسة الوردية والآنسة الزرقاء، ترتدي كل واحدة منهن فستانًا على النحو الآتي: الفستان الوردي والفستان الأخضر والفستان الأزرق.

قالت الآنسة الزرقاء للأخريات: «أسماؤنا الوردية والخضراء والزرقاء، ونرتدي أيضًا فساتين وردية وخضراء وزرقاء، لكن لا ترتدي أي واحدة منا الفستان التي يتطابق مع اسمها».

قالت الآنسة التي ترتدي الفستان الأخضر: «هذا من قبيل الصدفة». من هذه المعلومات، هل تستطيع تحديد لون فستان كل عارضة من عارضات الأزياء؟



لعبة التفكير 66

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

شبكة العدد 2

ما عدد الأعداد التي تستطيع كتابتها باستخدام الرقم 2 ثلاث مرات، مع عدم استخدام أي رموز رياضية أخرى؟



لعبة التفكير 67

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الحصالات

لديك ثلاث ورقات نقدية من فئة 100 ريال وثلاث ورقات نقدية من فئة 50 ريالًا، وقد وُزِّعت في ثلاث حصالات بحيث تحتوي كل حصالة على ورقتين نقديتين على النحو الآتي: 200 ريال، 150 ريالًا، 100 ريال، لكن كتبت هذه المبالغ على الحصالات الثلاث خطأ؛ أي إن الحصالة الواحدة لا تحوي المبلغ المكتوب عليها المشار إليه بالصور أدناه، المطلوب منك أن تعرف محتوى الحصالات الثلاث بفتح حصالة واحدة منها، فكيف يمكن ذلك؟





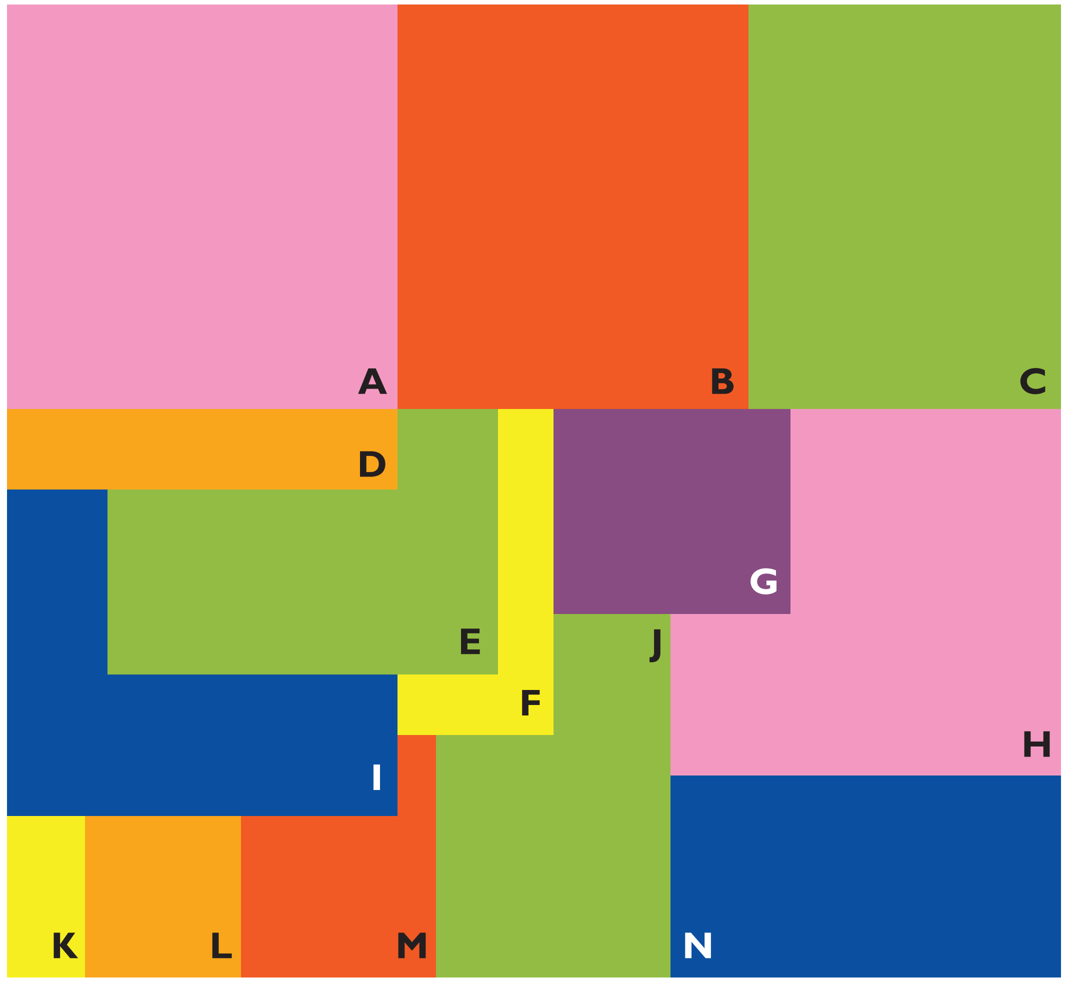


«كلما نظرت إلى عمل ما، واعتقدت أن هذا الشخص كان أحمق، عندها عليك الانتباه فإن أحدكما هو الأحمق، ومن الأفضل أن تكتشف من هو! فذلك يشكل فرقًا مذهلًا».

تشارلز فرانكلين كيتيرينج
(CHARLES FRANKLIN KETTERING)

لعبة التفكير 68

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



المربعات المتداخلة

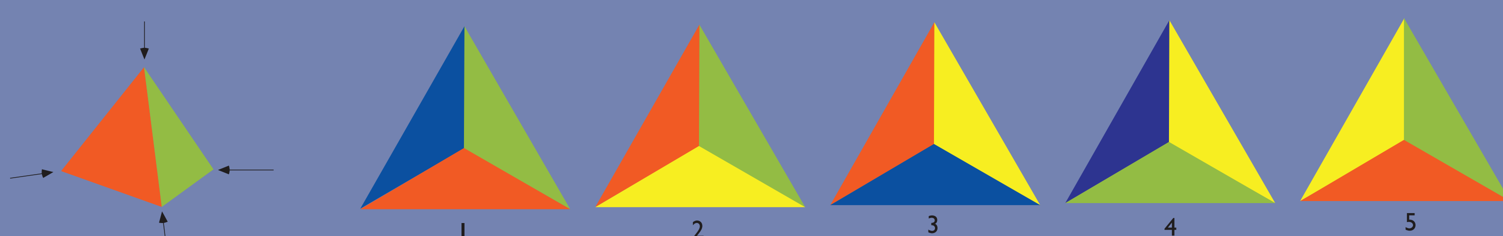
يوجد أربعة عشر مربعًا متطابقًا وضع كل منها على الآخر فتكوَّن هذا الشكل، مبتدئًا من المربع الأخير في الأسفل، هل يمكنك تحديد الترتيب الذي وضعت فيه المربعات فوق بعضها؟

لعبة التفكير 69

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الشكل الرباعي الأوجه

الشكل الرباعي الأوجه هو هرم منتظم الشكل مصنوع من أربعة مثلثات متساوية الأضلاع. من الممكن أن يلوَّن كل وجه من أوجه الشكل الرباعي الأوجه بلون مختلف، ولتكن الألوان الأحمر والأخضر والأصفر والأزرق. موضح أدناه خمسة أشكال رباعية الأوجه ملونة، من بينها شكل لا تنسجم ألوانه مع ألوان الأشكال الأخرى. هل تستطيع أن تحدد هذا الشكل؟



لعبة التفكير
70

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

طيُّ الطوابع

يوجد ستة طوابع لوِّن كلٌّ منها باللون نفسه من الأمام ومن الخلف. إذا جُمعت هذه الطوابع الستة على طول حوافها في صفين وثلاثة أعمدة، ومن ثمَّ طويت هذه الورقة على طول الثقوب الموجودة فيها لإنشاء رزمة من الطوابع، فأيٌّ الرزم الأربعة الموضحة مستحيلة التكوين من خلال طي هذه الورقة؟

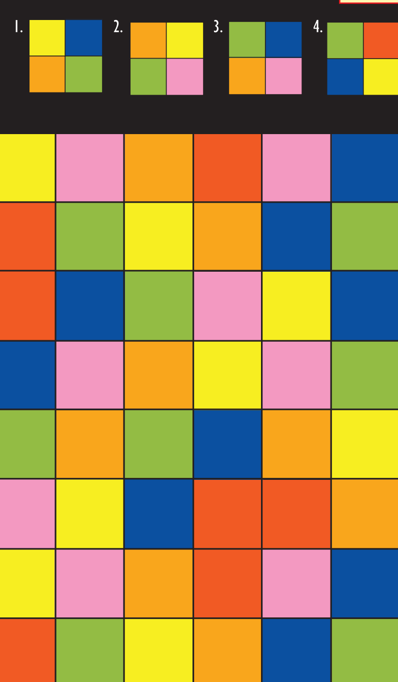


لعبة التفكير
71

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

البطاقات الملونة

أي من البطاقات الأربع المرقمة ذات نمط غير موجود في شبكة الألوان الموضحة أدناه؟



لعبة التفكير
72

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

التشفير

شُفِّرت هذه الرسالة باستخدام شيفرة بسيطة. هل تستطيع فك رموز هذه الشيفرة لاكتشاف الكلمات السرية الثلاث؟

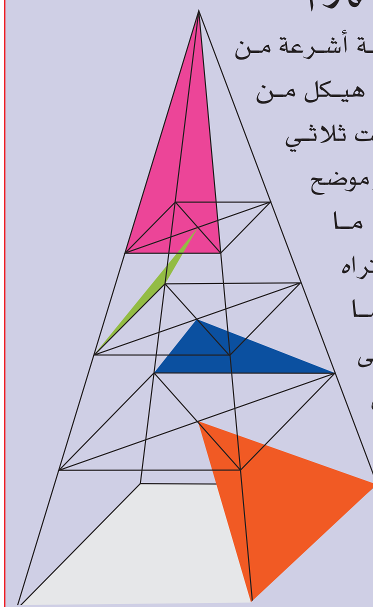
POF UIPVTBOE
QMBZUIJOLT

لعبة التفكير
73

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:

فن نحت الهرم

تم تثبيت أربعة أشرعة من القماش على هيكل من الأسلاك لنحت ثلاثي الأبعاد كما هو موضح في الشكل. ما النمط الذي ستراه عندما تنظر من الأعلى إلى هذا الشكل المجسم؟



لعبة التفكير
74

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:

شرائط النجوم

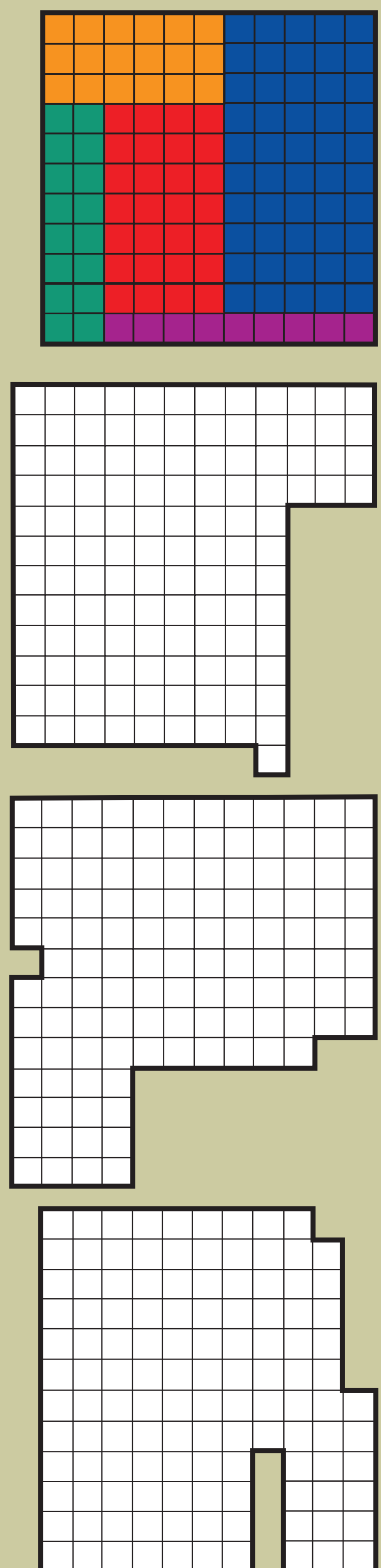
هل تستطيع تكوين نجمة كاملة من هذه الشرائط الثلاثة المتطابقة المصنوعة من الورق الشفاف؟

لعبة التفكير
75

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:

تحديد النمط

تتكون الشبكات الثلاث الفارغة من المستطيلات الخمسة التي تُشكل المربع الموجود في الأعلى منها. هل تستطيع رسم هذه المستطيلات داخل هذه الشبكات؟



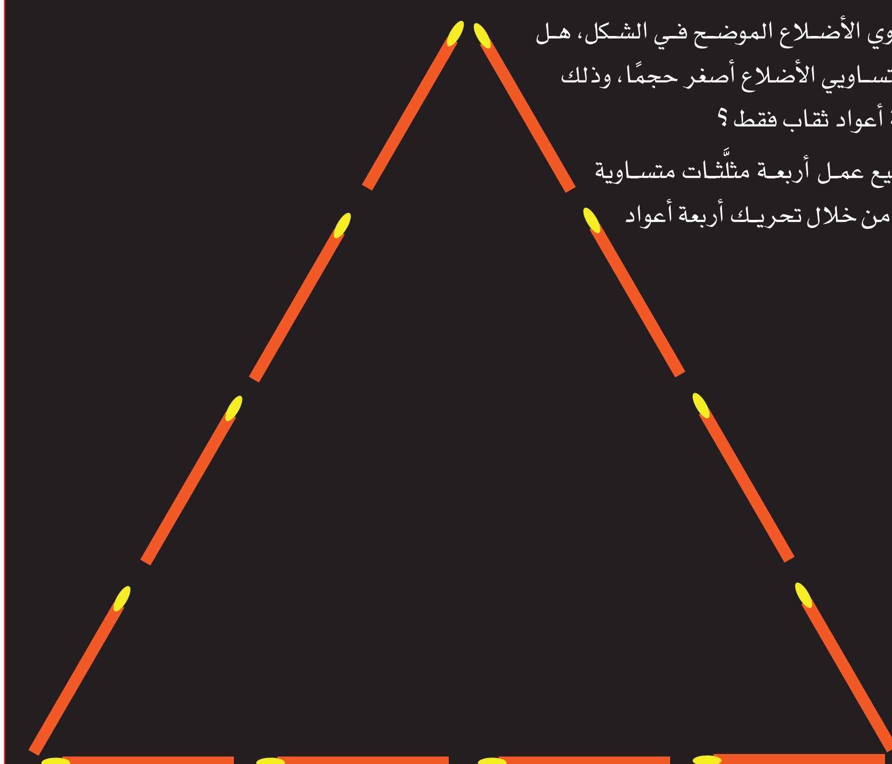
لعبة التفكير
76

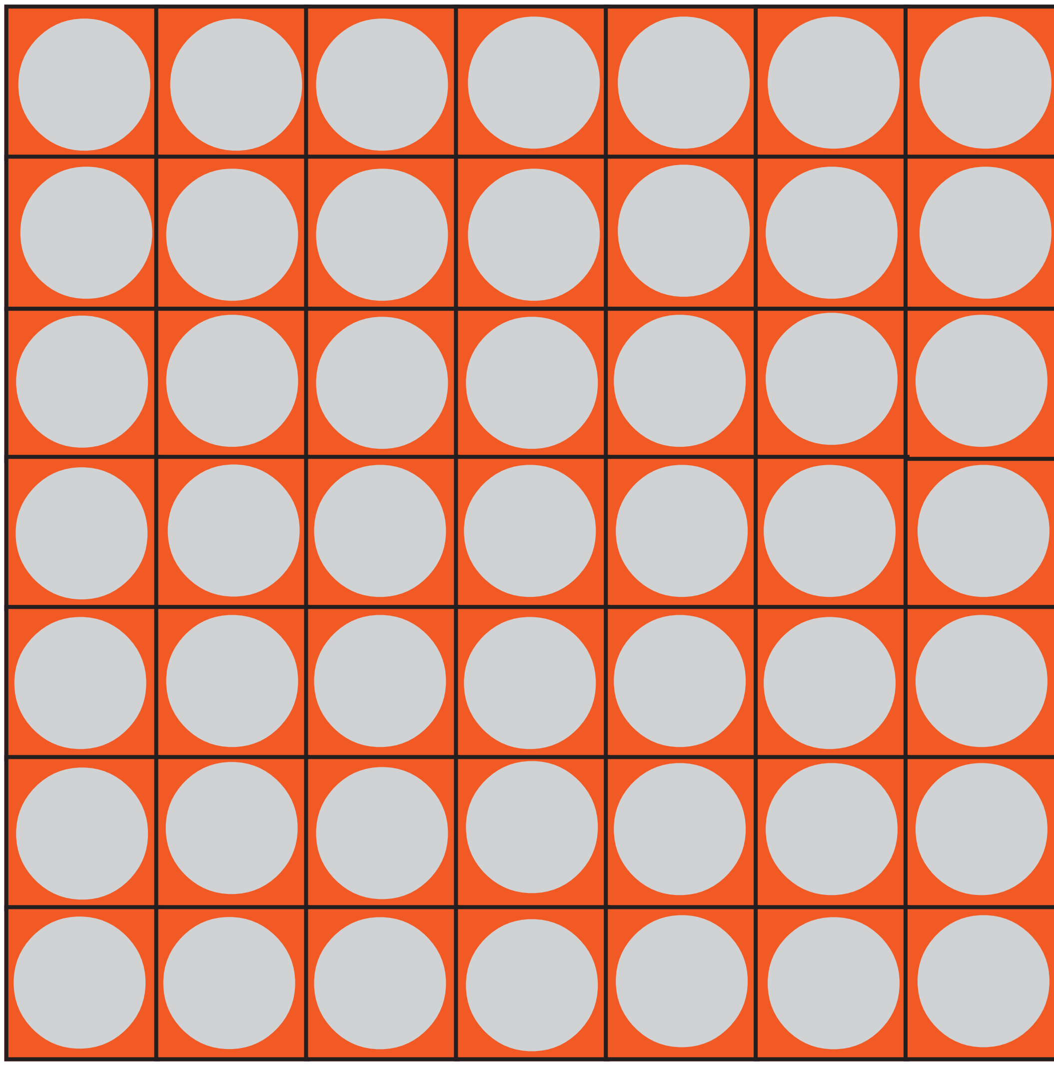
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:

مثلثات من أعواد ثقاب

مبتدئًا بالمثلث متساوي الأضلاع الموضح في الشكل، هل تستطيع عمل مثلثين متساويي الأضلاع أصغر حجمًا، وذلك من خلال تحريك أربعة أعواد ثقاب فقط؟

بعد ذلك، هل تستطيع عمل أربعة مثلَّثات متساوية الأضلاع أصغر حجمًا من خلال تحريك أربعة أعواد ثقاب فقط؟





لعبة التفكير 77

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

أزواج من صفوف وأعمدة

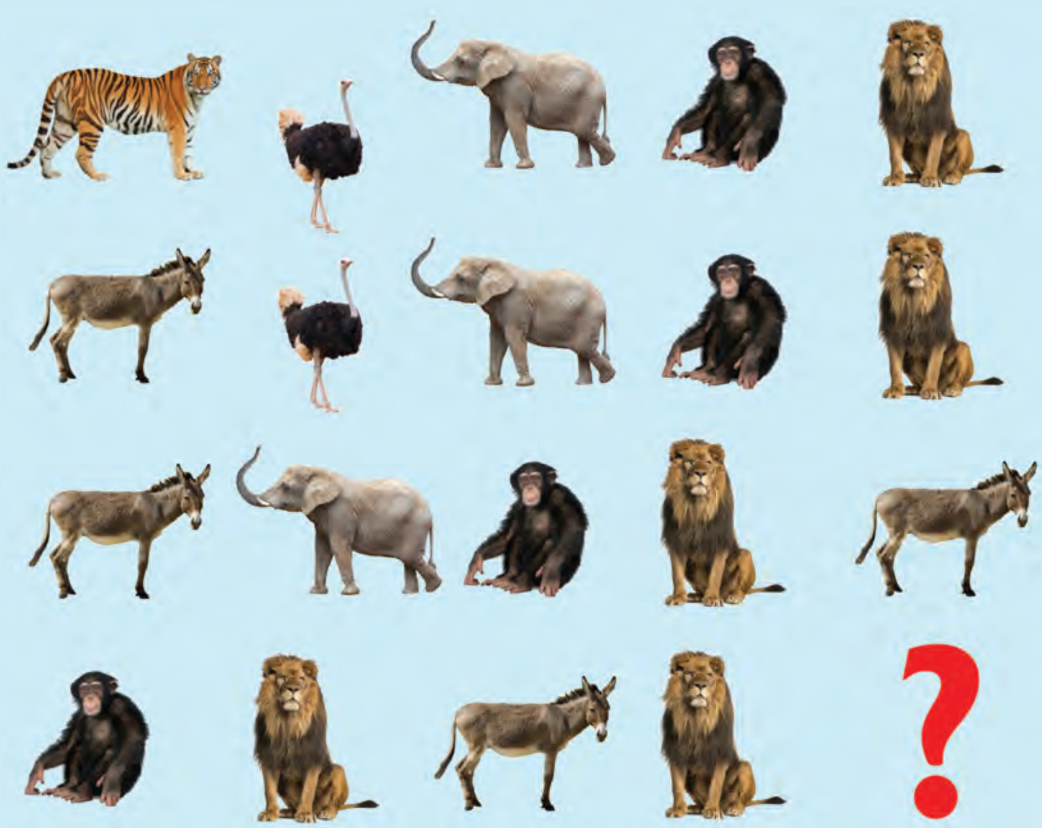
الهدف من هذه اللعبة هو وضع إحدى وعشرين عملة معدنية صغيرة على لوحة اللعب بحيث تحقق الشروط الآتية:

أن يحتوي كل صف على ثلاث عملات معدنية.

أن يحتوي كل عمود على ثلاث عملات معدنية.

عند مقارنة أي اثنين من هذه الصفوف أو الأعمدة، يجب أن يكون فيهما زوج واحد فقط من العملات المتجاورة عموديًّا (للصفوف) أو أفقيًّا (للأعمدة).

ما مدى سرعتك في الفوز بهذه اللعبة؟



لعبة التفكير 78

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

منطق الترتيب

هل تستطيع اكتشاف المنطق في النمط، وإضافة الحيوان المفقود؟

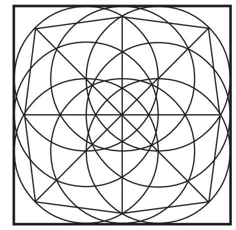
لعبة التفكير 79

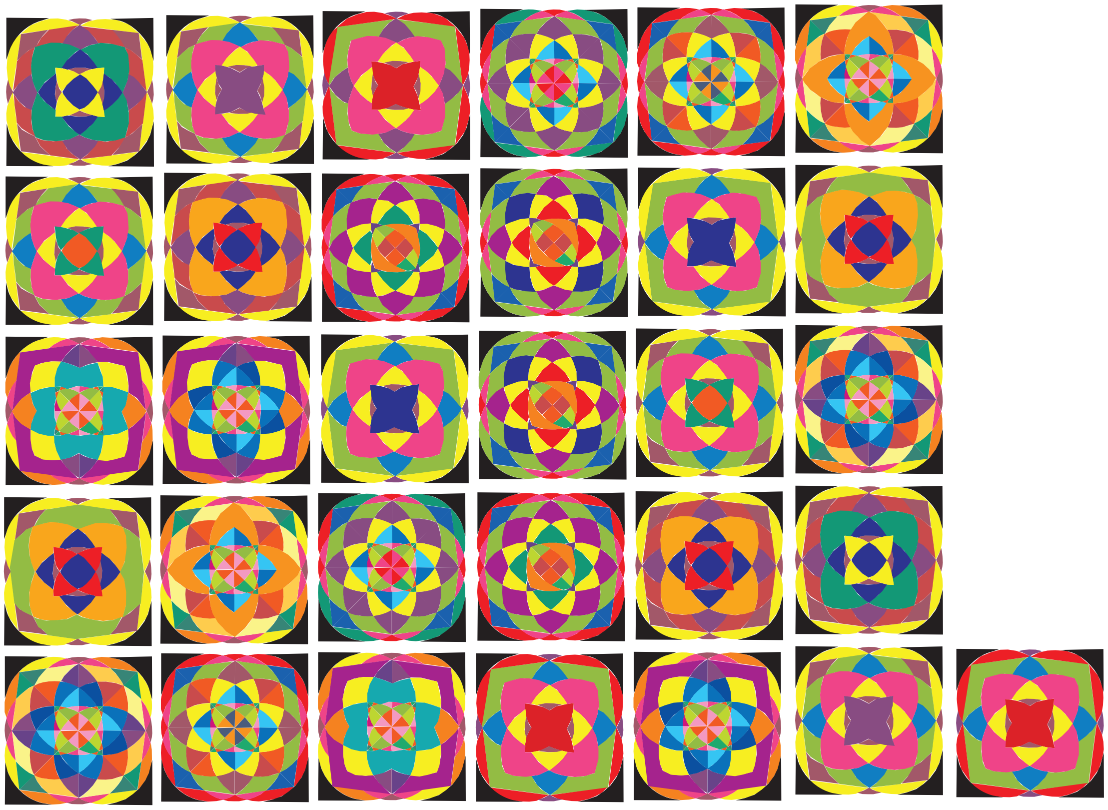
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لعبة ذاكرة الرسم التدويري

كانت الألعاب الزوجية تتمتع بشعبية كبيرة في أنحاء العالم. في هذا النوع من الألعاب، وصِّل كل زوج من البطاقات المتشابهة لاكتشاف البطاقة الشاذة. كم الوقت الذي ستستغرقه للتوصل للحل؟

ملحوظة مهمة: ألعاب البطاقات هذه توظف تباينًا بسيطًا في لون نمط فردي يمكن إنشاؤه باستخدام الفرجار والمسطرة. وهي مشابهة لأنماط الديكور التي صنعها قدماء الإغريق.



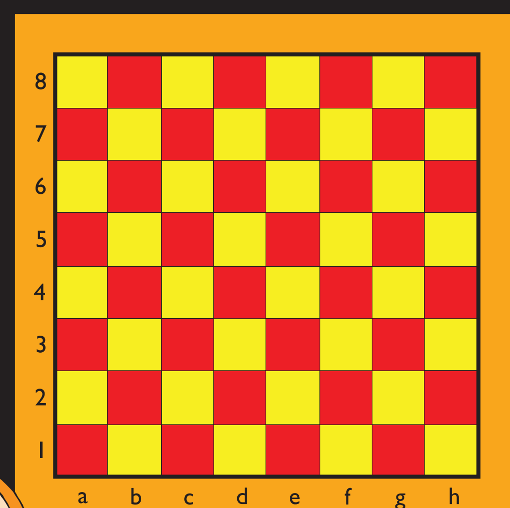


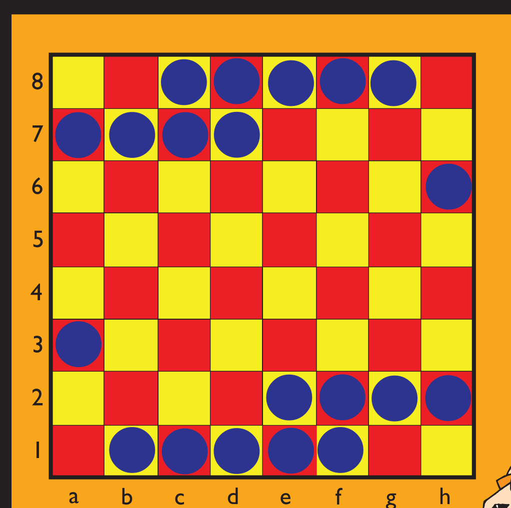
لعبة التفكير 80

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

هجوم الأحصنة

وضع عشرون حصانًا على لوحة شطرنج بحيث يهاجم كل حصان حصانًا واحدًا فقط من الأحصنة الأخرى. (كما تعلم، يتحرك الحصان على شكل حرف L مربعين على استقامة واحدة إلى الأعلى أو إلى الأسفل، ثم مربَّعًا واحدًا إلى اليمين أو اليسار، أو مربعين على استقامة واحدة إلى اليمين أو إلى اليسار، ثم مربَّعًا واحدًا إلى الأعلى أو إلى الأسفل). هل من الممكن أيضًا وضع المزيد من الأحصنة على لوحة الشطرنج، واتباع قاعدة الهجوم الفردي؟







لعبة التفكير 81

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

خلط القبعات

سلَّم ثلاثة رجال قبعاتهم المتشابهة عند دخولهم المسرح، لكن موظفة الاستقبال خلطت القبعات الثلاث عند استلامها منهم. بعد انتهاء العرض المسرحي، خرج الرجال لأخذ قبعاتهم، ما احتمال أن يحصل كل واحد من الرجال الثلاثة على قبعته الخاصة به؟



لعبة التفكير
82

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

نمط الكلمات

هل تستطيع العثور على الرسالة السرية التي أرسلها سقراط؟

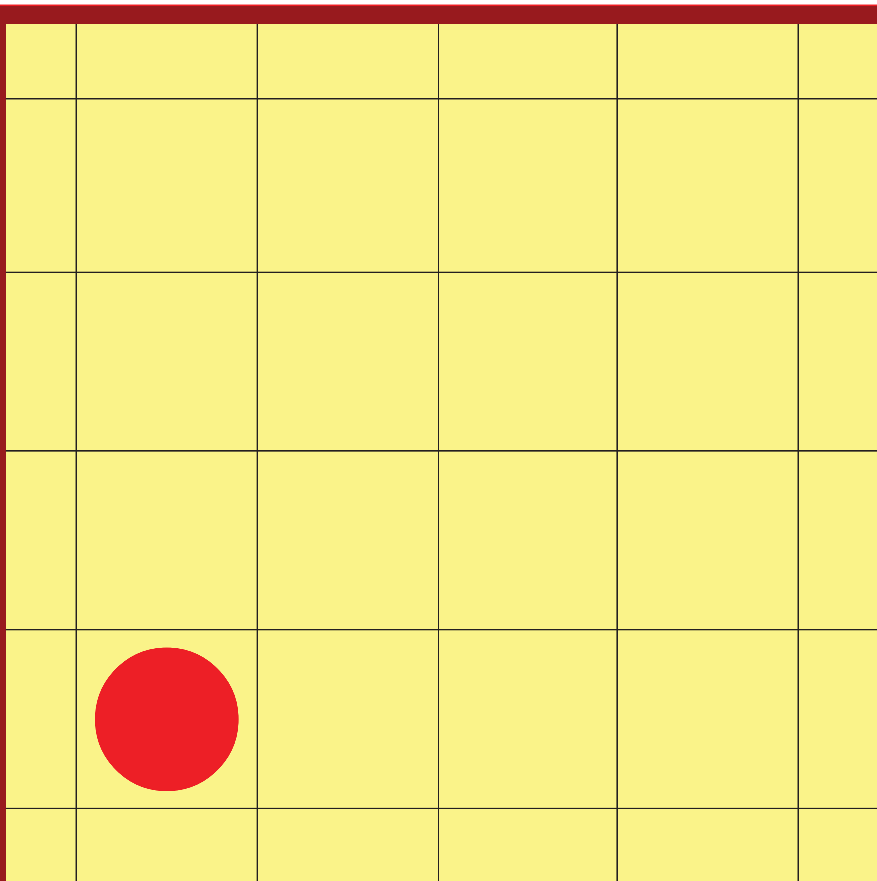
AFGTRYT	SUGYUJO	SDNYTVB	MKRRDVB	UPMPLKM	SVFETVH
ATGTRHT	SEGYURO	SDEY–IB	MKSRDVB	U–OPLNM	SVLETYH
HGNDCTY	RTUIOMK	LMCZSTU	WETYUNV	OKPLMNH	SEFTCVG
–ONDNTY	REUI–GK	LOCZOTU	WDTY–KV	ONPLMOH	SWFTCLG
FJWBNMK	DEVNKOL	LPNMSGE	KERTYUN	SEFTRYV	XDCVFRE
FEWBDMK	DGVNEOL	L–AMSNE	KDRT–ON	SNFTREV	X–EVFVE
SEDCFVG	YUOPLKM	VBRHTRF	CDFRTYU	DEVBPKO	POUKJHY
SIDCFVG	YLOP–IM	VBGHTNF	COFRTRU	DAVBNKO	POCKJEY
WERTYFD	D FGYHUO	BNMKOPX	CVBNJUY	FRGVBHU	VBNJKOP
W–STYFD	DOGYCUO	BRMKAPX	CTBNJEY	FRGSBHU	VBNJKOP

لعبة التفكير
83

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

عملة معدنية في الزاوية

إذا ألقيت عملة معدنية بطريقة عشـوائية (القطعة أصغر من مربع في لوحة اللعب)، ما احتمال سقوط العملة المعدنية على زاوية من هذه المربعات؟



الألغاز والذكاء

تربى معظمنا على مفهوم الذكاء النابع من الاختبارات: يُعتقد أنَّ الشخص الذي يستطيع الإجابة عن معظم الأسئلة هو الشخص الأكثر ذكاء، لكن تخيل أنَّ الذكاء يمكن تلخيصه في عدد واحد – معدل الذكاء IQ – وهي فكرة قد عفا عليها الزمن. إذا اكتشفت أنك تستصعب بعض ألعاب العقل الحالية، فلا تشك في ذكائك بما يكفي لحل هذه الألغاز؛ فهي مسألة إطلاق العنان لإبداعك الكامن داخلك؛ ففي تفكير جيد يمكن لأي شخص حل هذه الألغاز.

إذا اتضح لك أن هذه الألغاز سهلة، فهنيئًا لك، لكن تذكر أن هذه الحقيقة في حدِّ ذاتها لا تعني أنك ذكي، بل تعني أنك متفهم لهذا النمط من أنماط التفكير.

«في هذه الأيام، المرء الذي يقول إن شيئًا ما لن يحدث فهو بالفعل شديد الذكاء، لكنه يكون أحمق إذا قام بهذا الشيء شخص ما».

البيرت جرين هوبارد

(Elbert Green Hubbard)

لعبة التفكير 84

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

العوامل

يوضح المُعلم العوامل الأربعة لرقم 6 على السبورة، أي هذه الأعداد الصحيحة جميعها التي تقسم الرقم 6 من دون باقٍ.

(تذكر: دائمًا يكون العدد نفسه وكذلك الرقم 1 من عوامله) هناك خمسة أعداد فقط بين 1 و 100 لها اثنا عشر عاملًا. ما مدى سرعتك في اكتشاف هذه الأعداد الخمسة؟



لعبة التفكير 85

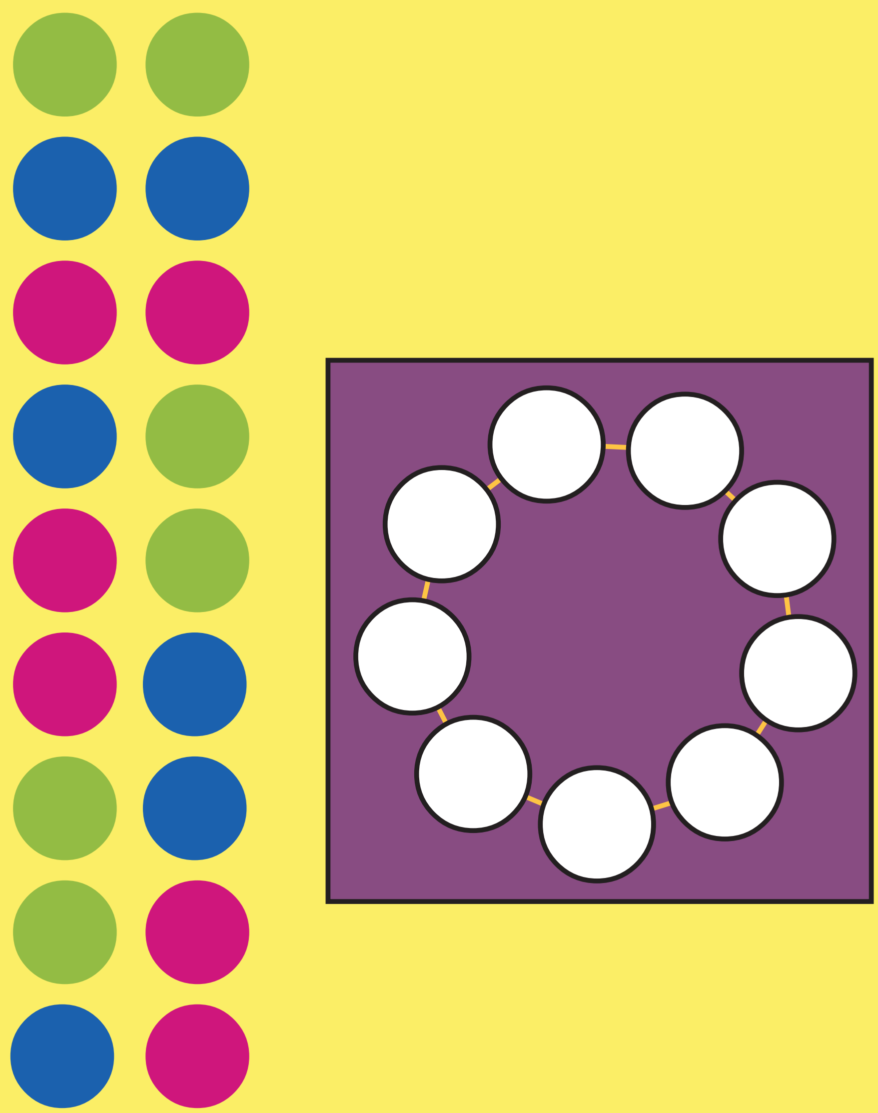
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

زوج من القلادات

هل تستطيع وضع الخرز على القلادة؛ بحيث يظهر كل زوج من الألوان الموضَّحة على اليسار مرة واحدة فقط في أي من الاتجاهين؟

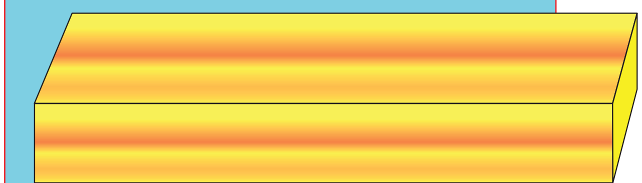


لعبة التفكير
86

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

القضيب الذهبي

يبلغ طول هذا القضيب الذهبي 31 سنتيمترًا بالضبط. إذا أردت أن تُقسِّم هذا القضيب إلى أجزاء أصغر حجمًا؛ بحيث إن الأعداد جميعها من 1 إلى 31 سنتيمترًا تنتج من أحد أجزاء القضيب بعد تقسيمه، أو من إضافة أجزاء عدة من أجزاء القضيب. فما عدد القطع التي تحتاج إلى عملها؟

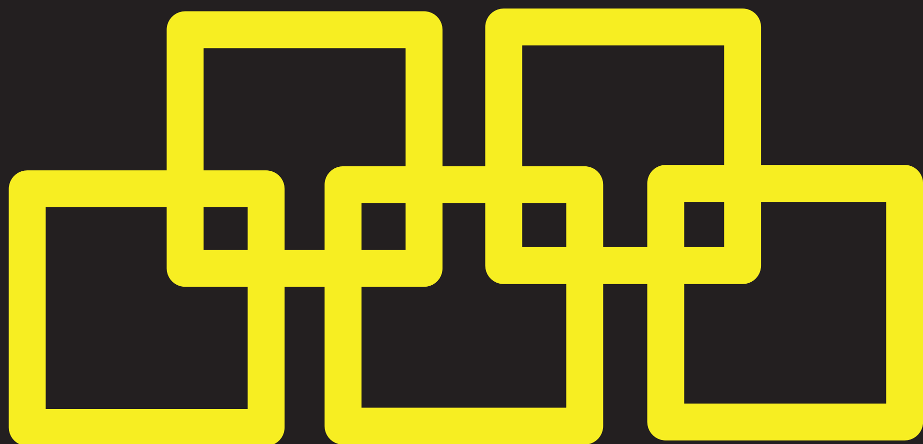


لعبة التفكير
87

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

المربعات المتقاطعة

هل يمكنك رسم مسار خلال المربعات الصفراء الخمسة من دون أن ترفع قلمك؟ لا يسمح لك بالمرور من الطريق نفسه مرتين، أو أن تمر فوق خط سبق لك رسمه .



لعبة التفكير
88

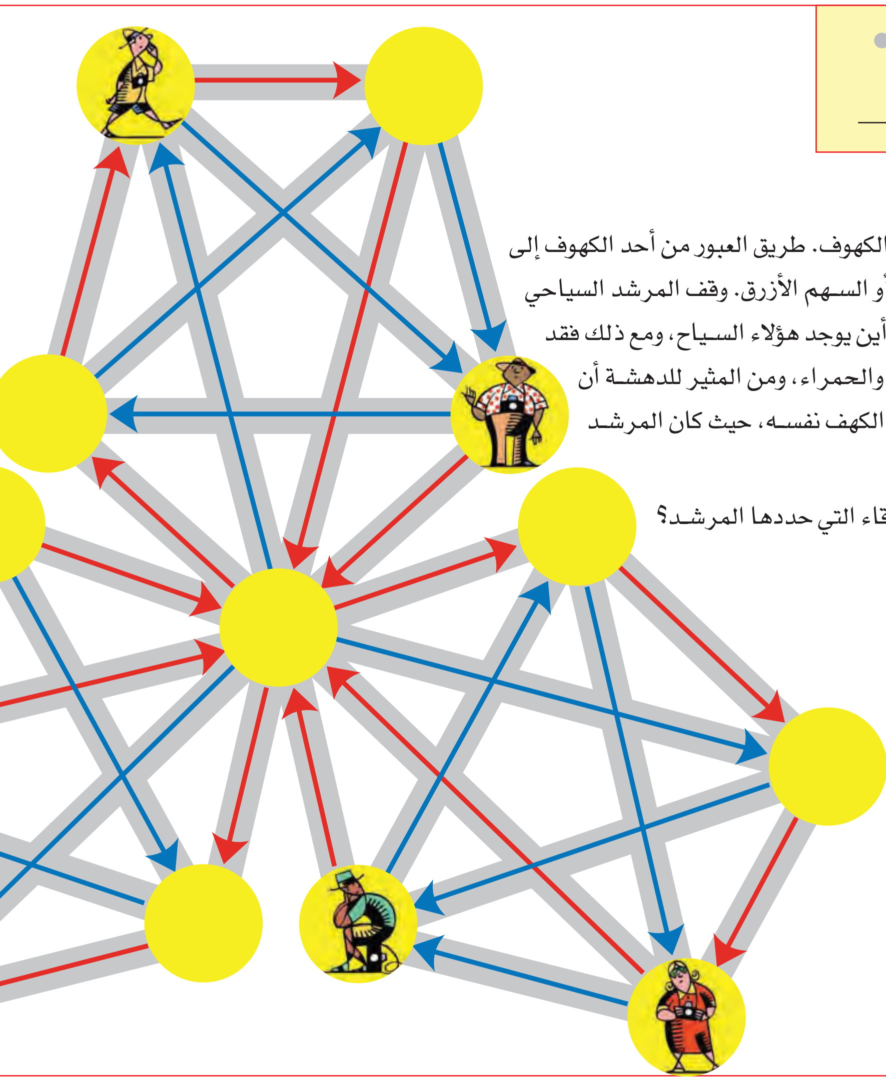
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

تائه في الكهوف

ضلَّ خمسة من السياح طريقهم في متاهة داخل الكهوف. طريق العبور من أحد الكهوف إلى الكهف الآخر يتضح إما من خلال السهم الأحمر أو السهم الأزرق. وقف المرشد السياحي الخاص بهؤلاء السياح في الخارج وهو لا يعرف أين يوجد هؤلاء السياح، ومع ذلك فقد صاح المرشد وذكر سلسلة من الأسهم الزرقاء والحمراء، ومن المثير للدهشة أن السياح جميعهم اتبعوا هذه السلسلة فوصلوا إلى الكهف نفسه، حيث كان المرشد ينتظرهم فيه ليخرجهم من هناك.

هل يمكنك تحديد سلسلة الأسهم الحمراء والزرقاء التي حددها المرشد؟ وأي كهف من الكهوف انتهت بهم الحال إليه؟





2



علم الهندسة

في البداية ...

هناك جدل قديم بين علماء الرياضيات: هل الرياضيات شيء اخترعه العلماء أم هو بمثابة حقيقة اكتشفوها؟ تعتمد الإجابة على فكرة المرء عن الحقيقة؛ يعتقد بعض الناس أن المفاهيم الرياضية بمنزلة الأدوات التي أنشِئت استجابة للتعامل مع الأسئلة التي لم تُحلَّ بعد، مثلما تم اختراع المسامير لاستخدامها في تثبيت قطع الخشب معًا، أو اختراع الهواتف لنقل الأصوات لمسافات بعيدة، بينما يرى بعضهم الآخر أن الرياضيات بمنزلة الحقيقة الموجودة مسبقًا بصرف النظر عما إذا كان المرء يرى ذلك أم لا: لم يخترع علماء الرياضيات الحلول للمشكلات، بل كانوا يكتشفونها فقط.

على الرغم من أن هذا النقاش في كثير من الأحيان يعمل على تقسيم مجتمع علماء الرياضيات، إلا أن بعض علماء الرياضيات على ثقة من أن آراءهم ووجهات نظرهم تعطي أفكارًا بسيطة لحل المسألة. كما أعلن عالم الرياضيات المجري الشهير بول أردوس (Paul Erdös): «إذا كنت تؤمن بالله، فإن الإجابة واضحة ولا تحتاج إلى دليل».

إن الجواب واضح لي، لم يتم اختراع الرياضيات؛ إن النماذج الرياضية موجودة على كوكبنا قبل ظهور الحياة عليه، أو في الواقع قبل أن تتشكل الكرة الأرضية؛ عندما كانت الشمس ونظامها الشمسي مجرد سحابة من الغبار والغاز، تطورت النجوم والمجرات والكواكب الأخرى وكوَّنت تشكيلات وتحركات على أساس الأشكال والمبادئ الهندسية البسيطة؛ ففي بعض المجرات –على سبيل المثال– جمال لافت للأنظار ومستمد من شكلها أو تكوينها: مثل منحنى اللوغاريتمات اللولبي. إن حركة النجوم والكواكب والمذنَّبات والأجسام الأخرى في الفضاء تمثِّل مسارات يمكن وصفها بأنها منحنيات هندسية: القطوع الناقصة والقطوع المكافئة والقطوع الزائدة.

والمثال الآخر على وجود النماذج الرياضية عندما انضمت ثلاثة ديناصورات إلى ديناصورين اثنين عند مشرب الماء، فأصبح عددها خمسة ديناصورات، سواء عدَّها شخص وقت تجمُّعها أم لم يعُدَّها.

عند محاولة تتبع تاريخ الرياضيات، من المهم وضع تلك الحقائق في الحسبان؛ بدأت الرياضيات مع بداية الكون ذاته، وفي كثير من الأحيان يحصر المؤرِّخون أنفسهم بتعريف الرياضيات الموجود في القاموس – وهو علم مجرد يتحقق من الاستنتاجات الاستنباطية الضمنية في المفاهيم الأولية للعلاقات المكانية والعددية – وهكذا بدأت مناقشات الرياضيين مع طاليس (Thales)؛ عالم الرياضيات اليوناني الشهير الذي عاش قبل ما يقرب من 2600 سنة، وساعد على تطوير اللغة التي تستخدم في وصف الرياضيات، علمًا بأن البشر استخدموا الرياضيات قبل ذلك بزمن بعيد.

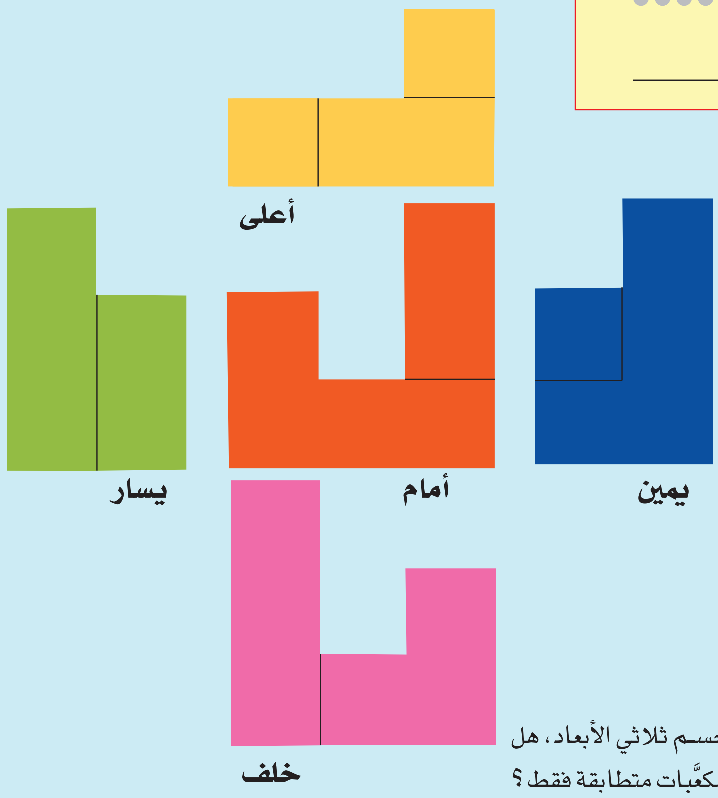
توجد أقدم الكتب الرياضية في لفائف البرديات المصرية التي كتبها أحمس (Ahmes) عام 1850 قبل الميلاد، ورغم ذلك فإنه في الغالب لم تكن هذه بداية علم الرياضيات، فقد وجد في وادي نهر دجلة العديد من قطع الطوب الطيني التي تحمل أرقامًا ذكرها الكهنة البابليون، ويقدَّر عمر هذه القطع بما يقرب من 4000 سنة.

حتى في مرحلة ما قبل التاريخ، كان أجدادنا من سكان الكهوف يعرفون العديد من المفاهيم الرياضية: إن فن ما قبل التاريخ، وهو الأمر الذي عمل على اختصار الأشكال المعقدة الموجودة في الطبيعة وتحويلها إلى أشكال بسيطة، هو الذي مهد الطريق لظهور علم الهندسة؛ مثلًا، إن توزيع غنائم صيد الحيوانات عندما يكون عدد الحيوانات التي تم صيدها أقل من عدد الصيادين – ظهرت الحاجة إلى وجود قادة يعملون على اكتشاف طريقة لتقسيم هذه الغنائم– ساعد على تطوير مفاهيم التقسيم وعدم المساواة في تلك المجتمعات، وأيضًا قدمت نجوم القطب الشمالي الثابتة فكرة يمكن الاعتماد عليها لمعرفة الاتجاهات والعد على الأصابع، ما أدى إلى ظهور علم الحساب.

بعض موضوعات الرياضيات، ولا سيما الموضوعات التي تعتمد على استخدام نظام العد العشري، هي بلا شك من اختراع الإنسان، لكن لا تعتمد معظم موضوعات الرياضيات على هذا النوع من الإبداع البشري، بل كانت الرياضيات هي الحقيقة الموجودة قبل اكتشافها؛ على سبيل المثال نظرية فيثاغورس (Pythagorean theorem): فعلى الرغم من ارتباطها الدائم بعالم الرياضيات اليوناني فيثاغورس (Pythagoras)، فقد اكتُشفت مرات عديدة بطرق مستقلة من قبل حضارات مختلفة على مر العصور. إذا كان عالمنا الحالي سيختفي، فسوف تُكتَشف نظرية فيثاغورس في المستقبل مرة أخرى، وإذا وُجدت صورة أخرى من صور الحياة الذكية على أحد الكواكب البعيدة، فمن المحتمل أنهم قد اكتشفوا أن مجموع مربعات أطوال ضلعي المثلث القائم الزاوية مساو لمربع وتر المثلث.

لعبة التفكير
89

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ————



معاينة المكعب

موضح أمامك خمسة مناظر إسقاطية لجسم ثلاثي الأبعاد، هل يمكنك بناء هذا الجسم باستخدام سبعة مكعَّبات متطابقة فقط؟

«إنني أمتلك قدرة ضعيفة وسيئة فيما يتعلق بتصور العلاقات، وهذا الأمر جعل دراسة علم الهندسة وجميع المواضيع المنبثقة منه مستحيلة الفهم بالنسبة إليَّ».

سيجموند فرويد (Sigmund Freud)

لعبة التفكير
90

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ————

الوجهات المتعددة

تخيل أنك تُحلق فوق إحدى المدن راكبًا الطائرة، سترى المباني من الأعلى بصورة مختلفة تمامًا عما تبدو عليه عندما تنظر إليها وأنت واقف أمامها، في حين أنه لم يتغير شيء في المباني نفسها.

هذا هو المفهوم الذي يلجأ إليه المعماريون عندما يعرضون مخططات مبانيهم بطريقتين مختلفتين: الخطة التي تمثل طريقة إنشاء المباني فوق الأرض، ومخطط الواجهة الأمامية التي يستمد مباشرة من المخططات لتظهر الطريقة التي سيظهر عليها للمبنى من الأمام.

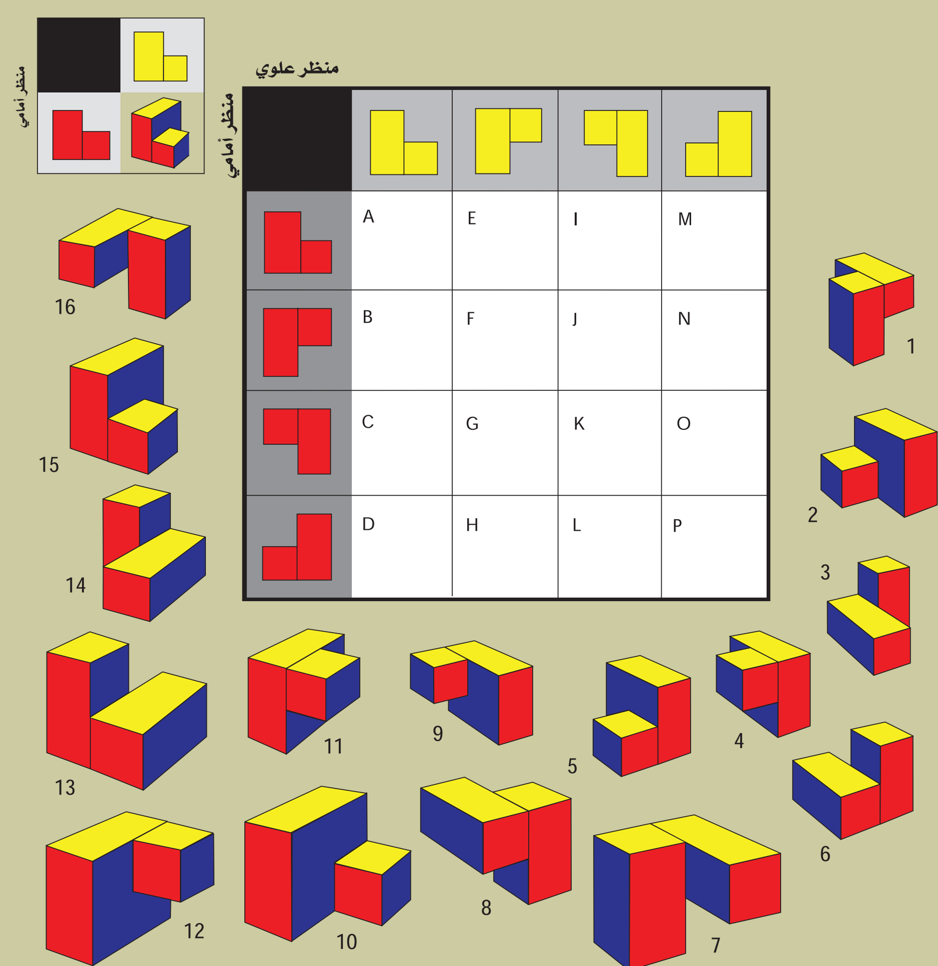
هناك نوع ثالث من الرسم المعماري وهو المنظور المعماري الذي يجمع بين هاتين الطريقتين لإعداد رؤية أكثر واقعية للمبنى.

يَعتمد هذا اللغز على المبادئ نفسها.

هناك ستة عشر مجسَّمًا وأرجو حذف الفاصلة بعدها، عند النظر إليها من الأمام لا تمثل إلا أربع واجهات مختلفة فقط، وعند النظر إليها من الأعلى تمثل أربعة مناظر مختلفة، ولكن المجسَّمات جميعها التي لها الواجهة الأمامية نفسها جميع مناظرها من الأعلى مختلفة.

هل تستطيع أن تقرن كل مجسم مع واجهته الأمامية ومنظره العلوي؟

اكتب إجاباتك في المربعات المعطلة.



الهندسة الإسقاطية (Projective Geometry)

تشاهد أعيننا العالم بصورة مشوشة؛ فقضبان السكة الحديدية المتوازية ينبغي ألا تتلاقى أبدًا، لكن إذا نظرت إلى هذه القضبان من بعيد فسترى كما لو أنها قد تلاقت في نقطة واحدة. ستبدو الأشياء الضخمة صغيرة جدًّا عندما ينظر إليها من بعيد، فضلًا على أن المسافات ستجعل الأجسام المتساوية الحجم مختلفة جذريًّا عما هي عليه في الواقع. والعكس صحيح أيضًا؛ إذ يمكن للإبهام أن يحجب رؤية أكبر المجرات حجمًا. على الرغم من أن الإدراك البشري للحجوم هو بمنزلة أمر واقعي، فقد تمكن الرسامون في عصر النهضة من حل مشكلة تمثيل الأجسام ثلاثية الأبعاد على السطح المستوي ثنائي الأبعاد. لم يُوجد هذا الحل الذي يسمى الإسقاط طفرة في الفن فحسب، بل أوجد أيضًا نوعًا جديدًا من الهندسة – شكل من أشكال الرياضيات التي تقترب من عالم الخيال.

تَدرس الهندسة الإسقاطية ما يحدث للأشكال عندما يتم تشويشها بطرق خاصة. على الرغم من أن النتائج قد تكون مذهلة، إلا أن التحويلات الإسقاطية تحتفظ بالعديد من الخصائص الهندسية للأشياء والأجسام التي يتم عرضها، وهذا الأمر يتيح لنا رؤية الأجسام ثلاثية الأبعاد في الرسوم الثنائية الأبعاد التي تمثلها.

الخرائط هي إسقاطات، ففي العام 1569م استخدم رسام الخرائط الفلكي جيراردس مركاتور (Gerardus Mercator) الهندسة الإسقاطية في رسم أول خارطة حديثة للعالم، ووجد مفهوم ما يُسمى بنظام إسقاط مركاتور من مركز الأرض. حيث تم إسقاط وهمي الظل على أسطوانة مماسة لخط الاستواء. على الرغم من أن النتيجة التي استُنبطت كانت مفيدة للغاية في الملاحة، إلا أن نظام إسقاط مركاتور شوه أو حرَف المناطق القريبة من القطبين، وهذا سبب ظهور جزيرة غرينلاند – وهي قطعة واسعة من الأرض تبلغ مساحتها ما يماثل مساحة المكسيك – على خارطة مركاتور لتكون بمساحة أمريكا الجنوبية نفسها.

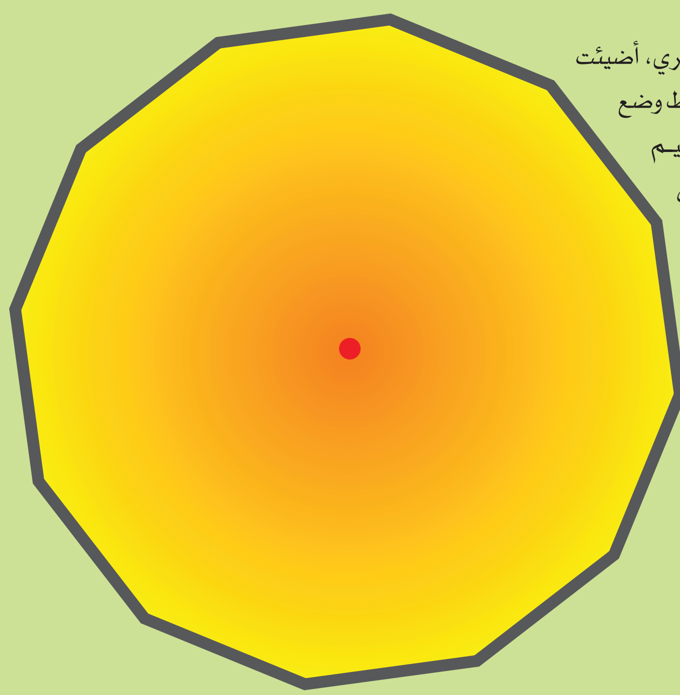
في هذه الأيام نرى في كل مكان من حولنا استخدامات عديدة للهندسة الإسقاطية، فالصور الفوتوغرافية هي صور إسقاطية وكذلك العديد من المخططات الميكانيكية والمعمارية، وكذلك أصبحت ألعاب الفيديو ثلاثية الأبعاد ممكنة؛ لأن برامج الكمبيوتر المعقدة يمكنها حساب الإسقاط الوهمي للأجسام ثلاثية الأبعاد.

لعبة التفكير
91

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

حديقة الظلال

حديقة جدرانها على شكل مضلع اثني عشري، أضيئت جميع جدرانها بوساطة مصباح واحد فقط وضع في مركزها. هل تستطيع إعادة تصميم الحديقة بحيث إذا وضع المصباح في مركز الحديقة يكون كل جدار من هذه الجدران (بعضه أو كله) في الظل؟ يجب أن تكون جدران الحديقة مستقيمة لكن ليس بالضرورة لها الطول نفسه.



لعبة التفكير
92

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المربع الدائري والمثلثي



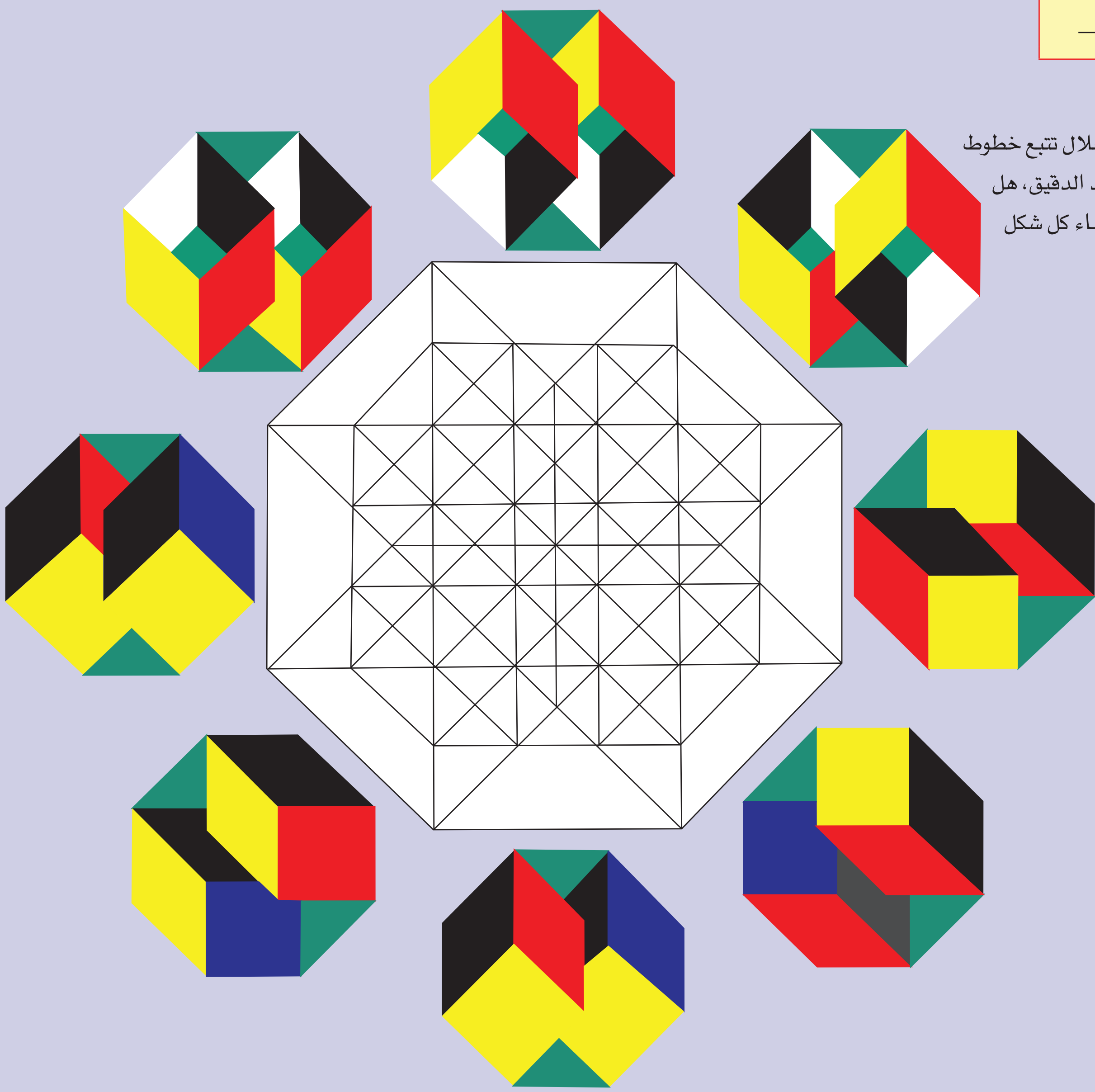
هل يمكنك أن تتصور ومن ثم ترسم مجسَّمًا ذا شكل دائري ومثلثًا ومربعًا في آن واحد؟ يمكن تمرير هذا الشكل خلال الثقوب الثلاثة الموضحة أعلاه.

لعبة التفكير
93

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مكعَّبات في منظور

تمثل الأشكال الملونة الثمانية مكعَّبات رُسمت من خلال تتبع خطوط الشبكة المركزية. عن طريق الملاحظة والرصد الدقيق، هل تستطيع إعادة تتبع الخطوط مرة أخرى لإعادة إنشاء كل شكل من هذه الأشكال الثمانية؟

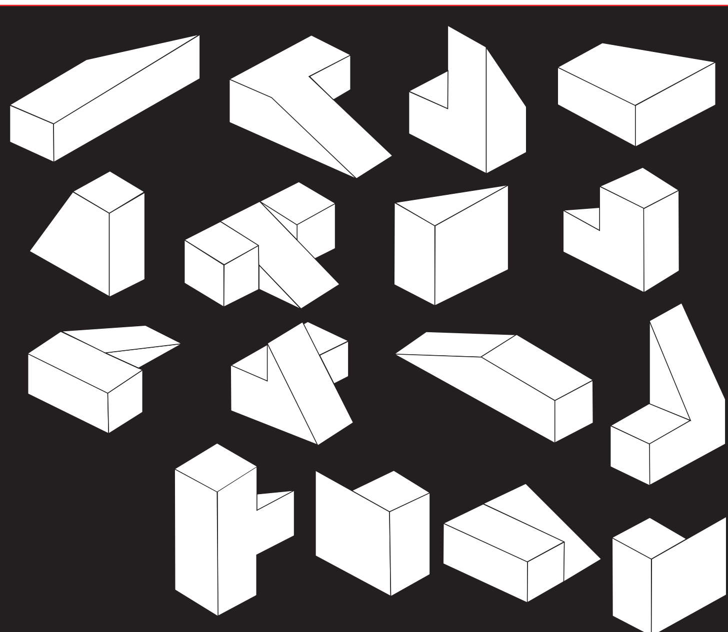


لعبة التفكير
94

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تلوين الأشكال الصلبة

كل شكل من الأشكال الستة عشر الموجودة في المخطط التفصيلي مكون من المكعبين والوتد أدناه. لوِّن هذه الأشكال مستخدمًا ألوان المكعَّبات وألوان الوتد على أن تحافظ على ترتيبها الموضح في الشكل بوصفه دليلًا. كلا جانبي الوتد المتوازيين لونهما أخضر، وأما الجوانب المخفية فلونها الأبيض.



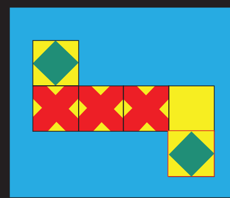


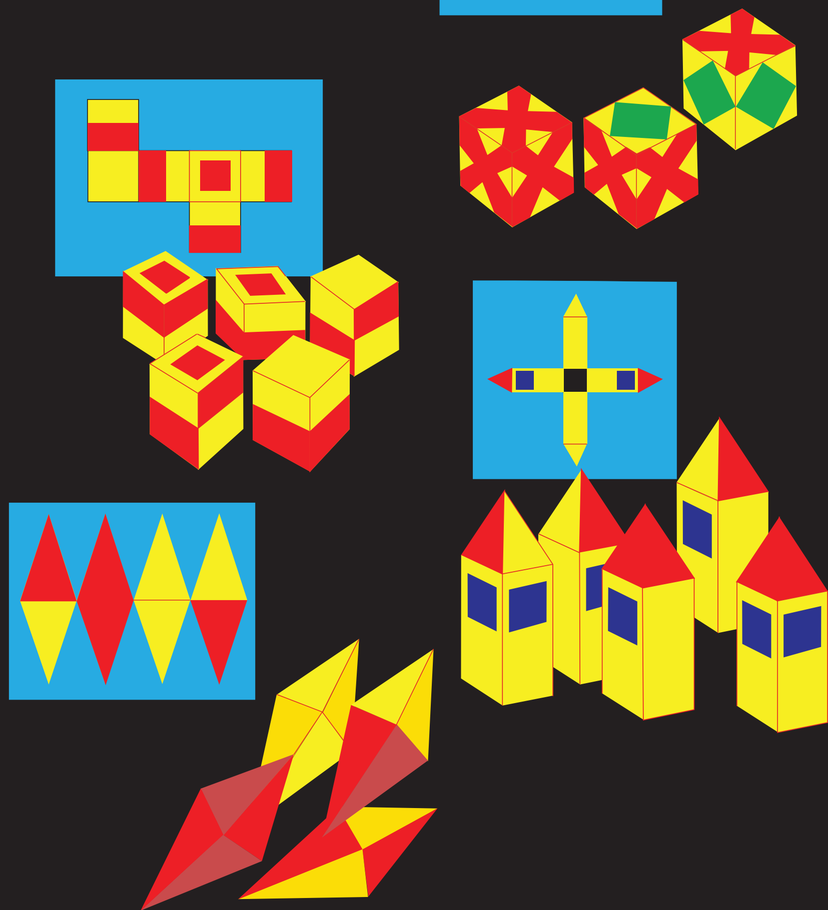
لعبة التفكير
95

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المخطط ذو اللون الأزرق والأجسام الصلبة

لكل مجموعة من المجسمات، هل تستطيع أن تجد المجسم الذي ينتج بطي النموذج المعطى.





لعبة التفكير
96

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

النظر من زاوية أخرى

هذا شكل من أشكال الهندسة الإسقاطية يظهر بصورة بصرية مشوهة، وهذا التشويه عمل على تغيير معالم الصورة بطريقة لن يكون لها معنى إلا إذا نظرنا إليها من الزاوية المناسبة. هل تستطيع أن تحدد ماهية هذه الصورة؟



«علم الهندسة يثري العقل ويجعل الإنسان يفكر بطريقة صحيحة. براهينه وأدلَّته جميعها واضحة ومنظمة جدًّا..... وبهذه الطريقة المريحة، فإن الشخص الذي يعرف علم الهندسة يكتسب ذكاءً. لقد زعموا أن العبارة الآتية كانت مكتوبة على باب بيت أفلاطون: لا يسمح لأي شخص ليس من رجال الهندسة بالدخول».

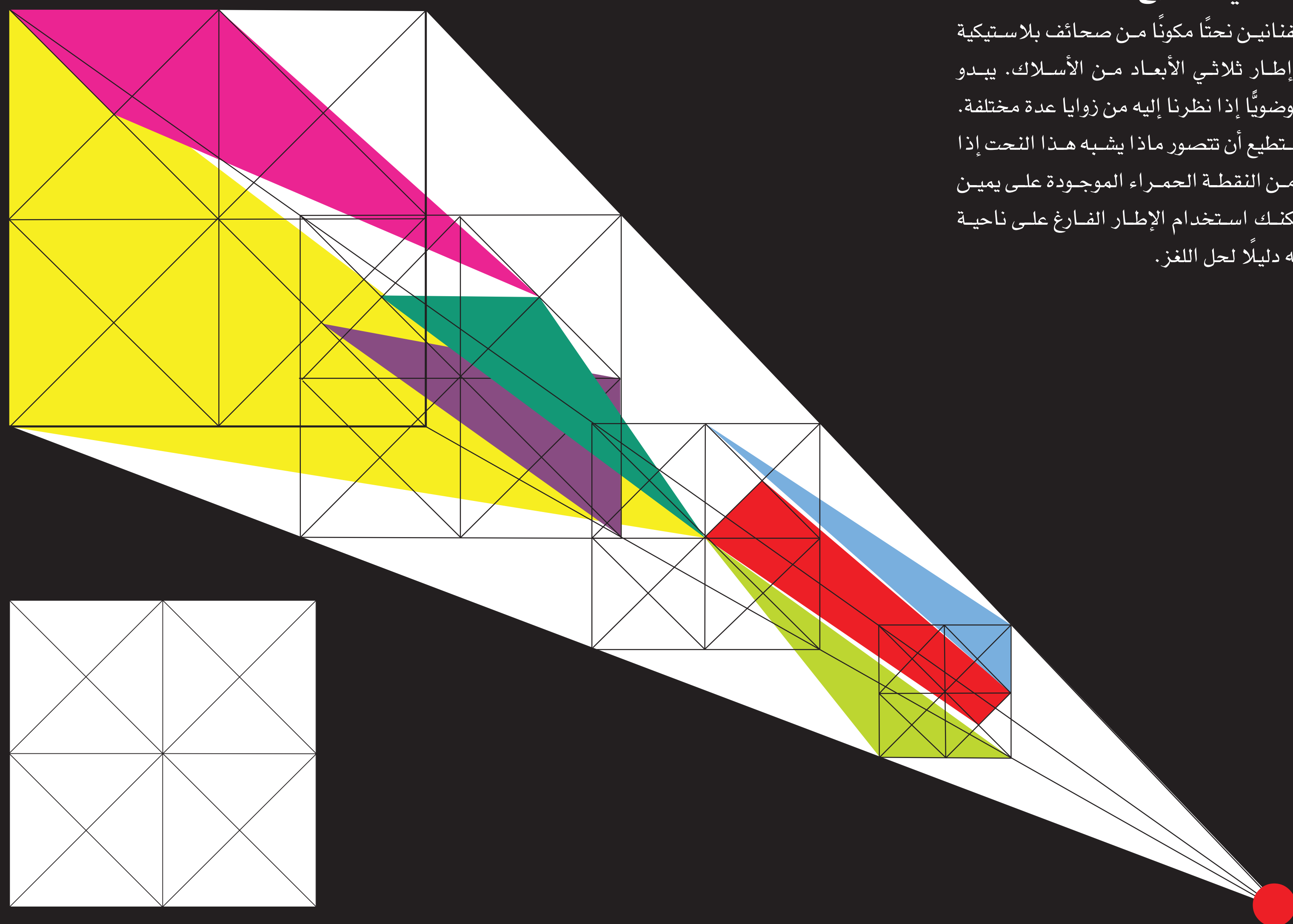
ابن خلدون (Ibn Khaldun)

لعبة التفكير 97

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

ماذا يوجد في المربع؟

أنشأ أحد الفنانين نحتًا مكونًا من صحائف بلاستيكية علقت على إطار ثلاثي الأبعاد من الأسلاك. يبدو هذا النحت فوضويًّا إذا نظرنا إليه من زوايا عدة مختلفة. لكن، هل تستطيع أن تتصور ماذا يشبه هذا النحت إذا نظرت إليه من النقطة الحمراء الموجودة على يمين الصورة؟ يمكنك استخدام الإطار الفارغ على ناحية اليمين بوصفه دليلًا لحل اللغز.

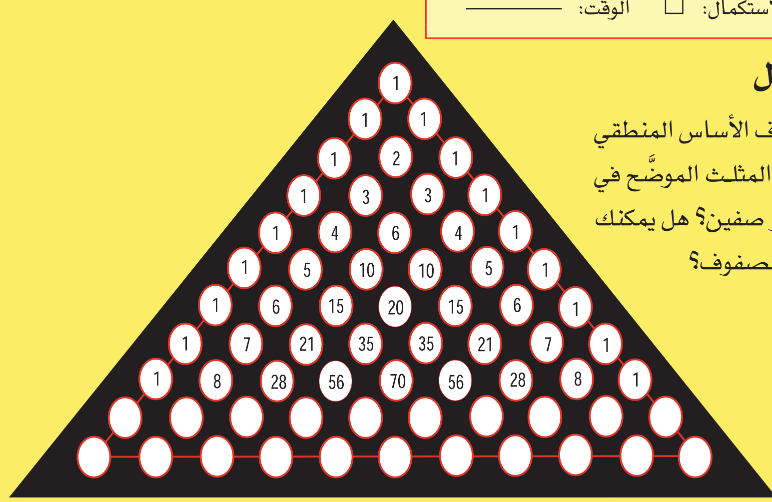


لعبة التفكير 98

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مثلث باسكال

هل تستطيع اكتشاف الأساس المنطقي لنمط الأرقام في المثلث الموضَّح في الشكل وإكمال آخر صفين؟ هل يمكنك إضافة مزيد من الصفوف؟



«العبارة اللاتينية:
(Ubi Materia, Ibi Geometria)
تعني: حيث توجد مادة، فسوف تجد علم الهندسة».

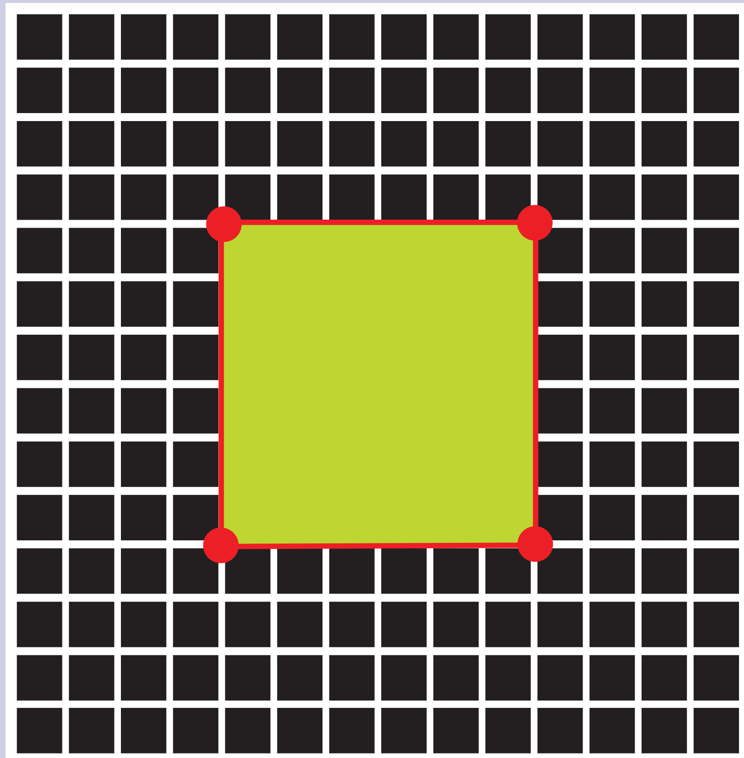
جوهانز كيلبر (Johannes Kelper)

لعبة التفكير 99

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

هندسة مربَّعات سيارة الأجرة

في الهندسـة الإقليديـة يوجد للمربعات شـكل واحد فقط. هل تنطبق هذه القاعدة على هندسة سيارة الأجرة؟

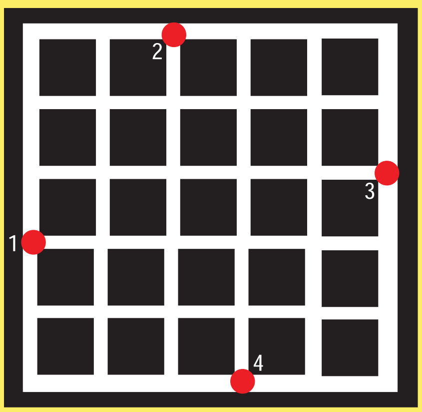


لعبة التفكير 100

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

طرق سيارة الأجرة

تخيل أنـك تقـود سـيارة أجـرة فـي مدينـة طرقهـا مزدحمـة. طلـب مـن سـيارتك القيـام بزيـارة ثلاثـة أماكـن متتابعـة والعـودة مـرة أخـرى إلـى المـرآب (المواقـف). النقـاط الموجـودة علـى الخارطـة وهـي النقطـة 1 للمـرآب والنقـاط 2 و 3 و 4 للأماكـن التـي يتعين علـى السـيارة الوصول إليها. هل تسـتطيع العثور علـى أقصـر الطـرق التي تمكنك من إتمام هذه المهمة؟ هل هناك طرق بديلة يمكنك أن تسلكها؟



الهندسة القديمة

تعلـم قدمـاء البشـر كيفية بناء الهيـاكل بفاعلية أكبر عن طريق الأسـلوب البسـيط للمحاولـة والخطأ. وعندمـا أضـاف المصريون قـدرًا عظيمًا مـن الإبداع إلـى هـذا المزيج، فقد أنجزوا أعمالًا رائعـة في الفن المعمـاري والهندسـة، وبصورة عمليـة فقد طوروا أول علم من علوم الهندسـة.

بعـد ذلك وفـي العصـور القديمـة، انهمك علمـاء الهندسـة اليونانيـون فـي دراسـة الأشـكال البسـيطة: كالدائـرة والمربـع والمثلـث اعتمـادًا علـى الفرجـار والمسـطرة فقـط، ثـم شـرعوا فـي إيجـاد الحقائـق الهندسـية بحلـول عـام 350 قبـل الميـلاد. وقـد وضع إقليدس (Euclid) مجموعـة مـن القواعـد تتعلـق بالمسـاحة والأشـكال التي هيمنت على الهندسة لمدة 2000 عام.

علـى الرغـم مـن تطويـر علمـاء الهندسـة اليونانيين نظريات عظيمة، فقد قام عالم الرياضيات إراتوسثينس (Eratosthenes) – الـذي عاش فـي مدينـة الإسـكندرية في مصـر، في القـرن الثالث قبل الميـلاد – بإنجـاز يعد أعظم إنجـاز عملي؛ فقد تعلم أنـه في يوم مـا في منتصف الصيف في مدينة سـيين (بالقـرب مـن مدينـة أسـوان اليـوم)، كان انعكـاس الشـمس فـي وقت الظهيرة مرئيًـا على الميـاه في بئر عميقة، ولحدوث هذا، فيجب أن تكون الشمس عمودية بشـكل مباشـر، وأن تكون أشـعتها تتجه مباشـرة نحو مركز الأرض. في اليوم نفسـه كانت الشمس في وقت الظهيرة تلقي بظلال الأجسـام في الإسكندرية بزاوية قياسـها 7,5 درجة، أو بجزء واحد تقريبًا من خمسين جـزءًا مـن الدائـرة الكاملـة. عـرف إراتوسثينس أن أشـعة الشـمس تتحرك فـي خطوط مسـتقيمة متوازية وهكـذا اسـتنتج أن الاختـلاف فـي الزوايا كان بسـبب انحناء الأرض. وعندما وجد إراتوسثينس أن المسافة مـن الشـمال إلـى الجنـوب بيـن مدينتـي الإسـكندرية وأسـوان هـي 480 ميلًا، فقـد ضرب هذه المسـافة في خمسـين لتحديد محيط الدائـرة التي تمر عبر هاتين المدينتيـن والقطبيـن الشـمالي والجنوبي – وبعبارة أخـرى، محيط الأرض. وكان تقديـره لمحيط الأرض بقرابـة 24000 ميـل، وهـذا التقديـر كان دقيقًا بشـكل لافت للنظر.

هندسة سيارة الأجرة

من الممكن أن يكون فهم العلوم الهندسية غير الإقليدية مهمة صعبة. تعد هندسة سيارة الأجرة إحدى هذه العلوم الهندسية غير الإقليدية، وهي ما يمكن أن تستكشفه مع خارطة المدينة أو حتى مع ورقة رسم بياني عادية. تخيل مدينة مزدحمة للغاية، حيث تمتد شوارعها المتقاطعة بشكل مستقيم من الشمال إلى الجنوب و من الشرق إلى الغرب. (العديد من المدن التي أنشئت في القرن التاسع عشر لها تمامًا التصميم نفسه). وبأخذك جولة في هذه المدينة بوساطة سيارة أجرة، فإنك لا تقيس المسافة من خلال الخط المستقيم ولكن من خلال المسافة التي تقطعها (سيارة الأجرة) على طول امتداد خطوط الشبكة المربعة. إن المسافات التي تقطعها سيارة الأجرة تُعدُّ بشكل عام أطول من المسافات العادية باستثناء الحالة التي تقود السيارة فيها من بداية شارع إلى نهايته.

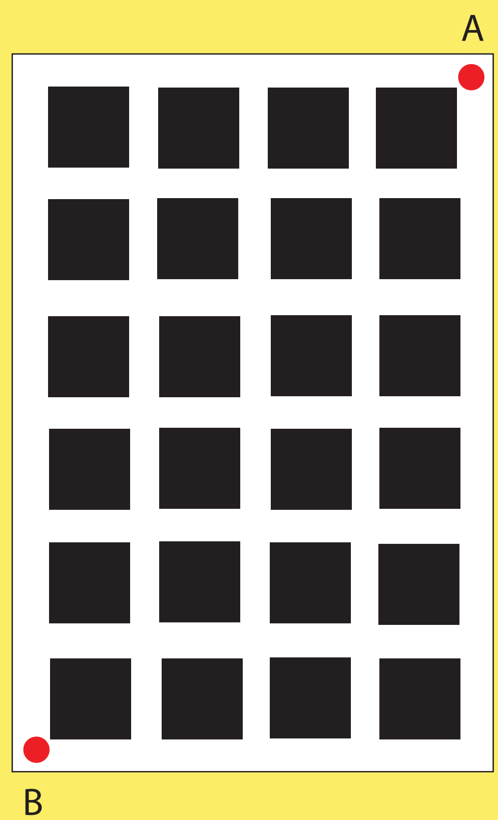
إذا بُنيت المدينة المزدحمة على سطح مستوٍ، فكيف تكون هندستها لا إقليدية؟ إحدى مسلمات إقليدس تقول: إن أقصر مسافة بين نقطتين هي الخط المستقيم. هل هذا هو الوضع في المدينة المزدحمة؟ في الواقع إن أقصر مسار في معظم الأحيان هو سلسلة من خطوط مستقيمة قصيرة؛ لأنك مجبر على القيادة حول البنايات وليس من خلالها.

لعبة التفكير
101

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مدينة التقاطعات المسدودة

يعمل الرجل الذي يعيش في الزاوية العليا من ناحية اليمين من هذه المدينة، في الزاوية السفلى من ناحية اليسار. ما أقصر طريق يمكنه من خلاله الوصول إلى مكتبه؟ وكم عدد الطرق المختلفة التي يمكنه أن يسلكها للوصول الى مكتبه؟



لعبة التفكير
102

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

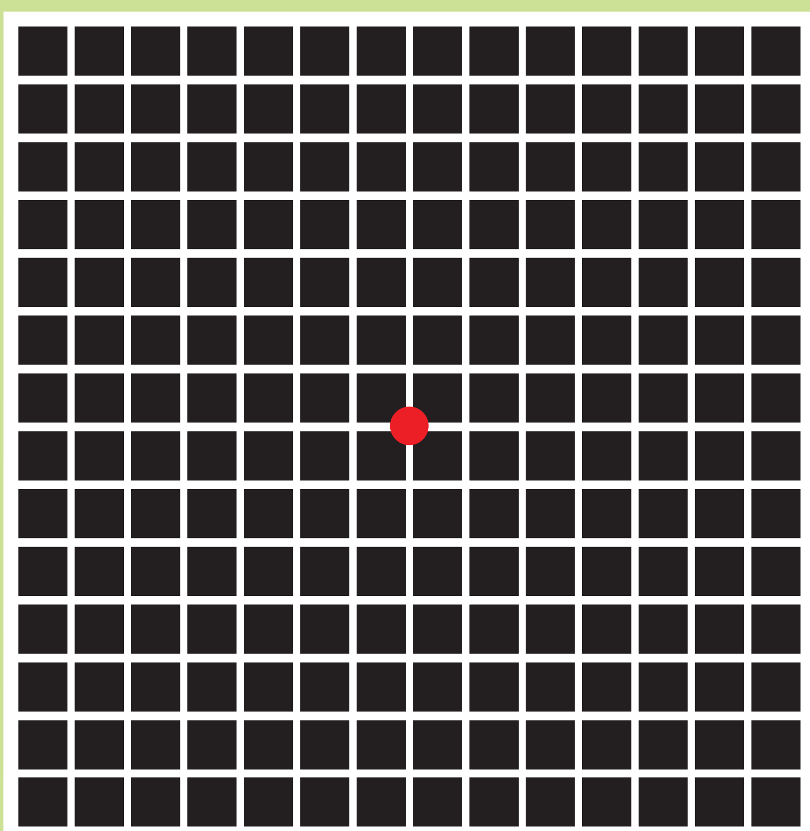
الدوائر الهندسية لسيارة الأجرة

في المدينة المزدحمة يمكن أن تتحرك فقط حول البنايات. هل يعني هذا أن من المستحيل الحصول على دائرة؟

من خلال تعريف الدائرة فإن الشكل يكون دائرة إذا كانت نقاطه جميعها على بعد متساوٍ من نقطة ثابتة. ولنفترض وجود ستة مربعات من المباني داخل المدينة تبدأ من مركزها وتمتد مسافة كيلومتر واحد، وأنك ستسير هذه المسافة راكبًا سيارة أجرة ومنطلقًا من مركز المدينة. فإلى أين ستنتهي؟

يمكنك السير ستة مربعات من جهة الشرق وتتوقف. أو يمكنك السير خمسة مربعات من جهة الشرق ثم مربعًا واحدًا من جهة الشمال، أو أربعة مربعات من جهة الشرق ومربعين من جهة الشمال، وهكذا. هذه النقاط كلها التي انتهيت عندها تقع على دائرة (سيارة الأجرة) التي يبلغ نصف قطرها كيلومترًا واحدًا.

هل تستطيع أن ترسم شكلًا يوضح مثل هذه الدائرة؟

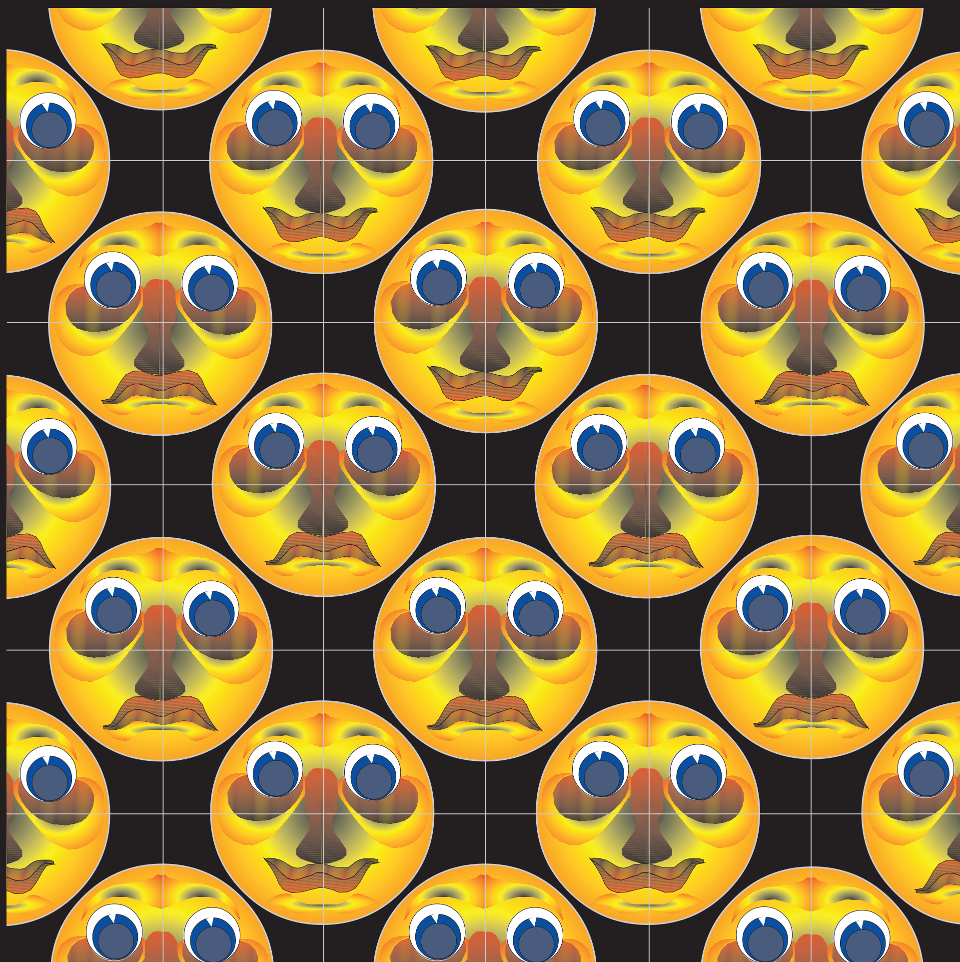


لعبة التفكير
103

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

تشكيل الوجوه:
لغز الوجوه المتلاشية

انسخ القطع الست والثلاثين وقصَّها، ثم ضعها على لوحة لعب ستة في ستة. في الرسم الموضح هنا، يوجد اثنا عشر وجهًا مكتملاً، خمسة منها مبتسمة والسبعة الأخرى عابسة. هل تستطيع إعادة ترتيب القطع بحيث يصبح لديك ثلاثة عشر وجهًا تسعة منها عابسة والأربعة الأخرى مبتسمة؟ هل تستطيع تغيير الترتيب ليكون لديك تسعة وجوه مبتسمة وأربعة وجوه عابسة؟ أو تسعة وجوه مبتسمة وثلاثة وجوه فقط عابسة؟



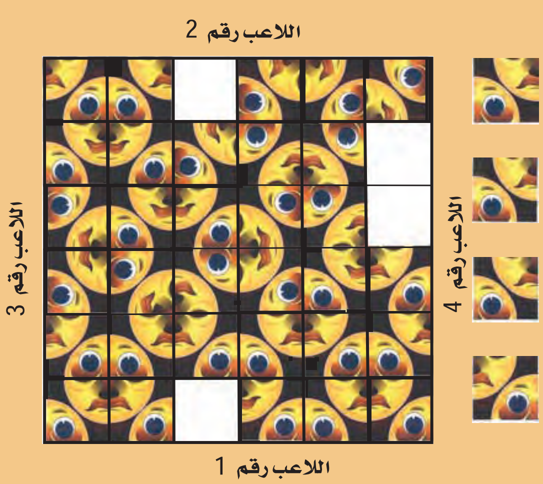
لعبة التفكير
104

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

تشكيل الوجوه:
لعبة الوجوه المتلاشية

إن قطع لغز لعبة تشكيل الوجوه يصلح لعمل لعبة بسيطة وفي الوقت نفسه رائعة. يتلخَّص موضوع اللعبة في أن يشكل كل لاعب وجوهًا مبتسمة تنظر في اتجاهه. تصلح هذه اللعبة لأربعة أشخاص كحد أقصى، بحيث يجلس كل واحد منهم في جانب مختلف من اللوحة. وتُخلط القطع وتوضع مقلوبة. يتناوب اللاعبون في اختيار القطع، وكل قطعة تسحب توضع على اللوحة جنبًا إلى جنب وبشكل ملائم يتناسب مع القطعة المجاورة لها لتشكل جزءًا من أحد الوجوه. ويتم تجميع الدرجات في نهاية اللعبة؛ فكل وجه مبتسم يواجه لاعبًا تعد نقطة واحدة له، وكل وجه عابس يواجه لاعبًا يكلفه خسارة نقطة.

في نموذج اللعبة الموضح هنا، انتهى اللعب؛ لأنه لا يمكن وضع المزيد من القطع على اللوحة. كما يوجد أيضًا أكثر من فائز. اللاعب الأول يواجه وجهين مبتسمين وثلاثة وجوه عابسة، فنتيجته سالب واحد. وأما اللاعبون الآخرون فيواجهون وجهًا مبتسمًا واحدًا، فنتيجة كل واحد منهم نقطة واحدة. لاحظ أن بعض الوجوه مختلطة أو غير مكتملة، ومن ثم فهي لا تعد في النتائج النهائية.



عوالم ثنائية الأبعاد

يقول علماء الفلك إن للكون أربعة أبعاد: ثلاثة أبعاد للمكان وبعد واحد للزمان، ولقد اقترحت بعض النظريات الحديثة أنه ربما توجد أبعاد أكثر تمارس تأثيرًا على النطاق الذري الفرعي.

كيف نبدأ في فهم الأبعاد الافتراضية الأعلى؟ عن طريق الخروج من نظامنا الطبيعي؛ في هذه الحالة حاول أن تتصوَّر عالمًا له بعدان فقط.

في عام 1884م حاول إدوين أبوت (Edwin Abbott) – وهو رجل دين إنجليزي ومشهور – بوصفه عالمًا محاولة رائعة لوصف عالم يتكون فقط من بعدين، وفي روايته الهجائية المسماة بالأرض المنبسطة (Flatland)، كانت الشخصيات أشكالًا هندسية رئيسة فوق سطح مستوٍ لا نهائي ثنائي الأبعاد – كطاولة واسعة يُهمل سُمكها – ولم يكن لسكان الأرض المنبسطة إدراك للبعد الثالث أو أي بعد أعلى من ذلك.

على الرغم من أن أبوت لم يصف أيًّا من القوانين الطبيعة أو الاختراعات التكنولوجية للأرض المنبسطة، إلا أن كتابة **العواقب المتكاثرة** (Spawned Sequels) عالج تلك القضايا. وكتاب آخر بعنوان **قصة الأرض المنبسطة** (An Episode of Flatland) الذي كتبه تشارلز هوارد هينتون (Charles Howard Hinton) في عام 1885م، والذي يعد امتدادًا لقصة أبوت بمهارة.

الأحداث تقع في كتاب هينتون على كوكب أستريا (Astria) ثنائي الأبعاد، وأستريا هو ببساطة دائرة عملاقة، ويعيش سكانه في محيطه، ويتوجه كل فرد من أفراده في اتجاه واحد دائمًا. الرجال كلهم يتوجهون ناحية الشرق، والنساء كلهن يتوجهن ناحية الغرب، ولكي يرى الشخص في أوستريا ما وراءه فإنه يقف على رأسه وينظر إلى المرآة.

ينقسم كوكب أستريا (Astria) بين شعبين، شعب اونيَنز (Unaeans) المتحضر في الشرق، وشعب سايثيانز (Scythians) البربري في الغرب، وعندما تندلع حرب بين الشعبين، فإن شعب سايثيانز تكون له الأفضلية حيث يستطيع مهاجمة شعب أونيَنز من الخلف. لسوء حظ شعب أونيَنز فقد اضطر للتوجه نحو منطقة ضيقة على سواحل المحيط العظيم. وبفضل تقدمه العلمي، نجا شعب أونيَنز من الانقراض التام، فلقد اكتشف علماء الفلك في شعب أونيَنز أن كوكبهم دائري الشكل، ونتيجة لذلك عبرت مجموعة من شعب أونيَنز المحيط وقامت بهجوم مفاجئ على شعب سايثيانز من الخلف وهم الذين لم تتم مهاجمتهم على هذا النحو من قبل، وبذلك أصبح شعب أونيَنز قادرًا على هزيمة أعدائه.

من خلال الكتاب، يظهر هينتون تفاصيل عالمه؛ فالمنازل في أستريا لها فتحة واحدة فقط، والأنابيب تُعدُّ مستحيلة. أضف إلى ذلك أن الحبال لا يمكن أن تعقد، ورغم ذلك كله، فإن استخدام العتلات والخطافات والبندولات ممكن جدًّا.

في كتاب ألكسندر ديودني (Alexander Dewdney) في عام 1984م والمسمى بالبلانفيرس (Planiverse)، اقتُبست الأفكار من كتاب **الأرض المنبسطة** إلى نتائجها المعاصرة. إن ديودني – وهو عالم حاسوب من جامعة أونتاريو الغربية (Western Ontario) – وضع الأساس النظري الكامل لإمكانية وجود عالم ثنائي الأبعاد في تناغم جميل بين العلم والفن والرياضيات.

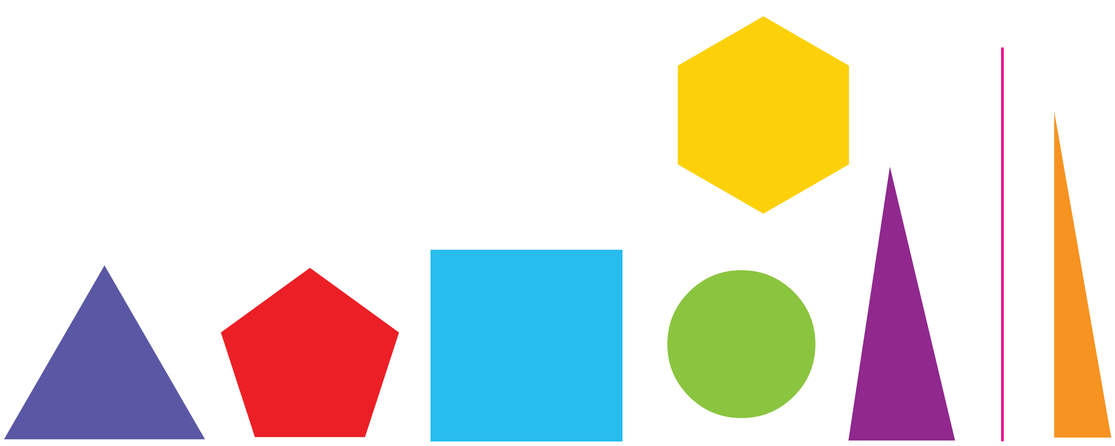
لعبة التفكير
105

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

التدرج الطبقي للأرض المسطحة

في **الأرض المنبسطة** يصف إدوين أبوت مجتمع الأشكال الهندسية التي تخضع لتدرج طبقي شديد؛ النساء فيه خطوط مستقيمة حادة، الجنود والعمال مثلثات متساوية الساقين، الطبقة الوسطى مثلثات متساوية الأضلاع، الحرفيون إما أشكال رباعية أو خماسية الأضلاع، الأغنياء أشكال سداسية، وقمة النظام الطبقي دوائر.

بالطبع لأن النساء خطوط أحادية البعد، فإنهن غير مرئيات من بعض الاتجاهات وربما يكون من الخطورة المرور عليهن. كيف يمكن أن يتجنَّب سكان الأرض المنبسطة هذا الأمر؟



«الهندسة هي النموذج الأصلي للجمال في العالم»

جوهانز كيبلر (Johannes Kepler)



لعبة التفكير
106

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

كارثة الأرض المنبسطة

إن حواس سكان الأرض المنبسطة مقتصرة على بعدين؛ لذلك إذا كان على شخص ما أن ينظر إليهم من نقطة (فوق) عالمهم، فإن سكان الأرض المنبسطة ليس لديهم أي وسيلة لرؤية من ينظر إليهم.

لكن ماذا يحدث إذا أسقطت كرة على مستوى الأرض المنبسطة ثنائية الأبعاد؟ هل سيدرك سكان الأرض المنبسطة أن هذا الحدث كارثة فلكية؟ هل يمكنك أن تصف بالضبط ما سوف يرون؟

لعبة التفكير
107

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

روضة أطفال الأرض المنبسطة

سوف يبكي هذان الطفلان في الصفحتين المتقابلتين حتى يتمكنا من اللعب معًا. كيف تستطيع أن تجعلهما سعيدين من دون أن تبعد أحدهما عن مهده أو أن تبعد الآخر عن الكرسي؟



لعبة التفكير
108

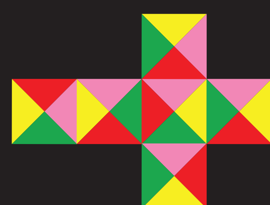
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

تدوير المكعب

يمكن تدوير المكعب الموجود على السطح بمقدار ربع دورة وسيشغل الحيز نفسه من الفضاء. إذا كان الوضع كذلك، فكم عدد التدويرات المختلفة التي يمكن لمكعب واحد أن يتخذها بحيث يبقى يشغل الحيز نفسه من الفضاء ؟

للمساعدة على تخيل الحل، افترض أن المكعب مصنوع من النموذج الموضح في الأسفل.





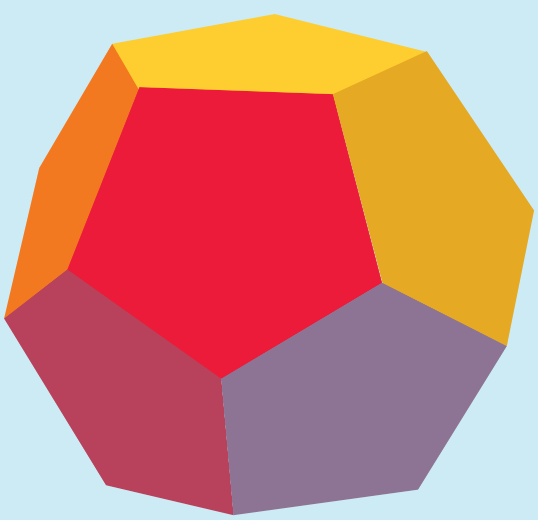
لعبة التفكير
109

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

تدوير الشكل الاثني عشري

الشكل الاثنا عشري شكل منتظم مكوَّن من اثني عشر وجهًا خماسيًّا. عندما اكتشف تلاميذ فيثاغورس القدماء الشكل الاثني عشري حافظوا عليه على أنه سر عظيم، وأن أي شخص يفشي سر وجوده يعاقب بالموت.

إذا دُوِّر الشكل الاثني عشري الموضوع على سطح مستو بمقدار 72 درجة، فسيحتلُّ الحيز نفسه من الفضاء. إذا كان الوضع على هذا النحو، فكم عدد التدويرات الممكنة المختلفة التي يمكن للشكل الاثني عشري أن يتخذها بحيث يبقى يشغل الحيز نفسه من الفضاء؟



التناظر (Symmetry)

إن الأجســـــام التي يكون فيها تناظر – القدرة على اتخاذ تحويلات هندسية محددة من دون تغيير شــكلها – توجد في جميع أنحاء الطبيعة، أما أكثر الأمثلة الطبيعية المثالية علـــى التناظر فتوجد في ترتيب الــــذرات والجزيئات في البلـــورات، والمثال الشائع على ذلك بلورات الثلج التي تحتوي محاور كثيرة للتناظر، وتظهـــر الكائنات الحيوية أيضًا قدرًا كبيرًا من التناظر. يوجد التماثل الخماسي أو ذو التضاعف الخماسي في العديد من الزهور والحيوانات البحرية، مثل: نجم البحر، السمكة النجمة، التي لها خمسة، أو عشرة ، أو حتى ثلاثة وعشرون ذراعًا متناظرًا.

ونحن البشر، نتناظر تقريبيًّا حول محور واحد، العمود الفقري؛ حيث نظهر تناظرًا ثنائيًّا من أكثر أنواع التناظر انتشــارًا في الطبيعة. (يعتقد علماء الأحياء أنه تمَّت برمجتنا لندرك التناظر، ولهذا السبب نحكم على الوجـوه والأجســام المتناظرة بأنهــا أجمل من غير المتناظرة).

إن الأشـياء التي تبـدو تمامًا كما هي بعد أن يتم تدويرهـا حـول محور يكون لها تناظـر دوراني، المثلث المتساوي الأضلاع – على سبيل المثال – سوف يظهر هذا المثلث متناظرًا في ثلاثة مواقع مختلفة بينما كان يـدور حول نقطة فـي مركزه. ومن الممكن أن تنعكـس الأشياء التي لها تناظر جانبي على أيٍّ من جانبي خط ما أو المحور من دون أن تبدو مختلفة.

نسـتطيع بسـهولة عمـل أنمـاط متناظـرة عـن طريق ثني الورق وقطعه، أو عن طريق استخدام مرايا مسـتوية. ما الأشـكال التي لم يعملهـا الطفل من الثلج أو العرائس مـن الـورق بهـذه الطريقة؟ لكن التناظر يعـد أيضًـا مهمًّـا بشـكل كبير بوصفـه أداة مـن أدوات الرياضيـات، ولـم يكن مـن الممكن للعلمـاء مطلقًا أن يحددوا هيكل الفيروسـات والجزيئات، علاوة على أنه ما كان لهم أن يبنوا نموذجًا قياسيًّا لفيزياء الجزيئات من دون فهم التناظر.

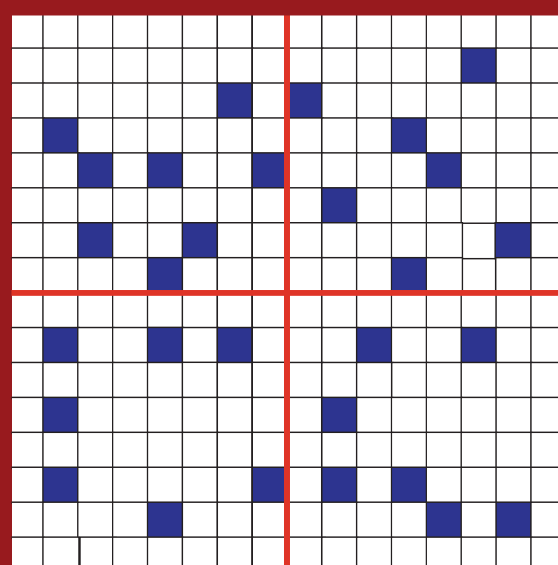
> **«التناظر هو فكرة واحدة حاول الإنسان من خلالها وعلى مر العصور أن يفهم ويوجد النظام والجمال والكمال».**
>
> **هيرمان ويل (Hermann Weyl).**

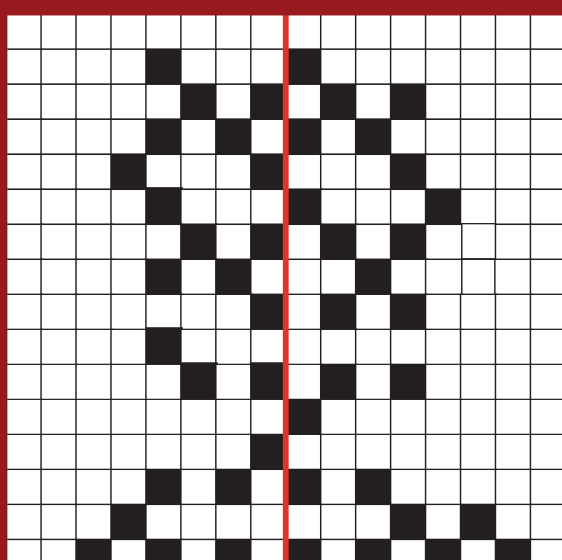
لعبة التفكير
110

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ______





مربَّعات متناظرة

كلا هاتين الصورتين متناظرة – لكن أُزيلت بعض المربعات السوداء.

في الصورة على اليسار، ومن خلال النظر بإمعان في أماكن المربعات السوداء بالنسبة إلى الخط الأحمر الذي (يعد بمنزلة) محور تناظر عمودي، استكمل ما بقي من الصورة.

في الصورة على اليمين، ومن خلال النظر بإمعان في أماكن المربعات الزرقاء بالنسبة إلى الخطين أحمري اللون اللذين يمثلان محوري تماثل رأسي وآخر أفقي ، يجب أن تكون لديك القدرة على استكمال ما بقي من الصورة.

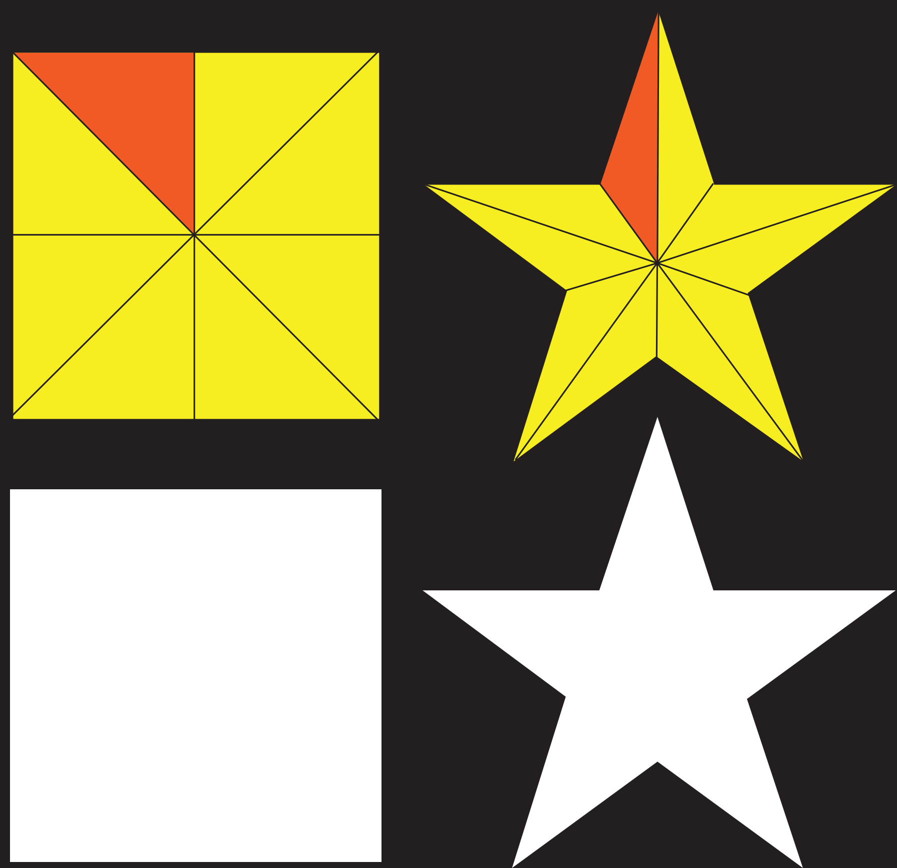
لعبة التفكير
111

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تناظر المربع والنجمة

قصَّ مربعًا ونجمة ولونهما من كلا الجانبين كما هو موضح، وتأكد من أن المناطق الحمراء تكون حمراء في كل من الأمام والخلف، والمناطق الصفراء تكون صفراء في كل من الأمام والخلف.

كم عدد الطرق المختلفة التي تستطيع أن تضع من خلالها المربع والنجمة في الخطوط العريضة لها في اليمين؟ يطلق علماء الرياضيات على هذا النوع من الحركة اسم التحوُّل (transformation).

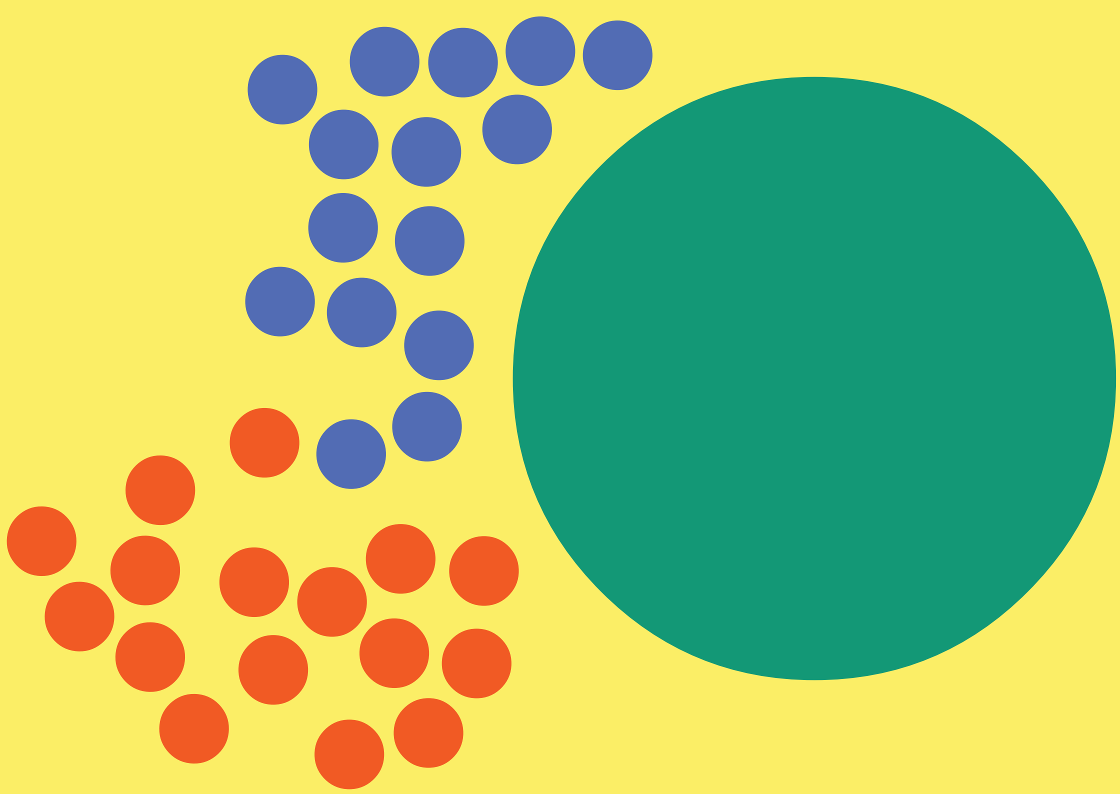


لعبة التفكير
112

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

وضع العملات المعدنيَّة

يتناوب لاعبان في وضع عملات معدنية متناظرة الشكل على منضدة دائرية الشكل؛ اللاعب الأول الذي لا يستطيع وضع عملة معدنية على المنضدة من دون إزالة عملة معدنية موجودة عليها يخسر اللعبة. هل تستطيع أن تبتكر إستراتيجية تمكِّن أحد اللاعبين من الفوز باستمرار، بصرف النظر عن مساحة المنضدة؟

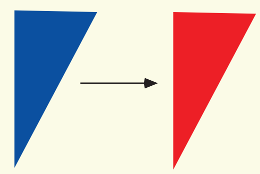


تقايس المسافات في المستوى

إن التحول (transformation) للمستوى هو تحريك لنقاطه. توجد أنواع كثيرة من التحويلات، ولكن التحويلات الأكثر أهمية هي حركات الشبكات، أو تقايس المسافات التي تحرك الأشكال ولكنها لا تغير حجمها أو شكلها. (لاحظ أن التقايس يسمى تناظرًا إذا بقي الشكل بعد التحول ينظر إليه كما لو كان قبل التحول). وتوجد أربعة أنواع رئيسة لتقايس المسافات في المستوى:

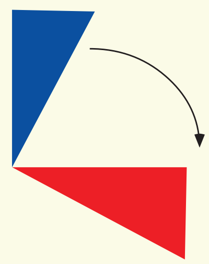
النقل

يعد المثلثان الأحمر والأزرق متطابقين، وهو ما يعني أنهما متناظران تمامًا وأن نقل أحدهما قد يجعله يوضع فوق الآخر. في هذه الحالة قد ينزلق المثلث الأزرق على المثلث الأحمر من دون تحول، وهذا ما يطلق عليه النقل.



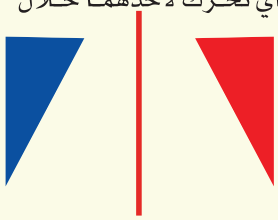
التدوير

في هذه الحالة من الممكن أن يوضع المثلثان المتطابقان فوق بعضهما عن طريق تدوير أحدهما حول أحد رؤوس المثلث. وهذا ما يطلق عليه التدوير.



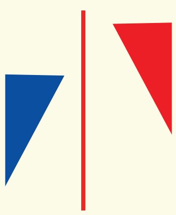
الانعكاس

يعدُّ المثلثان الأحمر والأزرق انعكاسًا لصورة كلٍّ منهما. ولن يسمح بأي تحرك لأحدهما خلال المستوى بحيث يوضع فوق الآخر. ولكن ماذا لو أنك استطعت رفع أحدهما وقلبته، مثل قلب صفحة في كتاب، هذا ما يحدث في أثناء الانعكاس.



انعكاس الشبكة

إن انعكاس الشبكة هو ببساطة اتحادٌ لعمليتي: النقل والانعكاس.

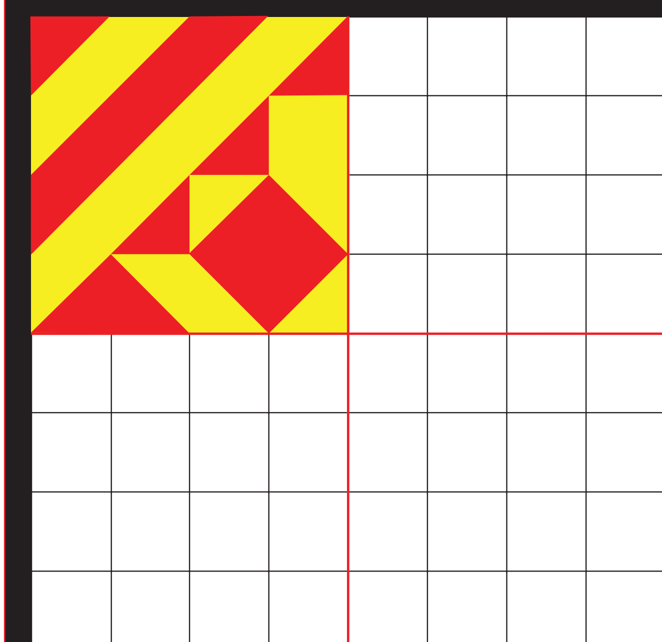


لعبة التفكير
113

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:———

أرضية متناظرة

تُصنع هذا الأرضية من بلاط مربع متناظر، كل منها ينقسم قطريًا إلى أحمر وأصفر. إذا كانت الأرضية متناظرة حول المحورين أحمري اللون، فهل تستطيع ملء باقي البلاط لإيجاد النموذج العام؟



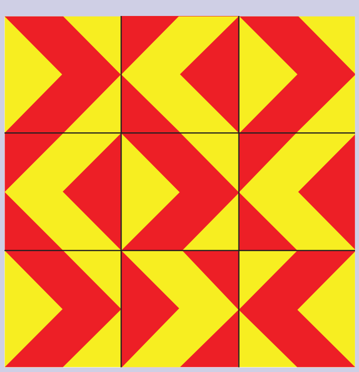


لعبة التفكير
114

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:———

انعكاس الانعكاس

في هذا النمط يفترض أن البلاط في كل صف وضع بطريقة تكون فيه كل بلاطة انعكاسًا وقلبًا للبلاطة التي على يسارها، بمعنى أنَّ الألوان يتم عكسها – الأحمر يصبح أصفر والأصفر يصبح أحمر – وأنَّ البلاط يُقلب قلبه على طول المحاور الرأسية. أيُّ البلاط لا يتبع هذه القاعدة؟

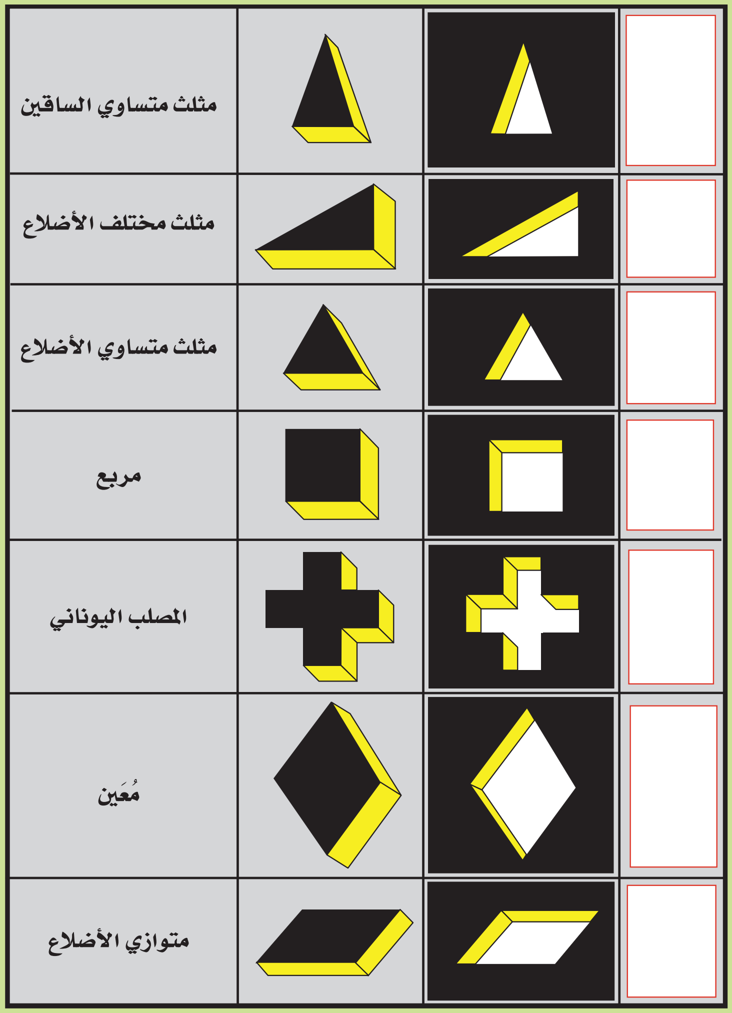


لعبة التفكير
115

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الثقوب المناسبة

مـا عـدد الطـرق المختلفـة التـي تستطيع من خلالها وضع الأشكال السـبعة المسـطحة فـي الفتحـات الموجـودة ناحيـة اليميـن؟ تعامل مـع كل قطـعة مـن هـذه القطـع بوصفه مجسَّمًا ثلاثـي الأبعاد ذا سُـمك ملحـوظ؛ بحيـث يمكـن أن تخضـع لأي نـوع مـن المعالجـات الطبيعية.

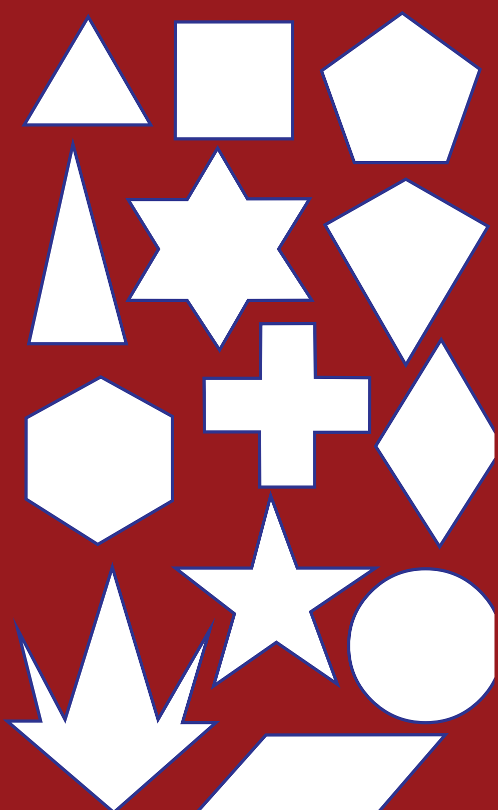


لعبة التفكير
117

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

محاور التناظر

مـن الممكن إيجاد الأنماط المتناظرة من خلال قص الورقـة وثنيهـا أو مـن خلال اسـتخدام مرآة مسـتوية. في كل شـكل من الأشـكال الثلاثة عشرة الموضحة في الأسفل، اعثر على محاور التناظر وارسمها. هل توجد أشـكال ليس فيهـا تناظر؟ وما الشـكل الـذي فيه أكثر المحاور تناظرًا؟



لعبة التفكير
116

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

حروف الأبجدية الإنجليزية 1

مـا الشـيء المشـترك بيـن الحـروف الحمراء؟ وما الشـيء المشترك بين الحروف الزرقاء؟

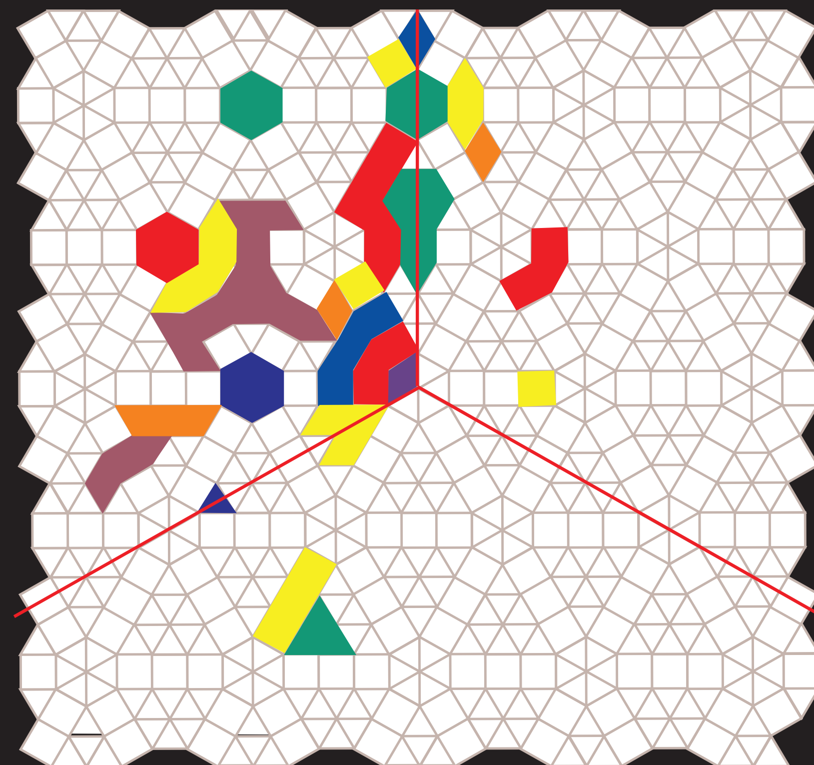
ACTBYK
MDUEW

لعبة التفكير
118

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

براعة التناظر

هذه الصورة فيها ثلاثة خطوط حمراء بوصفها مؤشرًا على تناظر دوراني ومنعكس (المحور الـذي يتجه إلى الأعلى) وقد أُزيل كثيـر مـن البـلاط الملـون، ومـع ذلك فقـد بقي مـا يكفي مـن البلاط الملون مـن أجل إعادة بنـاء الصورة الأصليـة وذلـك من خـلال اتباع قواعـد هـذا التنـاظر. هل تستطيع تلوين البلاط بشكل صحيح؟

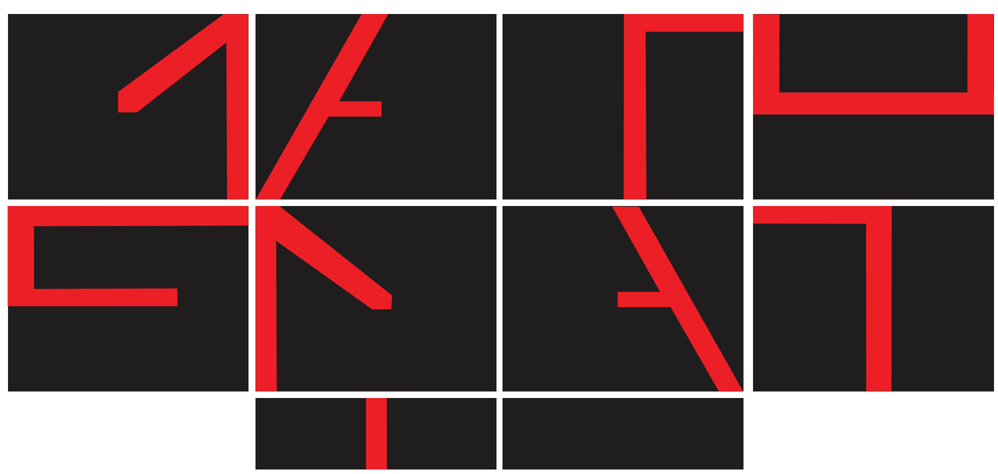


لعبة التفكير
120

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الإشارات الغامضة

هل تستطيع فك شـفرة الإشـارات الغامضة وقراءة الكلمة السرية؟ ربما تساعدك مرآة صغيرة.



لعبة التفكير
119

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

أبجدية التناظر

هل تسـتطيع رسـم محاور تناظر للحروف الكبيرة من الأبجدية الإنجليزية؟ إذا دُوِّر الحرف بشكل متناظر، ارسـم نقطـة التدوير. اتـرك الحـروف المتناظرة من دون علامة.

ABCD
EFGH
IJKL
MNO
PQRS
TUVW
XYZ

لعبة التفكير
121

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

حروف الأبجدية الإنجليزية 2

مـا الاختـلاف بيـن الحـروف الحمـراء والحـروف الزرقاء؟

HFOJI
GXL

لعبة التفكير
122

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ———

حروف الأبجدية الإنجليزية 3

ما الاختلاف بين الحروف الحمراء والحروف الزرقاء؟

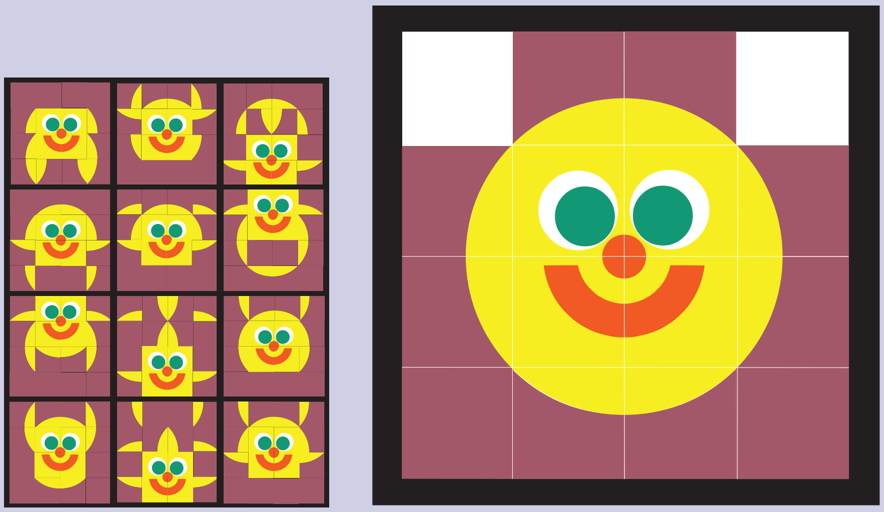


لعبة التفكير
123

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ———



وجه المهرِّج: لعبة الألف وجه

أنشئ مجموعة من الرقاقات تماثل الرقاقات الأربع عشرة الموجودة في الأسفل، ثم ضعها بالترتيب لتشكل وجه المهرج الموضح كشكل بداية أساسي.

الهدف من هذه اللعبة تحويل وجه المهرج في صورة البداية إلى إحدى الصور الموجودة على البطاقات الاثنتي عشرة الموضحة أدناه ناحية اليسار. يتناوب اللاعبون في جعل رقاقتين أو أكثر تنزلق أفقيًّا أو رأسيًا في المساحات الفارغة من المربع، مع الحرص على الحفاظ على التناظر في الصورة في الأوقات جميعها. لا يمكن السماح بإخراج أي رقاقة خارج الشبكة لكن يمكن تحريك أكثر من رقاقة في الوقت نفسه، يمكن لرقاقات أن تتحرك مكان رقاقات أخرى سبق وأن تحركت. من الممكن أن يقوم كل لاعب في دوره بخمس حركات، وفي كل مرة منها يكوِّن أحد الوجوه الموجودة على البطاقات فإنه يأخذ تلك البطاقة. واللاعب الفائز الذي يأخذ أكبر عدد من البطاقات. وفقًا لقواعد اللعبة، أي من الوجوه الاثني عشر يستحيل إعادة تكوينه؟

المستطيل الذهبي

اكتشف اليونانيون القدماء مستطيلًا ذا خصائص فريدة. إذا حذفت مربعًا منه بحيث يكون طول ضلعه مساويًا لطول الضلع الأصغر من المستطيل، فسوف يكون لديك مستطيل جديد أصغر، وتكون النسبة بين أضلاعه مساوية للنسبة بين أضلاع المستطيل الأصلي. اعتقد اليونانيون أن ضلعي هذا المستطيل يحملان علاقة مقدسة، وقد أطلقوا على النسبة بين ضلعي هذا المستطيل اسم: النسبة الذهبية، وتساوي 1,6180037 تقريبًا، ورمزوا لها بالحرف اليوناني Ø، بالطريقة نفسها التي رمزوا بها للعدد 3,14159 بالحرف π.

تظهر النسبة الذهبية في أنماط النمو لكثير من النباتات والحيوانات؛ فعلى سبيل المثال، نمو قوقعة نوتيليوس (nautilus shell) يتبع نمط اللوغاريتم اللولبي نفسه الذي يشكله المستطيل الذهبي.

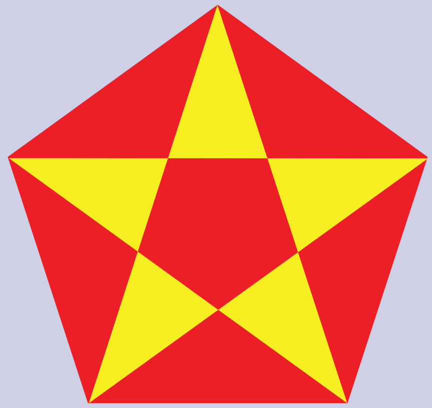
لعبة التفكير
124

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:————

المثلث الذهبي

ارسم الأقطار جميعها في الشكل الخماسي المنتظم . لقد عملت نجمة خماسية ذات خمس نقاط. ولأن تناظرات الشكل الخماسي موجودة في نواحي الحياة كلها: في النباتات وفي الحيوانات مثل السمكة النجمة، فعادة ما يطلق عليه ــ أحيانًا ــ تناظر الحياة.

ولأن السر الذي من خلاله يتم إنشاء المستطيل الذهبي والمثلث الذهبي يكمن في النجمة الخماسية، فقد كانت النجمة الخماسية بمنزلة الرمز السري لفيثاغورس وأتباعه، ولكي تفهم هذا الغموض، فإن عليك حساب نسبة أضلاع الشكل الخماسي إلى أضلاع النجمة الخماسية.

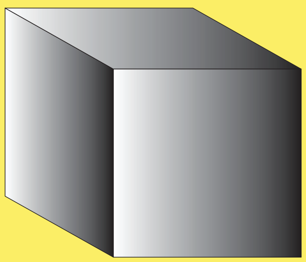


لعبة التفكير
125

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:————

تناظر المكعب

المكعب له تناظرات دورانية أكثر من تلك التي للشكل ثنائي الأبعاد. هل تستطيع أن تجدها كلها؟



لعبة التفكير
126

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:————

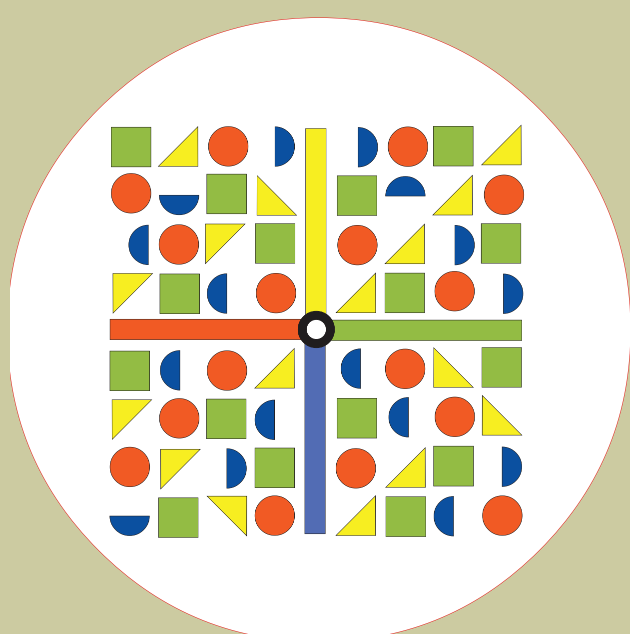
تساوي الأبعاد: لعبة الشكل

تُستخدم لوحتان في هذه اللعبة: قاعدة ثابتة بها ثقوب (اللوحة في الأسفل على يمين) ولوحة مطابقة للقاعدة (اللوحة في الأسفل على اليسار) وضعت فوقها، وسوف تدور حول مركزها. بداية وضع أربعة وستون شكلًا في ثقوب اللوحة الدوارة تناسبها تمامًا، وهذه الأشكال هي: ستة عشر مربعًا وستة عشر مثلثًا قائم الزاوية ومتساوي الساقين وستة عشر دائرة وستَّ عشرة نصف دائرة.

انظر لترى إذا ما كان باستطاعتك استخدام عينيك لتتبع اللوحة الدوارة بينما تقوم بعمل دورة كاملة مع اتجاه عقارب الساعة. بعض الأشكال سوف تسقط من خلال لوحة القاعدة على الفور قبل الدوران، وبعض الأشكال سوف تسقط بعد ربع الدورة الأولى. وبعضها سوف يسقط بعد نصف الدورة. هل تستطيع ملء الجدول على اليسار بعدد كل نوع من الأشكال التي تسقط بعد كل ربع دورة؟ هل تستطيع اكتشاف أي الأشكال سوف يبقى بعد دورة كاملة؟

عدد الأشكال الموجودة على اللوحة الدوارة	16	16	16	16
الأشكال				
عدد الأشكال الساقطة قبل الدوران				
عدد الأشكال الساقطة بعد ربع الدورة				
عدد الأشكال الساقطة بعد نصف الدورة				
عدد الأشكال الساقطة بعد ثلاثة أرباع الدورة				
عدد الأشكال التي لم تسقط				





لعبة التفكير
127

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ✎ 🗐 ✂
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

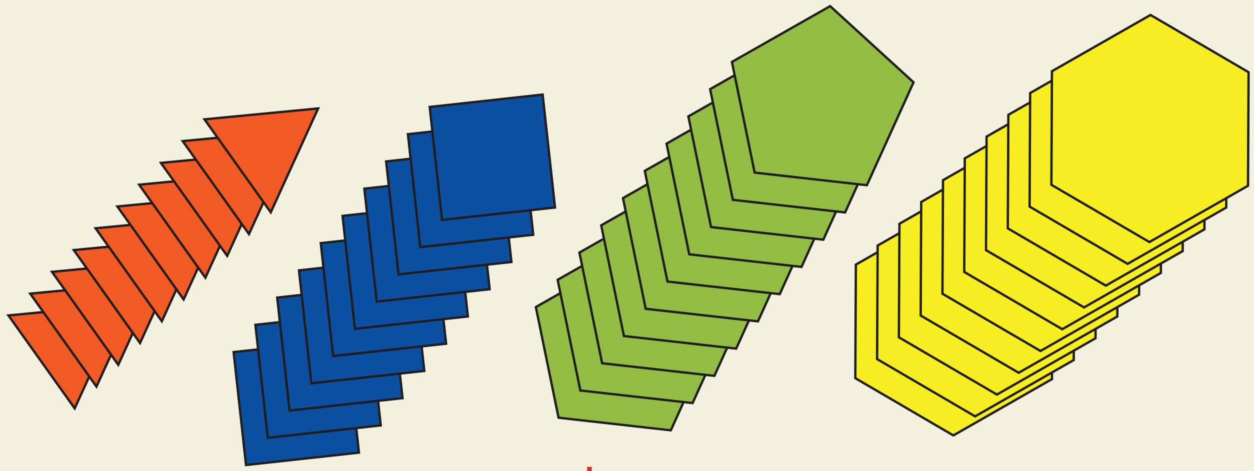
لعبة التناظر الثنائي

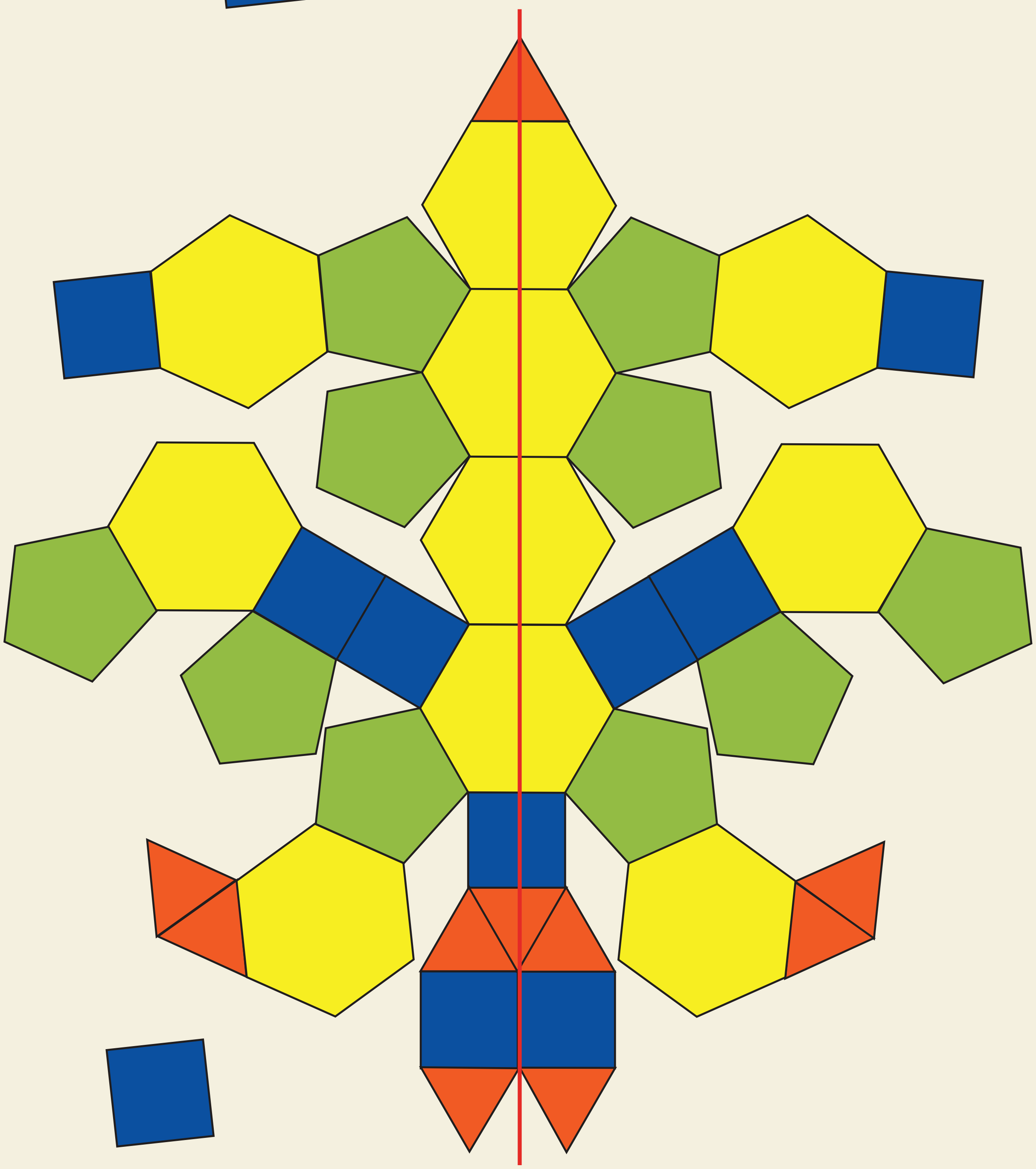
■ **يلعبها لاعب واحد أو أكثر**

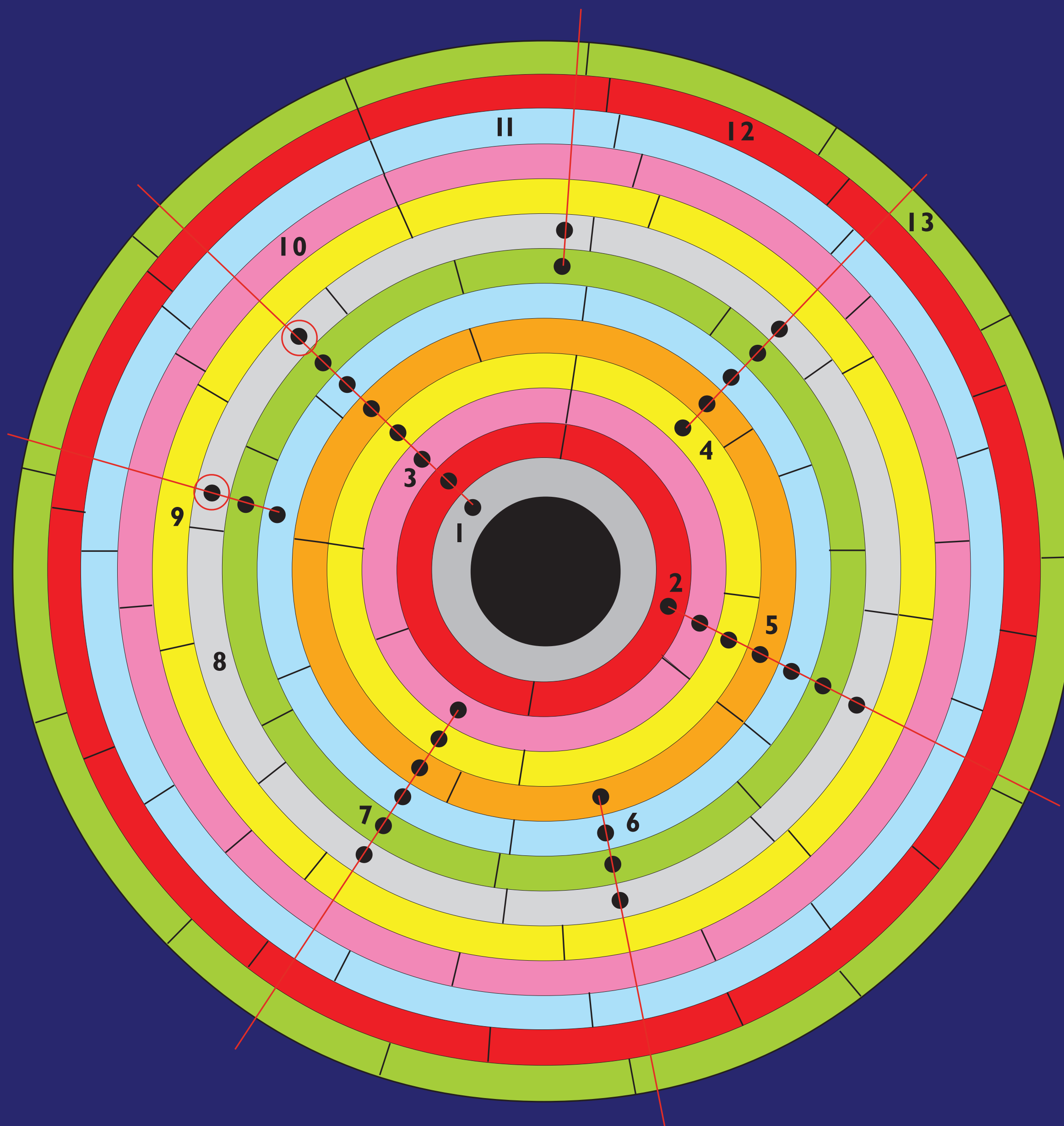
انسخ وستَّ عشرة عشر قطع لكل شكل من الأشكال الموضحة على اليمين ثم قصَّها: مثلث متساوي الأضلاع، مربع، شكل خماسي منتظم وشكل سداسي منتظم. (لاحظ أن أضلاع الأشكال جميعها يجب أن تكون متساوية). اخلط الأشكال واجمعها في مجموعة واحدة.

الهدف من هذه اللعبة بناء نمط متناظر. يتناوب اللاعبون في التقاط أول بطاقتين من الأشكال في قمة المجموعة ووضعهما بجانب البطاقات التي وُضِعت في الأسفل على أن تتلاصق جوانبها، بحيث تحافظ على التناظر العام للنمط على طول محور التناظر الرأسي. إذا لم يستطع اللاعب وضع بطاقة بشكل متناظر، فإنه يضعها في مجموعة البطاقات المرفوضة الخاصة به. سوف تستمر اللعبة إلى أن تُستخدم البطاقات جميعها في مجموعة اللعب أو حتى لا يمكن إضافة أي بطاقة أخرى للنموذج. اللاعب الفائز هو اللاعب الذي يكون معه أقل عدد من البطاقات في مجموعة البطاقات المرفوضة الخاصة به.

النموذج على اليسار، عينة للعبة يخسر فيها لاعب واحد فقط؛ لعدم قدرته على وضع المربع الأزرق الأخير الموجود ضمن مجموعة بطاقاته المرفوضة في النمط.







3

النقاط والخطوط

الأدوات الأساسية في علم الهندسة

النقاط ليست مجرد علامات، بل هي رموز رياضية تُعرِّف الموضع. والخطوط ليست مجرد عناصر رئيسة في الصور المرسومة، ولكنها أيضًا رموز رياضية تربط بين النقاط، وتشير إلى المسافة والاتجاه وتُعرِّف الفضاء، والنقاط والخطوط – والعلاقات بينهما – هي الأدوات الأساسية في علم الهندسة.

لقد حوَّل قدماء اليونان علم الهندسة من الدراسة العملية لقياس الأرض إلى علم نظري قبل أن يستطيعوا إيجاد البراهين الرياضية؛ فقد تعاملوا مع النقاط والخطوط على نحو مثالي، ومن ثم أوجدوا عالمًا مُجرَّدًا يمكن تطبيق قوانين الهندسة عليه بدقة متناهية، وقد أدركوا أنهم يستطيعون الحصول على نتائج حقيقية من هذا العالم المثالي فقط عن طريق جعل الهندسة استنتاجية، بمعنى جعل الهندسة تعتمد على المسلمات. لقد كان كتاب **العناصر** (Elements) لإقليدس أعظم أعمال الهندسة اليونانية، وقد عُدَّ لقرون عدة الكتاب الرئيس للمنطق البشري. في الواقع، استمر ذلك إلى وقت متقدِّم من القرن التاسع عشر، إلى أن قام جورج كانتور (Georg Cantor) بالخطوة الأخيرة وهي إدخال الأشكال والصيغ الممكنة كلها إلى الهندسة.

لعبة التفكير
128

الصعوبة: ●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لعبة الثلاث عشرة نقطة

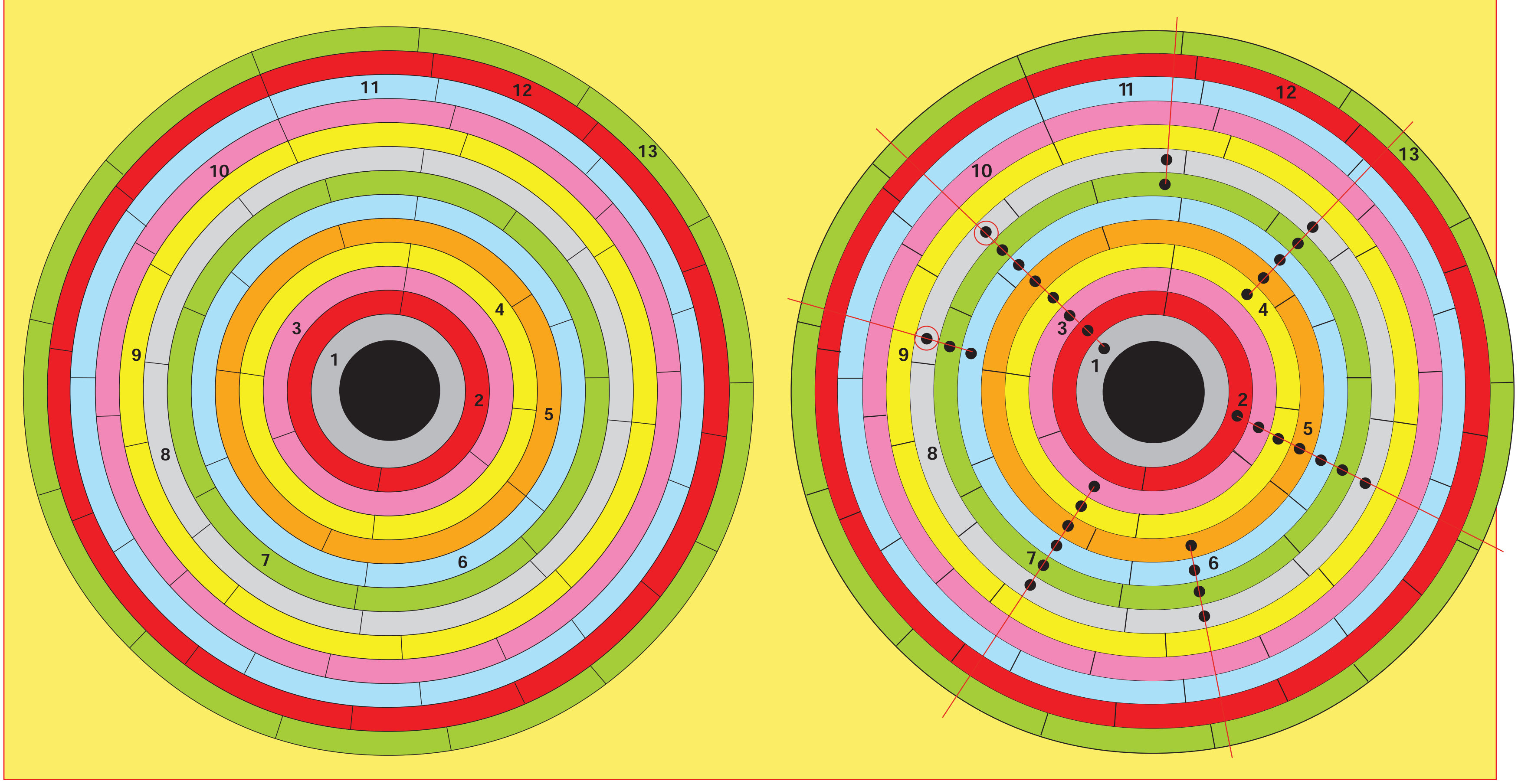
تخيل وجود قطعة دائرية من الأرض حيث زرع شخص ما شجرة واحدة فيها، اقسم القطعة إلى نصفين بحيث تزرع شجرة أخرى في مكان ما في النصف الذي لا يحتوي على الشجرة الأولى، ثم قسم القطعة إلى ثلاثة أثلاث، وازرع شجرة في الثلث الذي ليس فيه أشجار.

إلى أي مدى يمكنك الاستمرار في هذا الأمر؟ هل تستطيع تقسيم القطعة ثلاث عشرة مرة حتى يكون لكل جزء شجرة خاصة به؟

الصورة الموضحة في الأسفل على اليسار تظهر ثلاث عشرة دائرة متحدة المركز، ولكنها هنا فقط من أجل التوضيح. إنها في الحقيقة قطعة الأرض نفسها التي يمكن أن تراها بعد عمليات التقسيم المتتابعة.

ويمكن للعبة تحدٍ بين لاعبَين أن تلعب باتباع هذا النوع من التسلسل: يمكن للاعِبَين بالتناوب وضع علامات ترمز إلى الأشجار المزروعة على الأجزاء الفارغة من لوح اللعب الدائري الموضح في الأسفل في ناحية اليسار. ويستمر اللعب إلى أن يستطيع أحد اللاعبين وضع علامة في جزء خالٍ.

إن نموذج هذه اللعبة الموجود على اليمين سوف ينتهي بعد الحركة الثامنة؛ بسبب وضع أحد اللاعبين علامتين في الجزء نفسه.

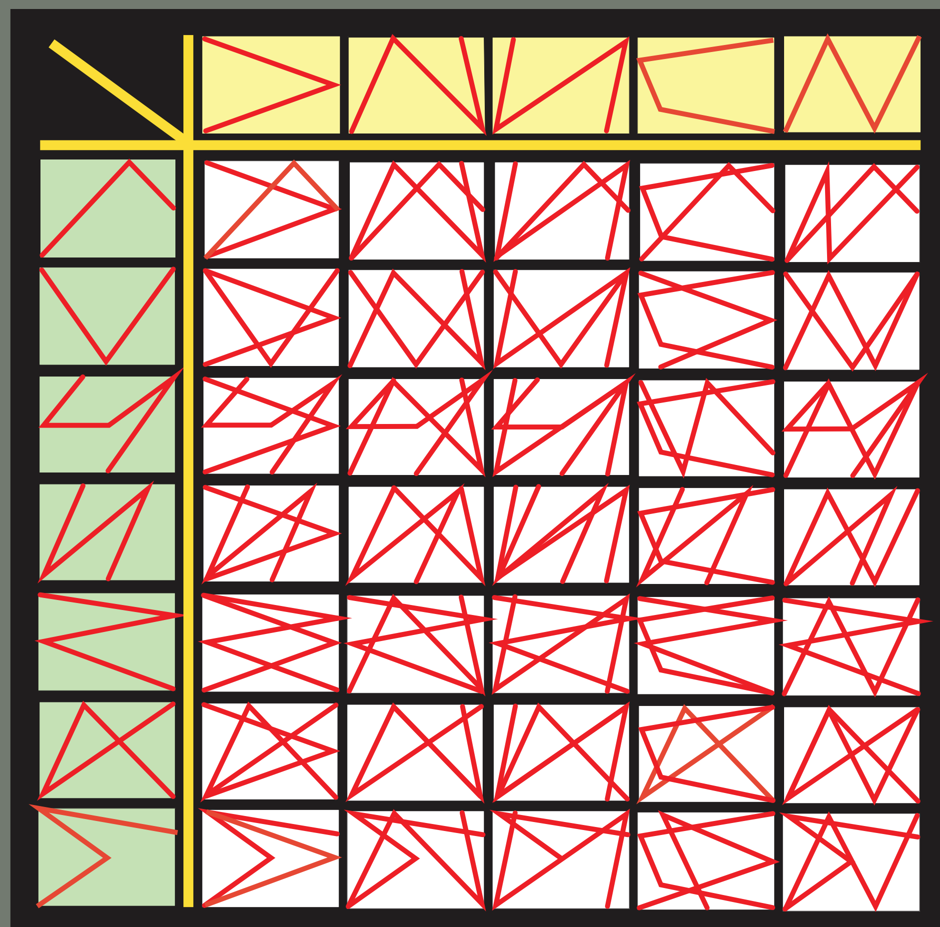


لعبة التفكير
129

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

طابق مصفوفة الخطوط

جُمع بين أنماط الخطوط الموجودة في أعلى المصفوفة بأنماط الخطوط الموجودة في يسارها؛ وذلك لإنشاء أبجدية جديدة. ولسوء الطالع حدثت أخطاء عدة في هذه العملية. هل تستطيع تحديد هذه الأخطاء؟



لعبة التفكير
130

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مسألة الخطوط الستة

تحتوي الخطوط الستة الموجودة في الشكل على اليسار على ثمانية مثلثات لها ثلاثة حجوم مختلفة. هل يمكنك وضع طريقة لرسم ستة خطوط مستقيمة بحيث تتضمن هذه الخطوط ثمانية مثلثات من حجمين مختلفين فقط؟

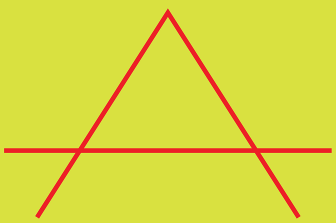


لعبة التفكير
131

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الخطوط والمثلثات

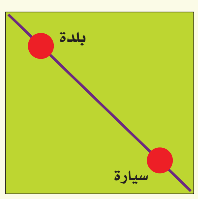
من خلال ثلاثة خطوط تستطيع عمل مثلث واحد، ومن خلال أربعة خطوط تستطيع عمل أربعة مثلثات. هل يمكنك عمل عشرة مثلثات من خلال إضافة خطين مستقيمين آخرين للخطوط الثلاثة الموضحة هنا؟



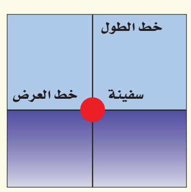
الأبعاد

الهندسة كلها تبدأ بالنقطة التي تدل على موضع على سطح ثنائي الأبعاد أو على فضاء ثلاثي الأبعاد. إن النقطة – التي هي تقاطع خطين مستقيمين أو أكثر – تعد فكرة مجردة، ويجب أن تتخيل أنها موجودة هناك.

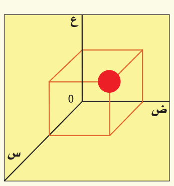
إن أكثر المفاهيم الرئيسة في علم الهندسة هي فكرة الأبعاد؛ فوضع سيارة على طريق يمكن أن يشار إليه بعدد واحد يشير إلى المسافة بينها وبين مَعلَم واضح.



ويمكن أن يتحدَّد مكان سفينة ما في البحر من خلال رقمين يمثلان بعدين؛ أي من خلال ملاحظة خطوط الطول وخطوط العرض.



إن موقع نقطة في حجرة يمكن أن يتحدد من خلال ثلاثة أعداد أو إحداثيات، لنقل مثلاً المسافة بينها وبين حائطين في الغرفة وارتفاعها عن أرضية الغرفة، وعادة ما يُرمز للإحداثيات ثلاثية الأبعاد بالحروف س، ص، ع.



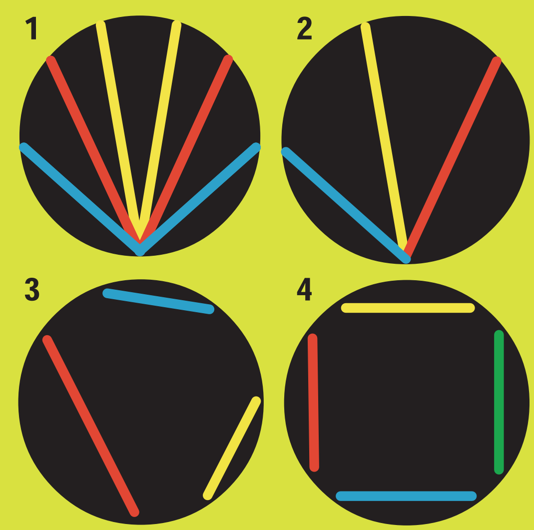
لعبة التفكير
132

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:________

العجلات الغامضة

■ **الخطوط الدوارة**

صوِّر هذه الخطوط المستقيمة أدناه بالألوان، ثم ثبِّتها على قرص دوار. وعندما يدور القرص، سوف تشكل هذه القطع المستقيمة نماذج جديدة. هل يمكنك تخيل ما سيبدو عليه كل نموذج من هذه النماذج الأربعة؟

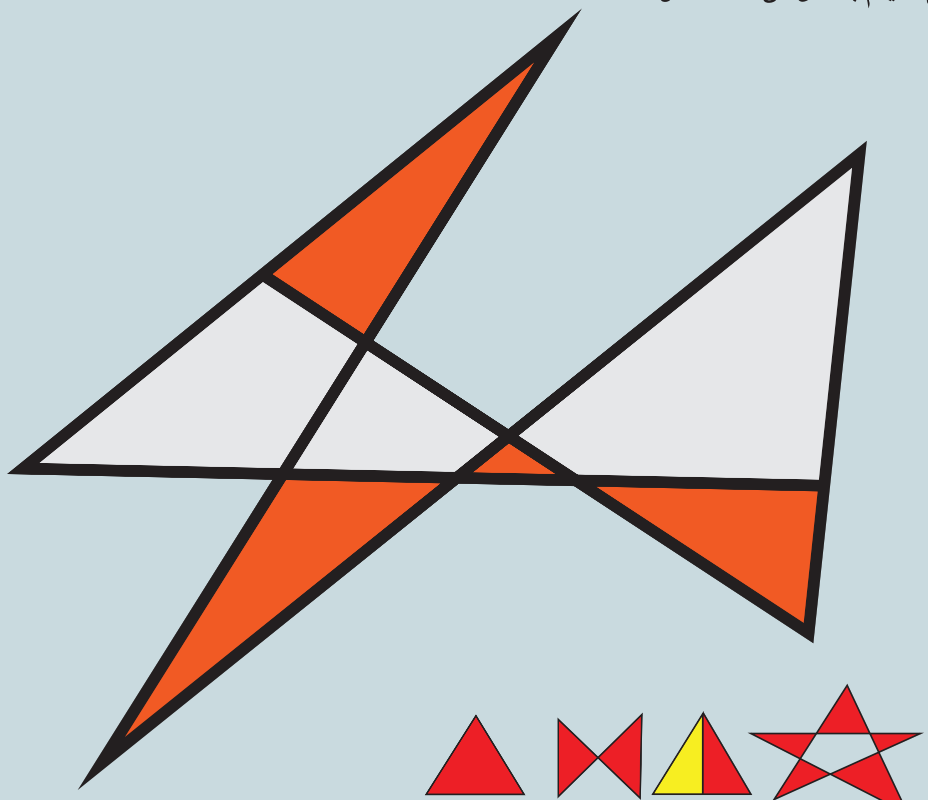


لعبة التفكير
133

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:________

مثلثات كوبون 1

ما عدد المثلثات غير المتداخلة التي تستطيع عملها عن طريق رسم ستة خطوط مستقيمة متصلة؟ هل تستطيع القيام بأفضل من هذا المثال؟



النقطة

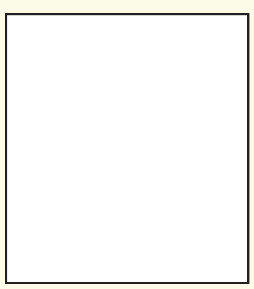
هل تستطيع أن ترى النقطة داخل المربع الأبيض ناحية اليسار؟

لا، لا يوجد خطأ في الطباعة. ولأنك لا تستطيع رؤية النقطة، فإن هذا لا يعني عدم وجودها؛ لأن النقطة شيء صوري، وفكرة مجردة تمامًا.

«في بعض الأحيان يأتي شيء ما من العدم».

النقطة ليس لها أبعاد ولا تحتل حيزًا. إن وجد السطح المستوي في بعدين والخط المستقيم في بعد واحد، فهذا يعني أن النقطة شيء لا بعد له. ولأنه من الصعب أن نشير إلى شيء لا نراه، فإن النقطة عادة ما يرمز لها بـ (.)، وهي دائرة صغيرة على سطح مستوٍ أو كرة صغيرة في فضاء ثلاثي الأبعاد.

لذلك النقطة هي «لا شيء»، ولكنها الجزء الأساسي الذي تبنى منه أشكال الهندسة كلها. فهل يمكننا القول إن الهندسة بُنيت على أساس خيالي؟



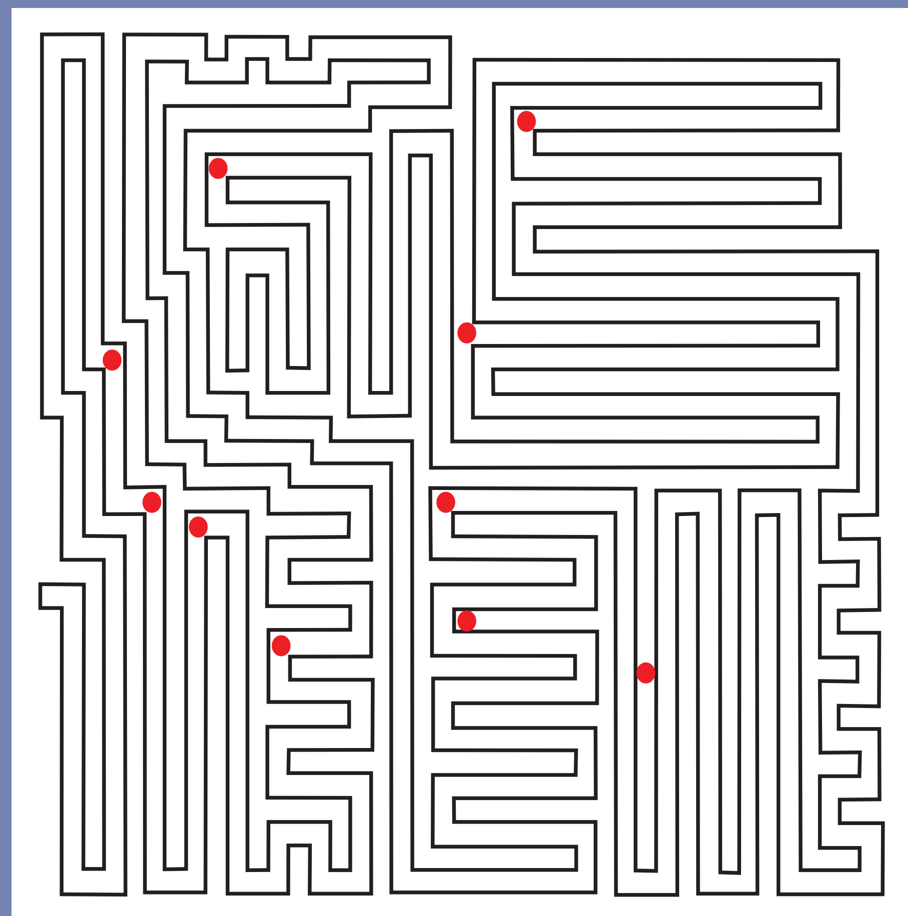
الآن وبعد أن قدمنا لك النقطة، نستطيع أن نبدأ في بناء التراكيب الرائعة والممتعة للهندسة؛ على سبيل المثال، من الواضح الآن أن المربع الأبيض لا يوجد في داخله نقطة واحدة فقط، بل عدد غير محدد من النقاط، وستكون هذه الملاحظة فيما بعد مهمة جدًّا.

لعبة التفكير
134

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ———

في الداخل - في الخارج

الخط الأسود يمثل حلقة متصلة. هل يمكنك تحديد أي النقاط تقع داخل الحلقة، وأي النقاط تقع خارجها؟ توجد طريقة سهلة أكثر من متابعة التفافات الخط .



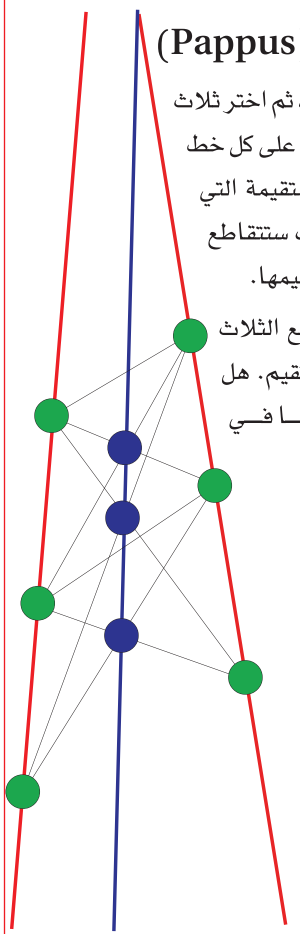
لعبة التفكير
135

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ———

نظرية بابوس (Pappus)

ارسم خطين مستقيمين، ثم اختر ثلاث نقاط بشكل عشوائي على كل خط منها، إن الخطوط المستقيمة التي تربط هذه النقاط الست ستتقاطع في ثلاث نقاط عليك تعليمها.

الغريب أن نقاط التقاطع الثلاث ستقع على خط مستقيم. هل سيكون ذلك صحيحًا في الحالات كلها؟



لعبة التفكير
136

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ———

محدب أم بسيط؟

المضلع المحدب هو مضلع يمكن وصل أي نقطة تقع داخله بأي نقطة تقع على محيطه بخط مستقيم لا تعبر محيطه، أما المضلع البسيط فهو مضلع لا تمر خطوط محيطه عبر بعضها. بالاعتماد على هذه المعلومات، هل تستطيع حساب عدد المضلعات المحدبة الموضحة في الشكل على اليسار؟

إن أحد هذه الخطوط أو المضلعات التي في الشكل يختلف عن الأشكال الأخرى. هل يمكنك تحديده؟



مسألة النقاط الثماني عشرة

يتذكر علماء الرياضيات أحيانًا مسائل تبدو بسيطة وسطحية لكنها تُثبت فيما بعد أنها أصعب بكثير مما نعتقد، وإحدى هذه المسائل المحيرة لغز النقاط الثماني عشرة التي ذكرها لأول مرة مارتن جاردنر (Martin Gardner) في باب الألعاب الرياضية في المجلة العلمية الأمريكية (Scientific American magazine).

الهدف هو توزيع ثماني عشرة نقطة على طول قطعة مستقيمة وفقًا لبعض القواعد البسيطة. بالتأكيد الخطوط تتضمن نقاطًا عديدة (في الواقع عددًا لا نهائيًّا من النقاط)؛ لذلك ربما تتخيل أن المرء يستطيع بنظرة كافية أن يضع عددًا غير محدد من النقاط على الخط المستقيم وفقًا لأي قاعدة، ومع ذلك فإن هذه البديهة قد تتحول إلى أمرٍ غير صحيح.

قواعد اللعبة بسيطة للغاية: ضع نقطة في أي مكان على الخط المستقيم، والآن ضع نقطة ثانية حتى تقع كل نقطة من النقطتين في نصف مختلف من هذا الخط المستقيم.

ضع نقطة ثالثة حتى تكون كل نقطة من النقاط الثلاثة في ثلث مختلف من الخط المستقيم. في هذه المرحلة يكون من الواضح أن النقطتين الأوليين لا يمكن أن تكونا في أي مكان فقط، فلابد أن توضع النقطتان بحرص حتى يمكن إضافة النقطة الثالثة، بحيث تكون كل نقطة في ثلث مختلف من القطعة المستقيمة.

اللعبة تتبع نموذجًا يمكن توقعه. ضع النقطة الرابعة حتى تكون كل نقطة من النقاط الأربع في ربع مختلف من القطعة المستقيمة، ثم ضع النقطة الخامسة بحيث تكون كل نقطة تقع في خُمس مختلف من القطعة المستقيمة، وهكذا. يمكنك المضي في هذه اللعبة بالحرص الذي ترغب به، فسوف يتبين لك – وبشكل مدهش – أنه لا يمكنك أن تتجاوز النقطة السابعة عشرة؛ فالنقطة الثامنة عشرة ستنتهك قواعد اللعبة.

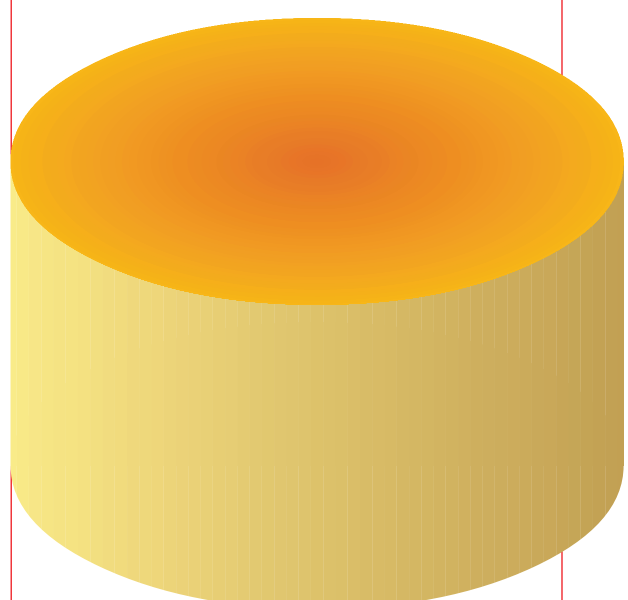
حتى لو اخترت مواضع النقاط بحرص شديد، فإن وضع عشر نقاط يعد نتيجة جيدة. ويمكنك أن تكون ممتازًا إن استطعت حل مسألة مشابهة لهذه المسألة في (لعبة النقاط الثلاث عشرة صفحة 54).

لعبة التفكير 137

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:________

قطع الجبن

هل تستطيع قطع هذا القرص من الجبن إلى ثماني قطع متماثلة بثلاث عمليات قطع مستقيمة؟

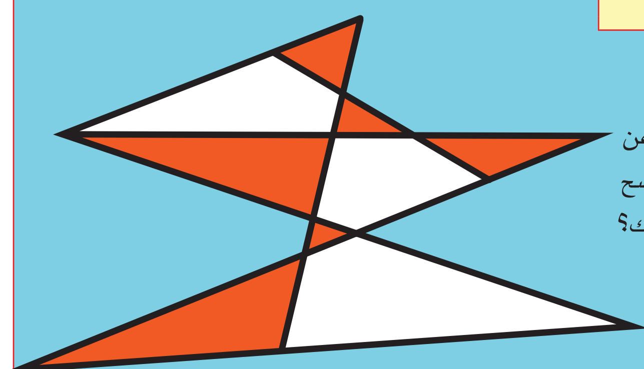


لعبة التفكير 138

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:________

مثلثات كوبون 2

ما عدد المثلثات غير المتداخلة التي تستطيع عملها عن طريق سبع خطوط مستقيمة؟ الرسم التوضيحي يوضح حلًّا بستة مثلثات. هل تستطيع القيام بأفضل من ذلك؟

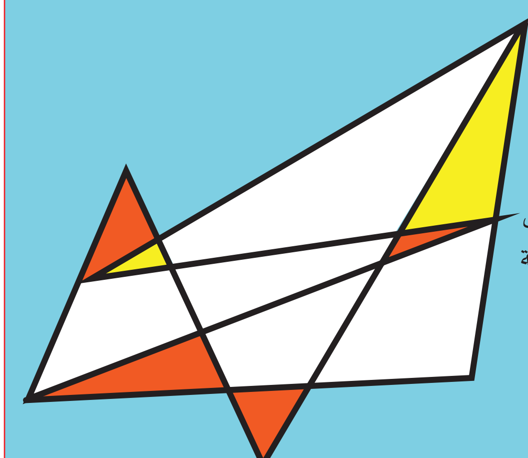


لعبة التفكير 139

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:________

مثلثات كوبون 3

كم عدد المثلثات غير المتداخلة التي تستطيع عملها عن طريق ثمانية خطوط مستقيمة؟ الرسم التوضيحي يوضح حلًّا بستة مثلثات. هل تستطيع القيام بأفضل من ذلك؟

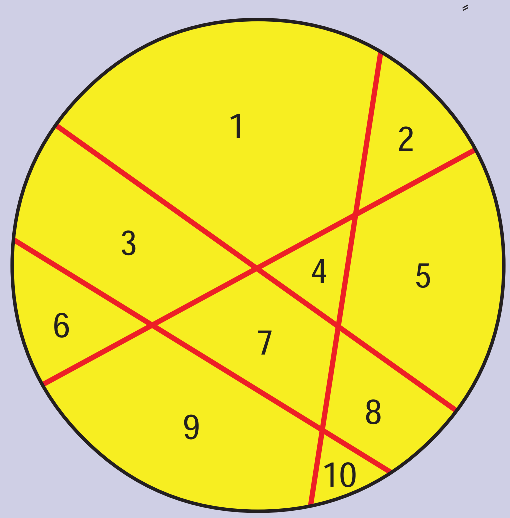


لعبة التفكير 140

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:______

التقسيم الكبير 1

يمكن تقسيم الكعكة إلى عشر قطع بقطعها أربع قطعات مستقيمة، على النحو الموضح أدناه. هل من الممكن القيام بأفضل من ذلك وتقسيم الكعكة إلى إحدى عشرة قطعة؟ هل يمكنك وضع قاعدة عامة لإيجاد أكبر عدد من المناطق التي يمكن تشكيلها من خلال عدد معين من القطعات المستقيمة في سطح مستوٍ واحد؟

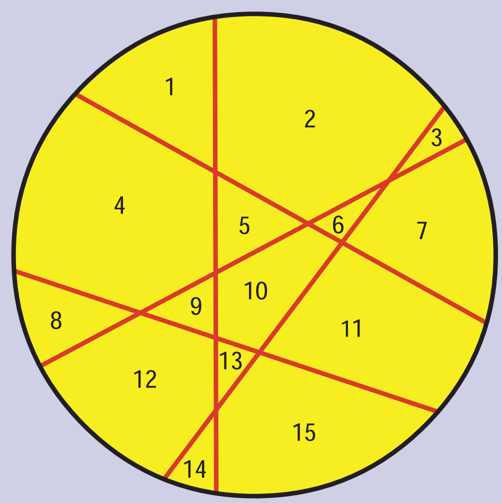


لعبة التفكير 141

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:______

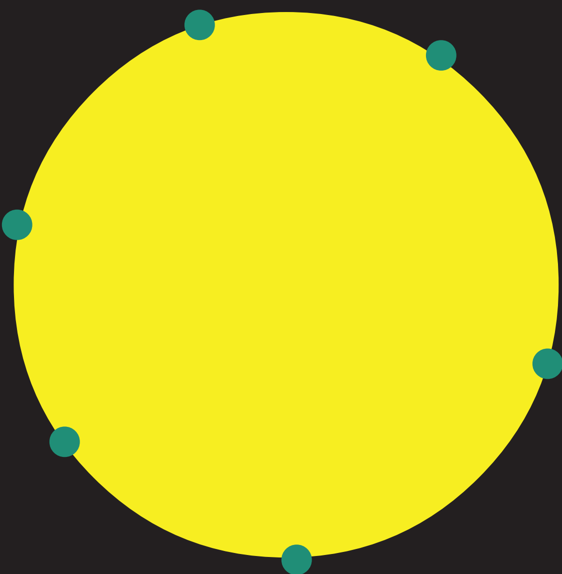
التقسيم الكبير 2

خمس عمليات قطع مستقيمة كافية لتقطيع الكعكة إلى خمس عشرة قطعة. هل يمكنك تقطيع الكعكة إلى ست عشرة قطعة عن طريق خمس عمليات قطع فقط؟



لعبة التفكير 142

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:______





التقسيم الكبير 3

وضع على محيط الدائرة التي في الأعلى ستُّ نقاط. أوصل هذه النقاط جميعها بخطوط مستقيمة فيما بينها، ثم احسب عدد المناطق المتكونة من ذلك.

وقبل أن تبدأ انظر يسارًا إلى الحلول الأخرى التي قد تساعدك على تقدير الإجابة. الأشكال الموضحة هي حلول بالنسبة إلى نقطتين، ثلاث نقاط، أربع نقاط، وخمس نقاط تم اختيارها بشكل عشوائي على الدائرة. اعتمادًا على السلسلة البسيطة للمناطق المتضاعفة، ما تقديرك بالنسبة إلى مشكلة النقاط الست؟

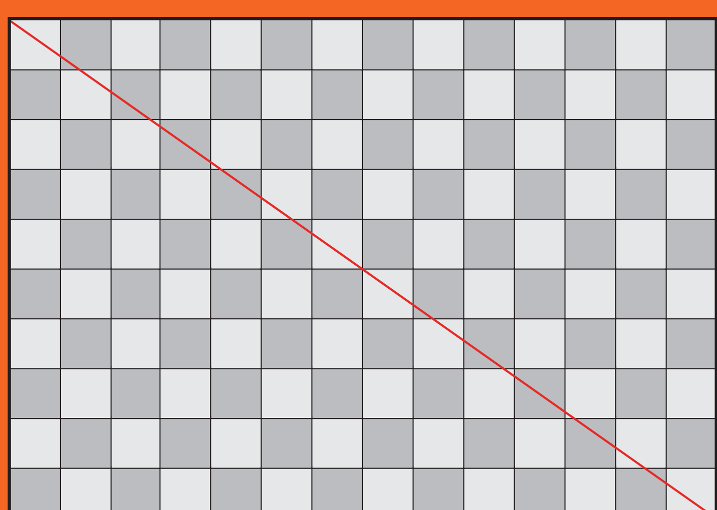
لعبة التفكير 143

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:______

الصندوق المخطوط

ينقسم صندوق مكون من عشرة في أربعة عشر إلى 140 غرفة صغيرة. يوجد شعاع ليزر يلمع من أعلى الزاوية اليسرى من الصندوق إلى أسفل الزاوية اليمنى.

من دون القيام بعملية العد، هل يمكنك تحديد عدد الغرف الصغيرة التي سيمر من خلالها شعاع الليزر؟

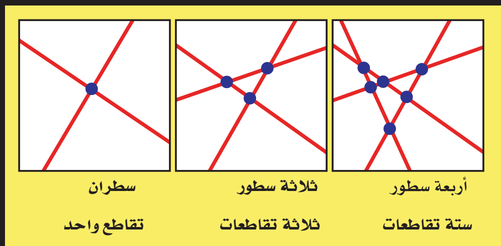


لعبة التفكير 145

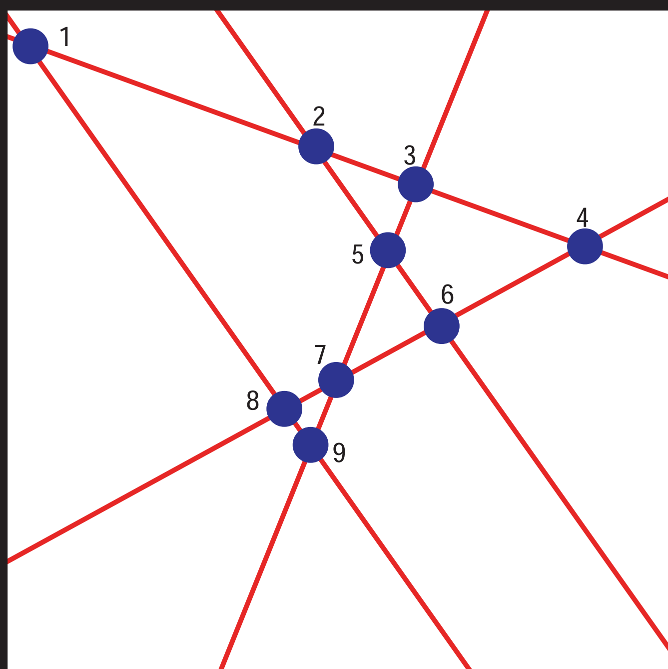
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:———

الخط يقطع خطًّا

■ **التقاطعات**



الخطوط الخمسة المرسومة في الأسفل تتقاطع في تسع نقاط مختلفة. هل يمكنك رسم خمسة خطوط تتقاطع في عشر نقاط؟ ما أكبر عدد من التقاطعات الممكنة بالنسبة إلى خمسة خطوط فقط؟

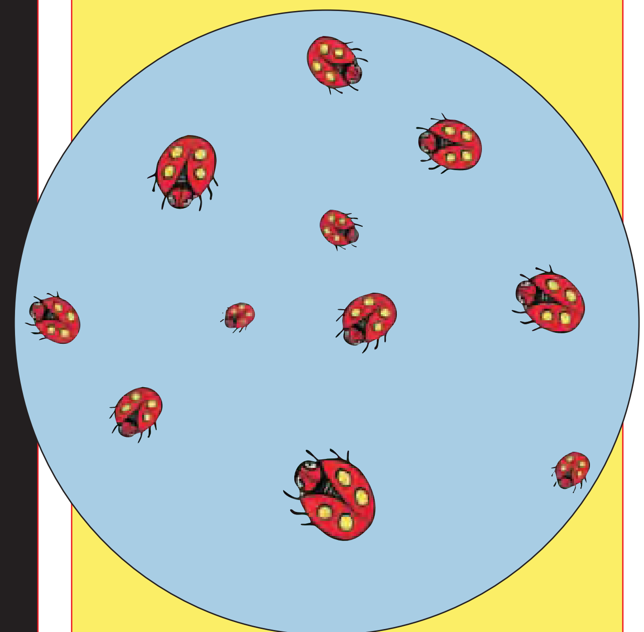


لعبة التفكير 144

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:———

خنافس في الحقل

ارسم أربعة خطوط مستقيمة فقط عبر محيط الدائرة، هل تستطيع فصل هذه الخنافس (الدعسوقات) الإحدى عشرة لتصبح كل واحدة منها في منطقة وحدها؟



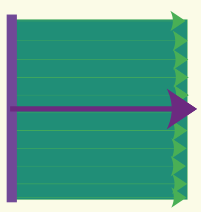
نظرية بابوس
(Pappus's Theorem)
قوة النقطة المتحركة

عالم الرياضيات العظيم بابوس (Pappus) من الإسكندرية كان أعظم رياضيي القرن الرابع؛ فهو أول من أدرك أن الفضاء يمكن أن يملأ بوساطة نقطة متحركة؛ فالنقطة التي تتحرك في بعد واحد ينتج منها خط مستقيم، وذلك الخط المتحرك في اتجاه عمودي على النقطة يحدد مستطيلًا، والمستطيل الذي يتحرك في اتجاه عمودي على النقطة والخط يُنتج منشورًا مستطيلي الشكل، ويمكن أن يمتد هذا المفهوم ليشمل النقاط التي تتحرك على طول المنحنيات لتحديد المساحات والحجوم المعقدة.

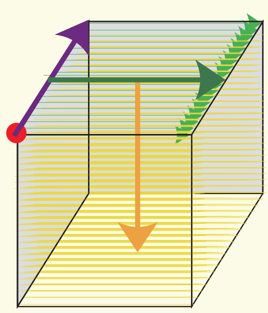
وما هو أكثر أن نظرية بابوس تعد أساس آلية المسح الضوئي التي تنتج منها صور التلفاز.



النقطة تنتج خطًّا عندما تتحرك وحدة واحدة في اتجاه.



الخط ينشئ مربعًا عندما يتحرك وحدة واحدة باتجاه يعامده.



المربع ينشئ مكعبًا عندما يتحرك باتجاه يعامده.

خطوط تمر من خلال نقاط

دعنـا نعرف مـدى قدرتك علـى التخيل؛ ارسـم تسـع نقـاط في مربـع 3×3، ثم خذ قلـم رصاص ومن دون أن ترفعـه عـن الورقـة ارسـم خطًّـا مكوَّنًـا مـن أربعـة خطوط مسـتقيمة تمر من خلال النقاط التسـع جميعها.

للوهلة الأولى سـتبدو هذه المسألة مستحيلة؛ إنَ ربـط ثماني نقاط يعد أمرًا سـهلًا ، ولكن ربط تسـع لا يبدو منطقيًّا.

إذا لم تكتشـف حلًّا للمسـألة، ربما يكون بسبب أنـك واجهـت عائقًـا فـي المفاهيـم. يحصـر كثير من النـاس ــ غالبًا ــ أنفسـهم في عدد صغير من الحلول الممكنـة للمسـألة؛ فعلى سـبيل المثـال، يفترض كثير مـن النـاس أنَّ الحل لهذه المشـكلة لابـد أن يتكون من خطوط رأسـية وأفقيـة، وأنَّ الخطوط لابد أن تنحصر في (المربع) الذي تشكله النقاط التسع، لكن لم تذكر هذه القيود بوصفها جزءًا من المسألة.

إن الخطـوط المائلـة والمسـتقيمات التـي تمتد فيما وراء الحدود المرئية للمسألة تقود إلى الحل.

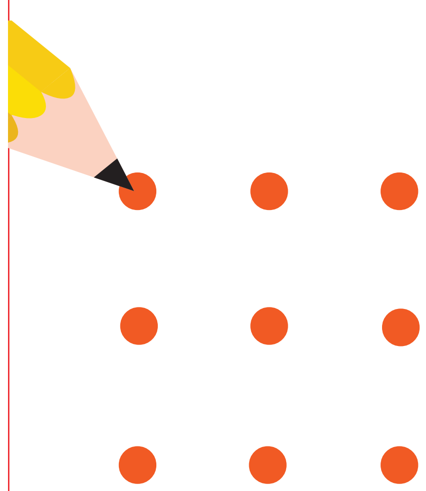
فـي تسـعينيات القرن العشـرين غالبًا ما أشـار مستشـارو رجـال الأعمال ورجـال السياسـة إلى فكرة البحث عن حلول إبداعية خارج الصندوق. هذه اشارة إلى حل هذا اللغز الذي يبدو مستحيلًا.

لعبة التفكير 146

الصعوبة:

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______



مسألة النقاط التسع

هل تسـتطيع ربط تسـع نقاط بأربعة خطوط مستقيمة من دون رفع قلم الرصاص عن الورقة؟

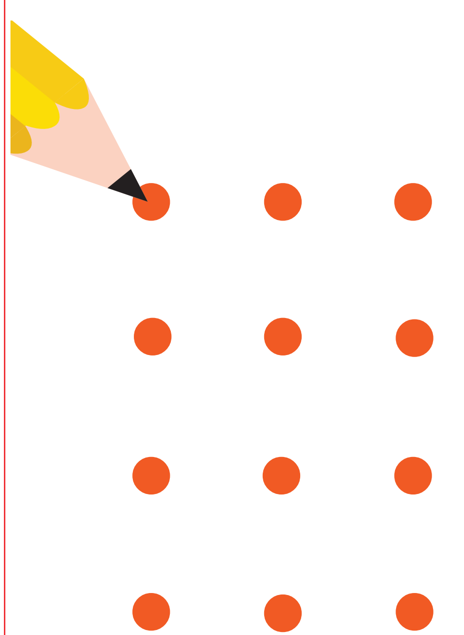
هل تستطيع حل هذه المسألة باستخدام ثلاثة خطوط مستقيمة فقط؟

لعبة التفكير 147

الصعوبة:

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______



مسألة النقاط الاثنتي عشرة

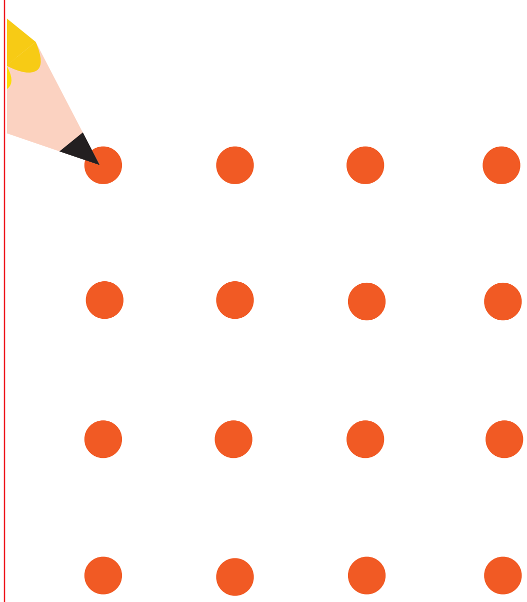
هـل تسـتطيع ربـط هـذه النقـاط الاثنتـي عشـرة عـن طريـق سلسـلة من الخطوط المسـتقيمة مـن دون رفع قلـم الرصاص عن الورقة؟ ما أقل عـدد من الخطوط للقيام بذلك؟

لعبة التفكير 148

الصعوبة:

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______



مسألة النقاط الست عشرة

هـل يمكـن ربط النقاط السـتة عشـرة فـي المربع عن طريـق سلسـلة من الخطوط المسـتقيمة مـن دون رفع قلـم الرصاص عن الورقة؟ ما أقل عـدد من الخطوط للقيام بذلك؟

الإحداثيات

الأشكال ليست مجرد أجسام مادية، إنها أيضًا إبداعات رياضية يمكن وصفها من خلال الأعداد، ومثل الأعداد جميعها فمن الممكن معالجة الأشكال بطرق مختلفة للوصول إلى نتائج جديدة، وهذا شكل من أشكال الرياضيات يعرف بالجبر الهندسي.

يعود مفهوم الجبر الهندسي إلى قرابة عام 300 قبل الميلاد، عندما استخدم إقليدس شكلًا من أشكال الجبر الهندسي في بعض البراهين في كتابه المسمى بـ **العناصر**. وقد أصبح مجالًا مستقلًّا بذاته في منتصف القرن السابع عشر؛ عندما وصف رينيه ديكارت (René Descartes) و بيير دي فرما (Pierre de Fermat) موقع النقطة باستخدام زوجين من الأعداد أطلق عليهما – بعد ديكارت بزمن – اسم الإحداثيات الديكارتية؛ فالإحداثيات الديكارتية تبنى من محورين متعامدين متقاطعين، ففي الإحداثيات مثل (2،3) يمثل الرقم الأول على اليمين المسافة على محور السينات (س) الأفقي، والرقم الثاني على اليسار يوضح المسافة على محور الصادات (ص) الرأسي.

من خلال الإحداثيات الديكارتية، يمكن استخدام المعادلات لرسم الأشكال. إذا كانت المعادلة في متغيرين، يكون الشكل ثنائي الأبعاد، وإذا كانت المعادلة في ثلاثة متغيرات يكون الشكل ثلاثي الأبعاد. ومن الممكن استخدام إحداثيات ديكارت في تحليل المنحنيات، ومن الممكن أيضًا أن تساعد على حل المعادلات المتتالية، بمعنى أن نقطة أو نقاط تقاطع الخطوط التي تمثل المعادلات تمثل الحلول العددية. هذه الوسائل القوية جعلت الجبر الهندسي ذا قيمة كبيرة للعلوم والهندسة وتحليل البيانات.

لعبة التفكير 149

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

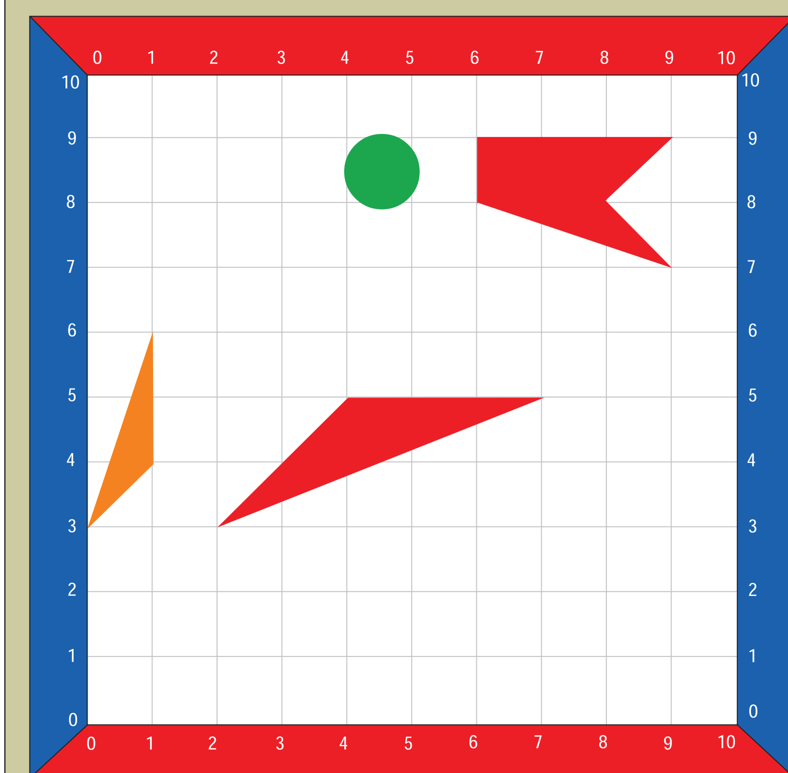
المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

صَنْعَةُ الإحداثيات

النقطة في السطح المستوي يمكن تحديد موقعها من خلال تقاطع خطين يطلق عليهما محوران إحداثيان. استخدم إحداثيات النقاط المُرقمة من واحد إلى أربع وعشرين لتحديد مواقعها على هذه الشبكة؛ إذا وصَّلت النقاط بالترتيب الصحيح فسوف تكتشف صورة مخفية.

1.	9	9
2.	6	9
3.	5	10
4.	3	10
5.	2	9
6.	2	8
7.	4	7
8.	5	6
9.	1	4
10.	1	6
11.	0	3
12.	3	2
13.	4	1
14.	3	0
15.	7	0
16.	5	1
17.	4	2
18.	7	3
19.	8	5
20.	5	7
21.	6	8
22.	9	7
23.	8	8
24.	9	9



لعبة التفكير 150

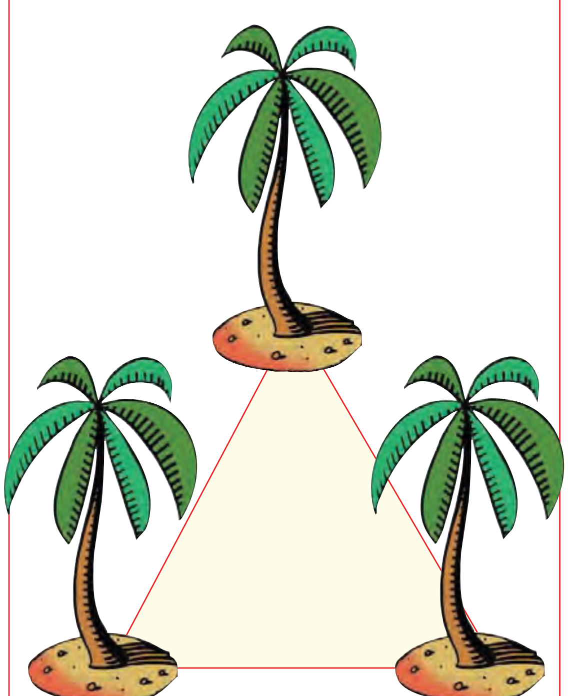
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

أشجار بينها مسافات متساوية

هذه الأشجار الثلاثة تفصل بينهامسافات متساوية، أي إن كل واحدة منها مزروعة على مسافة متساوية من الأخريين. فهل هذا هو الحد الأقصى لعدد الأشجار التى تفصل بينها مسافات متساوية؟



لعبة التفكير
151

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الكلب المربوط

الكلب المسمى فيدو مربوط إلى شجرة عن طريق حبل طوله 10 أقدام، ويرغب في الوصول إلى وعاء طعامه الذي يبعد عنه مسافة خمس عشرة قدمًا؛ لذلك يهرول فيدو مرارًا قبل أن يبدأ في الأكل.

لا توجد أي خدع، ولم ينفك الحبل ولم تنحن الشجرة، إذن، كيف فعل فيدو ذلك؟

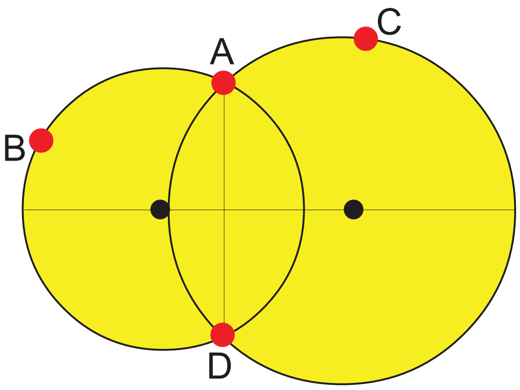


لعبة التفكير
152

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الخط الأطول

هل تستطيع العثور على أطول خط يربط نقطتين على الدائرتين المتقاطعتين ويمر من خلال النقطة المحددة A. (تتقاطع الدائرتان في النقطتين A و D).



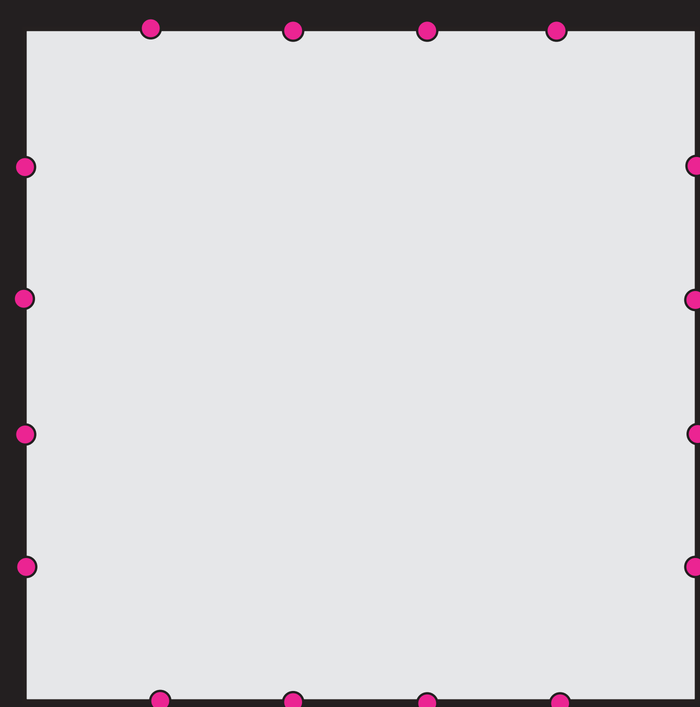
لعبة التفكير
153

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

التقاطع
لعبة لشخصين

موضوع هذه اللعبة هو تكوين أكبر عدد ممكن من التقاطعات. يتناوب اللاعبون في رسم الخطوط التي تربط النقاط على طول جوانب لوحة اللعب، كل لاعب يستخدم قلمًا بلون مختلف. في كل مرة يتقاطع فيه خط يرسمه لاعب مع خط مرسوم، يرسم اللاعب فيه نقطة من لون قلمه نفسه.

في نهاية اللعبة يجمع كل لاعب نقاط التقاطع الخاصة به. كل تقاطع منها يمر اللاعب فيه لوحده تُحتسب له نقطتان، وكل تقاطع يمر اللاعب الخصم منه تحسب له نقطة واحدة.



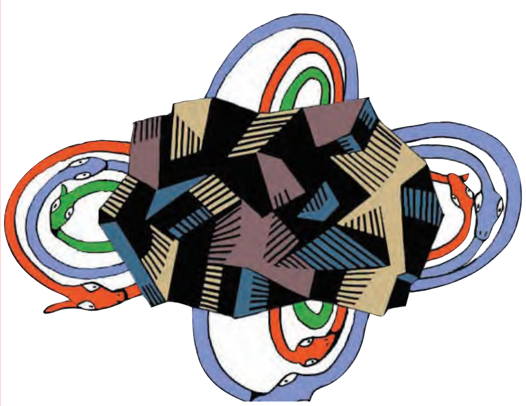
لعبة التفكير
154

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الأفاعي

تُوجد تسعة ثعابين ـ ثلاثة حمر، وثلاثة خضر، وثلاثة زرق ـ ملفوفة في حلقات مغلقة تحت صخرة، ولا يلامس أي ثعبان ثعبانًا آخر، ولا تتقاطع حلقاتهم أيضًا.

ثمانية من الثعابين غير مغطاة جزئيًا، بمجرد النظر إلى الصورة، هل يمكنك أن تخبرنا ما لون الثعبان المخفي كليًا تحت الصخرة؟



التصوير الإلكتروني

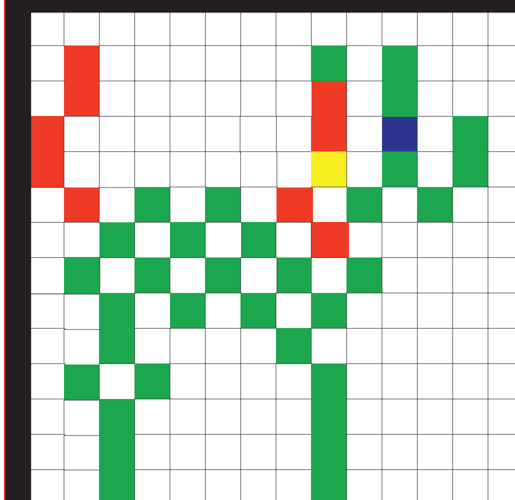
اكتشـف المهندسـون في أوائل القرن العشـرين أنـه يمكنهـم تقديـم صـور متحركـة على الشاشـة عن طريـق تقطيـع الصورة إلى أجزاء صغيرة جدًّا تسـمَّى بكسـلات (pixels). وكل بكسل يتم تشفيره بمعلومات عن درجـة لمعانه ولونه، ويرسـل إلكترونيًّا إلى أجهزة الاسـتقبال التلفازي، حيث تُدمج البكسـلات معًا لعمل صورة تلفازية. وتسـتخدم شاشـات الحواسب الحديثة التقنيـة نفسـها. إذا نظـرت عن قرب، سـوف ترى أنه حتـى صـور الحاسـب الأكثـر تعقيـدًا تتكون مـن نقاط صغيـرة، وقـد بُسِّـط هذا المفهـوم لإنتاج ألغاز بكسـل (Pixel) كما يأتي:

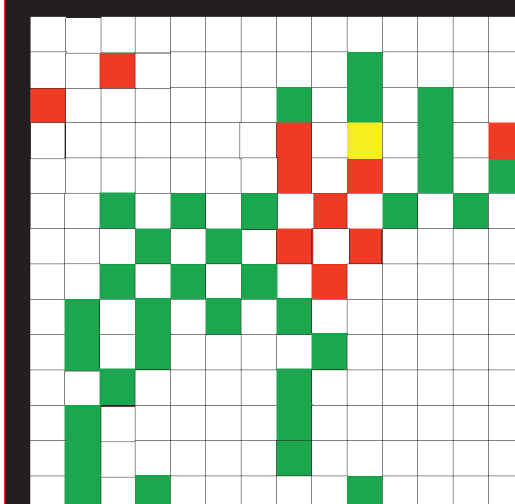
لعبة التفكير
155

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

عمل بكسل 1

ادرسْ نموذجـي الشـبكتين بالأسـفل. هـل تسـتطيع تحديد ما سـتكون عليـه الصورة إذا دُمِـج النموذجان معًا؟



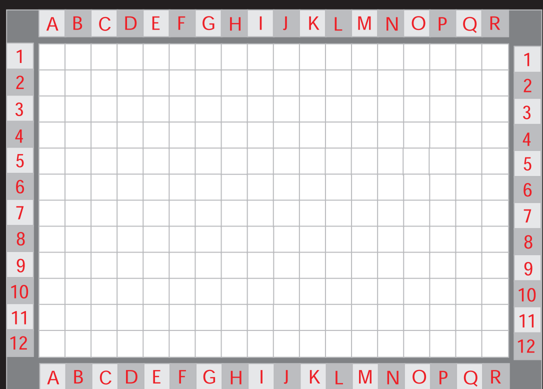


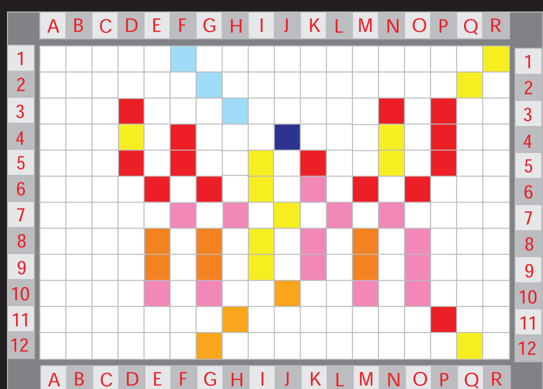
لعبة التفكير
156

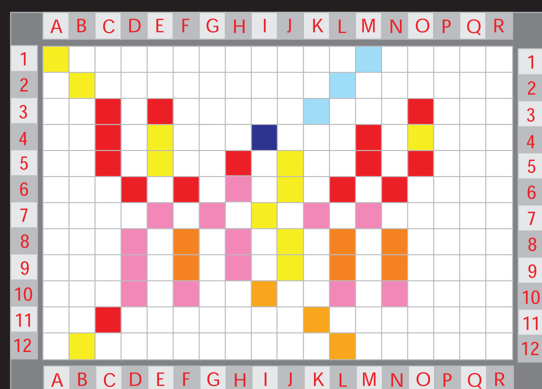
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

عمل بكسل 2

هل يمكنك استخدام خيالك لدمج النموذجين في الأسفل فـي صورة واحـدة؟ إذا لم تسـتطع، حاول نقل البكسـلات من كل نموذج إلى الشبكة الفارغة على اليمين. كن منتبهًا لمطابقة الألوان والأماكن بالضبط.





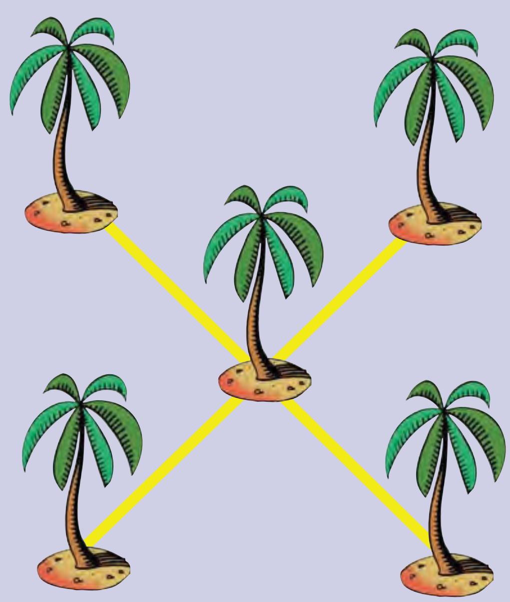


لعبة التفكير
157

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

زراعة الأشجار الست

زُرعـت حديقة بخَمسـ أشـجار على سـتة مسـارات مسـتقيمة ـ مسـاران يوجـد فـي كل منهمـا ثـلاث أشـجار ـ وأربعة مسـارات أخرى يوجد في كل منها شجرتان. هل يمكنك تصميم حديقة جديدة فيها ست أشجار وأربعة مسارات، بحيث يكون في كل مسار ثلاث أشجار فقط؟



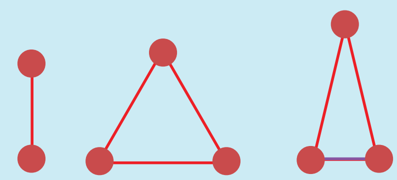
لعبة التفكير
158

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مجموعات ثنائية المسافة

إن النقاط على سطح مستوٍ من الممكن أن تفصل بينها أي مسافة، ولكن توجد مجموعة محددة من النقاط تكون أي نقطة منها على مسافة واحدة أو مسافتين منفصلتين تمامًا عن باقي النقاط في المجموعة؛ على سبيل المثال، تكون نقطتان محددتان على مسافة واحدة بالضبط من بعضهما، وتكون كل من النقاط الثلاث التي تشكل رؤوس مثلث متساوي الأضلاع على المسافة نفسها من النقطتين الأخريين. هاتان المجموعتان من النقاط هما فقط مجموعتا نقاط أحادية المسافة.

يعد المثلث متساوي الساقين مثالًا على مجموعة نقاط ثنائية المسافة. من خلال السطح المستوي، كم عدد المجموعات الأخرى ثنائية المسافة التي يمكنك أن تجدها؟



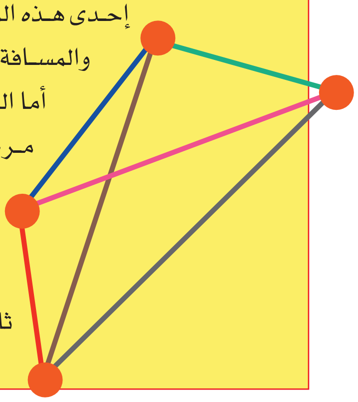
لعبة التفكير
159

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مجموعات ثلاثية المسافة

تم توصيل النقاط الأربعة الموضحة أدناه بستة خطوط مختلفة في الطول، وهذا مثال على مجموعة سداسية المسافة.

هل يمكنك ترتيب أربع نقاط بحيث تُشكل التوصيلات بينها ثلاث مسافات مختلفة ومنفصلة، بحيث تظهر إحدى هذه المسافات ثلاث مرات، والمسافة الثانية تظهر مرتين، أما المسافة الأخيرة فتظهر مرة واحدة؟ كم عدد الأمثلة التي يمكنك العثور عليها على هذا النوع من المجموعات ثلاثية المسافة؟



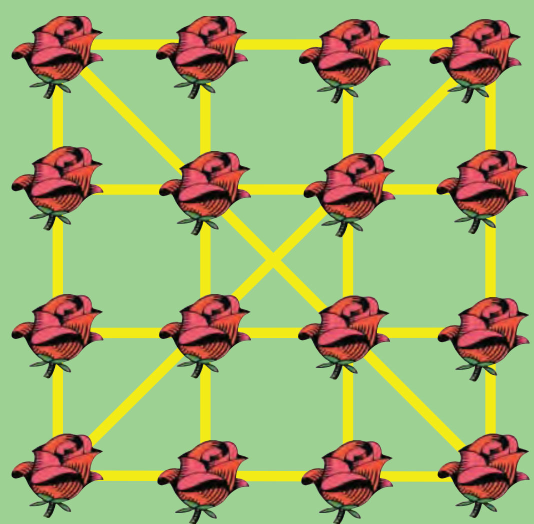
لعبة التفكير
160

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

صفوف الأزهار

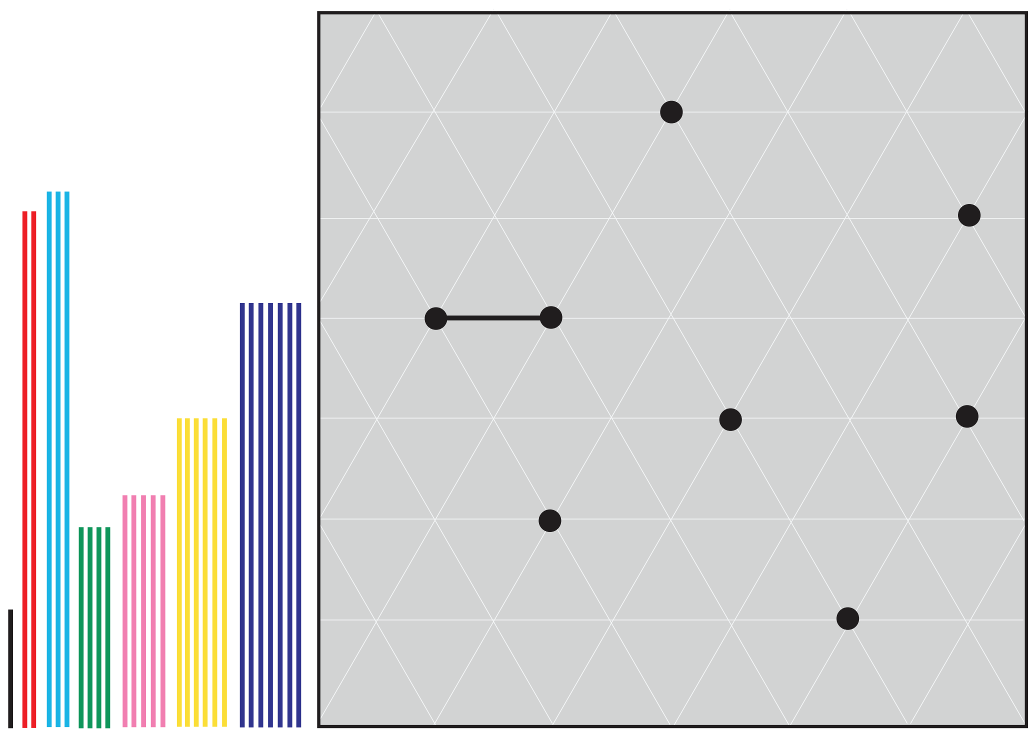
أراد السيد زهير أن يزرع ست عشرة زهرة في حديقة منزله، وبدأ بالتخطيط لأماكن زراعته لها. في البداية صمم حديقة أزهاره بحيث يكون هناك أربعة صفوف وفي كل صف أربع أزهار، حيث سينتج من ذلك عشرة خطوط مستقيمة: أربعة خطوط رأسية، وأربعة خطوط أفقية وخطان قطريان، وكل منها سيكون فيه أربع أزهار.

ثم عمل السيد زهير خطة أفضل، وهي أن يزرع الأزهار الست عشرة على طول خمسة عشر خطًا مستقيمًا، أربع أزهار في كل خط. هل تستطيع أن تحدد طريقة زراعته لها؟



لعبة التفكير
161

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



مجموعة متعددة المسافة

وصِّل النقاط على هذه الشبكة المثلثية بحيث تحقق أطوال الخطوط المتقاطعة داخلها خاصية محددة: يجب أن يحدث أحد الأطوال مرة واحدة فقط، وطول آخر يحدث مرتين، وطول ثالث يحدث ثلاث مرات، وهكذا.

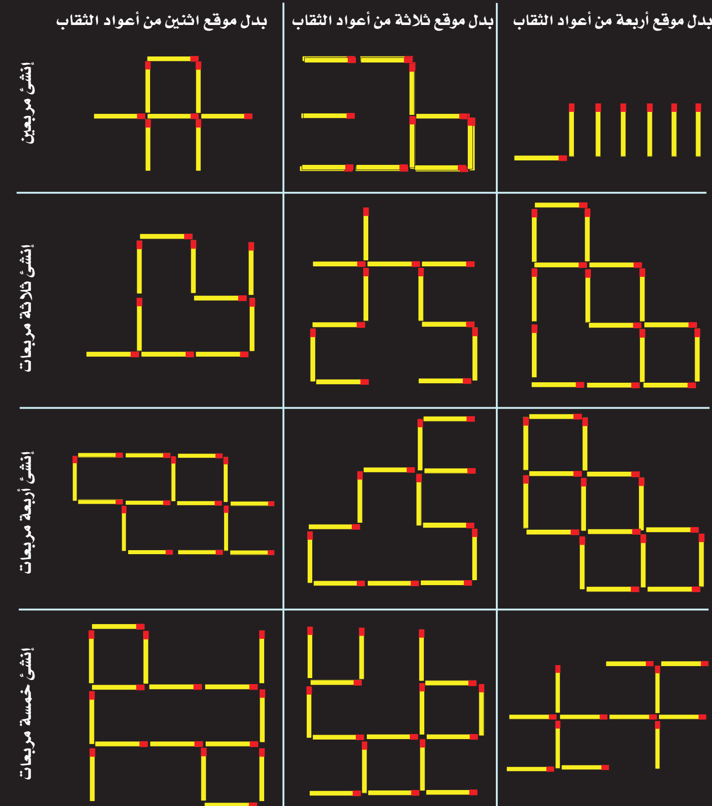
ابدأ بالمقطع الأسود الموضح في الشكل. إلى أي حد تستطيع أن تستمر؟

لعبة التفكير
162

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مربعات عيدان الثقاب

تنطوي هذه الألغاز على تحريك أعواد ثقاب (أو يمكن استبدال أعواد الثقاب بأي قطع أخرى قصيرة ومستقيمة لها الطول نفسه مثل شفاط العصير (Soda Straw)) لإنشاء أنماط جديدة مكونة من مربعات. يوجد في كل عمود من هذه الأعمدة ما يرشدك إلى عدد أعواد الثقاب التي يجب عليك تحريكها؛ ويوجد أيضًا في كل صف من هذه الصفوف ما يرشدك إلى عدد المربعات التي يجب عليك إنشاؤها. (قد تتداخل المربعات أو تكون لها زوايا مشتركة). هل تستطيع حل هذه الألغاز الاثني عشر جميعها؟

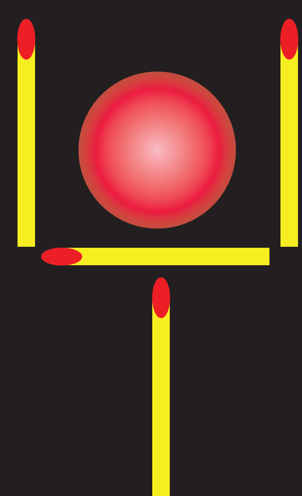


لعبة التفكير
163

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

حبة كرز في كوب الزجاج

هل يمكنك تفريغ كوب الزجاج وإخراج حبة الكرز من خلال تحريك عودي ثقاب؟ (يجب أن يظل كوب الزجاج محتفظًا بشكلة الأصلي في الحل الذي تقوم به).



لعبة التفكير
164

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

سمكة أعواد الثقاب

هل تستطيع تغيير اتجاه السمكة بتحريك ثلاثة أعواد ثقاب فقط؟



لعبة التفكير
165

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

نقطة أعواد الثقاب

في الشكل الموضح أدناه، تجتمع أعواد الثقاب الثلاثة في نقطة واحدة. هل تستطيع عمل شكل من أعواد ثقاب بحيث يكون كل طرف من أي عود ثقاب (متصلًا) فقط بطرفي عودي ثقاب آخرين؟ لاحظ أن أعواد الثقاب قد تتصل فقط من أطرافها، ولا يكون هناك تداخل بينها. ما الشكل الذي يحقق هذه القاعدة ويتضمن أقل عدد من أعواد الثقاب؟

أول من وضع هذه المسألة هو عالم الرياضيات الألماني هيكو هاربورث (Heiko Harborth)، والتي وصفها نوب يوشيجاهارا (Nob Yoshigahara) في نشرته (الألغاز الشهيرة) (Puzzletopia). وهناك شكل آخر مختلف من هذه المسألة يتطلب التقاء أطراف أربعة أعواد ثقاب في كل نقطة، والحل الأمثل المعروف يتطلب 104 أعواد ثقاب تتقابل في 52 نقطة. وقد تم تأكيد عدم وجود حل للمسألة التي تتطلب التقاء أطراف خمسة أعواد ثقاب في كل نقطة.



لعبة التفكير
166

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ——

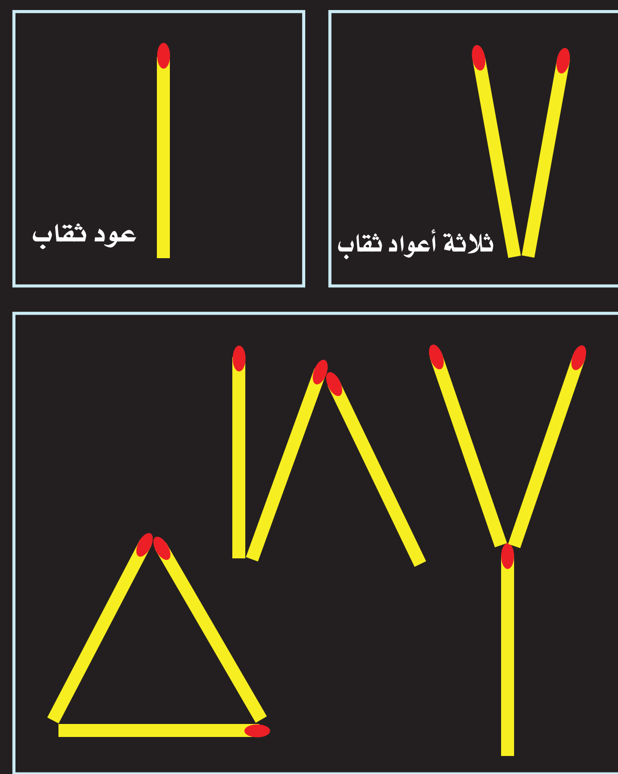
تشكيلات من أعواد الثقاب

هذا اللغز يعتمد على لعبة سوليتير قديمة. ما عدد التشكيلات الطبوغرافية المختلفة التي يمكنك إجراؤها بعدد معطى من أعواد الثقاب على سطح مستوٍ؟

تُطبَّق القيود الآتية:

1. الحافة تتكون من عود ثقاب واحد ويمكن لعودي ثقاب أن يتلامسا عند أحد طرفيهما فقط.
2. يجب أن توضع أعواد الثقاب بشكل مستوٍ على السطح، لكن يُعدُّ الشكلان متطابقين إذا أمكن إعادة تشكيل أحدهما في الفضاء (مثلًا: إذا التقط الشكل وحُرِّك) ليصبح مشابهًا للشكل الآخر.

التشكيلات جميعها الممكنة لعود ثقاب واحد أو عودي ثقاب أو ثلاثة أعواد ثقاب أعطيت في الأشكال الموضحة في الأسفل.



كم عدد التشكيلات المختلفة التي يمكنك إجراؤها مستخدمًا أربعة أعواد ثقاب؟ خمسة أعواد ثقاب؟

لعبة التفكير
167

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ——

لمس الخناجر

هل تستطيع ترتيب هذه الخناجر الثمانية بحيث يلامس كل خنجر خمسة خناجر أخرى على الأقل؟



الخطوط والارتباطات (Lines and Linkages)

مثاليًّا، يعد الخط قضيبًا صلبًا؛ وعليه، فإن المسائل المتعلقة بالقضبان المترابطة هي دراسات في هندسة الخطوط.

الارتباطات نظام من القضبان أو الخطوط إما مترابطة ببعضها أو بوساطة مفاصل متحركة، أو أنها مثبتة على السطح بوساطة قاعدة تتيح للقضيب حركة الدوران بحرية؛ فإذا ثبتنا قضيبًا واحدًا من طرفه على قاعدة، فإن الطرف الآخر الحر سيتحرك حركة دورانية حول هذه القاعدة.

تُعد الحركة الدورانية حركة سهلة وطبيعية لعملية الارتباطات؛ إذ يمكن بناء حركة مستقيمة منها من دون الحاجة إلى خط مستقيم ثابت، وهذا الأمر ليس مسألة نظرية في علم الهندسة. الحركة الطبيعية الناجمة عن الآلة البخارية هي حركة دورانية يمكن تحويلها إلى حركة مستقيمة باستخدام المكبس (Piston)، وهذه المكابس تحتاج إلى عدد من الرومان بيلي (Bearings) المعدنية التي هي عرضة للاستهلاك. يُعد الارتباط أحسن طريقة للاستفادة من قوة الآلة البخارية.

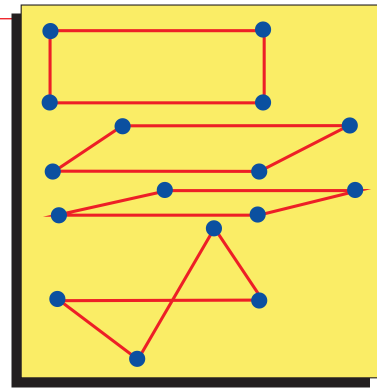
صمَّم جيمس وات (James Watt) مخترع الآلة البخارية أول حل عملي لارتباط الخط المستقيم تقريبًا؛ فبدلًا من استخدام الارتباط المستقيم، أنتج ارتباط وات (Watts Linkage) (كما عرف فيما بعد بهذا الاسم) منحنى رياضيًّا معقَّدًا يسمى المنحنى ذا العروتين (Bernoullis Lemniscate) وهو منحنى يشبه الرقم 8 لكنه موسع، لذلك فإن جزء منه مستقيم يكفي لخدمة هدف العالم وات في آلته. والمثير في الأمر هو أن إنتاج مثل هذا المنحنى المعقد قد تم بسهولة في طريقة الارتباط بدلًا من طريقة الخط المستقيم.

أول آلة ميكانيكية أنتجت خطًّا حركيًّا مستقيمًا كانت آلة ارتباط بوسيلير (Peaucelliers Linkage) التي اخترعها في عام 1864م الميلادي، وتعتمد هذه الآلة على المبدأ الهندسي العام المسمى التعاكس أو الانقلاب (Inversion)؛ ستة خطوط، أربعة منها بالطول نفسه وهي التي تكون العاكس (Inverter) بحيث إذا اتبعت نقطة محددة في الارتباط منحنى ما بوسيلير، فإن نقطة ثانية في الارتباط تتبع المنحنى العكسي لها. وبما أن منحنى التعاكس إلى خط مستقيم هو دائري، فإن الارتباط السابع الأخير يُقيد إحدى النقاط في ارتباط بوسيلير إلى دائرة، ثم بعدها يلي ذلك إجبار نقطة أخرى على الانعكاس بخط مستقيم.

لعبة التفكير
168
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

ارتباط متوازي الأضلاع

ترتبط أربعة خطوط عن طريق روابط مرنة لتشكيل مضلع لـه أربعة جوانـب يعرف بمتوازي الأضلاع، ومن الممكن أن يحـول هـذا الارتباط الرباعي كل من المربع أو المسـتطيل إلى متوازي مسـتطيلات ، مثل المعين وأشـباه المعين، في أثناء عمليات التحويل الموضحة على اليسـار، هل تستطيع أن تحـدد العناصـر والعلاقات التي تتغيـرت، وأيها ثابت لم يتغير؟ املأ الجدول المرفق بالإجابات.

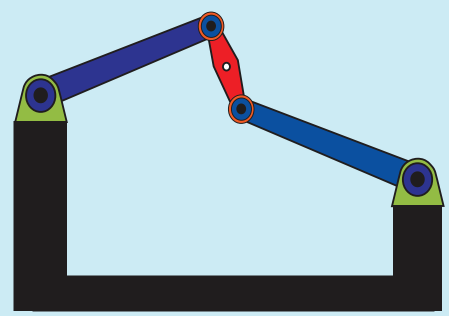


	بدل	ثابت
منطقة		
المحيط		
الأضلاع		
الزوايا		

لعبة التفكير
169
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

ارتباط وات

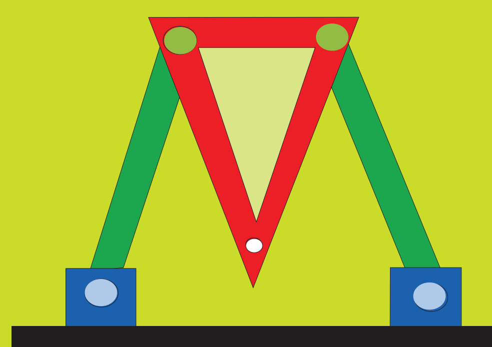
تفحص الارتبـاط الميكانيكي الموضـح في الأسـفل. ترتكـز الأذرع مـن أحد طرفيها على قمـة ثابتة ولكنها تتحرك بحرية علـى في الآخر، ويربط الرابط الأحمر بـالأذرع الزرقـاء ويقيـد حركتهـا، وبإعطائـك هـذه المعلومات، هل تستطيع تحديد مسار النقطة البيضاء الموجودة في منتصف الرابط الأحمر من خلال دورة كاملة للحركة؟



لعبة التفكير
170
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مثلث متأرجح

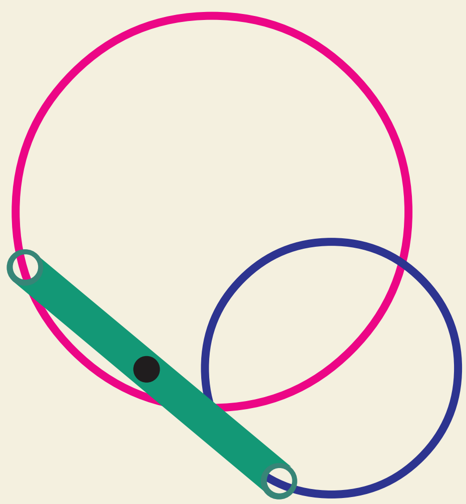
فـي هذا الارتبـاط الميكانيكي، ترتكز الأذرع الخضراء علـى قاعـدة زرقـاء، ولكـن كلا الذراعـان والمثلـث الأحمـر، علـى الرغم من كونهـم مرتبطين، تكون لهما حريـة التأرجـح إلى الأمـام وإلى الخلف، هل تسـتطيع تتبـع مسـار النقطـة البيضـاء مـن خـلال دورة تأرجح كاملة لهذا الارتباط؟



لعبة التفكير
171
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

التحرك على طول الدوائر

تخيل رابطًا مسـتقيمًا ــ كما هـو موضح هنا ــ قُيِّد طرفاه بدائرتيـن متقاطعتين. هل تسـتطيع حل لغز المسـار الذي تتبعـه النقطة فـي منتصف الرابط، إذا تحرك أحد طرفي الرابـط علـى الدائـرة المقيـد بهـا، وذلك من خـلال دورة واحـدة كاملـة؟ لاحظ: ربمـا يكون مـن الضـروري أن تقوم بعمل هذا الارتباط بنفسك، وتتبع المسار بقلم الرصاص.

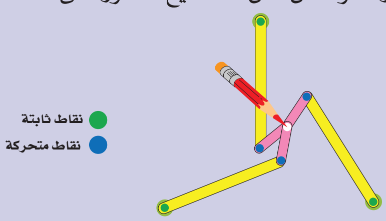


لعبة التفكير
172
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

العمود المرفقي

اقطع سـتة أشـرطة من الورق المقوى أو الكرتون؛ ثلاثة طويلة وثلاثة قصيرة، ثم دبِّس أطراف الأشرطة الطويلة بقطعـة مـن الـورق حتـى تشكل نقـاط التدبيـس رؤوس مثلث متسـاوي الأضلاع. يجـب أن تتأرجح الأذرع بحرية حـول هـذه النقـاط، بعد ذلـك اربط الأشـرطة القصيرة بالأطراف الحرة للأشرطة الطويلة؛ حتى تكون الأشرطة القصيـرة قـادرة علـى التأرجح حـول أطراف الأشـرطة الطويلـة التي ربطت بها، أخيرًا اربط أطراف الأشـرطة القصيـرة معًـا، واعمـل ثقبًـا كبيـرًا خلال هـذا الرابط بدرجـة كافيـة ليمر قلم رصاص مـن خلاله، ثم ضع قلم الرصاص من خلال الثقب.

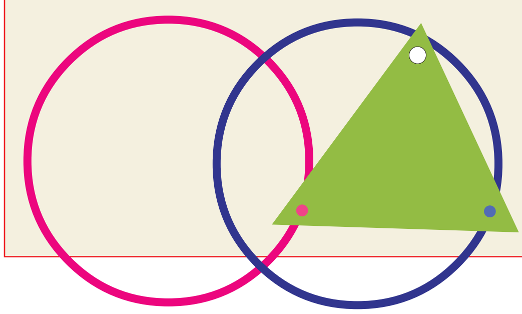
إن حركـة الرابط المركزي سـوف تكون محصورة في منطقـة معينـة. عن طريـق اسـتخدام قلم الرصاص لتتبـع مسـار الفواصـل، هل تسـتطيع العثـور على هذه الحدود؟

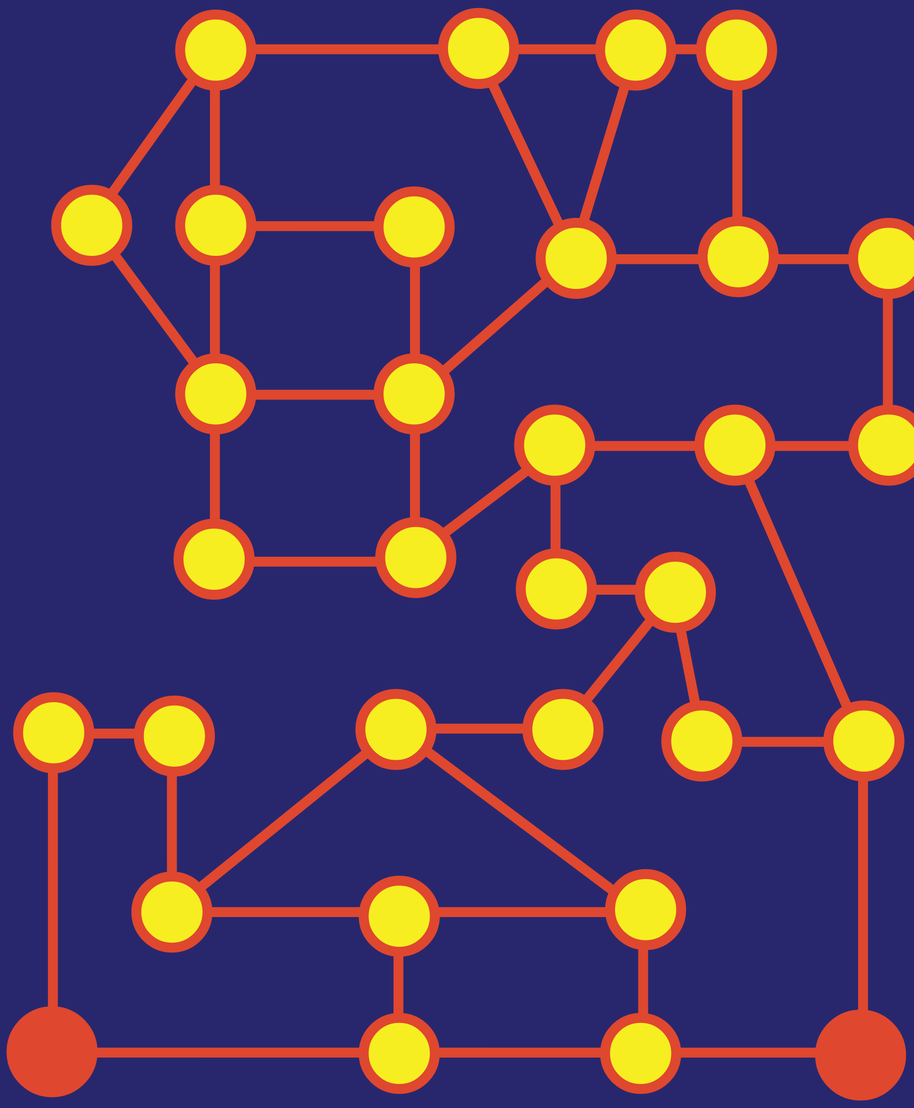


لعبة التفكير
173
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تحريك المثلث

إنَّ النقطتيـن علـى المثلـث الموضحتيـن فـي الأسـفل يمكـن لهمـا الحركـة علـى طـول محيطـي الدائرتيـن المتقاطعتيـن، والنقطـة الثالثـة بها فتحة يمكن لرأس قلـم رصاص أن يمر مـن خلالها، بينمـا تتحرك نقطتا المثلـث علـى الدائرتيـن، فـإنَّ قلـم الرصاص سيرسـم شـكلًا معقَّـدًا. هـل تسـتطيع تحديـد مـاذا يشـبه ذلـك الشـكل؟ مـن الأفضل بنـاء صورة طبـق الأصل عن هذا الارتباط المثلثي ورسم هذا المسار بنفسك.





4 الرسوم البيانيَّة والشبكات

نظرية الرسم البياني

تخيل أنك بائعٌ متجول، وأن لديك عددًا محددًا من المدن ستزورها في وقت قصير. هل تستطيع العثور على الطريق الأقصر الذي يتيح لك زيارة المدن كلها؟

أو تخيل أنه تم إعطاؤك شكلًا اثني عشريًا وقد قُدِّم مع التحدي الآتي: حرِّك إصبعك على طول حوافه لتشكل مسارًا على السطح في الفضاء بحيث تمر على كل رأس مرة واحدة فقط.

يعد هذان التحديان مرتبطين، ويعدان جزءًا من أحد حقول نظرية الرسم البياني، ويمكن تمثيل كلٍّ من مسار الحياة الطبيعية والشكل الاثني عشري ثلاثي الأبعاد بالرسم البياني (Graph Theory): وهو نظام ثنائي الأبعاد من النقاط، والرؤوس، والتقاطعات التي ترتبط عن طريق الخطوط والجوانب. وتجسد الرسوم البيانية شكلًا مجرَّدًا ذا بُنية أكثر تعقيدًا مما يبدو؛ على سبيل المثال نقاط معينة على الرسم البياني قد تمثل المهام المتنوعة اللازمة لتصنيع منتج معين، بينما توضح الخطوط التي تربط هذه النقاط الأمور المختلفة جميعها التي يمكن من خلالها أداء تلك المهام، فعن طريق تحليل مثل هذه الرسوم البيانية يستطيع المهندس العثور على أكثر الطرق كفاءة لتنظيم المهام.

إن رسمين بيانيين يعدان متماثلين أو متكافئين طبوغرافيًا إذا كانت التقاطعات المتناظرة مرتبطة بطريقة متماثلة. إن الموضع المحدد للتقاطعات أو شكل الجوانب تعدُّ أمورًا غير مهمة، فأهم شيء هو نمط الارتباطات.

لا يوجد حل عام لأي من مسألة البائع المتجول ولا اللغز الذي يتضمن الشكل الاثني عشري الذي يعرف بلعبة إيكوزيان (Icosian Game) (لعبة التفكير 184)، فلابد من أن توجد الحلول لمثل هذه المسائل من خلال المحاولة والخطأ، وقد يكون ذلك أحد الأسباب التي جعلت نظرية الرسم البياني إحدى أنشط مجالات الرياضيات اليوم، إضافة إلى الدور الذي تؤديه في حل الألغاز وألعاب التحدي.

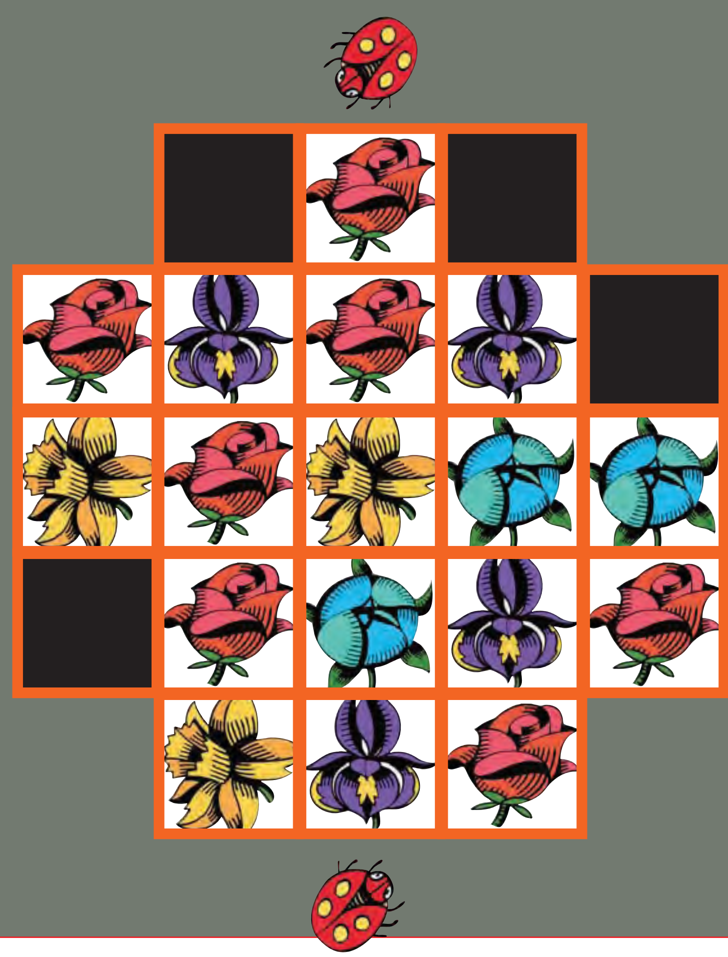
لعبة التفكير 174

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الخنفساء الذكية

إن الخنفساء الموجودة في أسفل المخطط تريد مقابلة صديقتها في الأعلى. وللوصول إلى هناك، فإن عليها عبور حقل من الأزهار الملونة، وكل لون يمثل اتجاهًا مختلفًا، إما إلى الأعلى وإما إلى الأسفل، أو إلى اليسار أو إلى اليمين. والمربعات السوداء تعدُّ حفرًا عميقة لابد من تجنبها.

هل تستطيع تحديد الاتجاهات التي يمثلها كل لون، وإيجاد المسار الذي لابد للخنفساء أن تتخذه لعبور الحقل؟

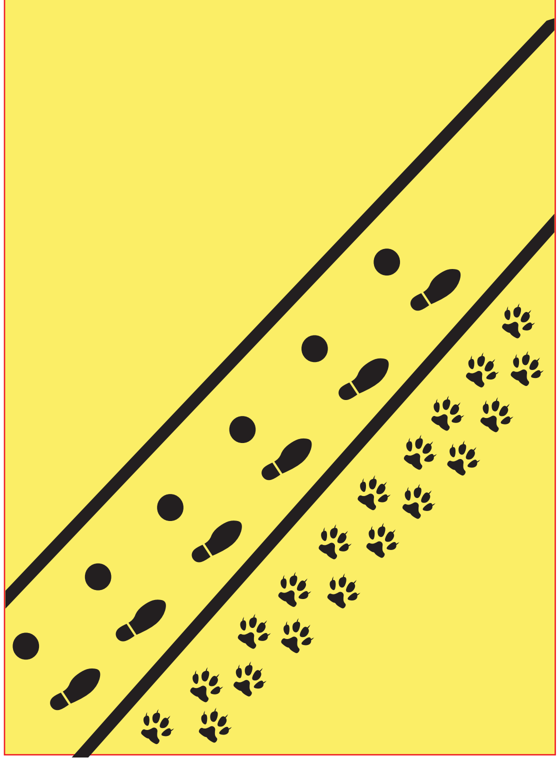


لعبة التفكير 175

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المسارات الغامضة

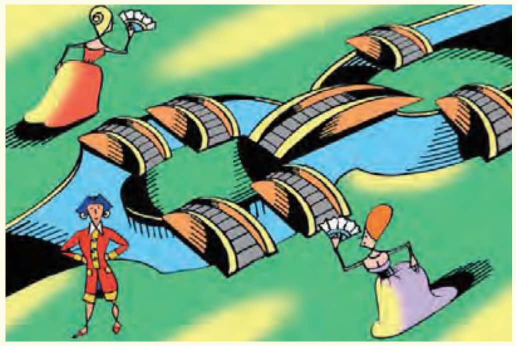
هل تستطيع معرفة ما الذي يمكن أن تكون قد أحدثته هذه المسارات في الرمال؟



مسألة أويلر (Euler)

في القرن الثامن عشر، كان عالم الرياضيات السويسري ليونارد أويلر (Leonhard Euler) غزير الإنتاج، لكن أكثر ما نتذكره من خلال ابتكاره حل مشكلة رياضية ترفيهية: الجسور السبعة لمدينة كونجيسبيرج (Königsberg). في وقت ما كان من البديهي التجول في مدينة كونجيسبيرج البروسية والتفكير في هذه المسألة. هل يستطيع شخص ما عبور الجسور السبعة جميعها التي تقع على نهر بريجل (Pregel)، وتربط الضواحي المختلفة مرة واحدة فقط؟

على الرغم من بساطة هذه المشكلة، إلا أن أويلر وجد الحل عن طريق جعل الموقف أكثر بساطة؛ فقد استبدل الجسور والجزر في مدينة كونجيسبيرج بخطوط ونقاط. مناطق اليابسة الأربعة (جزيرتان وضفتا النهر) أصبحت نقاطًا أو تقاطعات، تُربط عن طريق سبعة خطوط تمثل الجسور. وعن طريق



استخدام هذا الرسم البياني المجرد، أظهر أويلر أنه لاستكمال الجولة، فلا بد أن يكون هناك مكانان كحد أقصى، حيث يتقابل فيهما عدد فردي من الخطوط، وأنه إذا كان مطلوبًا العودة إلى نقطة البداية، فيجب ألا يكون هناك أماكن حيث يتقابل فيها عدد فردي من الخطوط. التفسير بسيط، بمجرد الرؤية: الرحلة المستمرة سوف تدخل كلًّا من هذه التقاطعات غالبًا بالطريقة نفسها لخروجها بالضبط

فيما عدا البداية والنهاية، وكون الرسم البياني لمدينة كونجيسبيرج فيه 4 تقاطعات، كل منها فيه عدد فردي من الخطوط، فمن غير الممكن إيجاد حل هذه المسألة.

إن مسألة أويلر في الواقع تعد إحدى مسائل الطبوغرافيا، وهو الفرع من الرياضيات الذي يتعامل مع خصائص الأشكال التي يتم الحفاظ عليها في أثناء الانحرافات. وتعد الشبكتان متكافئتين طوبوغرافيًّا إذا أمكن تغيير إحداهما لتكوين الشكل الآخر، كما هو الحال بالنسبة إلى مدينة كونجيسبيرج والرسم البياني لأويلر عن المدينة. إذا أمكن اجتياز شبكة خلال مسار مستمر، كذلك سيكون الأمر ممكنًا لأي شبكة مماثلة.

لقد كان عمل أويلر فيما يتعلق بجسور مدينة كونجيسبيرج بمنزلة الأساس لنظرية الرسم البياني، وهذا الأمر لم يكن سيئًا للغز رياضي ترفيهي.

لعبة التفكير 176

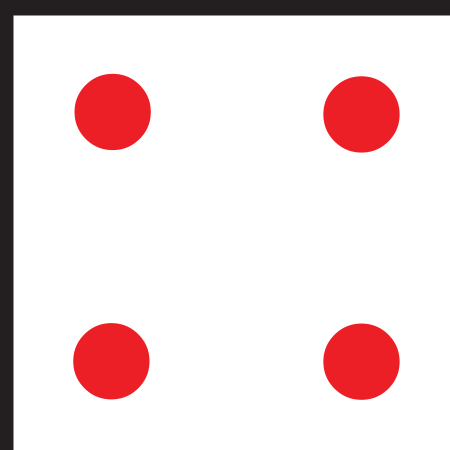
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ________

الرسم البياني ذو الأربع نقاط

إذا تجاهلنا الدوران والانعكاس، هل تستطيع إيجاد الطرق المختلفة كلها التي قد ترتبط بها بعض كل النقاط الأربعة الموضحة في الأسفل أو كلها؟



لعبة التفكير 177

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

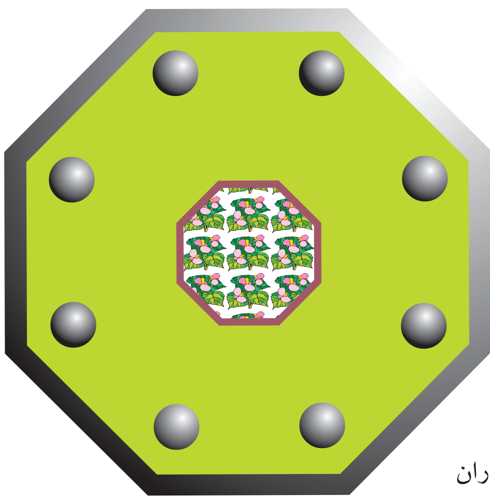
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

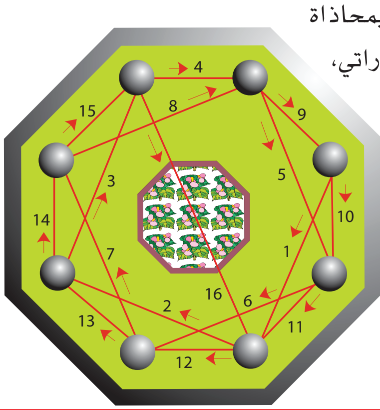
لعبة الأعمدة

عندما كنت صغيرًا، غالبًا ما كنت ألعب في فناء البيت المزين بثمانية أعمدة بالقرب من الأسوار. وفي المركز، يحيط سور منخفض بمشتل أزهار ثماني الشكل. وأحد أفضل ألعابي كانت تتضمن الجري في خط مستقيم من عمود إلى آخر بأسرع ما أستطيع، وكنت أسلك مسارات تتقاطع مع مسارات سبق لي أن عبرتها، وإذا تطلب الأمر، أقفز فوق السور المنخفض وأمشي عبر مشتل الأزهار؛ كنت أستمر في الجري حتى يكون أمامي خياران فقط: تكرار مسار سبق لي الجري فيه أو الجري في مسار يمر بمحاذاة جانب من جوانب سور مشتل الأزهار. وعندما تكون تلك هي خياراتي، كان عليَّ التوقف.

يوجد على اليسار مخطط لأحد ألعابي؛ في هذه اللعبة جريت في ثلاثة عشر مسارًا من دون أي مشكلة، ولكن بعد ذلك كانت حركتي المتاحة الوحيدة ستأخذني عبر سور مشتل الأزهار؛ لذلك انتهت اللعبة.

هل تستطيع الجري أكثر باتباع قواعدي في مرحلة الطفولة؟





تعريف الرسوم البيانية والشبكات

- الطريق هو مسار يمكن رسمه بخط واحد مستمر.

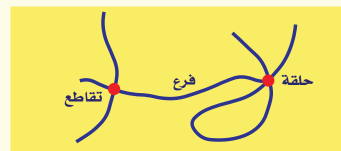
- يكون الطريق دائريًّا إذا ما سرت فيه بالكامل وتعود فيه لنقطة البداية.



- يكون الطريق غير دائري إذا كانت له نهاية (بمعنى له نقطتا نهاية)، أو إذا كان دائريًّا جزئيًّا (له نقطة نهاية واحدة فقط).



- التقاطع هو نقطة يلتقي عندها طريقان أو أكثر.

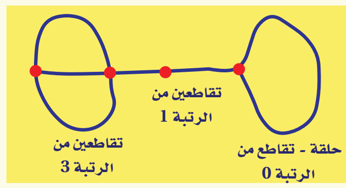


- قوة التقاطع هي عدد المسارات التي تتفرع منه.

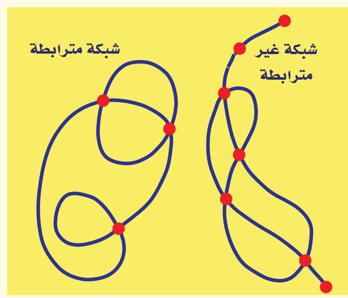
- الفرع هو جزء من الطريق يقع بين تقاطعين متتاليين.

- الحلقة هي جزء من الطريق يبدأ وينتهي بالتقاطع نفسه من دون المرور بتقاطع آخر، وهي جزء دائري، ولتحديد قوة التقاطع الذي به الحلقة احسب كلًّا من ذراعي الحلقة بوصفهما فرعين منفصلين.

- رتبة تقاطعين هو عدد الفروع التي تربطهما.



- الشبكة تكون كاملة إذا كان هنالك على الأقل طريقان مختلفان بشكل تام بين أي تقاطعين.

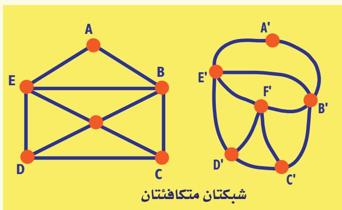


- القطاع هو مساحة محددة بفرع أو أكثر من أفرع الشبكة.



- رتبة الشبكة هي أقل عدد من الأقواس المطلوب رسمها بشكل تام عند رسم كل فرع مرة واحدة فقط.

- تعد الشبكتان متكافئتين إذا كان فيهما العدد نفسه من التقاطعات التي لها القوة نفسها بحيث تحدث بالترتيب نفسه.



- شبكات شجرية هي نقاط مرتبطة عن طريق خطوط لا تحتوي على أي حلقات مغلقة.

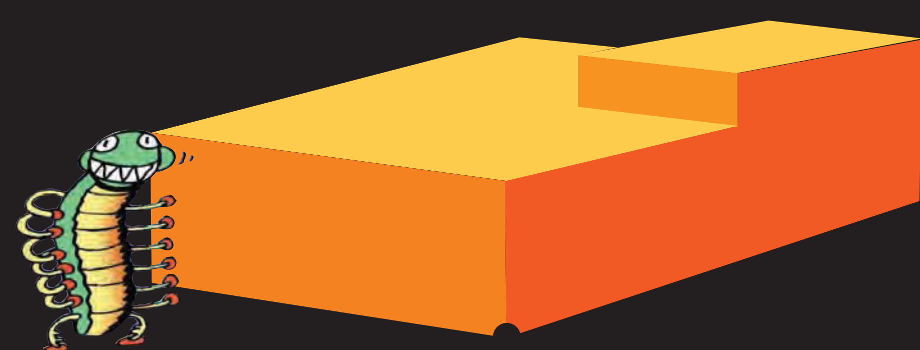
- التكافؤ هو عدد الجوانب التي تتقاطع عند نقطة معينة.

لعبة التفكير
178

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مشكلة المرور ثلاثية الأبعاد

تستطيع الدودة التسلق بمحاذاة حواف الشكل الصلب الموضح على اليمين، ولكنها غير راغبة في المرور عبر أي مسار سارت فيه سابقًا أو تغطية المنطقة نفسها مرتين. آخذًا ذلك في الحسبان، هل تستطيع إيجاد المسار الذي يمكن للدودة من خلاله المرور بكل ركن من أركان المجسم مرة واحدة فقط؟



عدد التقاطعات

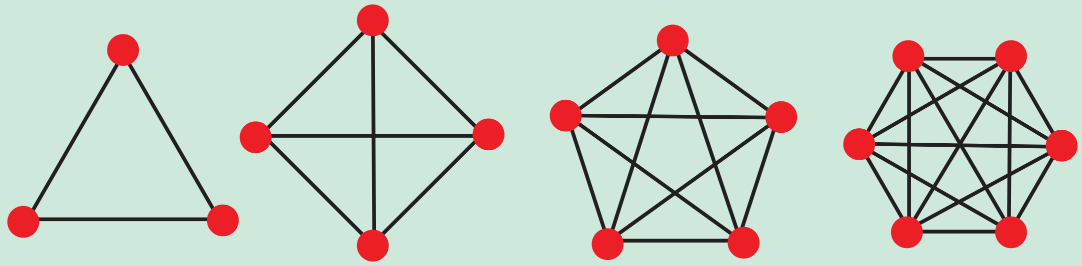
إذا لـم يكـن مسـموحًا للخطـوط التـي تربـط النقـاط في الرسـم البياني بالتقاطع، فسـتكون هناك قيـود شـديدة على مثل هـذه الأنـواع مـن الرسـوم البيانيـة التـي يرسـمها الرياضيـون. فـي الواقـع إن الرسـم البياني الكامل الذي يحتوي على 5 نقاط فقط يصبح مسـتحيلًا، ولكن إذا سُـمح للخطوط بالتقاطع، عندها يمكن رسـم أي رسـم بياني على سـطح مسـتوٍ. (مـن الممكـن عَـدُّ الخطـوط المتقاطعـة علـى أنهـا جوانـب جسـم صلـب وضِـع علـى سـطح مسـتوٍ). مثل هـذا التقاطـع الزائـد لجانبين يسـمى نقطـة التقاطع.

قـد يغير الانحـراف الطبوغرافـي للرسـم البياني من عدد التقاطعات؛ فعلى سبيل المثال، من الممكن رسم الرسـم البيانـي الكامـل بأربـع نقاط كمربـع بقطريه، مـع وجود التقاطعات في أركانـه. يُعد تقاطع القطرين نقطة تقاطع، ويمكن رسـم الرسـم البياني نفسـه على سـطح مسـتوٍ بطريقـة تتجنـب أي تقاطعـات (انظـر الرسم البياني المستوي).

ربمـا توجد عشـرات الطرق لرسـم رسـم بياني محدد، ولكن توجد على الأقل طريقة فيها أقل عدد من التقاطعات، وهذا العدد الأقل من التقاطعات والطبيعي بمـا فيـه الكفاية، يطلـق عليه عدد التقاطعـات، وهو لا يتغير حتى إذا غُيِّر شـكل الرسم البياني طوبوغرافيًّا. والرسـوم البيانيـة التـي فيهـا عـدد التقاطعـات صفر يطلـق عليهـا رسـوم بيانيـة مسـتوية. إن مـن الصعب حسـاب عدد التقاطعات بطريقة مباشرة، وبشكل عام فـإن عـدد التقاطعات غير معـروف حتى بالنسـبة إلى الرسـوم البيانية الكاملة، أما عدد التقاطعات للرسـم البيانـي الكامـل ذي الخمسـة نقاط فهـو واحد (انظر الرسوم البيانية الكاملة ذات النقاط الخمس).

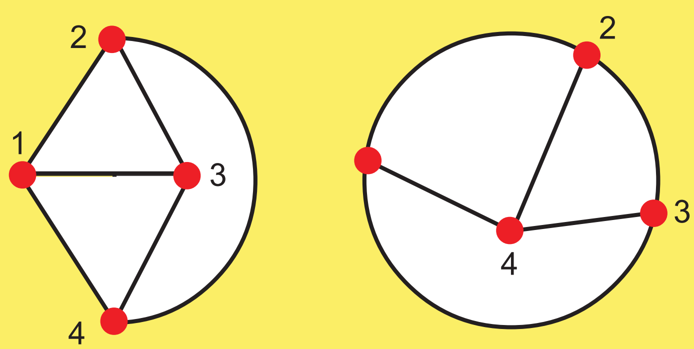
الرسوم البيانية الكاملة

يكـون الرسـم البيانـي كامـلًا إذا وجـد على الأقل طريقان مختلفان بشـكل تام بين أي زوج من النقـاط، وهـذه رسـوم بيانيـة كاملة من ثـلاث إلى ست نقاط.



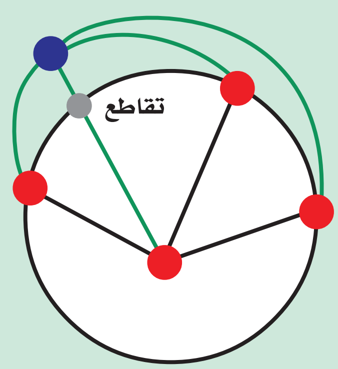
الرسم البياني المستوي

إن الرسـم البيانـي المسـتوي لأربـع نقاط لا يحتوي على أي نقطة تقاطع.

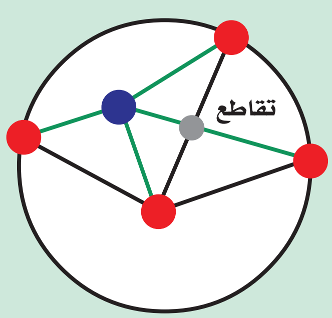


رسوم بيانية كاملة لخمس نقاط

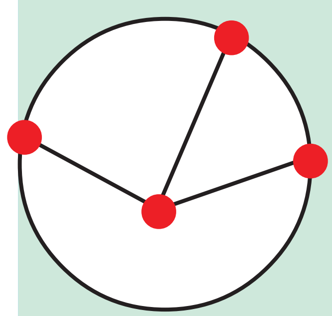
هذا الدليل المرئي يوضح أنَّ الرسم البياني الكامل لخمس نقاط لابد أن يحتوي على الأقل على زوج واحد من الفروع المتقاطعة.



إضافة نقطة في الخارج



إضافة نقطة في المنتصف



رسم بياني من أربع نقاط

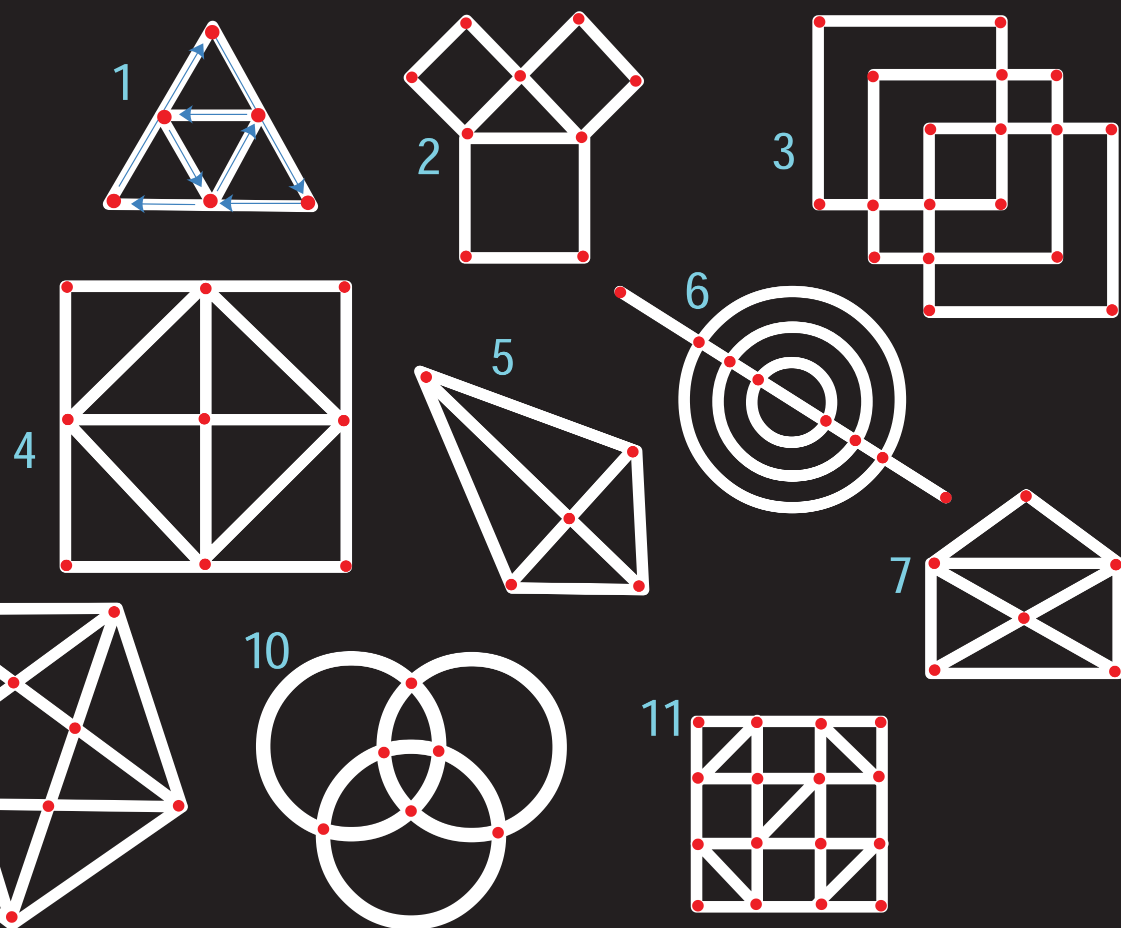
لعبة التفكير
179

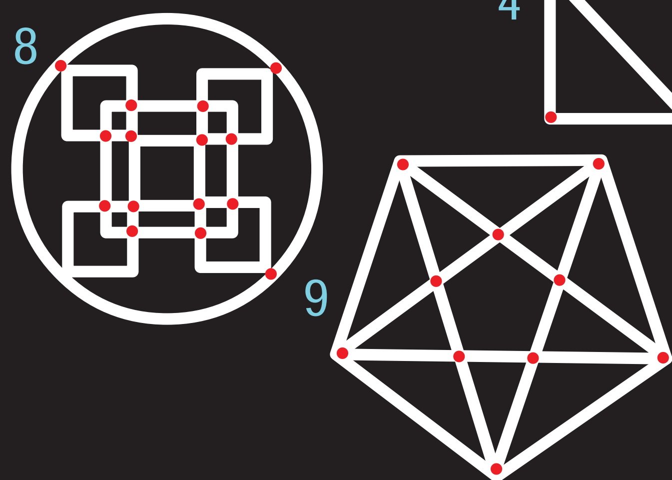
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ————

مسألة أويلر

موضوع هذه الألغاز هو أن تُعَلِّمَ بقلمك وبشكلٍ كامل كلًّا من النماذج المحددة بالخطوط البيضاء، وذلك من دون أن ترفع قلم الرصاص أو ترجع إلى أي جزء سبق لك المرور فيه، فقط يمكن أن تتقاطع الخطوط في النقاط الحمراء.

هل تستطيع عمل ذلك في كل شكل من الأشكال الأحدَ عشر؟ إذا لم تستطع، فأي هذه الأشكال تجده مستحيل الحل؟





دوائر أويلر

ارسم أحد الخطوط المستمرة الذي يعود إلى نقطة بدايته ــ الدائرة على سبيل المثال، ثم فكِّر في مسار على طول الرسم البياني يغطي كل جانب مرة واحدة فقط وينتهي عند الرأس نفسه، هذه هي دائرة أويلر، وسميت باسم ليونارد أويلر. ويوجد سؤالان غامضان حول دوائر أويلر: هل من الممكن أن تقول عن طريق الحساب (بدلًا من أسلوب المحاولة والخطأ) ما إذا كان رسم بياني معين يحتوي على دائرة أويلر أم لا؟ وكيف يمكن أن يجد المرء دائرة أويلر المحتملة من دون اللجوء إلى المحاولة والخطأ؟

فحص أويلر مثل هذه القضايا عن طريق استخدام مفاهيم التكافؤ والارتباط.

إن تكافؤ الرأس في الرسم البياني هو عدد الجوانب التي تلتقي عند هذا الرأس، والرسم البياني المترابط يحوي على الأقل مسارًا واحدًا بين كل زوج محتمل من الرؤوس.

تبعًا لهذه المصطلحات، فإن الرسم البياني يحتوي على دائرة أويلر إذا كان مترابطًا وكانت تكافؤاته النقطية كلها زوجية.

عليك فقط أن تفحص كم عدد الخطوط التي تدخل أو تخرج من كل نقطة تقاطع؛ لترى إذا ما كانت دائرة أويلر ممكنة. إذا كانت هناك أكثر من نقطتي تقاطع ينبثق منها عدد فردي من الخطوط، فإنه يستحيل تتبع النموذج.

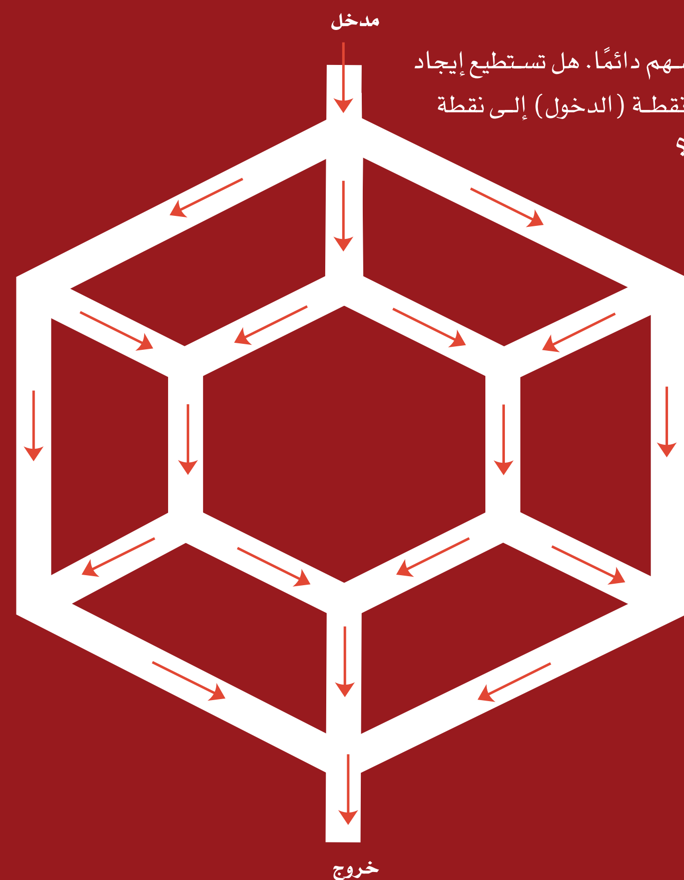
أما دائرة هاملتون فإنها تختلف اختلافًا طفيفًا عن دائرة أويلر: مسار على طول جوانب الرسم البياني يمر بكل رأس مرة واحدة فقط، وتمر دائرة هاملتون بشكل نموذجي ببعض جوانب الرسم البياني وليس بكلِّها. وعلى الرغم من اختلافهما، فإن مفهومي دائرة أويلر ودائرة هاملتون يعدان متشابهتين، وذلك في أن كلًّا منهما يمنع الإعادة: بالنسبة لدائرة أويلر في الجوانب، بينما بالنسبة إلى إلى دائرة هاملتون ففي الرؤوس. إن دوائر هاملتون ــ كما تبين ــ تعد صعبة التحديد بدرجة أكثر من دوائر أويلر.

لعبة التفكير 180

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:________

طرق مختلفة

هذا اللغز له قاعدة واحدة: اتبع الأسهم دائمًا. هل تستطيع إيجاد الطرق جميعها المسموح بها من نقطة (الدخول) إلى نقطة (الخروج) التي تلتزم بهذه القاعدة؟

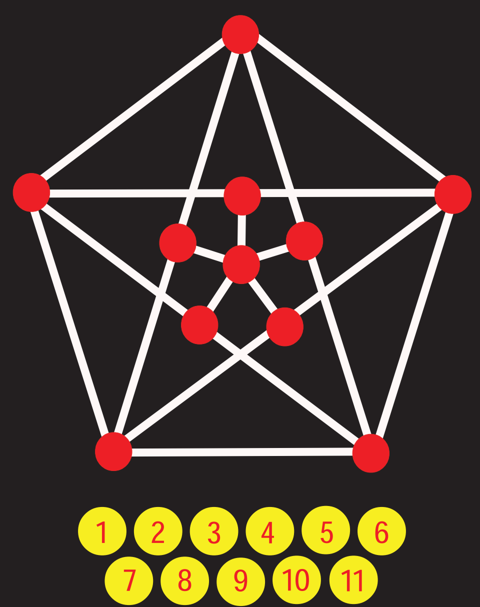


لعبة التفكير 181

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:________

دائرة هاملتون

دائرة هاملتون هي مسار مستمر يمر مرة واحدة من خلال كل نقطة على الرسم البياني. هل تستطيع إيجاد دائرة هاملتون بالنسبة إلى الشكل ذي الإحدى عشرة نقطة الموضح بالأسفل؟



لعبة التفكير 182

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:________

المرور عبر النجوم

هل تستطيع السير في خط واحد مستمر عبر المسارات الصفراء كلها التي تحد النجوم الأربعة المتصلة مع بعضها؟ يمكن أن تقطع المسارات والمرور بالنقاط الحمراء، لكن لا تكرر السير في أي مسار سبق السير فيه.



لعبة التفكير 183

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:________

الجيران

يعيش ثلاثة جيران في مجمع مسور. طُلي كل منزل من منازلهم بلون مختلف، وكل منزل له بوابة خاصة، طُليت بلون مماثل للون المنزل. وبشكل مثالي، ترتبط المنازل الثلاثة ببواباتها الخاصة عن طريق مسارات لا تتقاطع، ولكن كما ترى، توجد مشكلة؛ فالمساران الأحمر والأخضر متقاطعان.

هل تستطيع رسم مسارات جديدة لا تتقاطع، ما يجعل الجيران سعداء؟



لعبة التفكير
184
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ———

لعبة إيكوزيان (Icosian)

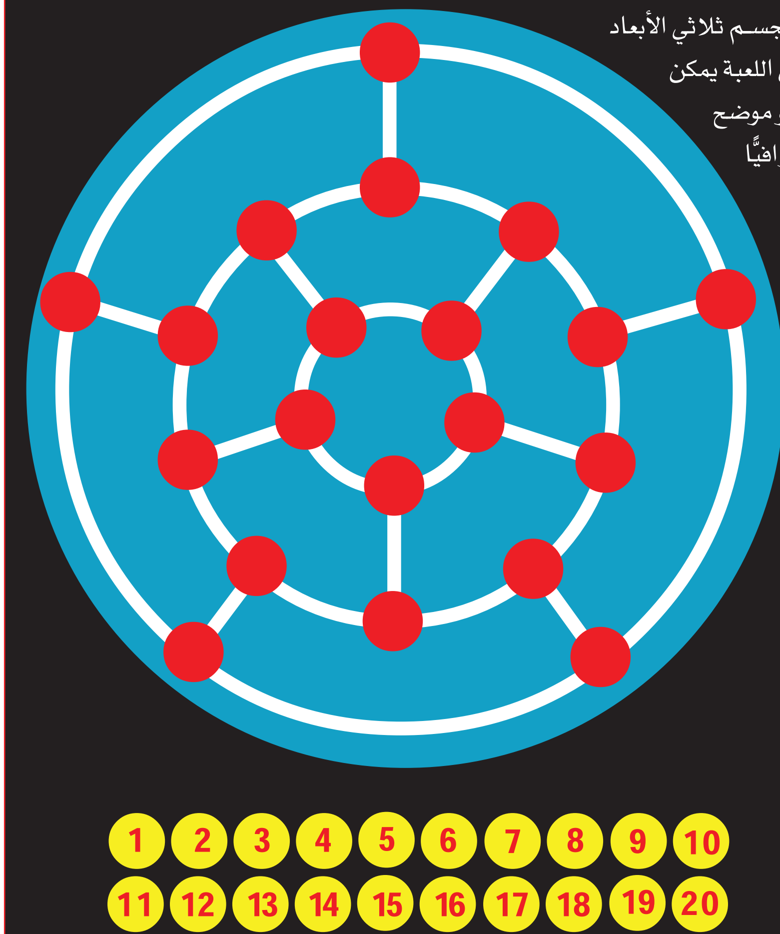
■ **رحلة حول الشكل الاثني عشري**

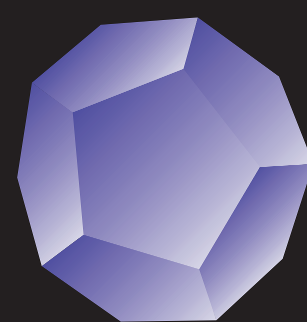
اختُرِعت لعبة إيكوزيان– وهي لعبة من الهندسة الترفيهية التقليدية– من قبل عالم الرياضيات هاملتون (W. R. Hamilton) في عام 1859م. لعبة هاملتون الأصلية بنيت على مجسم اثني عشري – مجسم ثلاثي الأبعاد ذي اثني عشر وجهًا خماسيًّا، ولكن اللعبة يمكن لعبها بمخطط ثنائي الأبعاد كما هو موضح بالأعلى، والذي يعد مكافئًا طبوغرافيًّا للشكل الاثني عشري.

لتلعب انتقل من دائرة إلى دائرة أخرى مرورًا بالخطوط البيضاء، يمكنك البدء من أي دائرة تريدها، ولكن يجب عليك ألَّا تمر بأي دائرة مرتين، ويجب أن تعود من حيث بدأت. وللحفاظ على المسار وأي الدوائر التي مررت بها، فيمكنك وضع أرقام متتابعة على الدائرة التي مررت بها، مثل تلك الأرقام الموجودة ناحية اليسار.

إن مثل هذا الرسم البياني الذي يظهر مشكلات وألغاز ثلاثية الأبعاد على مسطح ثنائي الأبعاد، ومن ثم يجعل حلها أكثر سهولة، يسمى مخططات شليجل (Schlegel).

ابتكر هاملتون شخصيًّا فرعًا من الرياضيات لحل مشكلات مشابهة لتتبع المسار على أجسام صلبة ثنائية الأبعاد، وأطلق عليها تفاضل وتكامل إيكوزيان (Icosian calculus).




مجسم ذو اثني عشر سطحًا

لعبة التفكير
185
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ———

أربع مدارس

التحق أربعة أطفال من أربع أسر مختلفة بأربع مدارس مختلفة؛ كل مدرسة لها لون مختلف، وتعطي تلاميذها مفكرة لونها مماثل للون المدرسة. هل تستطيع أن توصل كل تلميذ إلى مدرسته من دون أن تجعل أي مسار يتقاطع مع المسار الآخر؟





الرسوم البيانية ثنائية الأطراف

بعض الرسوم البيانية لا تتطلب ربط النقط جميعها ببعضها، ومثال على هذا النوع من الرسوم البيانية هو الرسم البياني الكامل ثنائي الأطراف. تنقسم نقاط تقاطعاته إلى مجموعتين الأولى فيها م نقطة والثانية فيها ن نقطة، علاوة على أن النقاط جميعها في أي مجموعة ترتبط بالنقاط جميعها في المجموعة الأخرى، ولكن لا ترتبط أي نقطتين في المجموعة نفسها. (مثل هذا الرسم البياني يعد نسخة عامة عن ألغاز (المَرافق) في الصفحة التالية).

على الرغم من أن عدد التقاطعات لبعض الرسوم البيانية الكاملة ثنائية الأطراف أصبح معروفًا، فإنه بشكل عام ما زال غير معروف لأي عدد نقاط م، ن. فعلى سبيل المثال إذا كانت م = ن = 7، فإن عدد نقاط التقاطع إما أن يكون 77 أو 79، أو 81. ولكن لا أحد يعرف أيًّا من هذه الأعداد الثلاثة هي الإجابة الصحيحة.

هناك كثير من الصفات البسيطة الأخرى للرسوم البيانية أثبتت أنها بعيدة المنال، ولا تزال الرياضيات التركيبية (Combinatorial mathematics) في مرحلة بدايتها، وتعدُّ أرضًا خصبة لألغاز التحدي ومسائله.

لعبة التفكير 186

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:————

المرافق 1

قبل أن تُسكن المنازل الثلاثة، يجب أن يتصل كل واحد منها بخطوط الهاتف والكهرباء والمياه، وتوجد حاجة إلى تسعة خطوط إجمالًا. هل تستطيع أن ترسم خطوطًا لا تتقاطع وتصل كل منزل من هذه المنازل مع المرافق الثلاثة؟

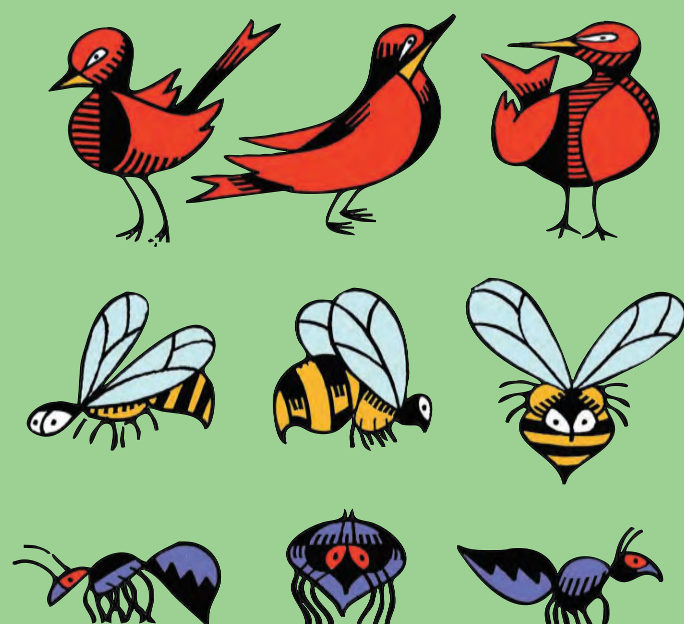


لعبة التفكير 188

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:————

المَرافق 3

ارسم خطوطًا تربط كل حيوان بالحيوانات جميعها المختلفة في اللون باستثناء لون الحيوان الأصلي. فما عدد الخطوط المترابطة التي يمكن أن ترسمها من دون السماح لأيٍّ منها بالتقاطع؟



لعبة التفكير 187

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:————

المَرافق 2



موضوع هذا اللغز رسم خطوط تربط الحيوانات المختلفة في اللون من دون ربط أي من الحيوانات التي لها اللون نفسه؛ على سبيل المثال السمكة الحمراء يمكن ربطها بالسمكة الخضراء وبحيوان النوتر البحَّار الأصفر، ولا يمكن ربطها بسمكة البطلينوس الحمراء.

هل تستطيع رسم الخطوط كلها التي تربط الحيوانات المناسبة من دون السماح لأي من الخطوط بالتقاطع؟

هذه المسألة (بالإضافة إلى المسألتين الآتيتين) قد أصبحت أكثر تعقيدًا من مسألة المَرافق 1، التي فيها مجموعتان من النقاط اعتمادًا على الرسم البياني ثنائي الأطراف. هذه المسائل تحتوي على ما نسميه الرسوم البيانية متعددة الأطراف، وهنا توجد ثلاث مجموعات من النقاط، مكونة رسمًا بيانيًّا ثلاثي الأطراف.

لعبة التفكير 189

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:————

المَرافق 4



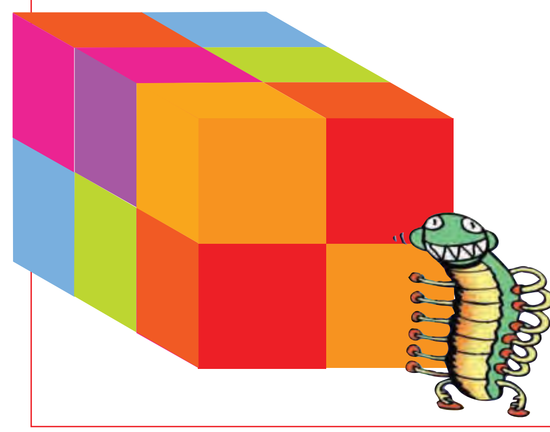
ارسم خطوطًا تربط كل حيوان بالحيوانات المختلفة في اللون من دون ربط أي حيوانات لها اللون نفسه. فما عدد الخطوط المترابطة التي يمكن أن ترسمها من دون السماح لأيٍّ منها بالتقاطع؟

لعبة التفكير
190

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

رحلة دودة

تزحف الدودة فقط بمحاذاة حواف صندوق أبعاده 2 سم، 2 سم، 3 سم. فما أطول مسافة تستطيع الدودة أن تقطعها من دون أن تكرر السير في أي مسار سبق لها السير فيه؟

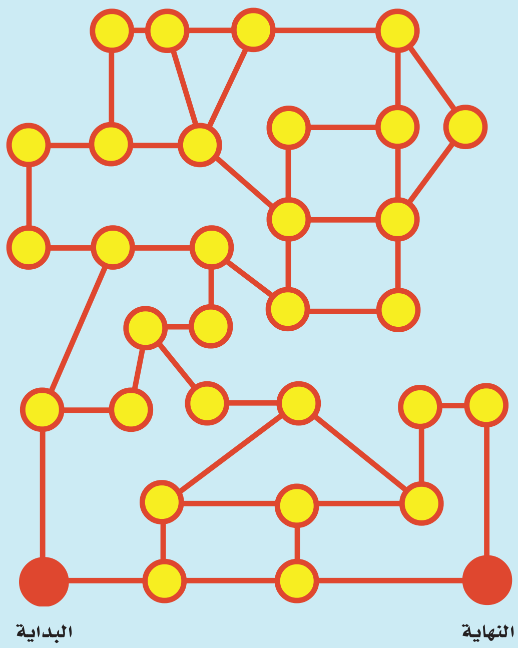


لعبة التفكير
191

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

طريق العدد الزوجي

هذه مسألة بسيطة أخرى من مسائل الطريق مع تعديل بسيط: إن المسار الوحيد المسموح به من دائرة (البداية) إلى دائرة (النهاية) يتضمن التحرك على عدد زوجي من القطع المستقيمة. فهل تستطيع العثور على أقصر مسار مسموح به؟



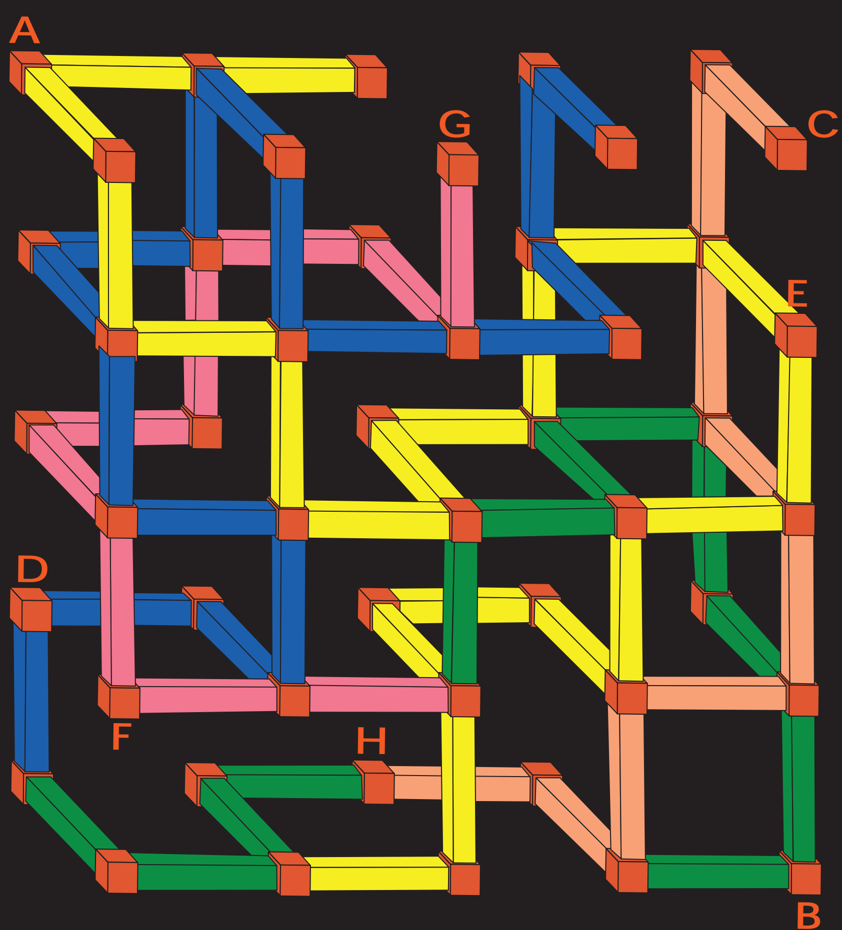
لعبة التفكير
192

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

النفق

إن النفق مصمم ليكون أسرع وسيلة في المدينة، ويستخدم لكثير من الرحلات. ولكن في المدن التي فيها أنفاق عديدة لخطوط المترو وفيها عدد قليل من محطات التقاطع، فإن المسافرين سيقضون أوقاتًا طويلة في الانتظار، وببساطة فإن عليهم أيضًا قضاء وقت في المشي من رصيف مترو إلى رصيف آخر. في الحقيقة، بالنسبة إلى أنظمة المترو المتعددة قد يكون الوقت اللازم لتغيير القطارات أكثر أو أقل بقليل من الوقت اللازم للسفر عبر المترو نفسه من محطة إلى أخرى، هذه الإحصائية تصب في قلب هذا اللغز.

المطلوب هو العثور على أسرع طريق بين المحطات المحددة، وعليك البقاء في الخط نفسه، والمصمم بلون مميز، ما لم تنتقل إلى محطة يلتقي فيها خطان. ستحسب كل محطة تمر بها (بالإضافة إلى المحطة التي تبدأ منها) دقيقة واحدة، وأي محطة حيث تُغيِّر فيها خط القطار دقيقتين. عن طريق إعطائك هذه المعلومات، هل تستطيع إيجاد أسرع الطرق بدءًا من A إلى B، C إلى D، E إلى F و G ووصولًا إلى H؟



لعبة التفكير 193

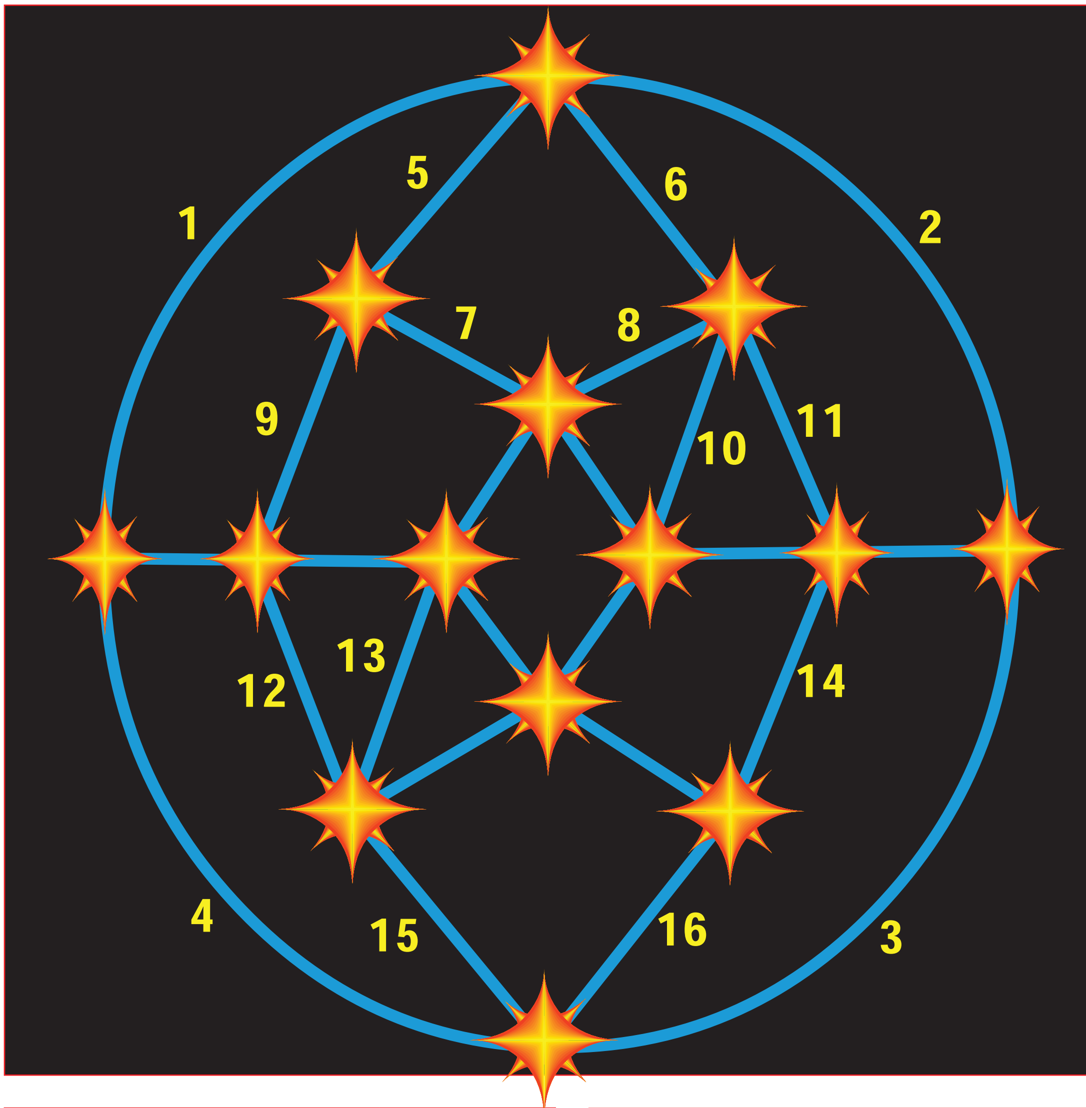
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

رحلات النجوم

يوجد أربعة عشر نجمًا في مجموعة النجوم الموضحة هنا، كل منها يرتبط على الأقل بثلاثة نجوم مجاورة له عن طريق المسار الاسترشادي بين النجوم. هل تستطيع تتبع المسار الاسترشادي للمرور بكل نجمة مرة واحدة فقط؟

حُدِّد عدد لستة عشر مسارًا استرشاديًا بحيث يُغلق واحد منها في كل مرة وبترتيب متتالٍ وذلك للصيانة. هل تستطيع إنجاز مهمة المرور بالنجوم جميعها من دون استخدام المسار الاسترشادي رقم 1؟ ماذا عن المسار الاسترشادي رقم 2؟

حاول إيجاد الطرق كلها التي تربط النجوم على التوال من دون استخدام أي من المسارات الاسترشادية المرقمة (1–16). ستجد أن حالتين من الحالات الستة عشرة ليس لهما حل. هل يمكن أن تجدهما؟



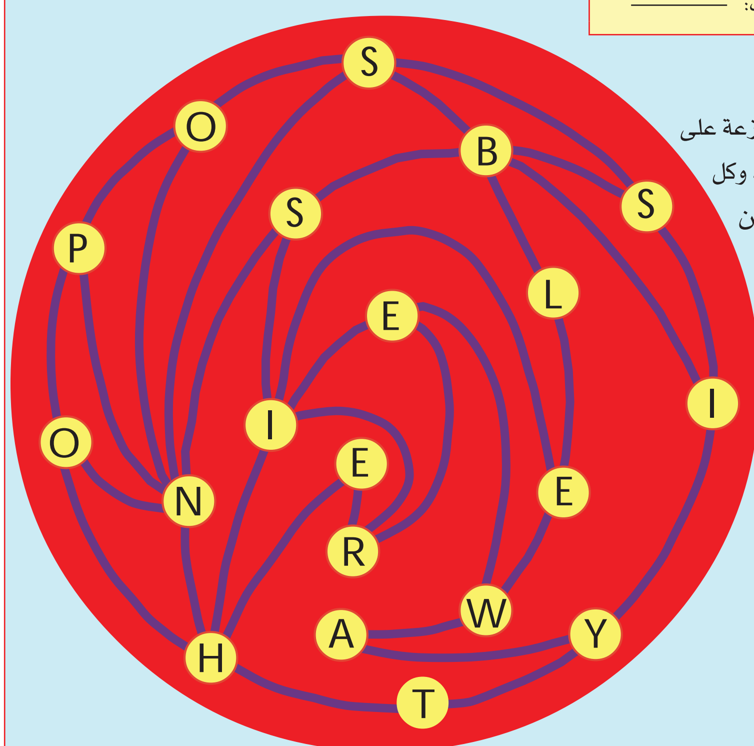
لعبة التفكير 194

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لغز المريخ

يوجد عشرون نقطة مركزية علمية موزعة على سطح المريخ، كل منها مميز بحرف، وكل منها مرتبط بقنوات تربطها بمحطتين على الأقل. عن طريق البدء من النقطة المركزية المميزة بالحرف (T) ومن ثم المرور بكل محطة مرة واحدة فقط، اتبع القنوات المختلفة لتركيب جملة كاملة ذات معنى باللغة الإنجليزية.

هل تستطيع معرفة الحل؟

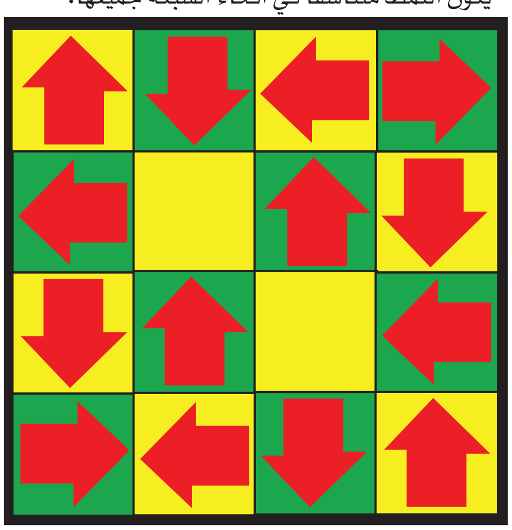


لعبة التفكير 195

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الأسهم المفقودة 1

يوجد سهمان من الأسهم المفقودة في النمط الموضح أدناه. هل يمكنك إضافة السهمين المفقودين بحيث يكون النمط متناسقًا في أنحاء الشبكة جميعها؟



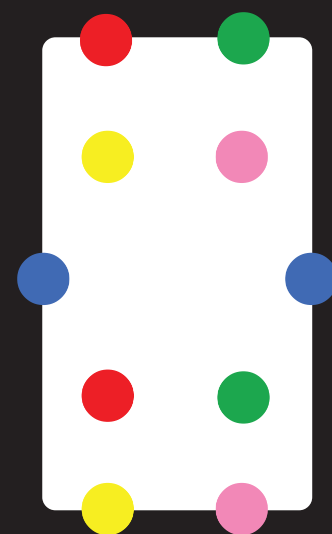
لعبة التفكير
196

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الدوائر المطبوعة 1

إن الدائرة الكهربائية المطبوعة هي رسم بياني ثلاثي الأبعاد ــ دوائر الربط الملونة تنجز عمليات الكترونية ــ بينما تحمل الخطوط إشارات كهربائية من مكان إلى آخر. إذا تقاطعت الخطوط سيكون هناك دارة قصيرة ويتعطل الجهاز.

هل تستطيع توصيل كل زوج من اللون نفسه من بين أزواج الدوائر الخمس الملونة من دون تقاطع أي من الخطوط، على أن تبقى خطوط التوصيل في المنطقة الرمادية؟

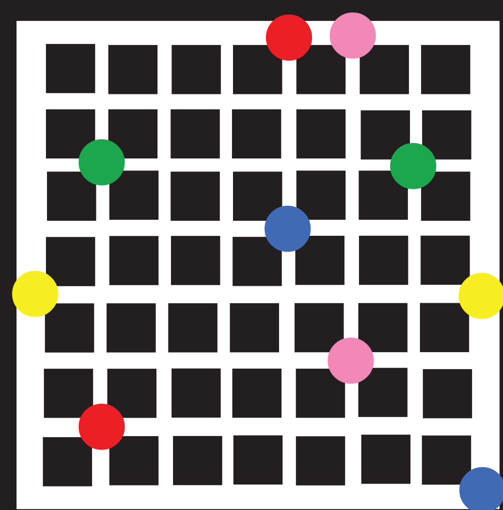


لعبة التفكير
197

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الدوائر المطبوعة 2

هل تستطيع رسم خمسة خطوط لتوصيل كل زوج من اللون نفسه من بين أزواج الدوائر الخمس الملونة؟ لابد أن تمر خطوط التوصيل جميعها عبر الخطوط البيضاء في الشبكة، ويجب ألَّا يتقاطع أي منها.



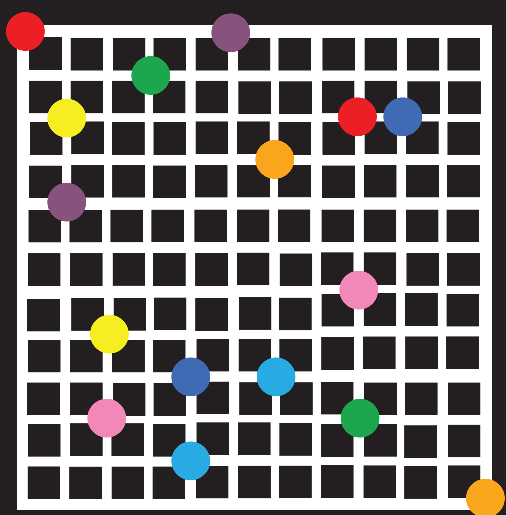
لعبة التفكير
198

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الدوائر المطبوعة 3

هل تستطيع رسم ثمانية خطوط لتوصيل كل زوج من اللون نفسه من بين أزواج الدوائر الخمس الملونة؟ لابد أن تمر خطوط التوصيل جميعها عبر الخطوط البيضاء في الشبكة، ويجب ألَّا يتقاطع أي منها.

هذا اللغز يمكن أن يكون لعبة للاعبين، يتناوبان فيها توصيل الدوائر، ويستمر اللعب فيها إلى أن يفشل أحدهما في إجراء التوصيل.



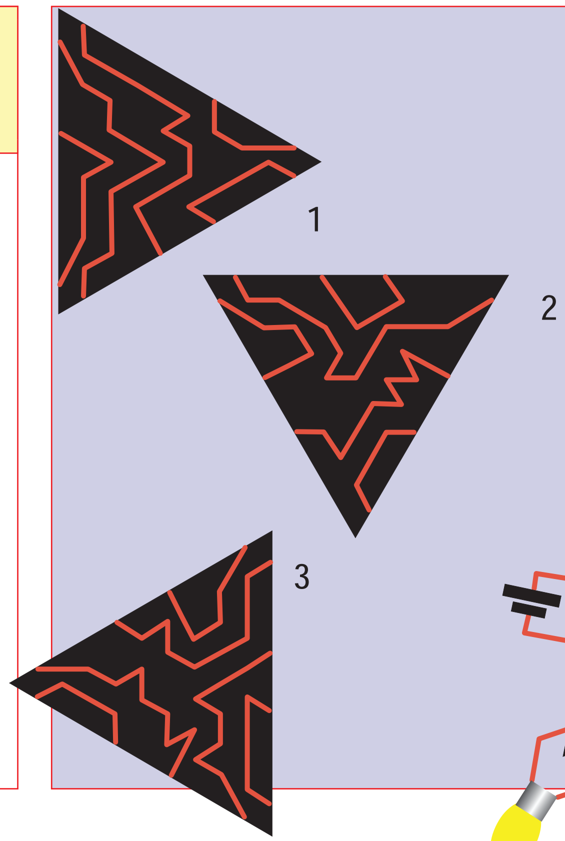
لعبة التفكير
199

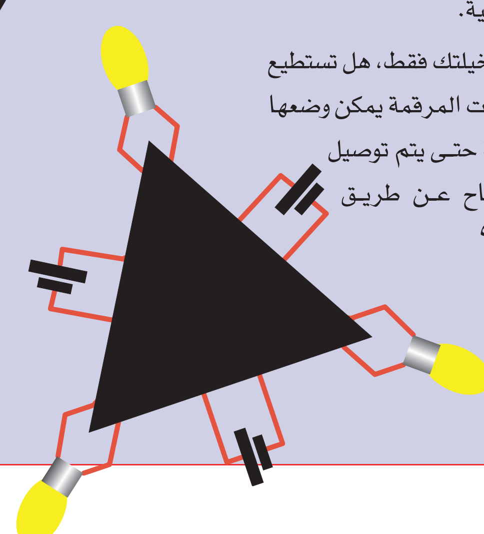
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

إضاءة المصابيح

رُتِّبت المصابيح الثلاثة والبطاريات الثلاث الموضحة أدناه حول فراغ خالٍ للوحة مثلثة الشكل لدائرة كهربائية.

مستخدمًا عينيك ومخيلتك فقط، هل تستطيع معرفة أي من اللوحات المرقمة يمكن وضعها في المساحة الخالية حتى يتم توصيل الطاقة لكل مصباح عن طريق البطارية الخاصة به؟



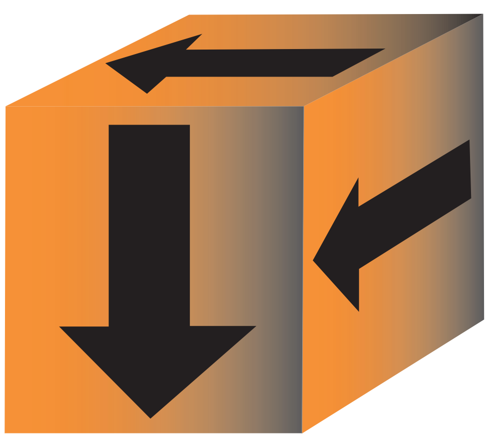


لعبة التفكير
200

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

أسهم المكعب

ما عدد الطرق المختلفة التي تستطيع عن طريقها وضع ستة أسهم على وجوه المكعب؟



لعبة التفكير 201

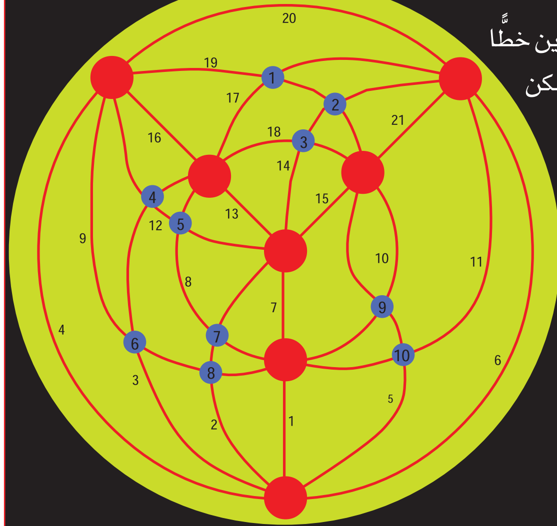
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

التقاطعات الأقل

وصِّلت النقاط السبع الموضحة باللون الأحمر بواحد وعشرين خطًّا مرقمًا، وتتقاطع الخطوط في عشر نقاط مختلفة. هل يمكن ترتيب الخطوط ليكون فيها أقل عدد من التقاطعات؟



لعبة التفكير 202

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الأسهم الخمسة

أعد ترتيب الأسهم الأربعة لتشكل خمسة أسهم.



الطبوغرافيا والرسم البياني الشجري

خذ شكلًا مثل المثلث، وأعد تشكيله: غيِّر الزوايا، واجعل الأضلاع أطول، وأضف أركانًا أكثر. ما الذي سيبقى غير متغير من الشكل الأصلي (من وجهة نظر هندسية)؟ هذا النوع من الأسئلة أُجيب عنه في مجال دراسة يطلق عليه طوبوغرافيا.

والقليل مما يعدُّ مهمًّا في الهندسة التقليدية يستخدم في الطبوغرافيا. التي تراعي حقائق مثل: (أ) المثلث له داخل وخارج. (ب) من المستحيل المرور من الداخل إلى الخارج من دون العبور من الحافه. ومهما تغيَّر شكل المثلث في السطح المستوي، فسيظل له داخل وخارج؛ فهذه نقطة أساسية في الطبوغرافيا. في حقيقة الأمر، فإن عالم الطبوغرافيا يعدُّ المثلث مثل المربع، ومتوازي الأضلاع أو حتى الدائرة؛فمثلا النتوء المستدير (torus) الذي يمثِّل الشكل الداخلي للإنبوب أو كعكة الدونات (doughnut) الحلقية، فكلاهما يحوي ثقبًا يحافظ عليهما مهما كان مقدار التشويه؛ فهذه الخاصية هي التي تميزها عن المثلثات، وتجعلها مشتركة مع كوب القهوة. في الطبوغرافيا يعد الرقم 8 والحرف B متكافئين؛ فكلٌّ منهما له ثقبان.

كثير من الخصائص الطبوغرافية تهتم بطريقة ربط الأشياء: تعد عروة الخيط خاصية طوبوغرافية سواء أكانت معقودة أم لا؛ إنها المفاهيم الرئيسة للطوبوغرافيا تتضمن أفكارًا كثيرة يتعلمها الصغار: مثل الداخل والخارج، اليمين واليسار، الربط، العُقد، وفك الارتباط.

إنَّ المفاهيم الطبوغرافية مهمة في فهم الرسوم البيانية؛ فعندما ترتبط النقاط بالحواف، ما يهم هو ليس موضع الخطوط والنقاط ولكن الطريقة التي ترتبط بها؛ على سبيل المثال، يرتبط الرسم البياني إذا كان «الكل في قطعة واحدة» بمعنى أن هناك مسارًا مستمرًّا من أي نقطة لأي نقطة أخرى. الشكل الدقيق للحواف غير ذي صلة، فكل ما يهم في الطبوغرافيا هو ارتباط الرسم البياني. وبشكل مشابه، إذا احتوى الرسم البياني على دائرة – عروة مغلقة لها جوانب مميزة – فإنها تكون متكافئة طوبوغرافيًّا مع أي رسم بياني آخر به عروة.

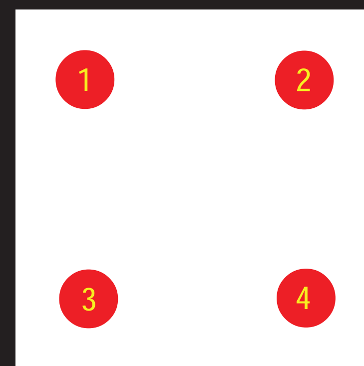
إن الرسوم البيانية التي ليس بها عروات يطلق عليها شجر (لأنها مثل الأشجار الحقيقية، فهذه الرسوم البيانية لها فروع لا ترتبط ببعضها مطلقًا إلا من خلال الجذع). هنالك العديد من العمليات يمكن فيها تمثيل الفرع بالاشجار؛ على سبيل المثال، المواقف في لعبة الشطرنج تشكل شجرة جوانبها هي حركات اللعبة، وإن الإستراتيجية في كثير من الألعاب تعتمد بشكل عام على النظر إلى اللعبة على أنها شجرة، متفرعة الأغصان، وكذلك برامج الحاسب الآلي التي تلعب مثل هذه الألعاب مثل الشطرنج، والداما، والطاولة التي تستخدم بشكل أساسي هذه الفكرة. في الواقع، إن أجهزة الحاسب الآلي المتقدمة التي تلعب الشطرنج أصبحت قادرة على هزيمة أساتذة البشر بتنفيذ شجرة من الحركات الممكنة، ثم يختار الحاسب بعد ذلك الحركة في النقطة الحالية التي تضمن أفضل رد ومسار مستقبلي ممكن من الحركات الكثيرة المتوافرة له.

لعبة التفكير
203

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

شجرة الرسم البياني ذات الأربع نقاط

إن شجرة الرسم البياني هي نقاط متصلة عن طريق خطوط لا تحتوي على عروات مغلقة. فما عدد شجرات الرسوم البيانية المختلفة التي تستطيع إيجادها، والتي تربط النقاط الأربع الموضحة في الأسفل؟



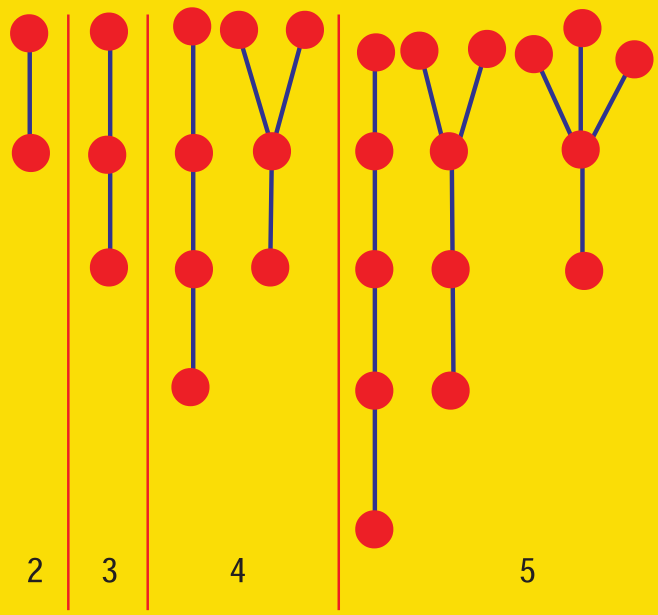
لعبة التفكير
204

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

شجرة الرسوم البيانية

إذا جمعت الرسوم البيانية كلها التي تكون متكافئة طبوغرافيًّا: شجرة واحدة فقط كرسم بياني مرتبطة بمجموعة من نقطتين، وشجرة واحدة فقط مرتبطة بمجموعة من ثلاث نقاط، وشجرتان مرتبطة كل منهما بمجموعة من أربع نقاط، وثلاث شجرات مرتبطة كل منها بمجموعة من خمس نقاط. هذه الرسوم البيانية كلها موضحة على اليسار.

ما عدد أشجار الرسوم البيانية المختلفة والمتمايزة طوبوغرافيًّا التي من الممكن أن تُربط بمجموعة من ست نقاط؟ سبع نقاط؟



لعبة التفكير
205

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لعبة الشجرة

إن هذه اللعبة البسيطة لأشكال من الأعواد تتطلب من كل لاعب أن يقابل الترتيبات الخاصة بأنماط أعواد الثقاب الموجودة على بطاقات اللعب.

من أجل لعب هذه اللعبة، تحتاج إلى المواد البسيطة الآتية:

مجموعة بطاقات تصف الإصدارات المصممة لرسوم بيانية شجرية، والتي فيها ثلاث، وأربع، وخمس، وست نقاط (انظر لعبة التفكير 206).

استخدم مجموعة من ستة أعواد ثقاب متماثلة، أو أي شيء متاح لإعادة تشكيل الرسوم البيانية الموضحة على البطاقات.

الهدف هو إعادة عمل النماذج الموجودة على البطاقات بأقل عدد من الحركات. ومن أجل اللعب، انقل البطاقات وضعها مقلوبة في حزمة؛ ضع خمسة أعواد في خط مستقيم على المنضدة. (العود السادس يحمل في حزمة تسمى الحزمة الاحتياط).

اللاعب الأول يأخذ البطاقات الثلاث التي في أعلى الحزمة، ويضعها بحيث تكون رسوم الأشجار التي عليها إلى الأعلى، ثم ينفِّذ هذا اللاعب حركتين لتغيير وضع الأعواد لمطابقة الرسوم البيانية الموضحة في البطاقات المعروضة، والحركة تتكون من التقاط عود من فوق المنضدة ووضعه في مكان جديد، أو إضافة عود من الحزمة الاحتياط إلى الرسم البياني، أو إزالة عود من الرسم البياني ووضعه في الحزمة الاحتياط. وربما يدور اللاعب أيضًا أكبر قدر ممكن من الأعواد على الرسم البياني، طالما العود الذي يمكن تدويره متصلًا من طرف واحد بالرسم البياني، وهذا الطرف يبقى مثبتًا في أثناء عملية التدوير (من الواضح، إذا كان كلا طرفي العود متصلين بالرسم البياني، فلا يمكن تدوير هذا العود).

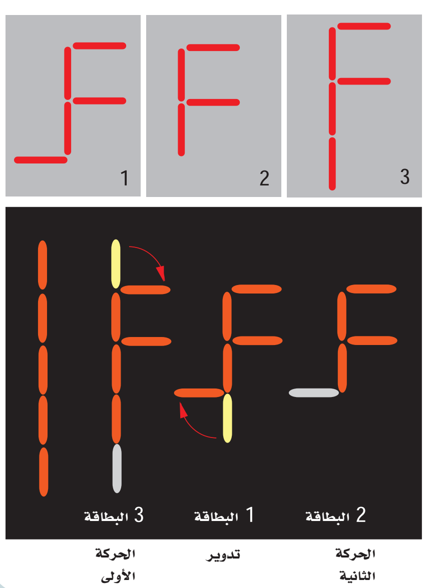
إذا نجح اللاعب في تشكيل أحد الرسوم البيانية الموجودة على بطاقة ما، فإنه يأخذ هذه البطاقة حتى نهاية اللعبة، بينما البطاقات التي لا يستطيع اللاعب بناء الأشكال التي فيها فتبقى على المنضدة.

يقوم اللاعب الثاني بمثل ما قام به اللاعب الاول، وعند الضرورة يرسم بطاقات لاستبدال البطاقات التي حصل عليها اللاعب الأول. وسوف تستمر اللعبة حتى لا تتبقى أي بطاقة، أما الفائز فهو اللاعب الذي معه أكبر عدد من هذه البطاقات.

هنالك نمطان للعب هذه اللعبة: النمط التقليدي والنمط الطبوغرافي؛ في اللعبة التقليدية قد تؤخذ البطاقة فقط إذا كانت الشجرة التي تكوَّنت عن طريق الأعواد مطابقة تمامًا للشجرة الموجودة على البطاقة، أما في اللعبة الطبوغرافية فإن اللاعب يأخذ البطاقة إذا تمكن من عمل شجرة مكافئة طوبوغرافيًّا لتلك الموجودة على البطاقة. إن لعب كلا النوعين سيساعد على توضيح الفرق بين التماثل والتكافؤ الطبوغرافي.

عينة للعبة بسيطة

البطاقات الثلاث التي سحبها اللاعب تظهر إلى الأعلى مرقمة 1، 2، 3. وقد فُتح وجهها لإظهار الرسوم.
وفقًا للبطاقات المسحوبة، قام اللاعب بحركات جعلته يحصل على ثلاث نقاط.
الرمادي = رفع عود ثقاب
الأصفر = تدوير عود ثقاب



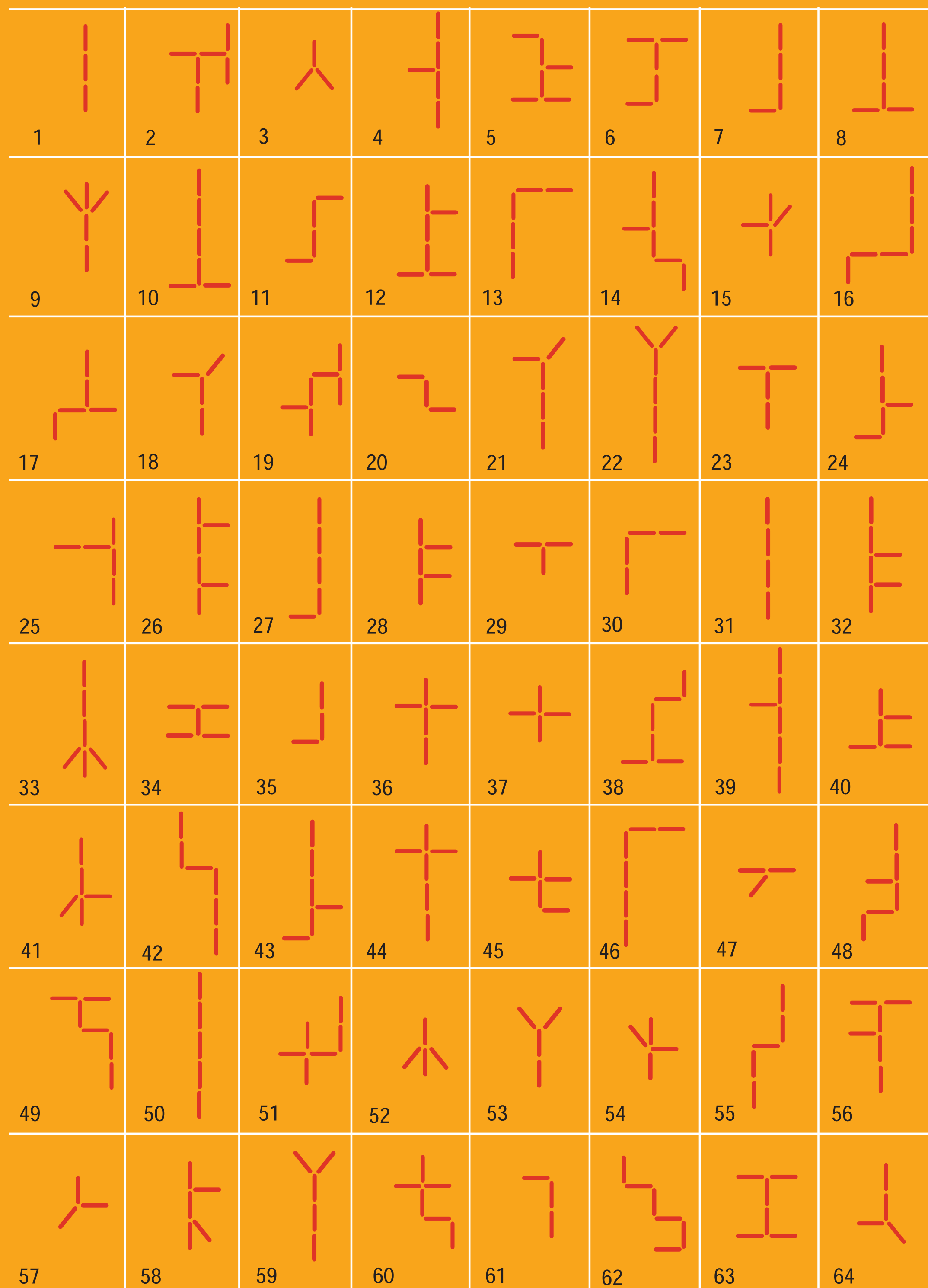
لعبة التفكير
206

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

بطاقات لعبة الشجرة وألعابها المختلفة

يوجد أربع وستون بطاقة تستخدم في لعب (لعبة الشجرة)؛ كل منها ست عشرة مجموعة ، وتتكوَّن كل مجموعة من بطاقات متطابقة طبوغرافيًّا، مع أربعة تنويعات في كل مجموعة منها؛ على سبيل المثال، إحدى المجموعات مكونة من البطاقات 1 و 20 و 35 و 61.

يمكنك أيضًا استخدام هذه البطاقات لتلعب لعبة أخرى مختلفة وهي: كم الوقت الذي تحتاجه لتحديد مجموعات الأوراق الست عشرة كافة؟



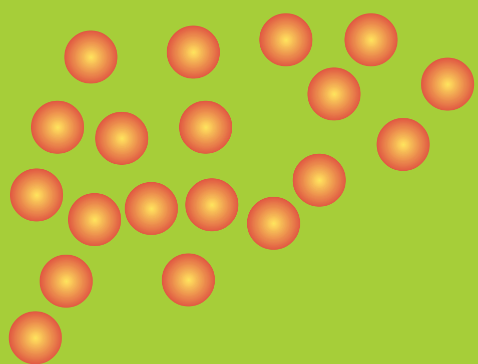
لعبة التفكير
207

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

سلسلة الشجرة

توجد تسع عشرة حبة من الخرز على المنضدة. هل تستطيع ربطها بخيط لعمل رسم بياني شجري؟

ما أصغر عدد من الفروع يمكنك رسمه بين التسع عشرة حبة من الخرز، أو التسع عشرة نقطة؟ تذكر أنَّ كونه رسمًا بيانيًّا واحدًا، فلابد أنْ ترتبط كل نقطة بالنقاط الأخرى كلها عن طريق عدد من الفروع. ولأنها رسم بياني شجري فلا يمكن أن تكون هناك حلقات مغلقة. هل توجد قاعدة عامة لتحديد أقل عدد من الفروع اللازمة؟

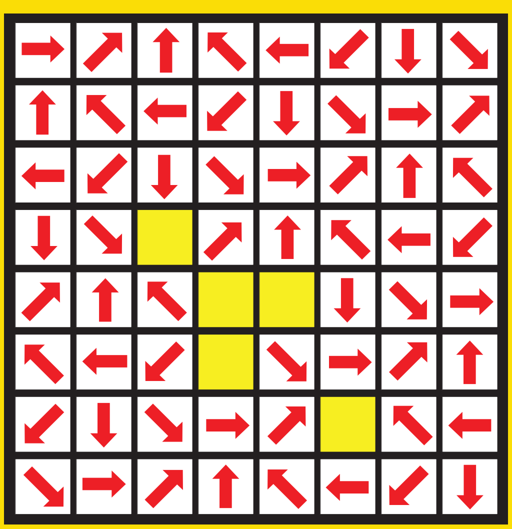


لعبة التفكير
208

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الأسهم المفقودة 2

هل تستطيع تحديد اتجاه الأسهم الأربعة المفقودة؟



لعبة التفكير
209

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

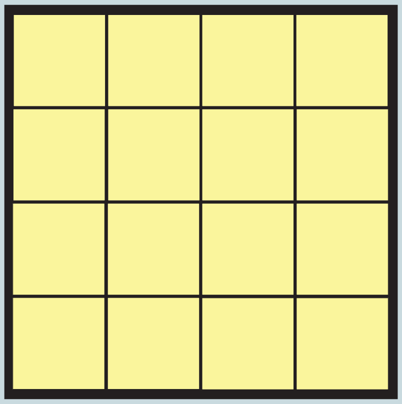
لغز الأسهم واللعبة 1

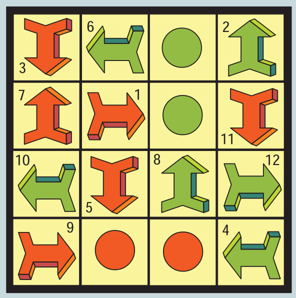
اللغز: ضع ستة عشر سهمًا على لوحة لعب 4 × 4 حتى يحتوي كل صف، وكل عمود، وكل قطر رئيس على أربعة أسهم تشير إلى اتجاهات مختلفة: الشمال، والجنوب، والشرق ، والغرب.

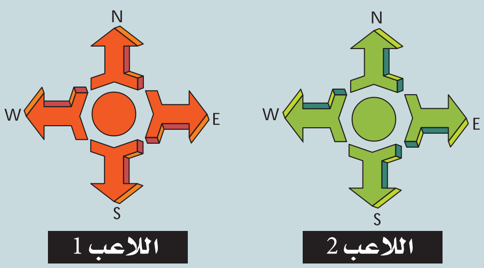
اللعبة: هدف اللعبة هو وضع ستة عشر سهمًا بحيث لا يكون أي صف، أو عمود ، أو قطر رئيس به اثنان أو أكثر من الأسهم التي تشير إلى الاتجاه نفسه. يتناوب لاعبان– لكل واحد منهما لون– في وضع الأسهم على اللوحة، بحيث يضع كل لاعب أسهمًا من لونه نفسه. لابد أن يشير السهم إلى أحد الاتجاهات الرئيسة الأربعة (الشمال والجنوب والشرق والغرب، أو ربما إلى أعلى وأسفل ويمين ويسار). بعد كل حركة نفحص اللوحة لنعرف إذا كان هناك أي مربع مغلق لا يمكن وضع سهم فيه، بمعنى أن أيَّ سهم يوضع في مثل هذا المربع سيخرق القواعد. يستطيع اللاعب الذي تؤدي حركاته إلى تكوين مربعات مغلقة تلوينها باللون نفسه الخاص به قبل أن يبدأ دور اللاعب الثاني.

تنتهي اللعبة حينما لا تكون هناك أي حركة قانونية متاحة. يتلقى اللاعبون نقطة عن كل صف أو عمود أو قطر يتكون على الأقل من ثلاثة مربعات بلونه، يكون فيها سهمان على الأقل. إن الصف الذي يكون للاعب فيه سهم واحد ومربعان مغلقان بلونه لا يحتسب له أي نقاط.

في اللعبة البسيطة الموضحة أدناه، انتهت اللعبة بالتعادل، حيث حصل كل لاعب على ثلاث نقاط.







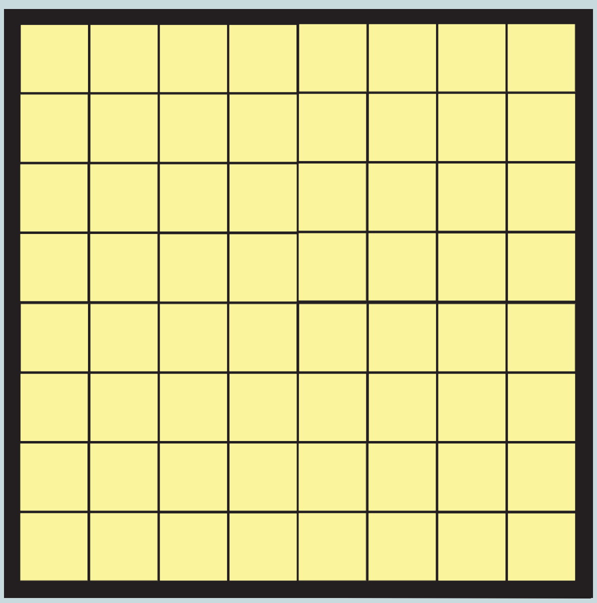
لعبة التفكير
210

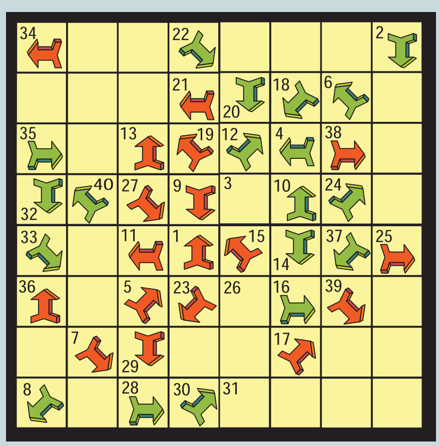
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

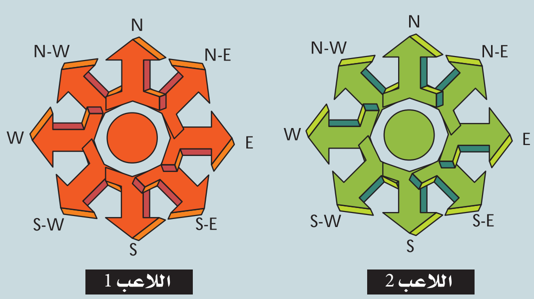
لغز الأسهم واللعبة 2

اللغز: في لوحة لعب 8 × 8 ، ضع الأسهم بشكل ملائم من بين أربعة وستين سهمًا بحيث يحتوي كل صف، وكل عمود على ثمانية أسهم، كل منها يشير إلى اتجاه مختلف: الشمال، والشمال الشرقي، الشرق، والجنوب الشرقي، الجنوب، والجنوب الغربي، الغرب ، والشمال الغربي.

اللعبة: موضوع اللعبة هو وضع الأسهم حتى لا يكون أي صف، أو عمود به اثنان أو أكثر من الأسهم التي تشير إلى الاتجاه نفسه. يتناوب لاعبان (لكل واحد منهما لون) في وضع الأسهم على اللوحة بحيث يضع كل لاعب أسهمًا من لونه نفسه. لابد أن يشير كل سهم إلى أحد الاتجاهات الثمانية المستخدمة في هذا اللغز، ويستمر اللعب حتى لا تكون هناك أي حركة قانونية متاحة. يتلقى كل لاعب نقطة واحدة عن كل صف أو عمود وضع فيه خمسة أسهم فأكثر. في اللعبة الموضحة على اليسار، فاز اللاعب الأحمر بنقطتين في مقابل نقطة للاعب الأخضر.







الرسوم البيانية الموجهة (Digraphs)

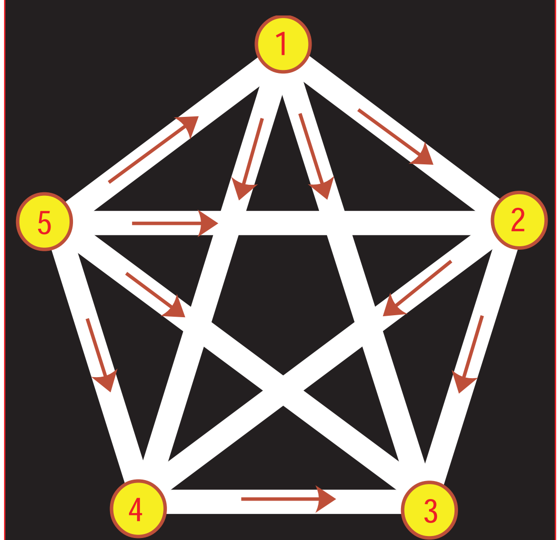
الرسم البياني الموجه الكامل هو الذي كل جانب فيه له اتجاه، وكل زوج من النقاط موصلة بخط مستقيم، ويسمى في هذه الحالة مسابقة (Tournament). فأينما توضع الأسهم، فإن الرسم البياني الموجه (المسابقة) سيحوي ممرًّا هاملتونيًّا؛ أي إن الممر يمر في كل عقدة مرة واحدة؛ فالممر الذي يعود إلى نقطة بدايته بعد أن يمر في النقاط الأخرى كلها يسمى دائرة هاملتون، وهذا النوع من الممرات غير ممكن لكل حالات هذا النوع من الرسوم البيانية الموجهة.

لعبة التفكير
211

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐
الوقت: ______

الشكل الخماسي الموجه

كل مسار بين اثنتين من النقاط المرقمة يسمح بالحركة فقط في اتجاه واحد، وهو المبين بسهم. واضعًا هذا في حسبانك، هل تستطيع إيجاد المسار الذي يسمح بالحركة في كلها النقاط الخمس كلها؟

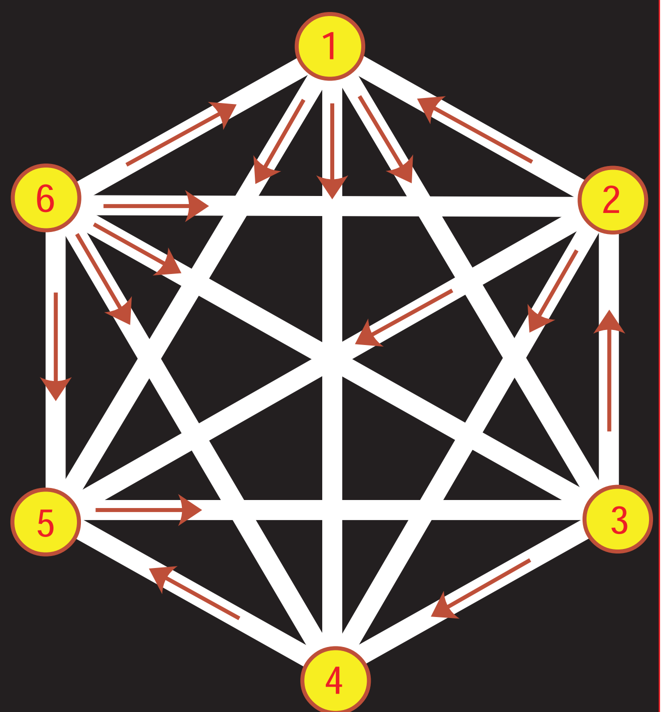


لعبة التفكير
212

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐
الوقت: ______

الشكل السداسي الموجَّه

يسمح كل مسار من المسارات الموجودة بين كل نقطتين من النقاط المرقمة بالسفر في اتجاه واحد فقط، وهو الاتجاه المحدد بالسهم الموجود. آخذًا ذلك في الحسبان، هل يمكنك أن تجد مسارًا منسجمًا مع اتجاه الأسهم يسمح لك بالمرور في النقاط الست جميعها؟



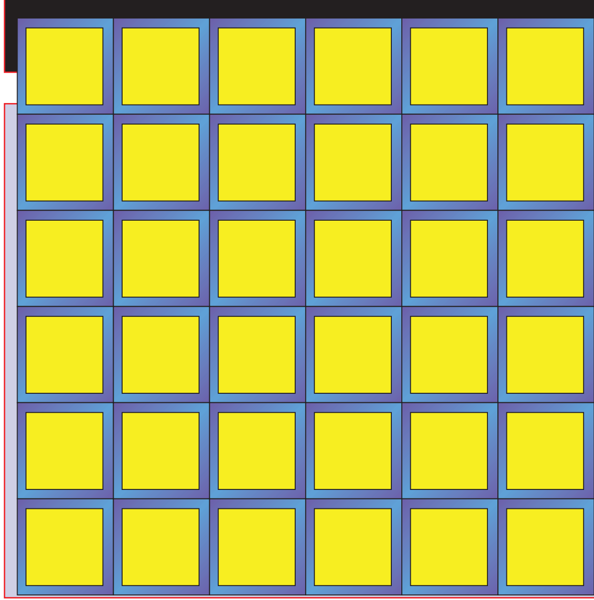
لعبة التفكير
213

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐
الوقت: ______

رحلة الأسهم

في هذا اللغز رُقِّمت الأسهم في الأسفل: كل رقم يخبرك عن عدد المربعات التي تتحركها؛ على سبيل المثال، السهم ذو الرقم 3 يعني أنه عليك أن تتحرك ثلاثة مربعات في ذاك الاتجاه.

هل تستطيع وضع الأسهم التسعة على اللوحة حتى يشير كل سهم إلى سهم آخر لتكوين حلقة مستمرة؟ أي بعد تسع قفزات، يجب عليك أن تنتهي من حيث بدأت.





لعبة التفكير 214

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لعبة هاملتون 1

صور ثم قصَّ خمس عشرة طائرة تُطابق الطائرات التي على اليسار، ثم ضعها بصورة عشوائية بمحاذاة الخمسة عشر خطًّا للمسار في المخطط الموضح أدناه. هل يمكنك العثور على المسار الذي يمر بالمدن الست جميعها مرة واحدة، فقط عن طريق تتبع اتجاهات الأسهم؟

في كل ترتيب عشوائي لوضع الطائرات، هل يمكنك تسمية الممرات التي ستُزار فقط عن طريق النظر إلى المخطط؟

لعبة التفكير 215

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لعبة هاملتون 2

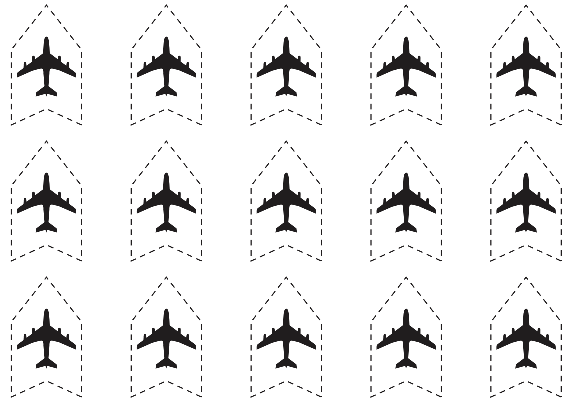
في هذه النسخة المتقدمة من اللعبة السابقة، عليك المرور بالتسع عشرة نقطة من نقاط التقاطع مرة واحدة فقط. وللقيام بذلك، لابد أن تجد مسارًا مستمرًّا يربط نقاط التقاطع التسع عشرة الداخلية كلها. في كل نقطة، عليك السير فقط في الاتجاهات التي تحددها الأسهم.

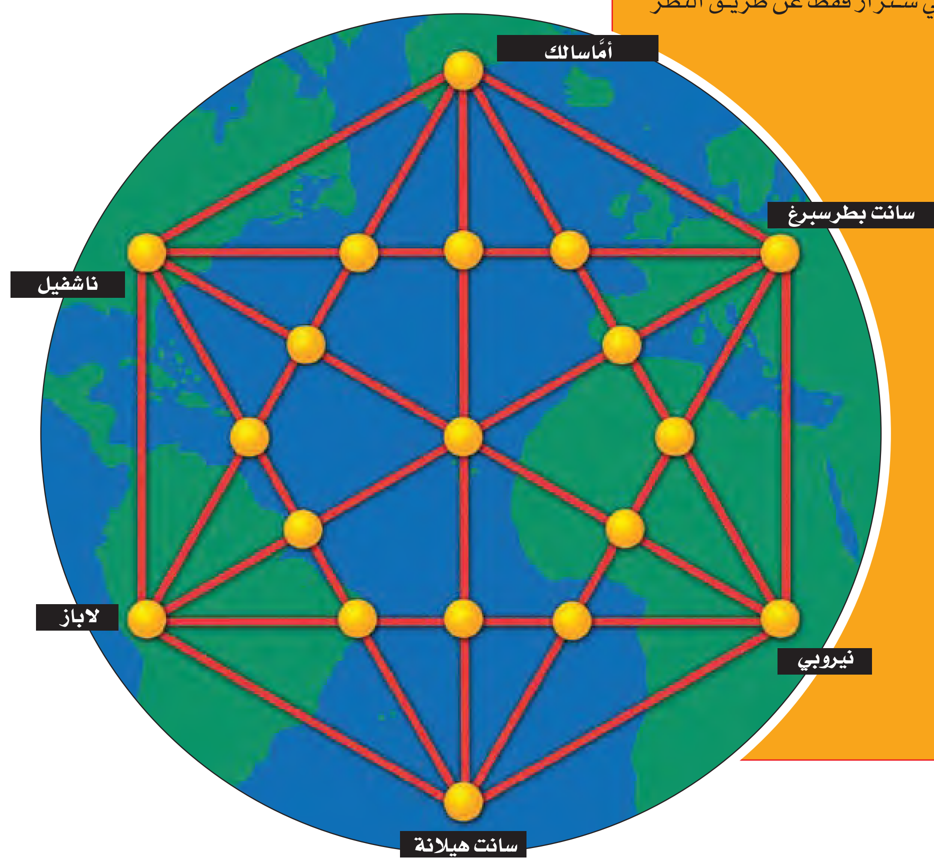
يمكن لعب هذه اللعبة بوصفها لشخصين؛ يوزع أحد اللاعبين الأسهم على طول الخمسة عشر خطًّا، موضحًا الاتجاهات التي ربما تحدث فيها الحركة، ثم يحاول اللاعب الآخر عمل مسار مستمر يربط نقاط التقاطع، ويجعل نقطة المرور الأولى رقم 1، ويرقِّم النقاط الأخرى بعدها وفق ترتيب المرور.

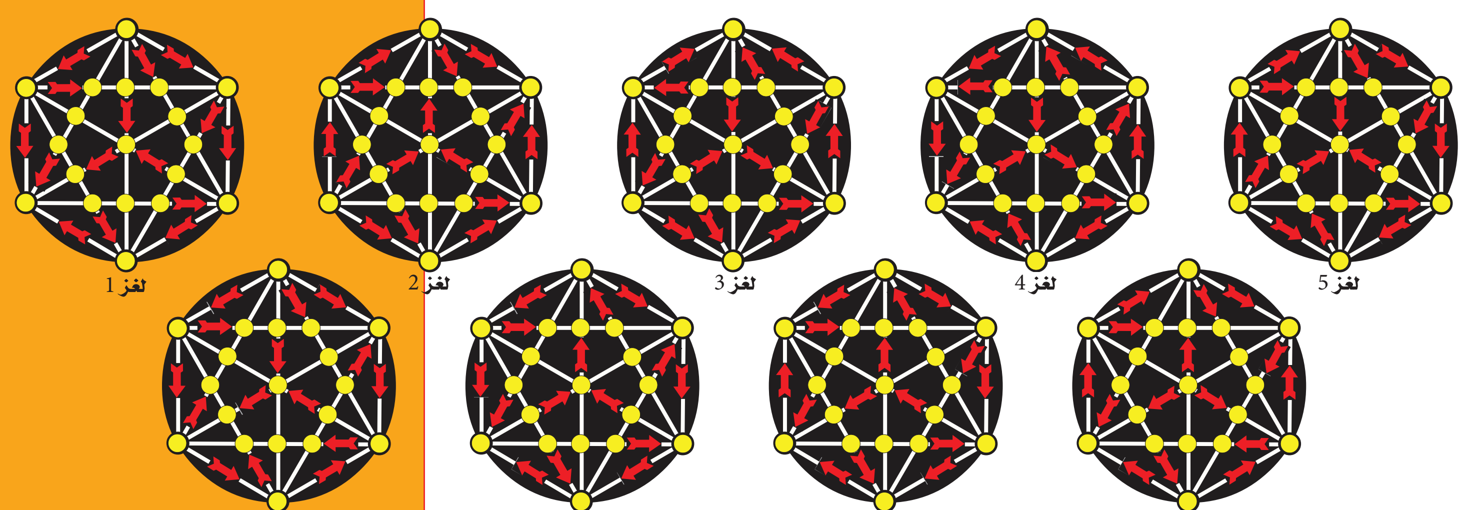
ربما عليك تذكر هذا: ضع في حسبانك نقاط التقاطع التسع بدلًا من مجرد التقاطعات على الحد الخارجي، حتى وإن لم يتوافر مسار هاملتون في كل مرة. واعتمادًا على كيفية وضع الأسهم، يوجد 32786 ترتيبًا مختلفًا، منها 27846 لها مسار هاملتون (190 منها تكون أيضًا دوائر هاملتون)، والباقي 4940 ليس لها حلول كاملة.

موضح هنا تسعة ألغاز اختيرت بعناية لـ(لعبة هاملتون رقم 2) مع المجموعات الكاملة من الأسهم الموضوعة على خطوطها.

توجد مئات من الترتيبات الممكنة.







لغز 1 لغز 2 لغز 3 لغز 4 لغز 5

لغز 6 لغز 7 لغز 8 لغز 9

نظرية رامزي (Ramsey Theory)

على الرغم من أنَّ فرانك رامزي (Frank Ramsey) كانت له إسهامات كبيرة في الاقتصاد والفلسفة، فإنه كان متألقًا ومشهورًا بصورة أكبر بوصفه عالم رياضيات. إن أفضل أعمال هذا العالم الإنجليزي كان في نظرية المجموعات، حيث ظهر فرع في هذا المجال يحمل الآن اسمه – ويُعدُّ هذا إنجازًا لرجل توفي في عام 1930م وهو في سن السابعة والعشرين!

إن ظهور عدم الترتيب يعدُّ فعلًا أمرًا مهمًّا: يمكن التوصل إلى البناء الرياضي إذا نظرت بتأمل بما فيه الكفاية وعلى نطاق واسع. أراد رامزي العثور على مجموعة فيها أقل عدد من العناصر، بحيث يضمن أنَّ بعض عناصرها تتشارك في خصائص معينة؛ على سبيل المثال، أصغر عدد من الأشخاص هو ثلاثة بحيث تضمن دائمًا شخصين من الجنس نفسه. إذا كان هناك اثنان فقط، ربما يكون لديك رجل وامرأة، ومن ثم سيكون الشخص الثالث رجلًا أو امرأة، وبإضافته تضمن أن يكون هناك اثنان على الأقل من جنس واحد.

أو إليك هذا السؤال: هل تكون جوانب الرسم البياني الكامل ملونةً باستخدام لونين فقط، بحيث لا توجد ثلاثة جوانب من اللون نفسه تشكل مثلثًا؟ وقد أثبت رامزي بعض النظريات العامة بشأن هذه المسألة، لكن الأمثلة مع أربع، أو خمس أو ست نقاط تعدُّ بسيطة بما فيه الكفاية للتحليل باستخدام قلم رصاص وورقة. لغز الحفلة الشهير (الذي نعرضه لك باسم علاقات الحب والكراهية – لعبة التفكير 216) يعتمد على إنجاز رامزي.

لتقدير مدى روعة الرسوم البيانية في حل هذا النوع من المسائل، تخيل سرد التراكيب (الترتيبات) المحتملة كلها من علاقات التعارف بين ستة أشخاص – بمجموع 32768 تركيب – وفحص كل ترتيب بما في ذلك العلاقات المطلوب معرفتها بينها.

توجد مسألة أكثر تقدُّمًا لرامزي وهي تصور حفلة يكون فيها مجموعة من أربعة أشخاص كل منهم صديق للآخر أو كل منهم لا يعرف الآخر. ما مدى الاتساع الذي لابدَّ أن تكون هذه الحفلة عليه؟ وقد بيَّن رامزي أن ثمانية عشر ضيفًا يعدُّ ضروريًّا. إذا رسمت رسمًا بيانيًّا كاملًا مع 18 نقطة، ولوَّنت خطوط الربط بين نقاطه مستخدمًا لونين مختلفين. بصرف النظر عن كيفية تلوين الخطوط، فإنك حتمًا سوف توجد شكلًا رباعيًّا من خلال ربط أربع نقاط (أشخاص) ملونة باللون نفسه.

إذا كانت المجموعة مكونة من خمسة أشخاص كل منهم صديق للآخر أو كل منهم لا يعرف الآخر، فإن عدد الأشخاص في الحفلة ما زال غير معروف، الإجابة تقع بين 49، و43.

لعبة التفكير
216

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

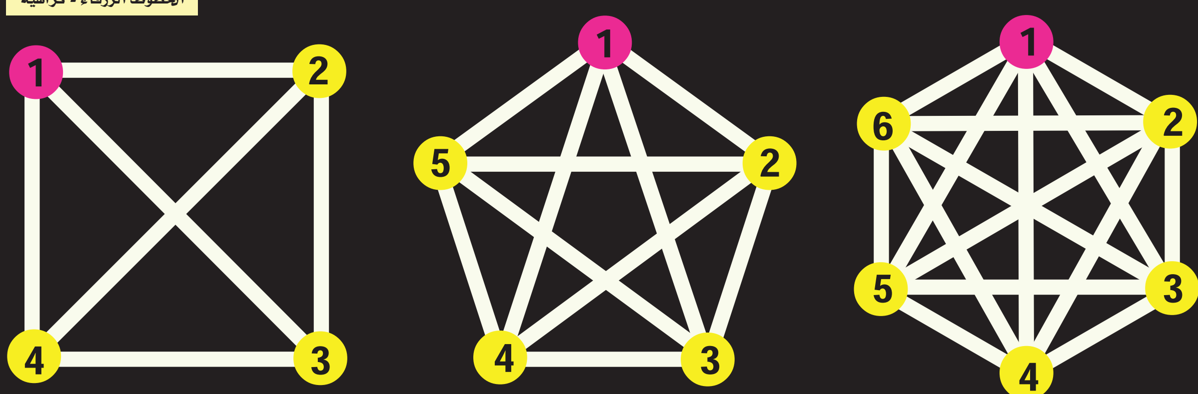
علاقات الحب والكراهية

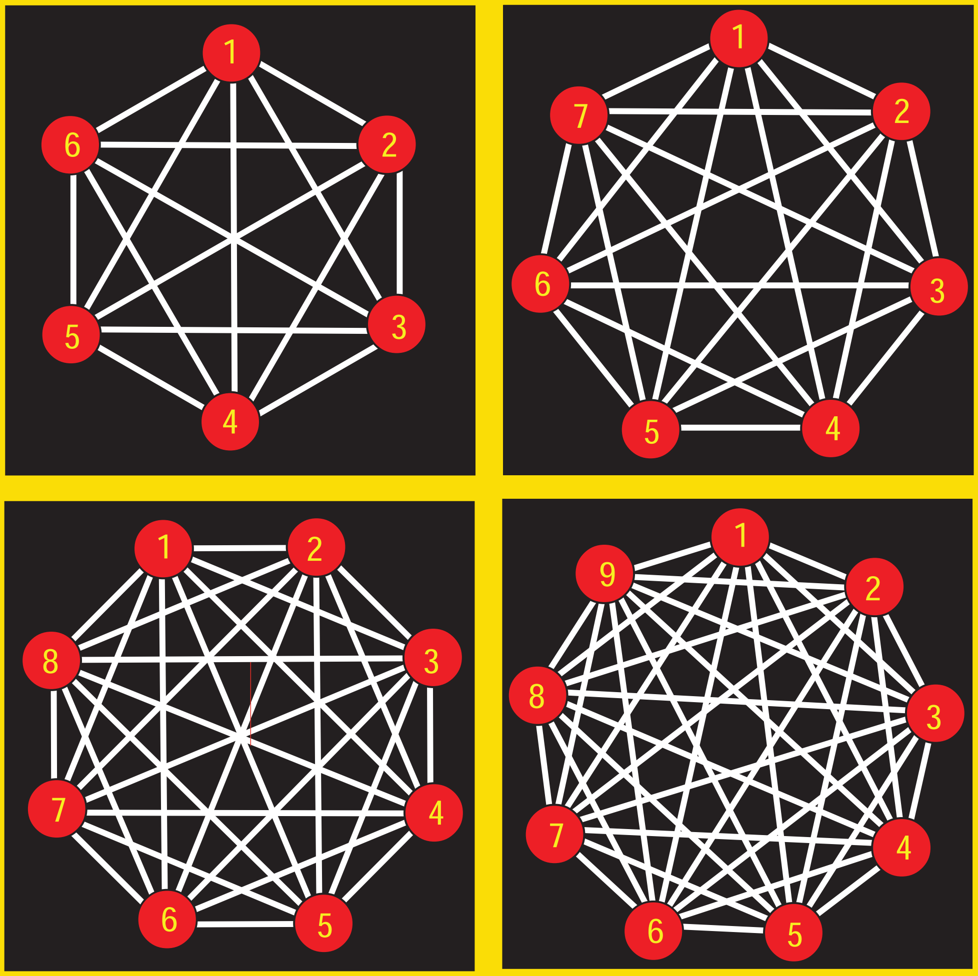
أنت وأصدقاؤك تشعرون بأن مشاعركم بمنتهى القوة – في أي وقت أو زمان إما أن تحب الشخص أو أن تكرهه. ولتجنب حدوث مشكلة فيما بينكم عند اجتماعكم معًا، فأنت ترغب في ترتيب اللقاء بحيث لا يكون هناك مجموعة من ثلاثة منكم يكره كل واحد الآخر – مثلث كراهية – وألَّا توجد مجموعة من ثلاثة منكم يحب كل واحد منهم الآخر – مثلث حب.

إذا كان أربعة منكم يريدون الاجتماع في ليلة من الليالي، ثم في الليلة التالية سيجتمع خمسة منكم، ثم ستة منكم سيجتمعون في الليلة التي تليها. هل هي مشكلة لا مفر منها؟ أم إنها مشكلة من الممكن تجنب مثلثات الحب ومثلثات الكراهية فيها؟

لكل مجموعة من المجموعات الثلاث المعطاة، لوِّن الخطوط بين النقاط مستخدمًا اللونين: الأحمر للحب والأزرق للكراهية. فما عدد الخطوط التي يمكنك تلوينها قبل أن تجبر على إنشاء مثلث حب أو مثلث كره؟ هل من الممكن تلوين الخطوط بحيث لا تتكون مثلثات عند احتساب العلاقات جميعها؟







لعبة التفكير
217

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المخطط العنكبوتي

ألعاب الألغاز

يمكن لعب هذه اللعبة بوصفها منافسة بين لاعبين أو بوصفها لعبة فردية.

عندما تكون بين لاعبين، يتناوب اللاعبان في تلوين الخطوط البيضاء التي تصل بين النقاط المرقمة بلون واحد من بين لونين، كالأحمر والأزرق مثلًا. يستطيع كل لاعب أن يستخدم أيًّا من اللونين في دوره، حيث إن الهدف من اللعبة تجنب تشكيل مثلث من لون واحد، وتستمر اللعبة حتى يرسم لاعب مثلثًا بلون واحد. ومن باب التنويع، يستطيع كل لاعب مناورة اللاعب الآخر برسم شكل رباعي.

عندما تكون اللعبة للاعب واحد، لوِّن أكبر عدد ممكن من الخطوط البيضاء بلون واحد حتى تُجبر على رسم مثلث رؤوسه هي النقاط المرقمة في محيط الشكل.



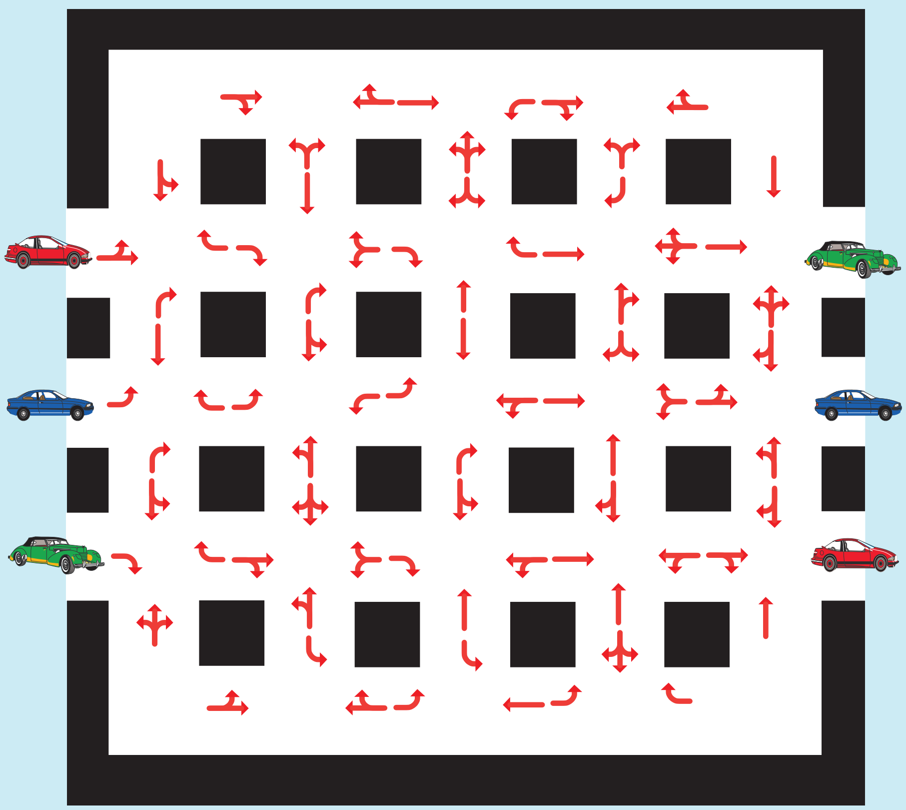
لعبة التفكير
218

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لغز المرور

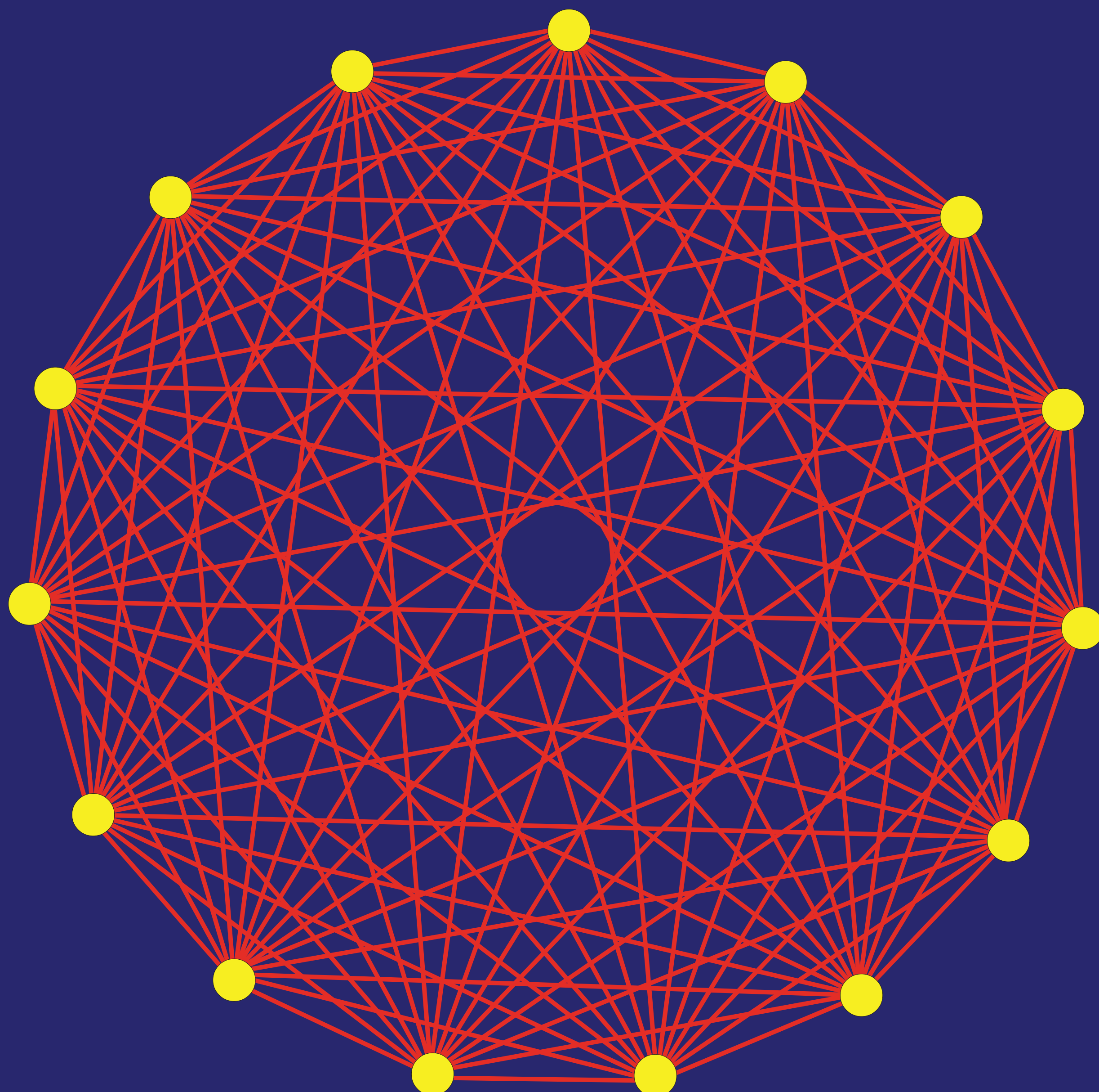
يمكن أن يمثل الوصول إلى أنحاء المدينة كافة من خلال تخطي الطرق المسدودة كابوسًا لسائقي السيارات؛ إذ لا تكمن المشكلة في حركة المرور، بل تكمن في الإشارات أو لافتات (لوحات) المرور المزعجة التي دائمًا ما تبدو أنها تمنعك من المنعطفات التي ترغب بها، وقد زادت سلطات المدينة الأمور سوءًا، وذلك بزيادة عدد هذه اللافتات بشكل كبير، فكانت النتيجة وجود منع واحد على الأقل من الدوران أو الانعطاف في كل تقاطع من تقاطعات هذه المدينة

العبور من أحد جوانب المدينة إلى الجانب الآخر في الوقت الحالي الذي يحتاج إلى الالتفافات والتحويلات المفاجئة، حدد الطرق التي يتعيَّن على السيارات الثلاث أن تسلكها داخل المدينة لكل لون من الألوان، ادخل من ناحية اليسار واخرج من ناحية اليمين وفق المحدد في الشكل، وتأكد من اتباع لافتات الطريق وعلاماتها الموجودة على كل تقاطع من هذه التقاطعات.



5

المنحنيات والدوائر



المنحنيات المحيطة بنا

تتميز الأشكال الهندسية غير المتناهية لانعطافات الأنهار– المعروفة باسم المنحنيات– بالجمال الأخاذ، و بعد قرون من البحث عرف متخصِّصو الرياضيات والعلماء أنَّ المنحنى هو الشكل الذي يتخذه النهر ليبذل الحد الأدنى من الجهد عند الانعطاف، ونتج من ذلك معنى جديد لعبارة (نهر كسول).

يمكن ثني شريط معدني رقيق لتكوين أشكال مختلفة، تشبه جميعها منحنيات النهر. عند تثبيت شريط بإحكام بين نقطتين، يتخذ هذا الشريط انحناءً منتظمًا، فما ذلك الانحناء؟ هو مسار خط ينحني باستمرار لكن من دون زوايا.

تكون بعض المنحنيات مفتوحة مثل القطوع المكافئة: الخط لا يعود إلى نقطة بدايته، ومنحنيات أخرى تتحد خطوطها مع بعضها لتكون منحنيات مغلقة مثل الدائرة والشكل البيضوي، وبعض المنحنيات الأخرى تكون مثل الشكل الحلزوني حيث تلتوي في ثلاثة أبعاد.

على الرغم من وجود منحنيات ذات أشكال بسيطة جدًّا، فتوجد منحنيات أخرى ذات مستويات عالية من التعقيد لدرجة أنه يجب اكتشافها بالتجربة، وقد عُثر على بعض هذه المنحنيات بدراسة فقاعات الصابون الممتدة على الحلقات السلكية، فالسطح الزجاجي المنحني ذا الشكل المعقَّد والجميل والموجود أعلى الملعب الأولمبي في ميونخ قد صُمِّمَ بطريقة مماثلة.



لعبة التفكير
219

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:————

الثعبان

المقاطع الثمانية الموضحة على اليسار تمثل ثعبانًا أكل ذيله، هل تستطيع إعادة تجميعها في حلقة متصلة؟ (إذا لم ترغب في عمل نسخة ملونة، فإليك هذا التحدي: حاول أن تحلَّ اللغز في ذهنك).

هذا اللغز ليس سهلًا كما يبدو؛ حيث توجد طرق عدة يمكن فيها جمع المقاطع، ولكن هناك طريقة واحدة فقط ستؤدي بك إلى الحلقة المغلقة، أما باقي الطرق فستؤدي إلى أشكال ثعابين ملفوفة ولكنها (مفتوحة). ستستغرق عملية المحاولة والخطأ وقتًا طويلًا، ولكن الملاحظة الدقيقة ستقصر عليك وقت تلك العملية كثيرًا. إليك تلميح: كل جزء من اللغز يحتوي على مفتاح لحل هذا اللغز.

بمجرد أن تكتشف سر الثعبان، سيظهر الحل بسهولة. وتستطيع الاحتفاظ بلغز الثعبان لحوار جماعي، وتذهل أصدقاءك بسرعة قدرتك على جمع تلك الأجزاء.



الأوروبوروس (ثعبان يأكل ذيله)

في الأساطير المصرية والإغريقية القديمة، تعني كلمة (الأوروبوروس) ثعبانًا يدخل ذيله في فمه ويلتهم نفسه بصورة مستمرة، ومع ذلك يولد من جديد. بوصفه رمزًا معرفيًّا وكيميائيًّا، يمثل (الأوروبوروس) وحدة الأشياء جميعها؛ المادية الروحية.

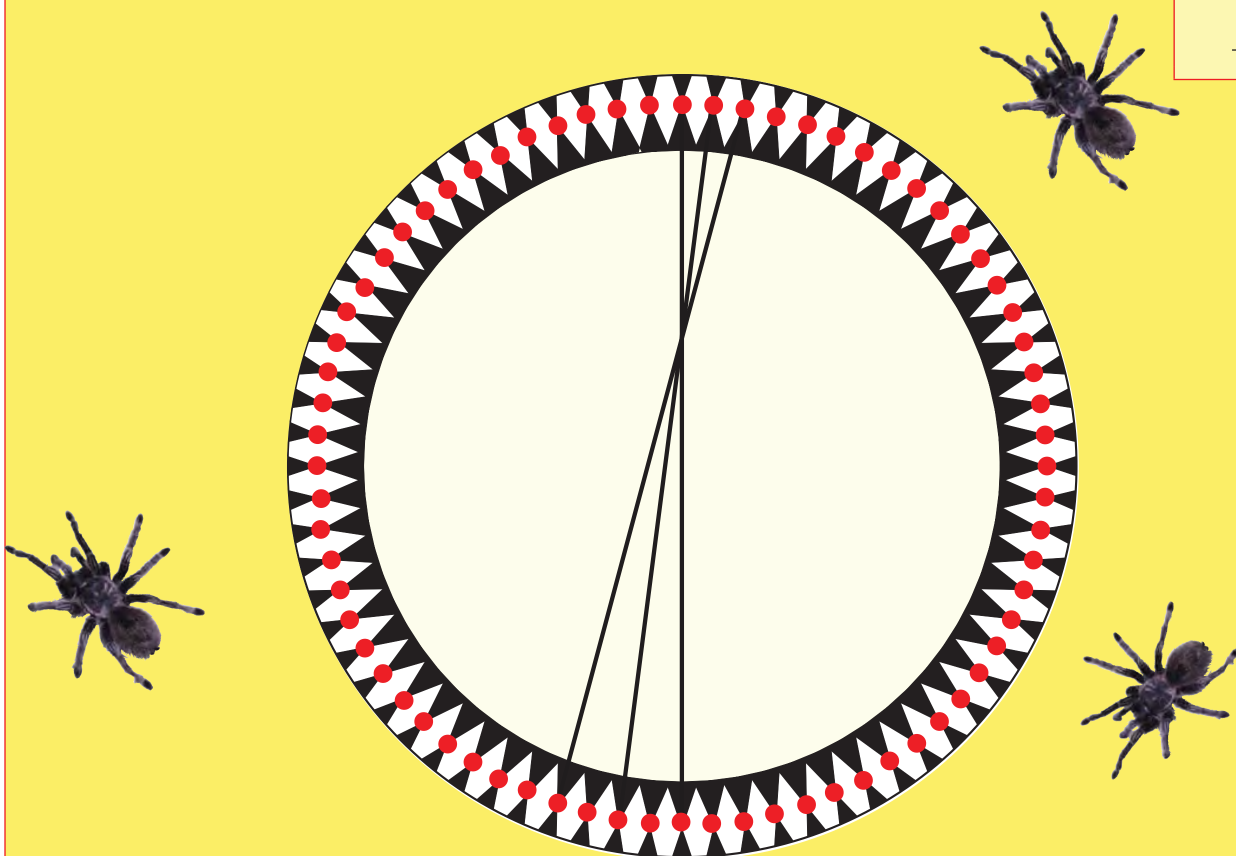
العالم الكيميائي الألماني فريدريك أوجست كيكول فون ستراودونيتز (Friedrich August Kekule von Stradonitz) في القرن التاسع عشر استوحى أفكاره من (الأوروبوروس) عندما اكتشف طبيعة جزئية البنزين، المكونة من حلقة من ذرات الكربون.

لعبة التفكير 220

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:————

شبكة العنكبوت
الشكل الهندسي 1

رُسمت ثلاثة خطوط مائلة في دائرة مقسمة إلى مقاطع متساوية في محيط الدائرة، إذا استمرينا في رسم الخطوط طبقًا للشكل الموضح في طريقة رسم الخطوط الثلاثة الأولى، فما نوع الشكل الناتج؟ هل سيكون شكله أقرب إلى شبكة العنكبوت؟

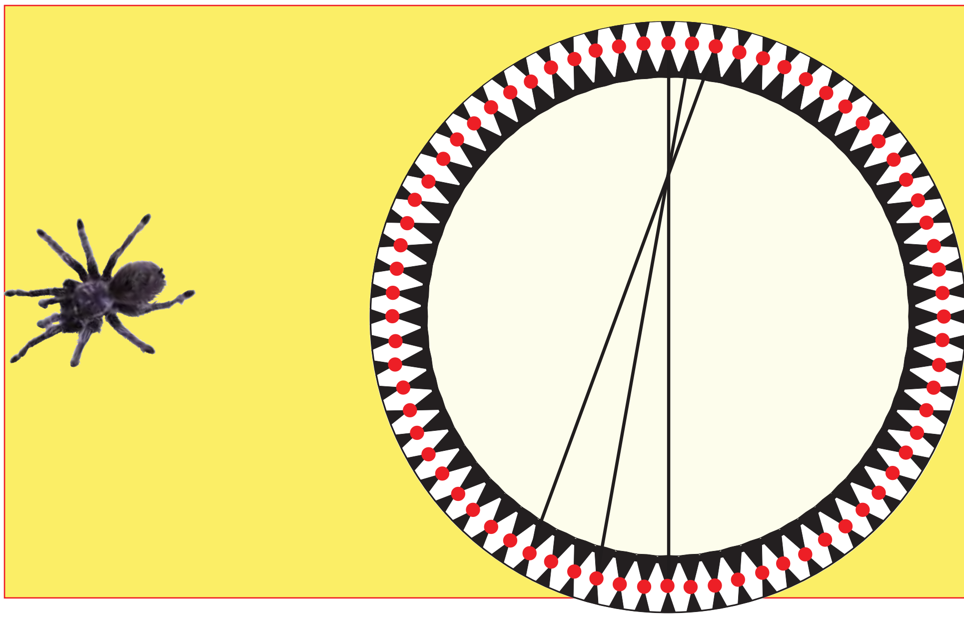


لعبة التفكير 221

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:————

شبكة العنكبوت
الشكل الهندسي 2

كما في لعبة التفكير السابقة، رسمت ثلاثة خطوط مائلة داخل دائرة مقسمة إلى مقاطع متساوية بمحاذاة محيطها، فإذا أكملنا رسم الخطوط طبقًا للشكل المكون من الخطوط الثلاثة الأولى، فما الشكل الذي سيظهر؟



خطة الطبيعة الأساسية

كل كائن حي أو صَدَفة أو نبات أو حشرة، له شكل هندسي، ومن المثير للإعجاب أن تتكون في الطبيعة أشكالٌ هندسية متعددة مختلفة تمامًا في البنية، لكن غالبًا ما تظهر تشابهًا مذهلًا يوضح وجود ترتيب رئيس ومبادئ أساسية فيها: الدائرة والمربع والمثلث والشكل اللولبي.

يمكن مقارنة أشكال الطبيعة الرئيسة بحروف الأبجدية، فيمكن دمجها لتكوين أشكال أكثر تميُّزًا بخصائص جديدة وفريدة. الأنظمة التي تتكوَّن من أقل عدد من العناصر التي يمكن دمجها لتُنتج اختلافًا كبيرًا لأشكالها البنيوية تسمَّى أنظمة الحد الأدنى المستنبط/ الحد الأقصى لدرجات التنوع.

إن أفضل مثال على هذا النوع من الأنظمة هو الطبيعة نفسها، حيث نستطيع العثور على عدد كبير من الأمثلة؛ انظر إلى التنوع (غير المتناهي) للعناصر المتكونة من عمليات الدمج والتبديل لعدد صغير نسبيًّا من العناصر الكيميائية، أو فكِّر في الموسيقى؛ فالأغاني والسيمفونيات المكتوبة جميعها تستخدم عددًا قليلًا من النوتات الموسيقية؛ فوسيلة دمج العناصر هي السمة الغالبة للإبداع.

> **«أي قانون فيزيائي يجب أن يحتوي على جمال رياضي»**
>
> باول ديراك (Paul Dirac)

لعبة التفكير 222

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت:______

العنكبوت المتحرك 1

تخيل رسم العديد من الدوائر التي تكون مراكزها جميعها على محيط دائرة الأساس، وتمر جميعها من خلال نقطة الأساس؛ فما نمط الشكل الذي سيظهر؟





لعبة التفكير 223

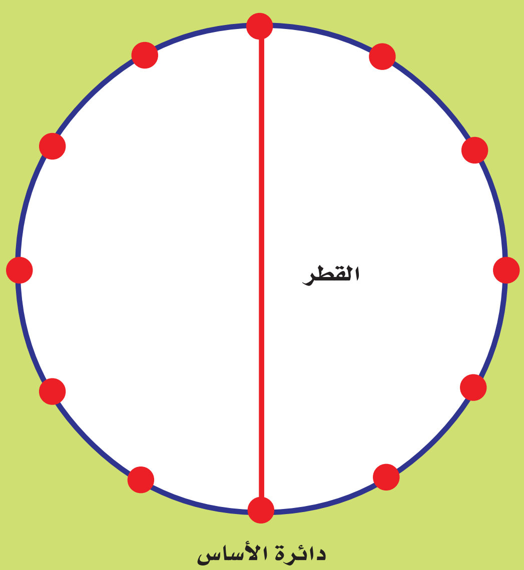
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت:______

العنكبوت المتحرك 2

تخيل رسم العديد من الدوائر التي مراكزها جميعها على محيط دائرة الأساس، وتلمس جميعها قطر دائرة الأساس؛ فما نوع النمط الذي سيظهر؟ هل تستطيع استخدام التوضيح المبين أدناه للمساعدة على رسم هذا الشكل؟



جمال الأجسام الكروية

تُعد الدوائر والكرات أفضل الأشكال الهندسية نظرًا إلى انتظام انحنائها؛ فهي ترمز إلى الشكل الكوني الأمثل الذي لا نقطة بداية له ولا نقطة نهاية. اعتمادًا على هذه الحقيقة وحدها، قرر أرسطو (Aristotle) أن مسارات الكواكب يجب أن تكون دائرية، وبعد 2000 عام تقريبًا وافقه كوبرنيكوس (Copernicus) ـ الذي أدرك أنَّ الشمس وليست الأرض هي مركز النظام الشمسي ـ على قرار أرسطو من دون أي انتقاد. حتى عالم الفلك الألماني المتميز يوهانس كيبلر (Johannes Kepler) (1571ـ1630) الذي تمسَّك بتلك الفكرة القديمة إلى أن اكتشف أن مسارات الكواكب بيضوية الشكل فعلًا.

ليس علماء الفلك فقط هم الذين تركز اهتمامهم على الدوائر؛ فقد رأى الإنسان البدائي أيضًا اختلاف دائرية القمر والموجات الصغيرة التي تنتج من إلقاء حجر صغير في المياه. توضح الرسومات الموجودة في كهوف عصور ما قبل التاريخ حب الإنسان لذلك الشكل؛ فالدائرة دائمًا تكون واحدة من أوائل الأشكال التي يرسمها الطفل.

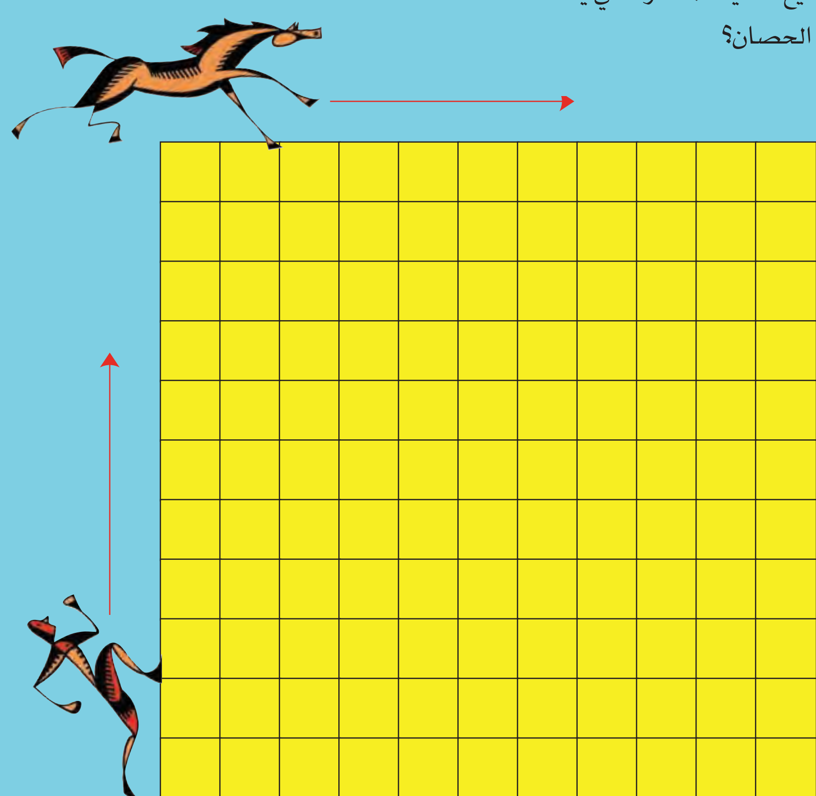
على المستوى الهندسي، الدائرة شكل مستوٍ يُرسم بخط منحنٍ (يسمَّى المحيط) بُعد كل نقطة فيه عن نقطة تسمى مركز الدائرة يكون متساويًا، ومثل العديد من المنحنيات الأخرى المعقدة، تكون الدوائر جميعها متشابهة مهما كانت كبيرة أو صغيرة، فإنها وبصورة أساسية الشيء نفسه.

لعبة التفكير
225

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ـــــــــ

مطاردة

يجري حصان على خط مستقيم، ويجري شخص ما نحو الحصان دائمًا. هل تستطيع تحديد المسار الذي يتخذه هذا الشخص في مطاردة الحصان؟

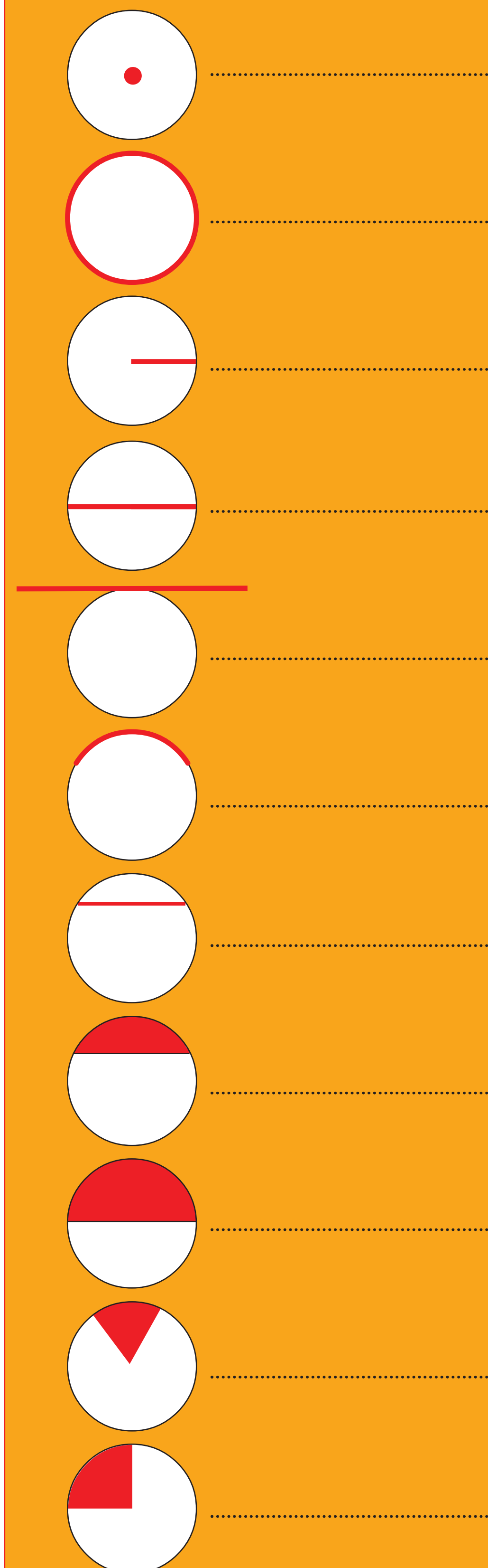


لعبة التفكير
224

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ـــــــــ

تشريح الدائرة

سمِّ الأجزاء ذات اللون الأحمر في الدائرة؟



العجلة

تتنقل حضارتنا على العجلات ولكن يوجد إجماع على طريقة تطور تلك التكنولوجيا، على عكس الحروف الأبجدية أو الزراعة، أفضل دليل متاح لدينا يوضح أن العجلة اختُرعت أول مرة في تاريخ البشرية في بلاد الرافدين منذ 5000 سنة تقريبًا، وكانت المركبات الأولى تحتوي على أربع عجلات، وهي مستمدة من المنصَّات التي تُنقل في الأصل على بكرات يجب رفعها من الخلف ودفعها إلى الأمام، وكان الجانب السفلي من تلك المنصة يُثقب لتثبيت البكرات مع إلغاء الحاجة إلى دوران البكرات من الخلف إلى الأمام، وفي النهاية تطورت تلك البكرات المثبتة إلى عجلة ومحور دوران. كان الواجب انتظار اختراع العجلات المناسبة حتى تكتشف المعادن حيث يمكن صنع أدوات أكثر إفادة منها. (بدأ استخدام النحاس عام 4000 قبل الميلاد تقريبًا، والبرونز قبل 2500 قبل الميلاد تقريبًا).

قدَّم ظهور العجلات أهمية كبيرة في التاريخ الفني، حيث استغرق الإنسان آلاف السنين ليتصور فكرة وجود شكل متحرك غير منتشر في بيئته المحيطة، ومع ذلك كله لا يستخدم الحيوان العجلات من أجل الانتقال، وقد تطلب اكتشاف العجلة توافر مَلَكَة للتفكير المجرد والقدرة على الانتقال من الشيء نفسه إلى فكرته؛ أي من الظاهرة إلى النظرية.

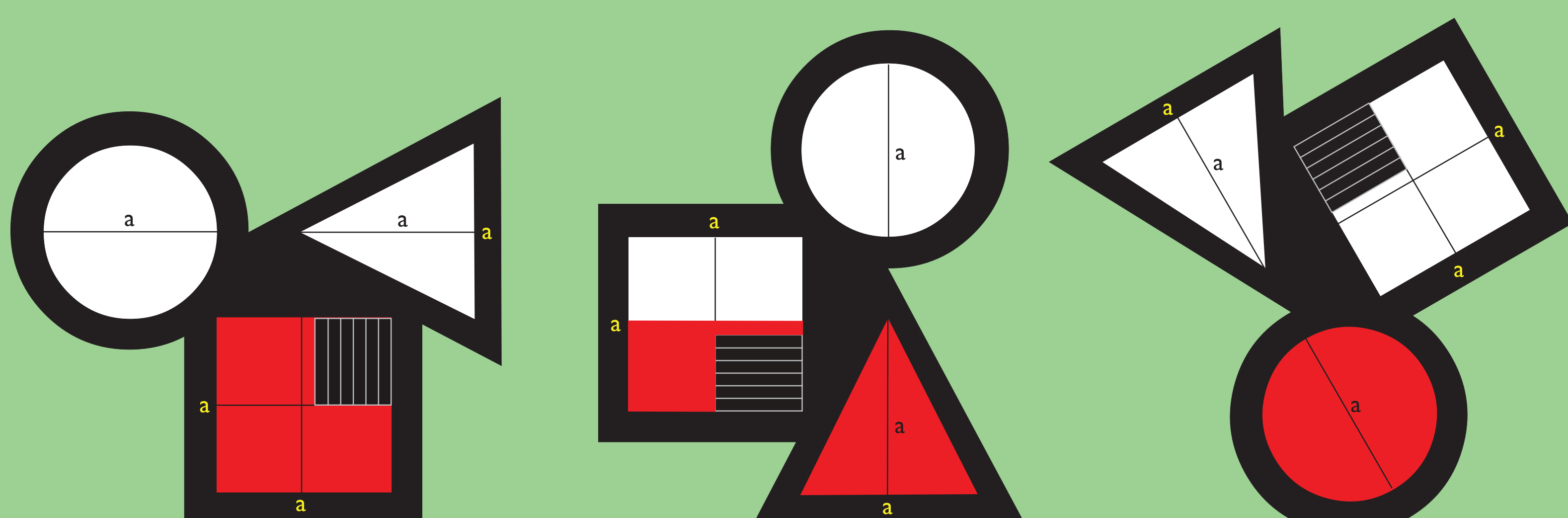
بمجرد حل تلك المعضلة، ظلت العجلة ثابتة نوعًا ما. الفارق الوحيد بين عجلة بلاد الرافدين الأولية والعجلة المعاصرة هو انتشار استخدام الإطارات الهوائية.

لعبة التفكير
226

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

مساحة الدائرة – المربع – المثلث

الرسم التوضيحي لوعاء ذي ثلاث غرف على شكل (دائرة ومربع ومثلث) لحفظ السوائل. كلما دار الوعاء، انتقل السائل الأحمر من غرفة إلى أخرى حتى تمتلئ إحداهن تمامًا في كل لفة. بناءً على هذا التوضيح، هل تستطيع تحديد العلاقة بين الدائرة والمربع والمثلث؟ علمًا أن أطوال أقطارها وأضلاعها وارتفاعاتها متساوية (تذكر دائمًا: أن مساحة الدائرة هي π نق²). أيضًا، هل يمكن أن تتوصل من هذا التوضيح الى طريقة لحساب العدد π (انظر صفحة 96)؟



لعبة التفكير
227

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:————

الأشكال المستديرة

يوجد العديد من ألغاز تجميع الدوائر التقليدية؛ مثل دوائر تانجرام القديمة حيث يتم تجميع الأجزاء لتكوين العديد من الأنماط والأشكال المختلفة.

لغز الدائرة هنا أدق بكثير؛ فهو يتكون من عشرة أجزاء تكوِّن دائرة كاملة عندما تجمع معًا. تكمن الدقة في حقيقة تقسيم الدائرة باستخدام فرجار فُتح بمقدار نصف قطر الدائرة نفسها؛ وعليه، تكون انحناءات المنحنيات جميعها متطابقة. كم تحتاج من الوقت لتعيد تركيب هذه الدائرة؟.

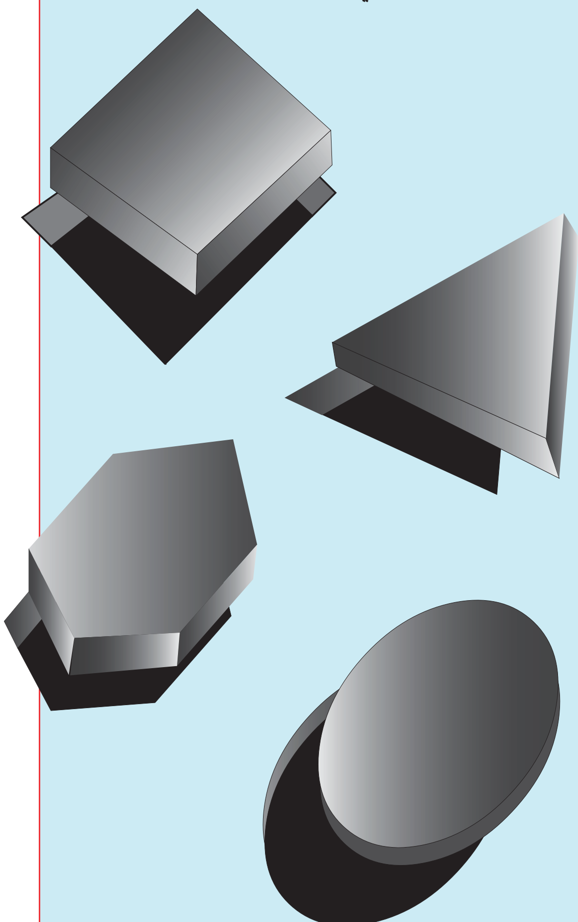


لعبة التفكير
228

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:————

لماذا تستخدم الأشكال المستديرة؟

لماذا تكون أغطية الحفر مستديرة؟ هل تستطيع العثور على ثلاثة أسباب لكون الشكل المستدير هو أفضل شكل ممكن؟ مع العلم أنَّ الإجابة «لأن الحفر مستديرة» لا تؤخذ في الحسبان.

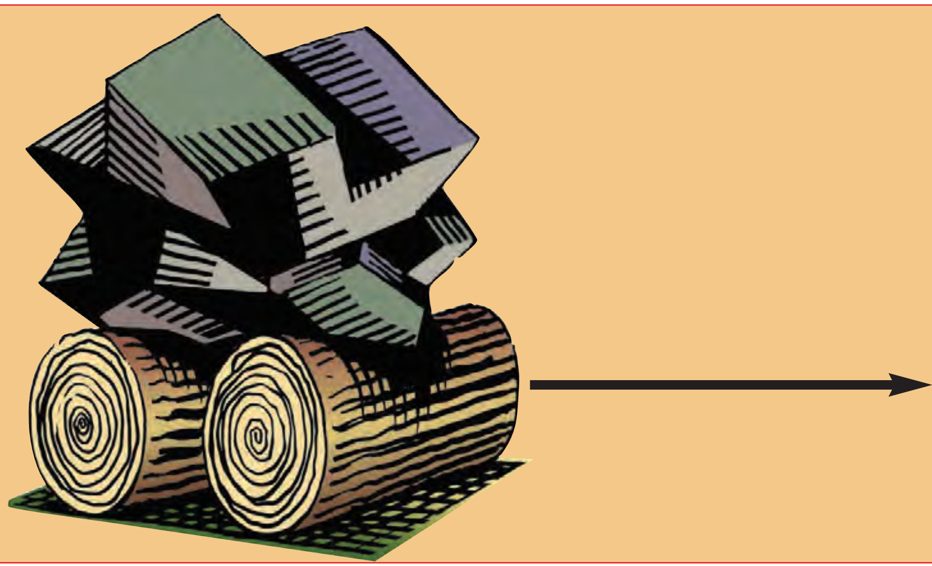


لعبة التفكير
229

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:————

دحرجة الصخور

كان الناس ينقلون الصخور الثقيلة باستخدام مدحلة مصنوعة من قطعتي خشب متماثلتين. إنَّ محيط قطعتي الخشب في الصورة يساوي بالضبط مترًا واحدًا، فإذا دارت قطعتا الخشب دورة واحدة كاملة، فما المسافة التي تحركتها الصخور إلى الأمام؟



العدد π: 3.14159265358979323846264338327950288

النسبة بين محيط دائرة وقطرها هي من أحد أكثر الأرقام الأخاذة في الرياضيات؛ فقد وضع البابليون رقم 3، ومع ذلك سعى العديد من علماء الرياضيات القدامى من أجل تحديد نسبة أدق، وفي عام 1500 قبل الميلاد وصل المصريون ـ مثلًا ـ إلى النسبة 3,16 (نسبة دقة تصل إلى 1 في المئة). أما عام 225 قبل الميلاد، فقد رسم عالم الرياضيات الإغريقي أرخميدس (Archimedes) دائرة، وحسب محيطها باستخدام شكل منتظم متعدد الأضلاع يحتوي على ستة وتسعين ضلعًا، ووجد أن النسبة تقع بين $3\frac{1}{7}$ و $3\frac{10}{71}$، ووصل بطليموس (rtolem) في عام 150 بعد الميلاد إلى قيمة 3,1416، وهي نسبة دقيقة لمعظم الأغراض العملية.

حاليًا تُحسب π (الحرف الإغريقي للحرفين pi) كما عُرفت، بالتقريب إلى ملايين الكسور العشرية؛ فلماذا يزعج أي شخص نفسه في الحصول على بهذه الأطوال المذهلة خلال تلك العصور، ناهيك عن اليوم؟

توجد ثلاثة أسباب مقنعة:

- وجود π؛ فوجودها المجرد، فضلًا عن شهرتها الكبيرة، كان سببًا كافيًا لعلماء الرياضيات للتعامل مع هذه المسألة.
- هذه الحسابات غالبًا ما تكون لها استنتاجات مفيدة. حساب π حاليًا يقدم طريقة لاختبار الحواسيب الجديدة وتدريب المبرمجين.
- كلما عُرف المزيد من أرقام π، زادت رغبة علماء الرياضيات في الإجابة عن مسائل معقدة في نظرية الأعداد: هل سلسلة الأرقام بعد العلامة العشرية عشوائية تمامًا؟ وبذلك لا يوجد نمط خفي، ولكن تحوي π عددًا لانهائيًا من الأنماط المهمة التي تنتج من حظ بحت؛ مثلًا بداية من المنزلة العشرية 710000 تبدأ π في تكرار 3333333. ويحدث ذلك بالمثل مع كل منزلة باستثناء 2 و 4.

وضع ليونارد أويلر (Leonhard Euler) وحده اسم π لتلك النسبة، لأول مرة وذلك في عام 1773م (انظر صفحة 71). وفي عام 1882م، أثبت عالم الرياضيات الألماني فيرديناند فون ليندنمان (Ferdinand von Lindenmann) أن π هي عدد متسامٍ ـ أي عدد غير نسبي ـ بمعنى أنه لا يمكن التعبير عنها على صورة كسر بسطه ومقامه أعداد صحيحة، وأنه لا يوجد خط مستقيم بطول π يمكن أن يرسم بفرجار ومسطرة فقط.

أهمية π لا تكمن فقط في قاعدتها على أنها نسبة هندسية، ولكن π تظهر في المعادلات التي يستخدمها المهندسون في حساب قوة المجالات المغناطيسية، ويستخدمها الفيزيائيون أيضًا في وصف بنية الفضاء والزمن.

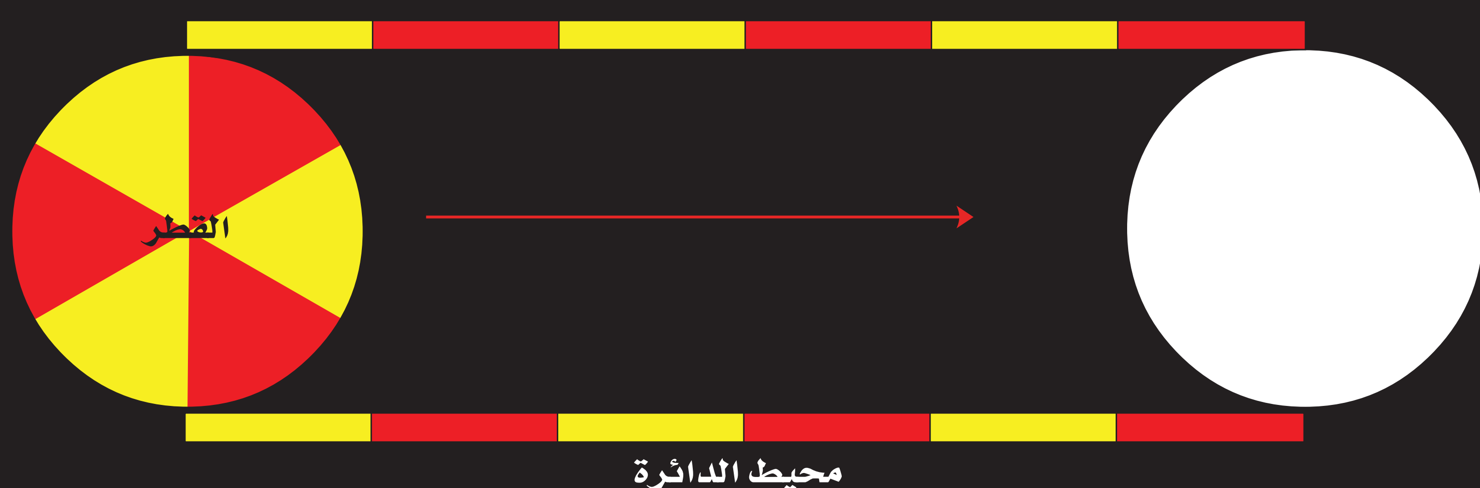
لعبة التفكير
230

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

محيط الدائرة والرقم π

لفَّ دائرة دورة كاملة على طول خط، سيكون طول الخط مساويًا لمحيط الدائرة، ثم تخيل أنه تم لف المزيد من الدوائر بحجوم مختلفة على طول خط، فإن طول الخط سيكون دائمًا مساويًا لمحيط الدائرة.

ماذا تستطيع أن تقول عن تلك العلاقة بين المحيط والقطر في دائرة معينة؟ هل تنطبق العلاقة نفسها على الدوائر جميعها؟



تربيع الدائرة

في مجال الهندسة، تُعدُّ عملية تربيع الدائرة – أي رسم مربع بمساحة تساوي مساحة دائرة باستخدام مسطرة مستقيمة وفرجار فقط – من أهم مسائل العصور القديمة؛ فقد حاول علماء الرياضيات الإغريقيون القدماء جاهدين بمهاراتهم الهندسية العظيمة آنذاك حل تلك المسألة البسيطة ولكنهم لم يستطيعوا، ومن المثير للدهشة أنهم نجحوا في أثناء محاولات تربيع الدائرة، في تربيع منحنيات متعددة أكثر تعقيدًا، ما أدى إلى العديد من الاكتشافات والنظريات الرياضية.

لأكثر من ألفي عام خصَّص علماء الرياضيات والهاوون ساعات لا حصر لها لحل هذه المسألة. أثبت فيرديناند فون ليندنمان أن π عدد غير نسبي، وبذلك لا يمكن تحديده بفرجار ومسطرة؛ ثم وضع قانونًا وافق عليه علماء الرياضيات جميعهم الذين تناولوا تلك المسألة بعد إحباطهم، وهو: أنَّ تربيع الدائرة أمر مستحيل.

لعبة التفكير 231

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:______

أَهِلَّة أبوقراط

عالِم الهندسة الإغريقي أبوقراط (Hippocrates) من شيوس (Chios) اكتشف هذه المسألة في أثناء محاولة تربيع الدائرة، فقد وضع أنصاف دوائر متداخلة على جوانب مثلث قائم الزاوية كما هو موضح في الشكل أدناه. هل يمكنك تحديد إجمالي مساحة الهلالين أحمريِّ اللون؟



لعبة التفكير 232

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:______

الدائرة في المربع

أيهما أكبر، مجموع مساحات المناطق السوداء أم مجموع مساحات المناطق الحمراء؟

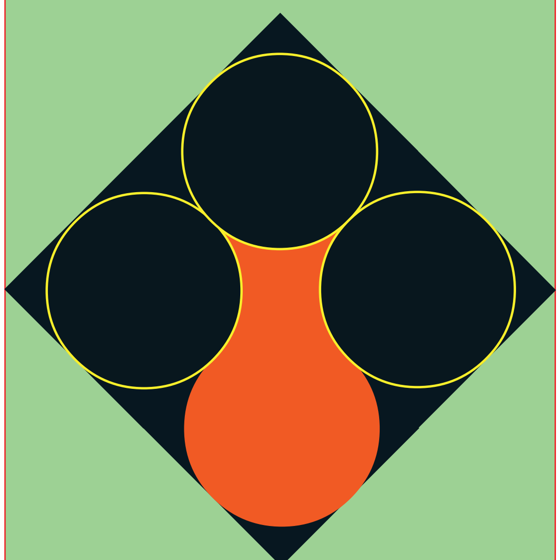


لعبة التفكير 233

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:______

تربيع الزهرية

هل تستطيع تقسيم الزهرية الحمراء وإعادة تجميع أجزائها لتكون مربعًا كاملًا؟ يمكن ذلك بطريقتين مختلفتين إحداهما بتقسيم الزهرية إلى ثلاثة أجزاء والأخرى بتقسيمها إلى أربعة أجزاء.



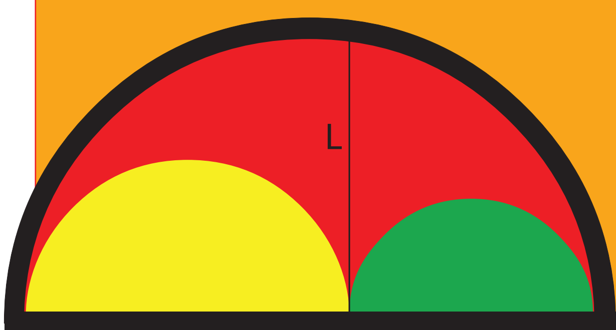
لعبة التفكير 234

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:______

منجل أرخميدس

قُسمت دائرة إلى نصفين عبر قطرها، ورُسم نصفا دائرتين إضافيتين بمحاذاة ذلك القطر كما هو موضح هنا. رُسم الخط (L) من نقطة تقاطع نصفيّ الدائرتين، وامتد بصورة عمودية على القطر إلى محيط الدائرة الكبرى.

إن المنطقة الحمراء من نصف الدائرة الكبرى التي لم تغطها أنصاف الدائرتين الصغيرتين أخذت شكل منجل (أداة قديمة استخدمت في حصاد الحبوب)، هل يمكنك تخمين المساحة المحتملة للمنجل؟



الورود الخفية

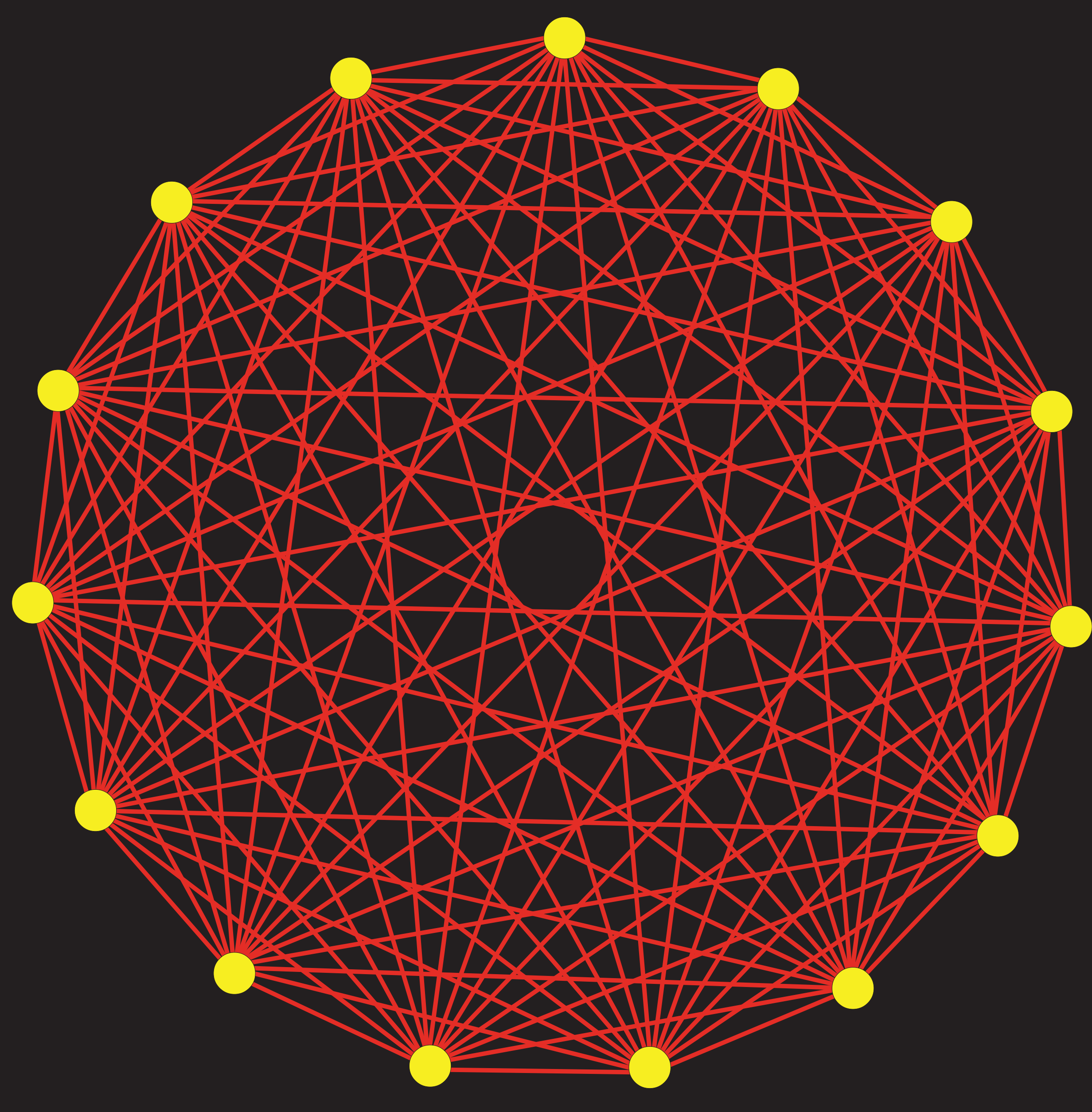
لرسم وردة خفية، توضع مجموعة من النقاط على مسافات متساوية على محيط دائرة؛ وتوصل كل نقطة بالأخرى بخط مستقيم. إن عددًا صغيرًا من النقاط يؤدي إلى وردة بسيطة نسبيًّا، وكلما زاد عدد النقاط ازدادت درجة التعقد بقوة. في عام 1809م طرح عالم الرياضيات الفرنسي لويس بوينسو (Louis Poinsot) سؤالًا عن أقل عدد من الخطوط المتواصلة اللازمة لرسم وردة خفية. (يُرسم خط متواصل من دون رفع القلم عن الورقة ومن دون المرور على أيٍّ خط من الخطوط سبق رسمه). يمكن رسم وردة خفية بثلاث نقاط بخط متواصل، ولكن لا يمكن رسم وردة خفية بأربع نقاط بخط واحد مستقيم، حيث يجب رسم خطين متواصلين.

لعبة التفكير
235

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

وردة خفية من خمس عشرة نقطة

تُرسم خمس عشرة نقطة على مسافات متساوية على محيط دائرة، وتوصل كل نقطة بالأخرى بخط مستقيم، هل تستطيع تحديد عدد الخطوط؟ هل يمكن رسم هذا الشكل بطريقة متواصلة من دون رفع القلم عن الورقة، ومن دون المرور على أي خط من الخطوط قد سبق رسمه؟



لعبة التفكير 236

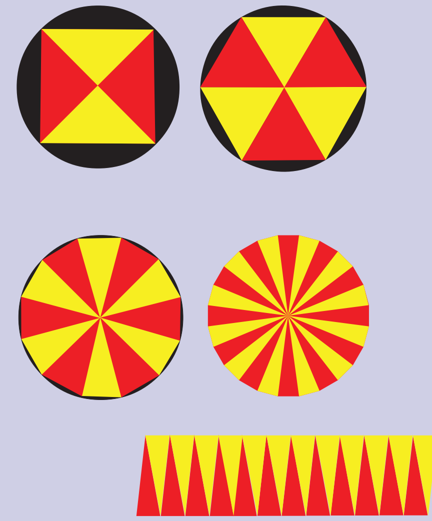
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

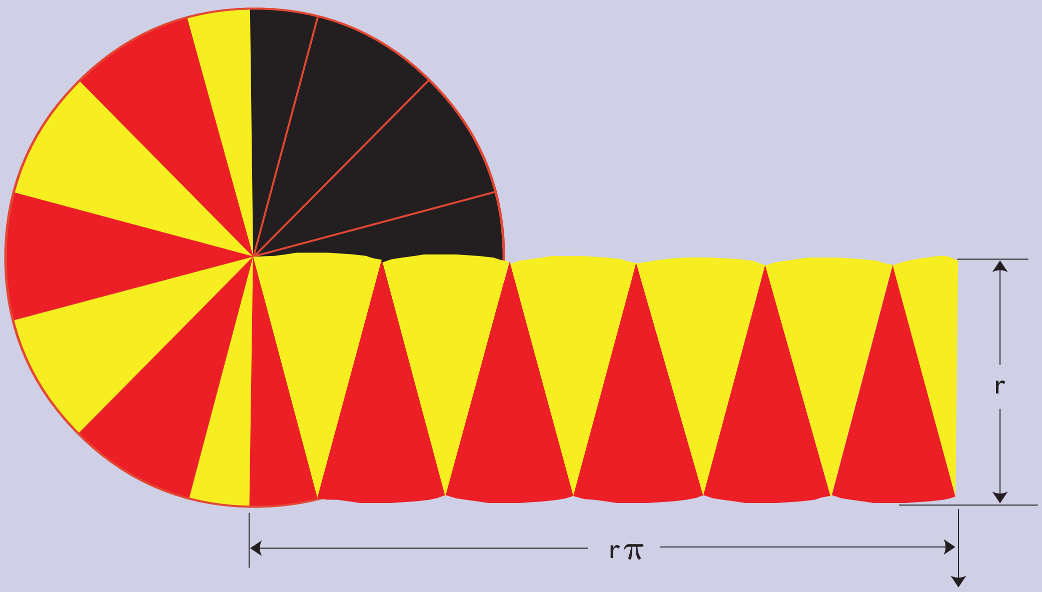
مساحة الدائرة

كيف تستطيع تحديد معادلة الوصول إلى مساحة الدائرة؟

تخيل أنَّ لديك دائرة نصف قطرها (r) ومحيطها (2πr)، قطِّع الدائرة إلى قطاعات دائرية، ورتبها في متوازي أضلاع، كما هو مبين في الشكل، كلما زاد عدد القطاعات الدائرية التي تقطعها أصبح شكل القطاع الدائري أقرب إلى شكل المثلث، ومن ثمَّ سيصبح الشكل الناتج من تجميع القطاعات الدائرية أقرب إلى شكل مستطيل أطوال أضلاعه هي (r) و (2)، هل تستطيع حساب مساحة الدائرة الآن؟

كما يقول علماء الرياضيات «من خلال استخدام النهاية» ستصبح المضلعات التي في الدائرة هي الدائرة نفسها، ولا يمكن الوصول إلى اللانهاية، ولكننا نستطيع الاقتراب منها بقدر الإمكان، هذا هو أساس المبدأ الرياضي المعروف باسم التفاضل والتكامل.





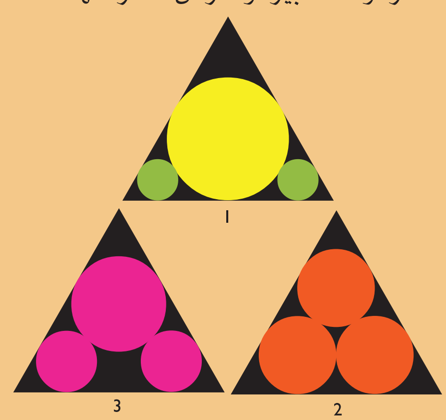
لعبة التفكير 237

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

ثلاث دوائر

توجد ثلاثة مثلثات متساوية الأضلاع ومتطابقة، داخل كل منها دوائر كما هو موضح، أيُّ الحالات الثلاث تكون فيها المساحة الكلية للدوائر أكبر ما يمكن؟

1. دائرة داخلية (أكبر دائرة يمكن رسمها داخل المثلث) ودائرتان صغيرتان.
2. ثلاث دوائر متطابقة بأكبر حجم ممكن.
3. دائرة واحدة كبيرة ودائرتان أصغر منها.



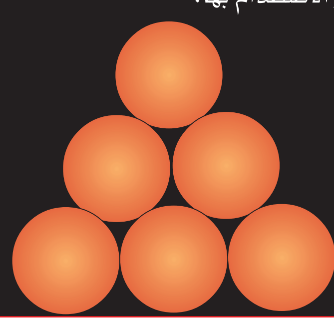
لعبة التفكير 238

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تطبيقات باستخدام عملات نقدية معدنية

يجب أن تعيد ترتيب الهرم المكون من ست قطع من عملات نقدية معدنية على شكل سداسي به فتحة كبيرة تكفي لوضع عملة نقدية سابعة. هل تستطيع تنفيذ هذه العملية في خمس خطوات فقط؟

تتكون كل خطوة من تحريك قطعة نقدية واحدة على سطح مستوٍ، ووضعها في مكان جديد بحيث تلامس قطعتين نقديتين أخريين على الأقل، في أثناء تحريك أي قطعة نقدية، لا يجوز تحريك أي قطعة نقدية أخرى أو الاصطدام بها.



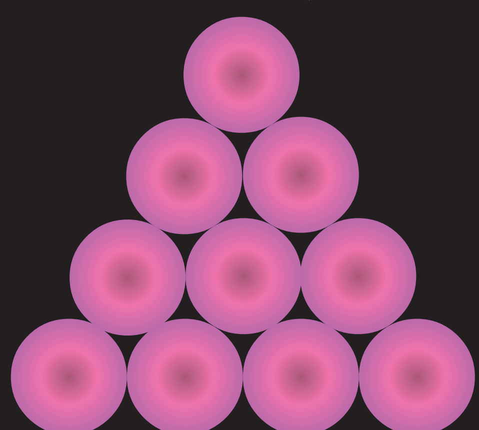
لعبة التفكير 239

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

عملات نقدية معدنية بالمقلوب

الهدف من هذه اللعبة قلب الهرم المكون من عشر قطع نقدية رأسًا على عقب، بنقل قطعة نقدية في كل مرة إلى مكان جديد، حيث تلامس قطعتين نقديتين أخريين على الأقل.

من السهل تنفيذ ذلك في ست خطوات، ولكن، هل تستطيع تنفيذها في ثلاث خطوات فقط؟



لعبة التفكير
240

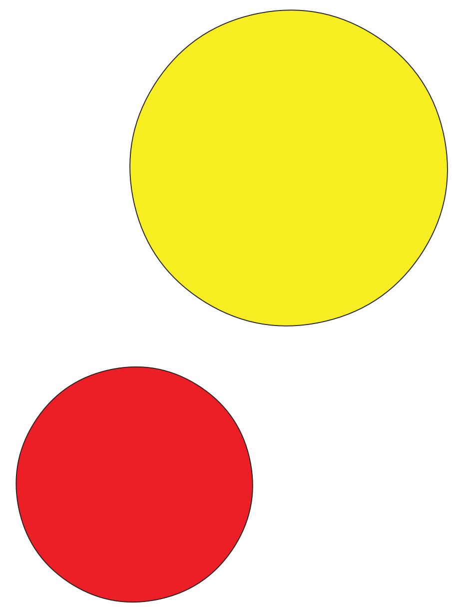
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الدوائر والمماسات

ما عدد الطرق التي تستطيع من خلالها ترتيب دائرتين بحجمين مختلفين على سطح مستوٍ؟

إذا علمت أن المماس لمنحنى ما هو خط مستقيم يلمس المنحنى في نقطة واحدة، وأن المماس المشترك لدائرتين هو مماس لكلا منحنيَي الدائرتين. هل يمكنك أن تجد العدد الإجمالي للمماسات المشتركة للدائرتين في الترتيبات جميعها المحتملة لهما؟

هل يوجد أي اختلاف إذا كانت الدائرتان بالحجم بنفسه؟

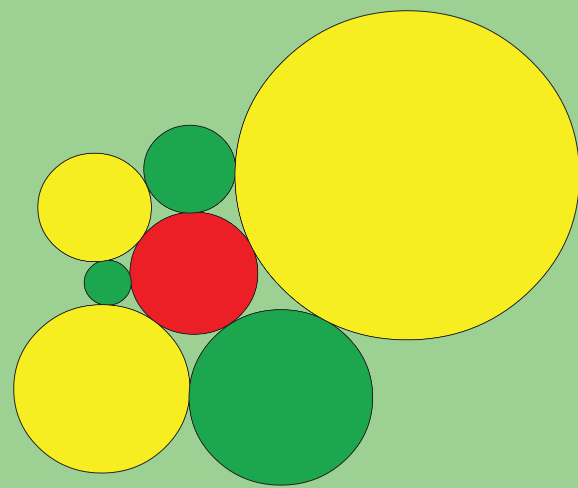


لعبة التفكير
241

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مسألة الدوائر السبع

ابدأ بأي دائرة، (استخدم الدائرة الحمراء على الرسم بصفتها نقطة مرجعية)، ثم أضف ست دوائر حول محيطها، وبذلك تلامس كل دائرة دائرتين جديدتين، بالإضافة إلى الدائرة الحمراء. تصور أن ثلاث دوائر من بين هذه الدوائر (الدوائر الصفراء في الرسم) تصبح أكبر فأكبر، بينما تصبح الدوائر الخضراء أصغر فأصغر، ومع ذلك تبقى الدوائر الصفراء والخضراء متلامسة. تخيل أنَّ الدوائر الصفراء تصبح كبيرة لدرجة أنها تتقاطع؛ فما أقصى نتيجة يمكنك تخيلها؟



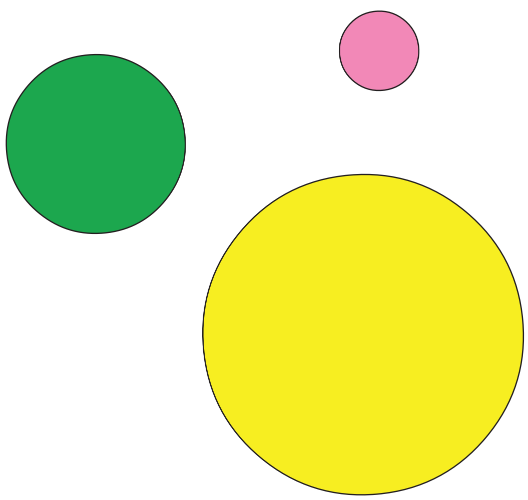
لعبة التفكير
242

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مسألة أبولونيوس (Apollonius)

ما عدد الطرق المختلفة التي تستطيع بوساطتها إضافة دائرة رابعة إلى الدوائر الثلاث الموجودة، بحيث تتلامس الدوائر الثلاث مع محيط الدائرة الرابعة؟

هذه المسألة واحدة من مسائل العصور الإغريقية القديمة، وهي تتصل بالاستفسار العام عن أقصى عدد مشترك من الدوائر ثنائية التماس على سطح مستوٍ.



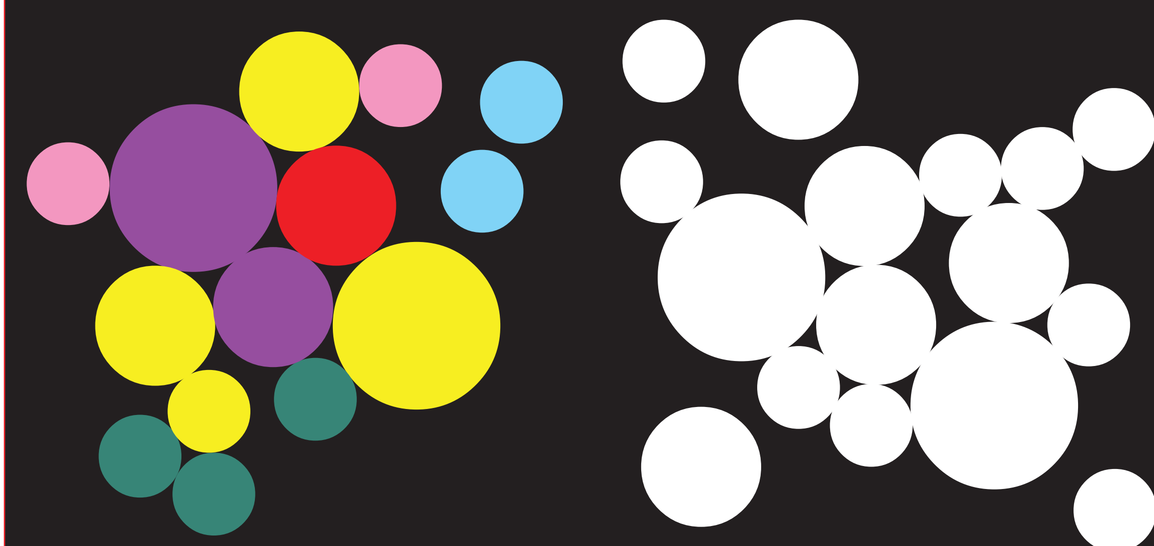
لعبة التفكير
243

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تلوين الدوائر

إنَّ نمط الدوائر الملونة المرسومة على اليسار يحتوي على مفاتيح الحل المنطقية لتلوين الدوائر البيضاء على اليمين. الحجم لا علاقة له باللون؛ لأن الدوائر المتساوية في الحجم لها ألوان مختلفة.

هل تستطيع استنتاج النمط ولون الدوائر بصورة صحيحة؟



لعبة التفكير **244**

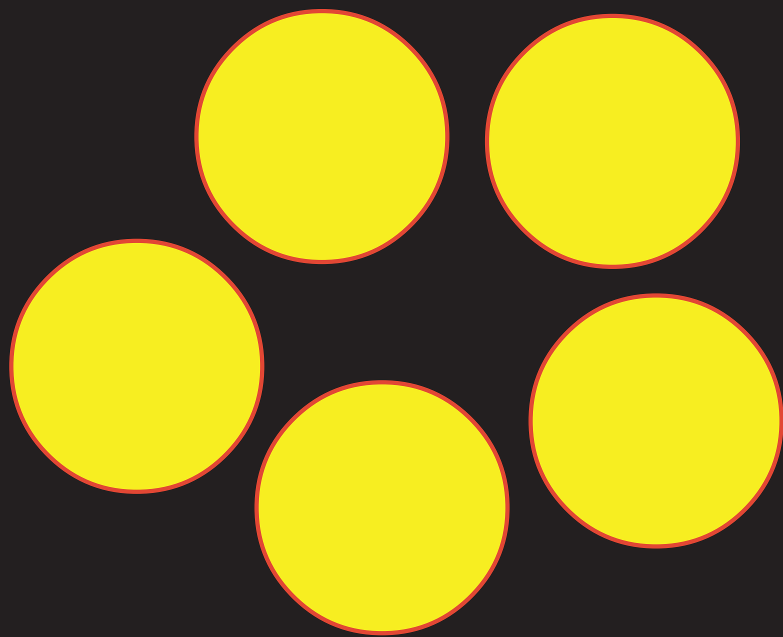
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مناطق الدوائر

يمكن لدائرة تقسيم السطح المستوي إلى منطقتين: إحداهما داخل الدائرة والأخرى خارجها. يمكن لدائرتين متقاطعتين تقسيم السطح المستوي إلى أربع مناطق، على النحو الموضح أدناه. انظر الآن إلى خمس دوائر متقاطعة لا تشترك أي ثلاث منها في نقطة واحدة. حدد عدد المناطق التي يمكن لهذه الدوائر الخمس المتقاطعة أن تقسم السطح المستوي. هل هناك قاعدة عامة لدوائر عددها n؟





لعبة التفكير **245**

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

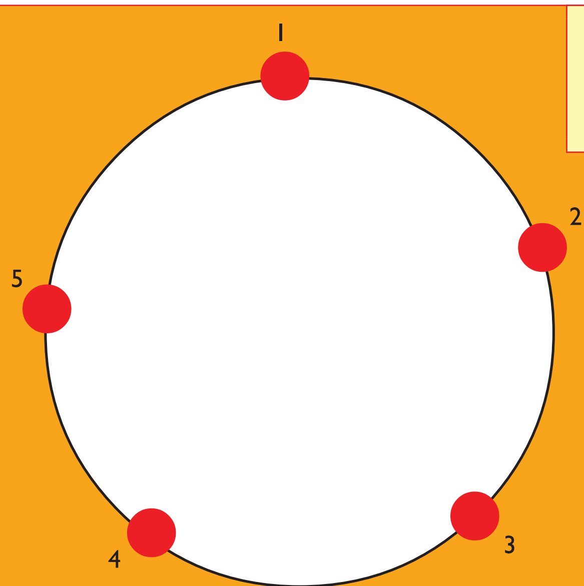
المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مضلعات في دائرة

توجد خمس نقاط موزعة عشوائيًّا على محيط دائرة، مبتدئًا بأي نقطة منها، هل يمكن رسم خط يربط النقاط الأخرى على صورة مضلع قبل العودة إلى نقطة البداية؟

ما عدد المضلعات المختلفة التي يمكن رسمها بهذه النقاط الخمس؟



لعبة التفكير **246**

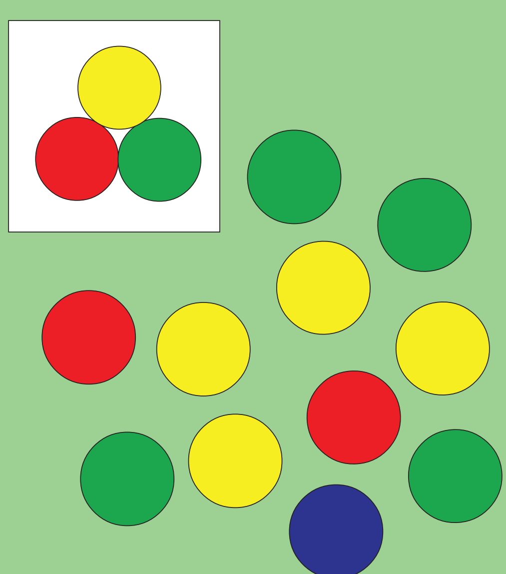
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الدوائر المتلامسة 2

ثلاث دوائر بألوان مختلفة ولكن بحجوم متطابقة يمكن ترتيبها بطريقة تجعل الدوائر الثلاث متلامسة في آن واحد، ومن دون أن تتلامس دائرتان من اللون نفسه (انظر إلى الشكل في المربع بوصفه مثالًا على ذلك). هل تستطيع ترتيب دوائر متطابقة بحيث يلزمك أربعة ألوان لتجنب تلامس دائرتين من اللون نفسه؟ ما أقل عدد لازم من الدوائر لعمل ذلك؟



لعبة التفكير **247**

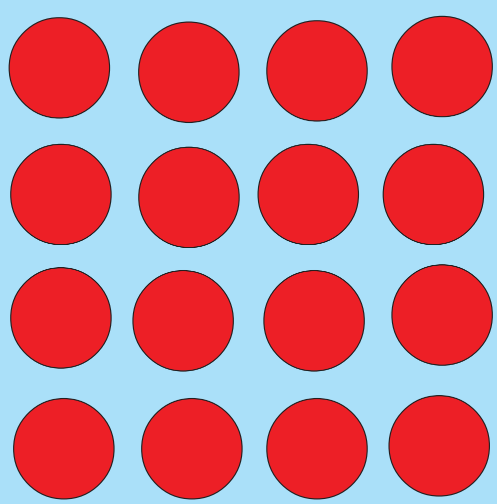
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

قطع العملات النقدية المعدنية المتلامسة 16

هل تستطيع ترتيب ست عشرة عملة معدنية مسطحة على منضدة، بحيث تلامس كل قطعة ثلاث قطع أخرى فقط؟ يجب أن تكون القطع النقدية كلُّها في وضع مستوٍ وغير متداخلة.



لعبة التفكير
248

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

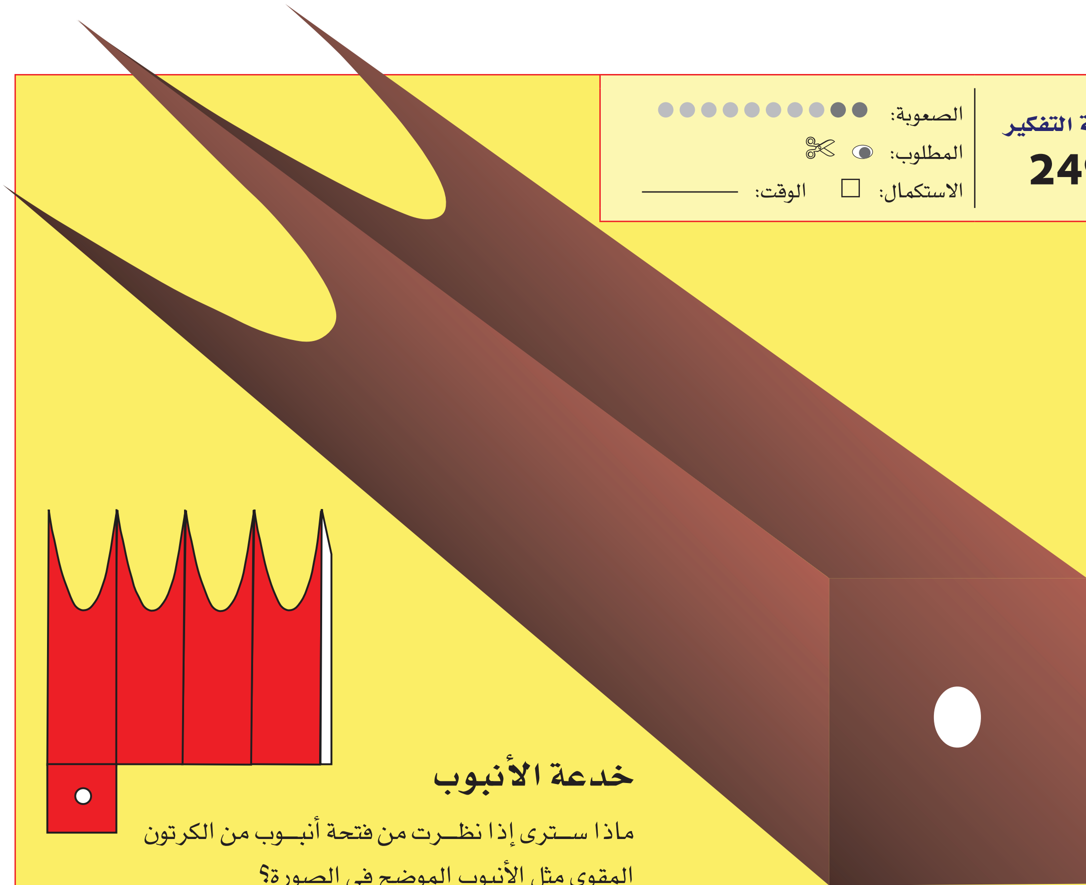
علاقة الدائرة

تحيط دائرة بمربع، ويحيط المربع بدائرة أخرى كما في الشكل؛ فما علاقة مساحتي الدائرتين ببعضهما؟



لعبة التفكير
249

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✂
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



خدعة الأنبوب

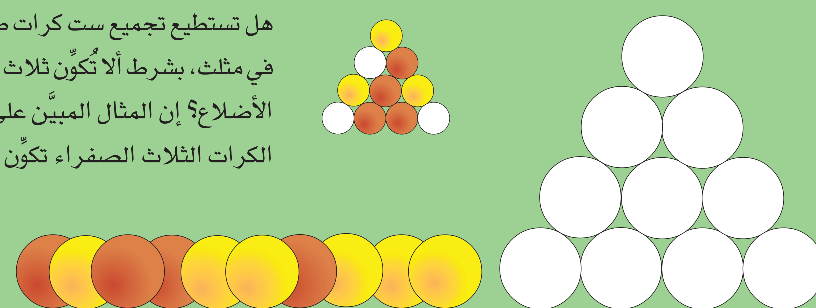
ماذا سترى إذا نظرت من فتحة أنبوب من الكرتون المقوى مثل الأنبوب الموضح في الصورة؟

لعبة التفكير
250

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الكرات البرتقالية والصفراء

هل تستطيع تجميع ست كرات صفراء وأربع كرات برتقالية في مثلث، بشرط ألا تُكوِّن ثلاث كرات صفراء مثلثًا متساوي الأضلاع؟ إن المثال المبيَّن على اليمين ليس صحيحًا؛ لأن الكرات الثلاث الصفراء تكوِّن هذا المثلث بالفعل.

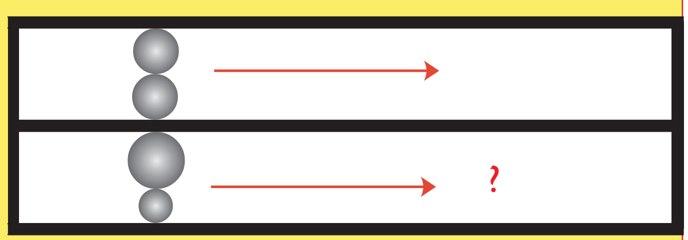


لعبة التفكير
251

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مفارقة الدوائر المتدحرجة

كرتان متطابقتان تتدحرجان بين قضيبين متوازيين، بحيث تدوران وتعودان إلى وضعهما النسبي نفسه واحدة فوق الأخرى، هل يمكن لذلك أن يحدث إذا كان حجم إحداهما ضعف حجم الأخرى؟



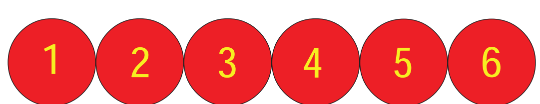
لعبة التفكير
252

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

القطع المعدنية القافزة

يجب عليك ترتيب القطع المعدنية الست المرقمة في كومتين، تتكون كل منها من ثلاث قطع فقط ترتب فوق بعضها. ولتنفيذ ذلك يجب أن تتحرك كل قطعة بوثبها فوق ثلاث قطع معدنية، ثم تستقر فوق القطعة الرابعة، فيما يأتي مثال على أول حركة مسموح بها: يمكن أن تقفز القطعة المعدنية 2 على القطع 5، 4، 3 ثم تستقر فوق القطعة 6.

هل تستطيع ترتيب القطع في كومتين بخمس حركات أو أقل؟



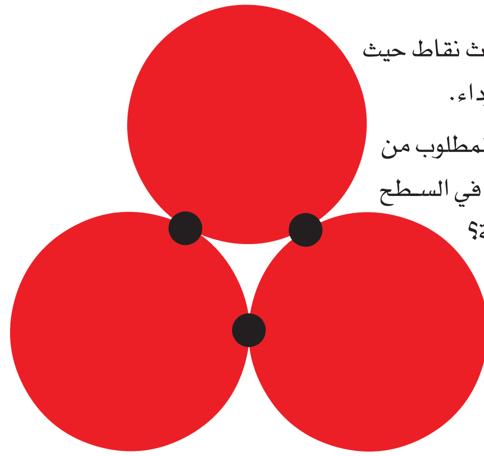
لعبة التفكير
253

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

الدوائر المتلامسة

توجد ثلاث دوائر متلامسة في ثلاث نقاط حيث تظهر نقاط التلامس هنا دوائر سوداء.

هل يمكنك تحديد الحد الأدنى المطلوب من عدد الدوائر المتطابقة المرسومة في السطح المستوي لإنشاء تسع نقاط متلامسة؟



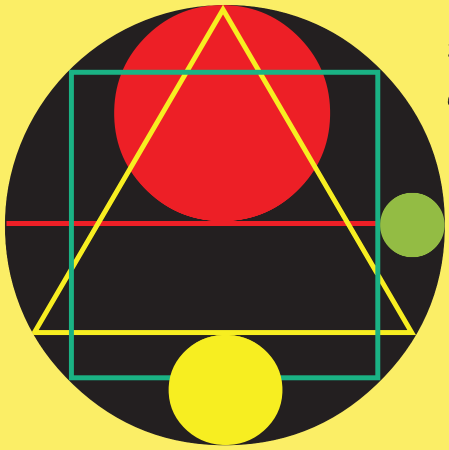
لعبة التفكير
254

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

الدوائر المحاطة

الدائرة الكبيرة السوداء قطرها وحدة واحدة، وهي تحيط بمثلث متساوي الأضلاع وبمربع كما هو موضح في الشكل.

هل تستطيع تحديد أقطار الدوائر الثلاث المحاطة؟

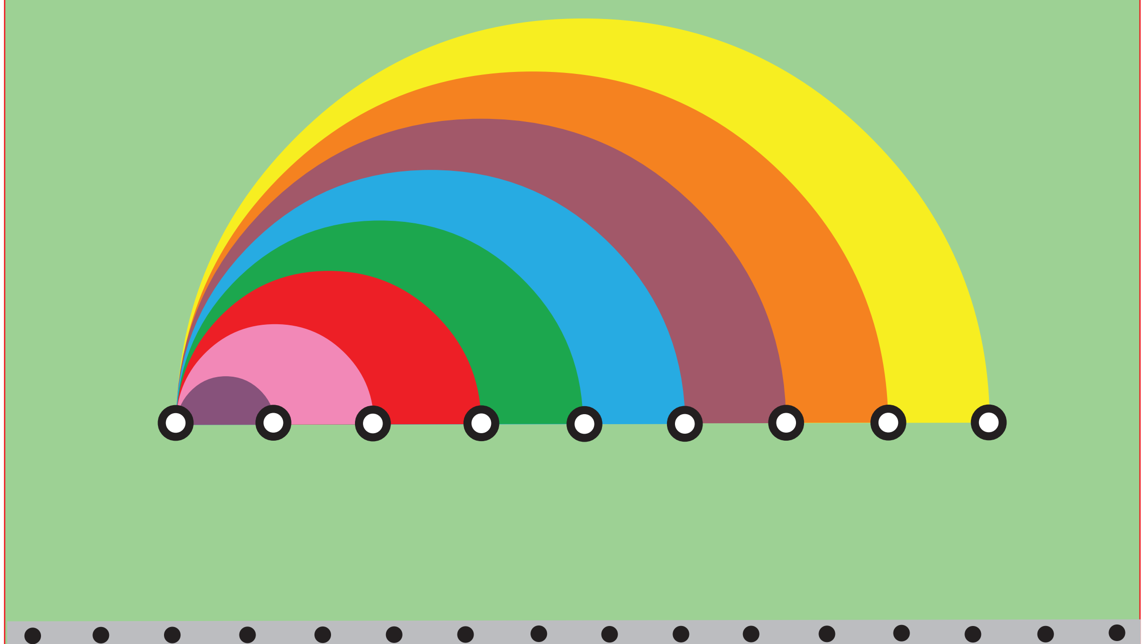


لعبة التفكير
255

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

سلسلة من أنصاف دوائر

هل تستطيع وضع أنصاف الدوائر الثمانية على خط الأوتاد ذي النقاط السوداء في الأسفل، بحيث لا يتقاطع أي من أنصاف الدوائر، وأن يكون هناك وتد عند كل طرف من طرفي كل نصف دائرة؟ علمًا بأنه يسمح بتوزيع أنصاف الدوائر على كلا جانبي خط الأوتاد، ولا يُسمح بتشارك أي نصفي دائرتين في أي وتد.

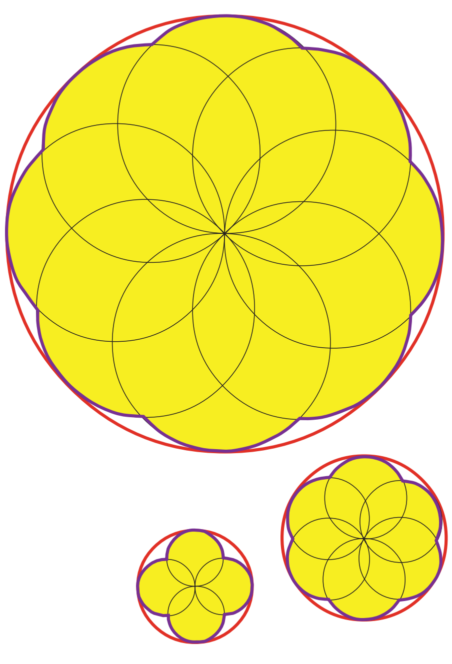


لعبة التفكير
256

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

محيط على صورة زهرة

عند رسم عدد من الدوائر التي لها نصف القطر نفسه بحيث تمر جميعها من نقطة واحدة، تكون النتيجة شكلًا على هيئة زهرة (rosette). هل تستطيع تحديد أيهما أكبر، محيط شكل على هيئة زهرة مكون من دوائر نصف قطر كل منها وحدة واحدة، أم محيط دائرة نصف قطرها يساوي 2؟ الرسم التوضيحي أدناه قد يساعدك.



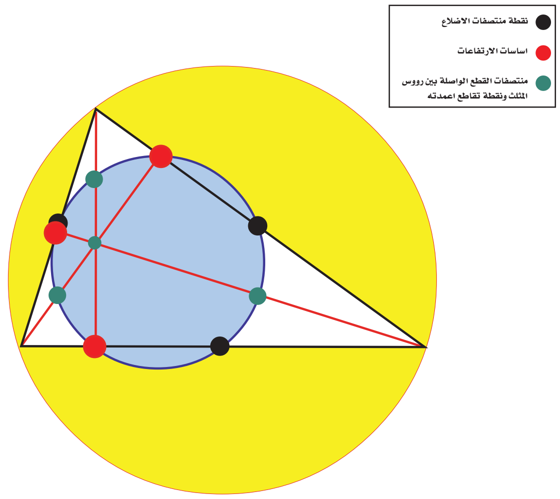
لعبة التفكير
257

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

دائرة من تسع نقاط

المثلث الأبيض يحتوي على بعض الخصائص الممتعة: نقاط منتصفات أضلاعه، ونقاط أساسات ارتفاعاته الثلاث، ونقاط منتصفات القطع المستقيمة التي تصل بين رؤوس المثلث ونقطة تقاطع أعمدته الثلاث جميعها تقع على محيط دائرة واحدة.

هل يشكل كل مثلث هذا النوع من النقاط التسع؟



لعبة التفكير
258

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

ممر إنديانا

يجري ماجد في نفق مربع الشكل، ويحاول جاهدًا أن يتجنب الاصطدام بصخرة على هيئة كرة متدحرجة نحوه. فإذا علمنا أن عرض النفق 20 مترًا، وهو مساوٍ لقطر هذه الكرة.

بالنسبة إلى ماجد تبدو نهاية النفق بعيدة جدًّا ليصل إليها في الوقت المناسب، فهل يعني ذلك أنه سيفشل؟

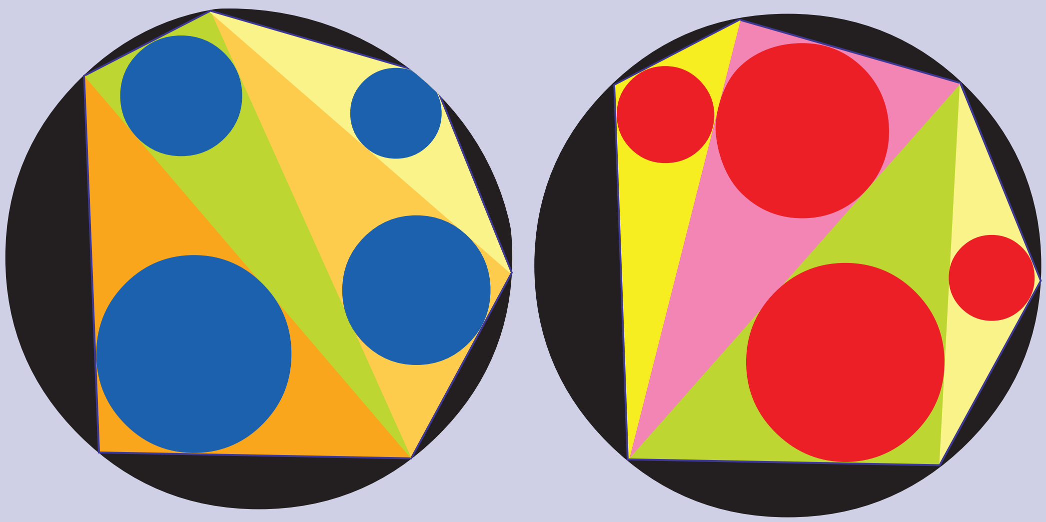
لعبة التفكير
259

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لوح تذكاري في معبد ياباني

في كلٍّ من الشكلين ناحية اليسار المضلع نفسه محاط بدائرتين متطابقتين، لكنه مقسم إلى مثلثات بطريقتين مختلفتين رُسمت في داخل كل مثلث ناتج من التقسيم أكبر دائرة ممكنة، بحيث تمس أضلاعه.

هل يمكنك مقارنة مجموع أطوال الأقطار لمجموعتي الدوائر؟ وهل إحدى المجموعتين أكبر من الأخرى؟



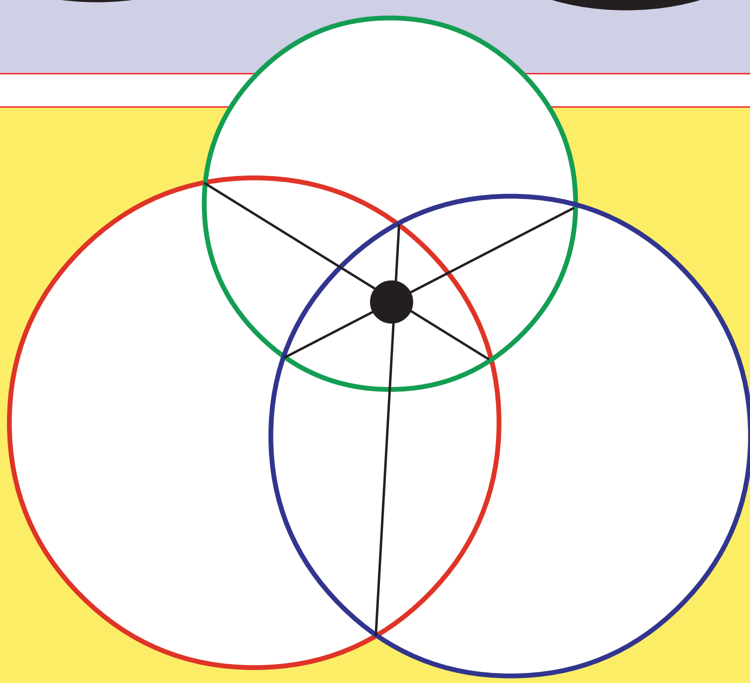
لعبة التفكير
260

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

ثلاث دوائر متقاطعة

وُصِلت ثلاث دوائر متقاطعة بحجوم عشوائية بأوتارها المشتركة: فمرت الأوتار الثلاثة المشتركة في نقطة واحدة.

هل سيحدث ذلك بصرف النظر عن حجم الدوائر الثلاث ومواقع وجودها؟



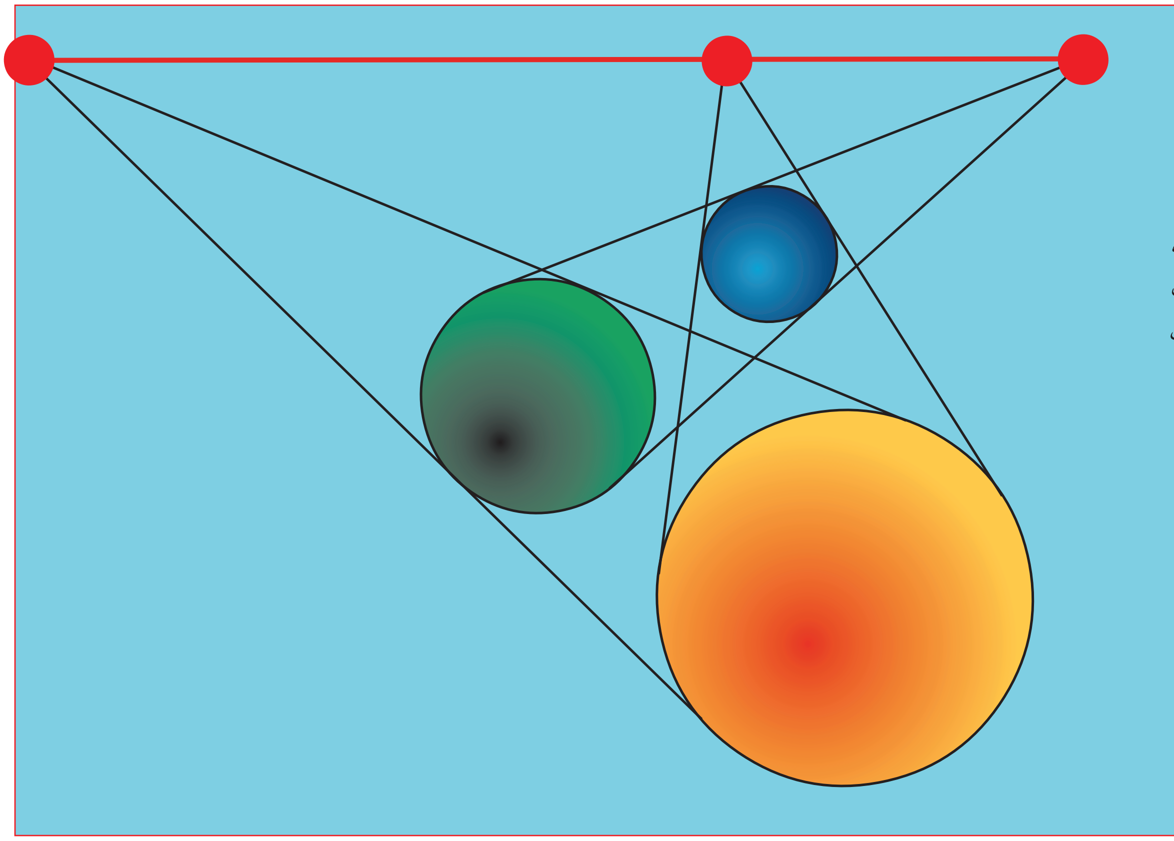
لعبة التفكير 261

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مماسات الدائرة

وُزِّعت ثلاث دوائر بحجوم مختلفة عشـوائيًّا كما هو موضح، ثـم رُسـمت أزواج من المماسـات حول الدوائـر، وكان لذلك نتيجة مذهلة؛ حيث وقعت نقاط التقاطع الثلاث للمماسـات على خط مستقيم.

هل هذه مجرد مصادفة أم تحدث دائمًا؟



لعبة التفكير 262

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

قلب قطع العملة المعدنية

وضعت سـبع قطع عملة معدنية على شكل دائرة بحيث إنَّ (الصـورة) فـي كل منهـا إلـى الأعلى، فـإذا رغبنا فـي قلبهـا جميعًا إلى (كتابة)، ولكن يسـمح لنا في كل حركة أن نقلب خمس قطع منهـا فقط في وقت واحد، فهـل يمكن قلب قطع العملة السـبع جميعها باتباع هذه القاعـدة بصورة مكررة؟ وما عـدد الخطوات اللازمة لذلك؟



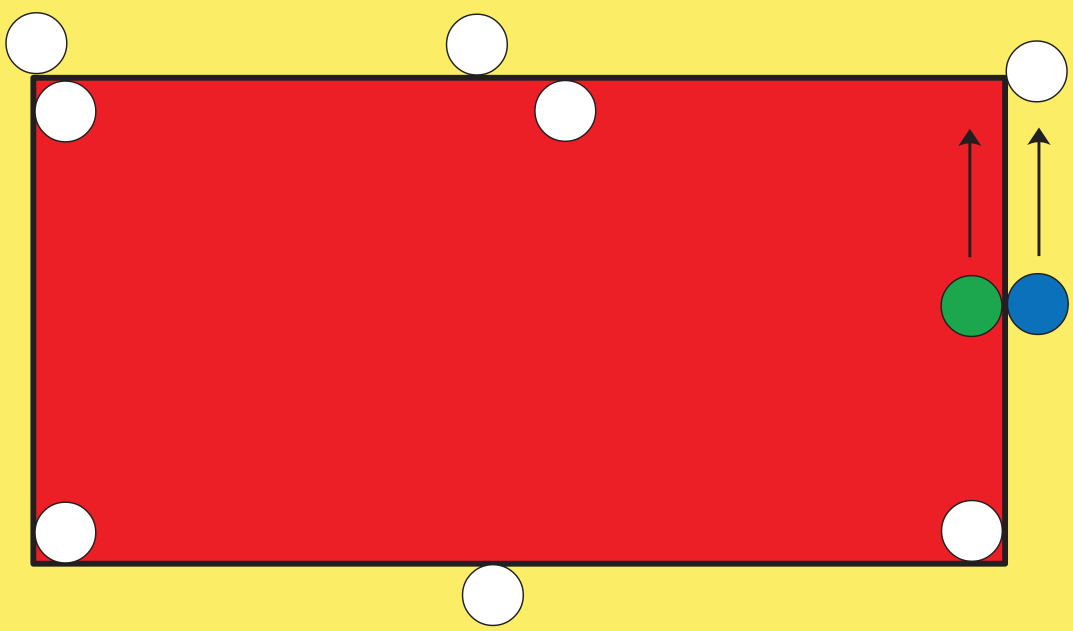
لعبة التفكير 263

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الدحرجة من الداخل والخارج

دائرتـان متطابقتـان متلامسـتان فـي النقطـة نفسـها من المسـتطيل أدناه، دائرة من داخل المسـتطيل والأخرى من الخارج. دُحرجت كلا الدائرتين في السطح المستوي على طـول محيط المسـتطيل حتـى عادتا مرة أخـرى إلى نقطة البداية.

إذا كان ارتفاع المسـتطيل ضعف محيط الدوائر، وإذا كان عرض المسـتطيل ضعف ارتفاعه، فكم عدد الدورات التي قامت بها كل دائرة حول محورها؟



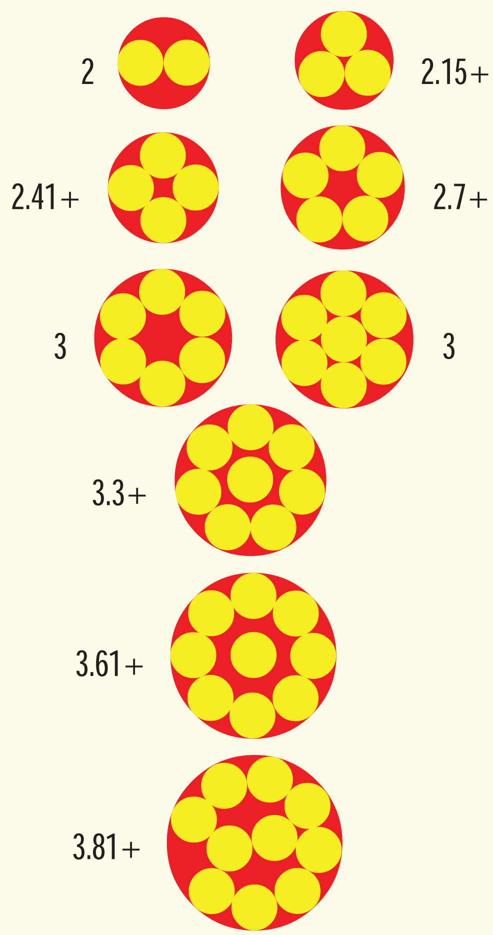
ملء الدوائر

سر في قاعات بعض الجامعات العريقة وستجد أناسًا ناضجين يحاولون معرفة كيفية تعبئة كرات معدنية في صناديق، هم في الحقيقة ليسوا أشخاصًا بالغين يحاولون العودة إلى مرحلة الطفولة التي بداخلهم، بل ما يحاولون فعله له أثر مباشر في مجالات متطورة، مثل نظرية المعلومات وفيزياء الحالة الصلبة. ملء أشياء منتظمة – كدوائر على سطح مستوٍ أو كرات في منطقة فارغة يُعد من أهم المسائل في الرياضيات.

كرات ذات حجوم متساوية لا تملأ تمامًا منطقة فارغة وكذلك الدوائر في السطح المستوي. تجميع مشابه لقرص شمع العسل – المسمى شبكة سداسية – الذي يُعد أفضل تجميع منتظم فاعل لدوائر متطابقة، وعلى الرغم من صعوبته الشديدة فقد نُفِّذَ؛ لإظهار إن التجميع لأجسام غير منتظمة يمكن أن يكون أكثر كثافة.

المشكلة المناظرة لتعبئة الكرات في حجم معين أثبتت أنها أصعب بكثير؛ فالتعبئة المنتظمة الكثيفة معروفة، ولكن السؤال: هل التعبئة غير المنتظمة؟ يمكن أن تفعل ما هو أفضل من التعبئة المنتظمة، ما زالت الإجابة عنه غامضة. أفضل تخمين للإجابة عن هذا السؤال هو لا، ولكن لا يوجد دليل على صحة ذلك.

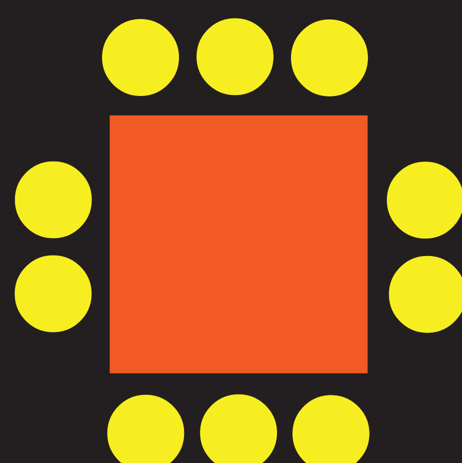
توجد مشكلة أحدث تتمثل في ملء عدد محدد من الدوائر في حدود معينة لأصغر منطقة – مربعة أو دائرية مثلًا – حتى الآن لا يوجد حلٌّ معروف لذلك حتى عندما تكون حدود المنطقة بسيطة جدًّا، تنطبق أفضل الحلول التي تم الوصول إليها على عدد قليل جدًا من الدوائر المجمعة في مساحة منتظمة جدًّا؛ على سبيل المثال، ثبت أن حل تجميع دوائر في دائرة منتظمة يصل إلى عشر دوائر فقط، وأكثف التجميع لدوائر وصل إلى عشر دوائر موضح هنا، والأعداد المشار إليها بجوار كل مثال هي أقطار الدوائر الخارجية بدلالة دوائر الوحدة التي تحويها.



لعبة التفكير
264
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

ملء الدوائر العشر داخل المربع

مسألة ملء الدوائر على محاولةٍ لملاءمة الأجسام ذات الأبعاد المحددة في منطقة أو حجم معين. حاول حل المثال السهل الموضح أدناه. عبئ الدوائر العشر الصفراء في داخل المربع الأحمر (نسبة نصف قطر أي دائرة إلى ضلع المربع يساوي 0،148204)، علمًا بأنه لا يسمح بتداخل الدوائر داخل المربع.



لعبة التفكير
265
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

ملء اثنتي عشرة دائرة في دائرة واحدة

يمكن ملء اثنتي عشرة دائرة متطابقة في دائرة واحدة قطرها يساوي 4،02 مرة من قطر دوائر التعبئة. هذه هي أكثر الحالات الممكنة كثافة لملء اثنتي عشرة دائرة. هل تستطيع أن تجد شكل الملء المثالي هنا؟



الكرات

لقد اخترع صانعو الزجاج طريقة بسيطة لكنها مبتكرة لجعل كراتهم الزجاجية ناعمة جدًّا ومستديرة؛ فصهروا الزجاج على قمة عمود أسطواني، وتركوا كميات صغيرة تنساب عبر العمود. عندما تسقط قطرات الزجاج فإنها تنكمش لتشكل كرات مثالية تقريبًا، وبمرور الوقت تصل القطرات إلى أسفل العمود، وتبرد لتصبح صلبة ومستديرة.

ومع أن الشكل التقليدي للقطرة هو على شكل (الدمعة)، فقد وضح التصوير الفوتوغرافي الذي يستخدم وميضًا برقيًّا أن معظم القطرات تصبح كروية الشكل عند منتصف السقوط، بينما تكون قطرات السوائل كروية الشكل؛ لأن القوى الكهربائية تسحب المواد السائلة نحو المنتصف؛ فالجزئيات تتحرك إلى الداخل من الأجزاء الخارجية من القطرة، وتملأ أي مناطق مجوفة بالقرب من مركز الكتلة، وبمجرد أن تصل القطرة إلى أكثر شكل مضغوط؛ فإنها تأخذ شكلًا كرويًّا.

الشكل الكروي أو الكرة ربما يكون أبسط شكل صلب يمكن للإنسان أن يتخيله؛ فليس له أركان ولا حواف. كل نقطة على سطح الكرة تكون على بُعد من المركز مساويًا لبعد أي نقطة أخرى عنه، والشكل الكروي أيضًا هو واحد من أكثر الأشكال المألوفة في الكون. النجوم والكواكب تخضع إلى قوى سحب ثابتة بفعل جاذبيتها، وتأخذ أشكالا كروية تقريبًا. في الحقيقة، يرى رواد الفضاء في المدارات الفضائية أنَّ أيَّ سوائل مسكوبة تشكل بسرعة كرات مهتزة.

لعبة التفكير
266

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

قطع العملة النقدية المعدنية الدوارة 1

تدور قطعة العملة المعدنية الصفراء على حواف القطع النقدية السبع الثابتة كما في الشكل الموضح أدناه، وفي الوقت الذي تعود فيه القطعة النقدية الصفراء إلى نقطة بدايتها. ما عدد الدورات التي دارتّها؟ وما اتجاه الوجه في الصورة التي على القطعة الصفراء؟

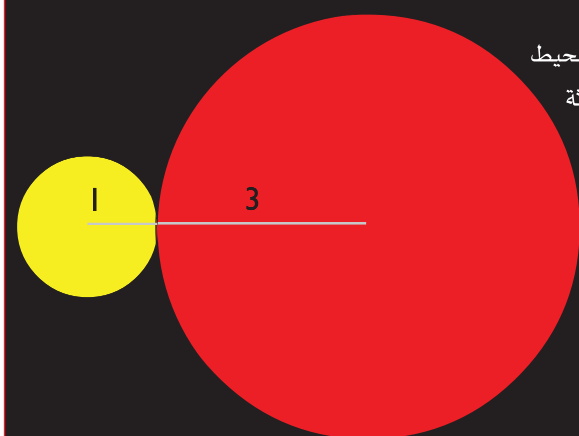


لعبة التفكير
267

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الدائرة الدوارة

تدور دائرة صغيرة على محيط دائرة كبيرة قطرها ثلاثة أضعاف قطر الدائرة الصغيرة. كم عدد الدورات التي ستدورها الدائرة الصغيرة لتعود إلى نقطة بدايتها؟



لعبة التفكير
268

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

قطع العملة النقدية المعدنية الدوارة 2

وُضعت عملتان معدنيَّتان متماثلتان جنبًا إلى جنب على النحو الموضح في الشكل على ناحية اليسار. مع إبقاء العملة المعدنية اليمنى ساكنة، دوِّر العملة المعدنية اليسرى فوق الحافة العلوية من العملة الثابتة حتى تصل إلى الجانب المقابل من العملة. هل سيكون اتجاه الوجه على العملة التي تم تدويرها باتجاه اليسار أم اليمين أم الأسفل ؟



تعبئة الكرات

أحدث عالم الفلك يوهانز كيبلر (Johannes Kepler) ثورة في دراسة مسارات الكواكب، وقد بحث أيضًا مشكلة ملء الكرات، ووجد كيبلر أن هناك طريقتين لترتيب الكرات على سطح مستوٍ: الشبكة المربعة والشبكة السداسية (أو قرص شمع العسل). يمكن جمع هذين الشكلين لملء حجم ما بطرق متعددة.

التعبئة من خلال الطبقات المربعة – الشبكة المربعة – ولها طريقتان، مثلًا تعبأ الكرات في طبقات مرتبة عموديًّا وأفقيًّا بحيث تكون الكرات فوق بعضها، أو يمكن ملء الكرات في طبقة واحدة بحيث توضع في الفجوات الواقعة بين أربع كرات في الطبقة السفلى – تعرف هذه الطريقة باسم الشبكة المكعبة مركزية الوجوه – أما الطبقات السداسية – الشبكة السداسية – فلها أيضًا لها طريقتان في التعبئة، إما أن تكون مرصوصة، وإما أن تكون بصورة متعاقبة، ومع ذلك فالمثال الأخير لا يختلف في جوهره عن الشبكة المكعبة مركزية الوجوه.

إحدى طرق معرفة أي الترتيبات يُعد الأكثر كثافة في التعبئة تكون بتخيُّل أنَّه مسموح للكرات بأن تتوسَّع لتملأ فراغًا متاحًا، فما الشكل الذي ستتخذه الكرات بعد ذلك؟ الكرات التي في شبكة مكعبة من الممكن أن تُكوِّن مكعَّبات، بينما الكرات التي في الشبكة السداسية تُكوِّن منشورات سداسية، ولكن الكرات المعبأة في شبكة مكعبة مركزية الوجوه – كما توصل لذلك كيبلر – تكون على شكل معيَّن مكوَّن من اثني عشر وجهًا مما ينتج منه أكبر ملء ممكن.

تقاس كفاءة شبكة التعبئة بالنسبة إلى الفراغ الذي سيملأ بالكرات، أما بالنسبة إلى الكرات الموجودة على سطح مستوٍ، فتكون كفاءة الشبكة المربعة 78,54% بينما كفاءة الشبكة السداسية 90,69%. أما الكرات في مساحة ثلاثية الأبعاد، فتكون كفاءة الشبكة المكعبة 52,36%، وتكون كفاءة الشبكة السداسية 60,46%، بينما تكون كفاءة الشبكة المكعبة مركزية الوجوه 70,04%.

لعبة التفكير
269

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

ملء الأقراص

توجد طريقتان لملء سطح مستوٍ بالأقراص، وهما موضحتان في الأسفل. هل تستطيع الوصول إلى النسبة المئوية للمساحة الكلية للسطح المستوي المغطى بالأقراص بالنسبة إلى عمليتي التعبئة سداسية الشكل و التعبئة مستطيلة الشكل؟

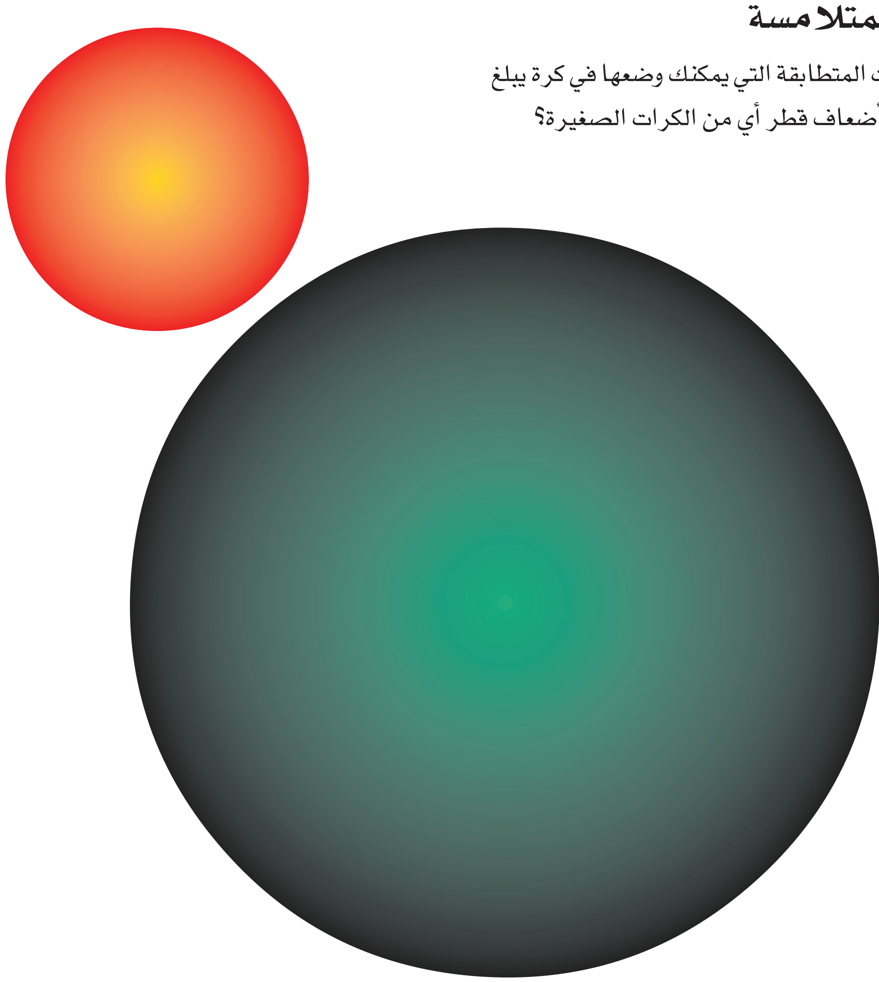


لعبة التفكير
270

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الكرات المتلامسة

ما عدد الكرات المتطابقة التي يمكنك وضعها في كرة يبلغ قطرها ثلاثة أضعاف قطر أي من الكرات الصغيرة؟



منحنيات دويرية (Cycloids)

في الحقيقة، لا توجد نقطة ثابتة في الكون. يمكن لنقطة ثابتة داخل سيارة أن تصنع مسارًا خطيًّا كلما أسرعت السيارة على الطريق، وأي نقطة على جبل سوف تتبع مسار الأرض حول الشمس، وحتى الشمس ومجرة درب التبانة لهما مساراتهما الخاصة في هذا الكون المتسع.

حركة أي نقطة ثابتة على جسم متحرك ترسم منحنى يمكن أن تكون له خصائص استثنائية؛ فعلى سبيل المثال المنحنى الذي ترسمه نقطة ثابتة على محيط دائرة تدور فوق خط مستقيم يسمَّى منحنًى دويريًّا (cycloid). يظهر المنحنى الدويري في أماكن عدة في عصرنا الحديث، وتحتوي التروس الميكانيكية على جوانب بها منحنى دويري، وهناك آلات تنقش منحنيات دورية دقيقة على الصفائح المستخدمة في طباعة النقود الورقية، علاوة على أن اللعبة العلميَّة الشهيرة المعروفة باسم راسم التنفس (Spirograph) ترسم أشكالًا مدهشة لمنحنيات دويرية لا حصر لها وبعدد قليل من القطع المدورة.

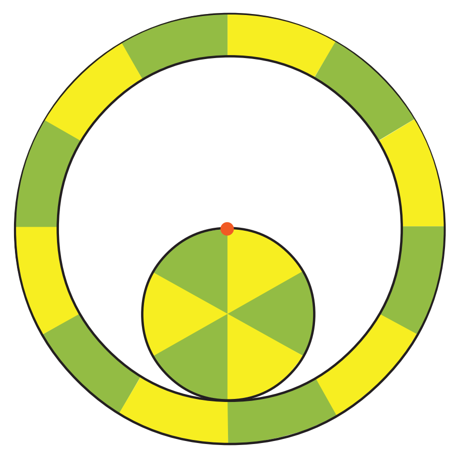
المنحنيات الأخرى المشابهة تشمل المنحنيات اللولبية (spiral) والمنحنيات المنطوية (involute) (الخط الذي يرسمه طرف خيط مشدود عندما يَنفك عن بكرة كان ملفوفًا حولها).

لعبة التفكير 271

الصعوبة: ●●●●●●●●●● المطلوب: 👁 ✎ الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الدائرة الدوارة: منحنى دويري تحتي

(Hypocycloid الخطُّ الناتج من نقطة على الدائرة التي تتدحرج داخل دائرة أخرى): تدور دائرة صغيرة داخل دائرة ثابتة قطرها ضعف قطر الدائرة الصغيرة، ما المسار الذي ستتخذه النقطة الحمراء عندما تكمل الدائرة الصغيرة دورة واحدة فقط؟



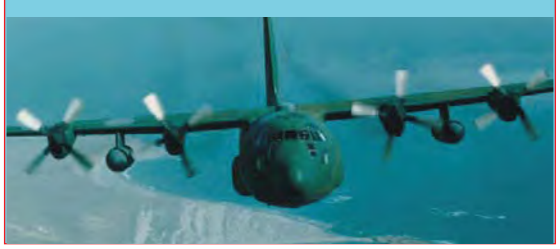
لعبة التفكير 272

الصعوبة: ●●●●●●●●●● المطلوب: 👁 الاستكمال: ☐ الوقت: ______

رحلة القطب الشمالي

غادرت إحدى الطائرات القطب الشمالي، وطارت نحو الجنوب لمسافة (50) كيلو مترًا، ثم حوَّلت مسارها وطارت نحو الشرق لمسافة (100) كيلو متر أخرى.

في نهاية تلك الرحلة، كم تبعد الطائرة عن القطب الشمالي؟



لعبة التفكير 273

الصعوبة: ●●●●●●●●●● المطلوب: 👁 الاستكمال: ☐ الوقت: ______

صفوف القطع النقدية الخمس

هل يمكنك تحريك قطعة نقدية واحدة فقط لتكوين صفين من القطع النقدية، كل منها يحتوي على خمس قطع نقدية؟



لعبة التفكير 274

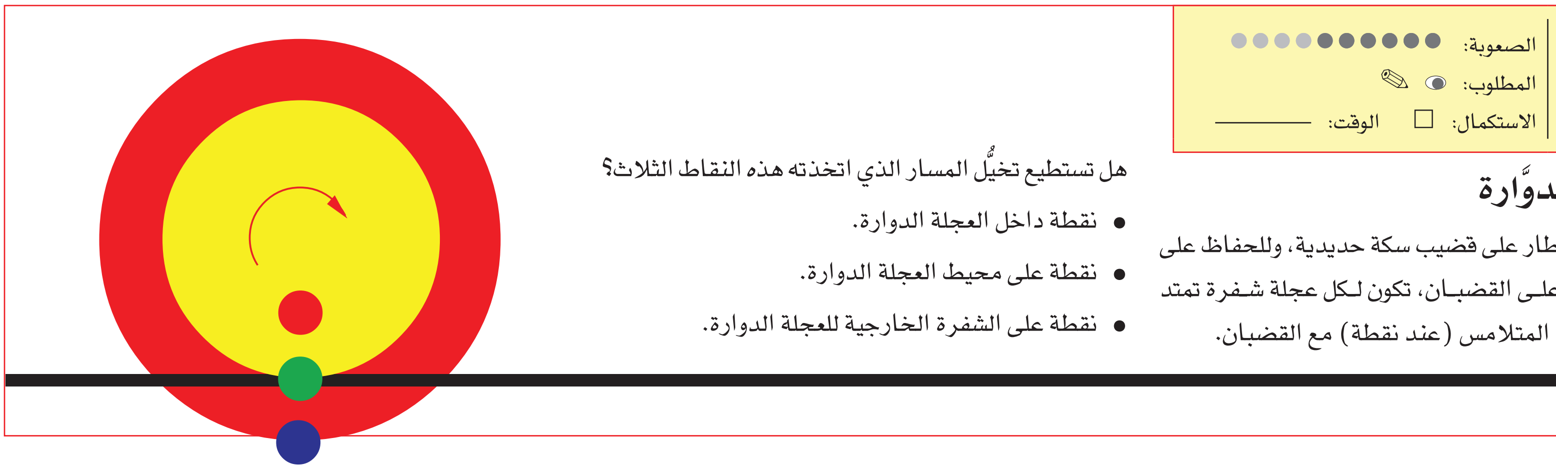
الصعوبة: ●●●●●●●●●● المطلوب: 👁 ✎ الاستكمال: ☐ الوقت: ______

العجلة الدوَّارة

تدور عجلة القطار على قضيب سكة حديدية، وللحفاظ على بقاء القطار على القضبان، تكون لكل عجلة شفرة تمتد أسفل محيطها المتلامس (عند نقطة) مع القضبان.

هل تستطيع تخيُّل المسار الذي اتخذته هذه النقاط الثلاث؟

- نقطة داخل العجلة الدوارة.
- نقطة على محيط العجلة الدوارة.
- نقطة على الشفرة الخارجية للعجلة الدوارة.

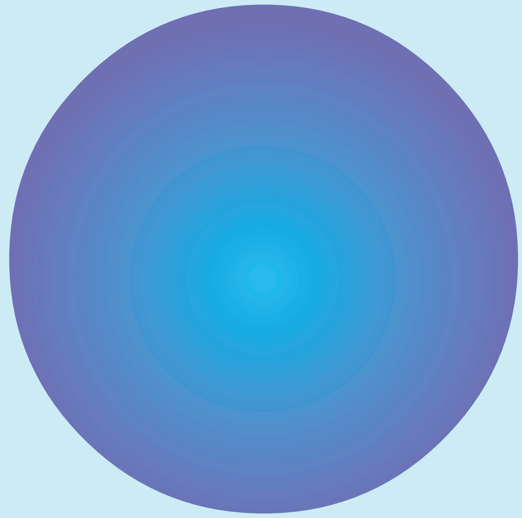


لعبة التفكير 275

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تقطيع الكرة

تخيل أنَّ هذه الكرة قُسِّمت بقطعها أربع قطعات مستقيمة تمر جميعها من خلال الكرة، هل تستطيع تحديد أقصى عدد من القطع التي قُسمت بها الكرة؟



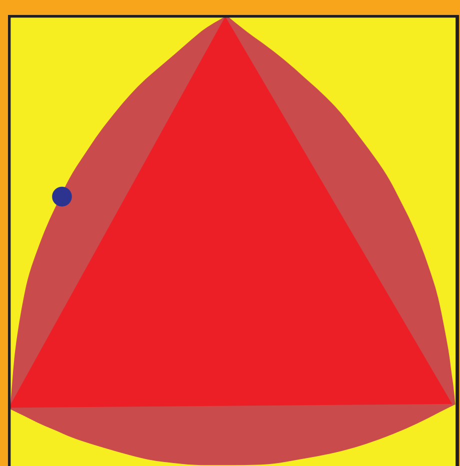
لعبة التفكير 276

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مثلث ريولو (Reuleaux's triangle)

مثلث مشكل بدقة يدور داخل إطار ثابت مربع الشكل. ولتكوين هذا الشكل الناتج من عملية تدوير المثلث، ابدأ برسم مثلث متساوي الأضلاع رؤوسه تقع على محيط مربع، ثم ارسم ثلاثة أقواس دائرية يمر كل منها برأسين من رؤوس المثلث، بحيث يكون القوس جزءًا من دائرة مركزها الرأس الثالث للمثلث. ما سيظهر أمامك يمثل مثلثًا اكتشف في عام 1875م، وقد سمِّي بعد ذلك بمثلث ريولو (باسم العالم الذي اكتشفه)؛ إن عرض المنحنى في كل اتجاه يساوي طول ضلع من أضلاع مثلث متساوي الأضلاع.

تخيل أنَّ المثلث أخذ يدور داخل المربع كما هو موضح هنا. هل تستطيع تصور المسار الذي ستتخذه النقطة الزرقاء من خلال دورات كاملة عدة؟



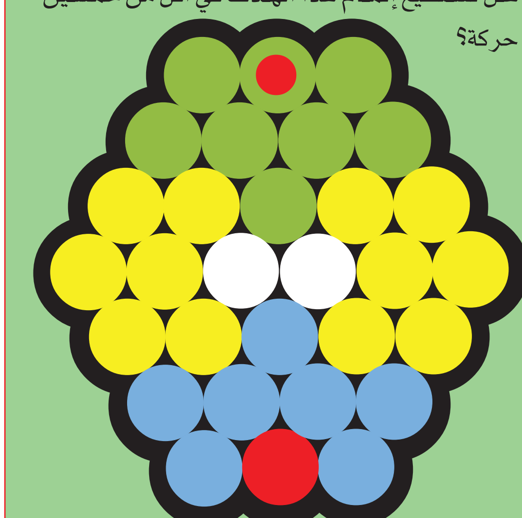
لعبة التفكير 277

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لعبة ترتيب سداسية الخطوات: لغز القرص المنزلق

الهدف من هذه اللعبة نقل القرص الأحمر من الأسفل إلى المنطقة المحددة بالنقطة الحمراء في الجزء العلوي، ولعمل ذلك يجب أن تنزلق الأقراص واحدة في كل مرة الى أحد المكانين الفارغين (الموضحين في الشكل كدوائر بيضاء اللون)؛ على سبيل المثال، أول حركتين محتملتين تكونان بتحريك القرص الأخضر إلى أسفل أو القرص الأزرق إلى أعلى في إحدى المنطقتين الفارغتين. في الحركة الأولى، لا يمكن تحريك أي من الأقراص الصفراء إلى إحدى المناطق البيضاء؛ لأن الفراغ المتاح بين هذه الأقراص ضيق جدًا، ولا يسمح للأقراص الصفراء بالمرور، وبوصفها قاعدة لا توجد إلا حركتان محتملتان فقط في أي وقت من الأوقات.

هل تستطيع إتمام هذا الهدف في أقل من خمسين حركة؟

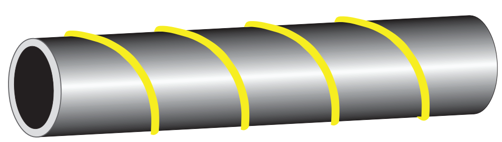


لعبة التفكير 278

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

اللولب (الحلزون)

يلتف حبل حول أنبوب أسطواني ضخم، ويكمل أربع لفات كما هو مبيَّن. محيط الأنبوب 4 أمتار وطوله 12 مترًا. هل تستطيع أن تعرف ما طول الحبل؟



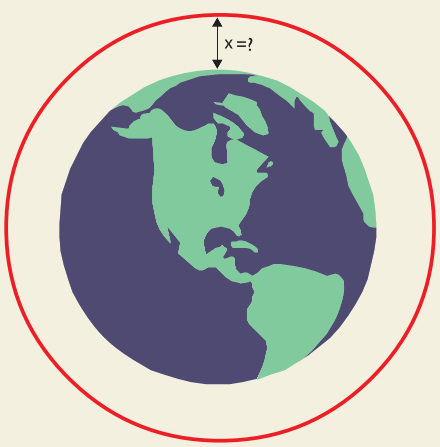
لعبة التفكير 279

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الأرض المستديرة

تخيل أن الأرض كرة مثالية، ثم تخيل خط الاستواء بمحاذاة حزام ملفوف حول الأرض ومثبت بدقة.

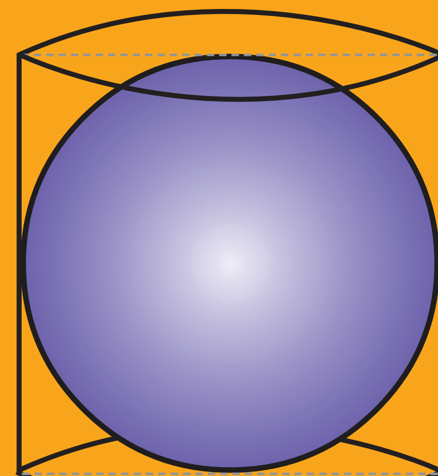
إذا فككت هذا الحزام وأطلته لمسافة مترين، ثم سحبته بعيدًا عن سطح الكرة ليشكل دائرة حولها، ما مدى التراخي الناتج من ذلك؟ وبعبارة أخرى، ما مدى الارتفاع الذي يمكن سحب الحزام فيه؟ الإجابة ستكون واحدة مما يأتي: 0,03 متر، أو 0,33 متر، أو 3,3 متر، ولكن أي منها هو الصحيح؟



لعبة التفكير
280
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مساحة سطح الكرة

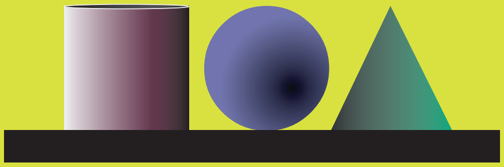
وُضعت كرة داخل أسطوانة ذات جدران رقيقة بحيث يكون ارتفاع هذه الأسطوانة وقطرها مساويين لقطر الكرة. أي الجسمين مساحة سطحه أكبر: الكرة أم الأسطوانة؟



لعبة التفكير
281
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

حجم الكرة

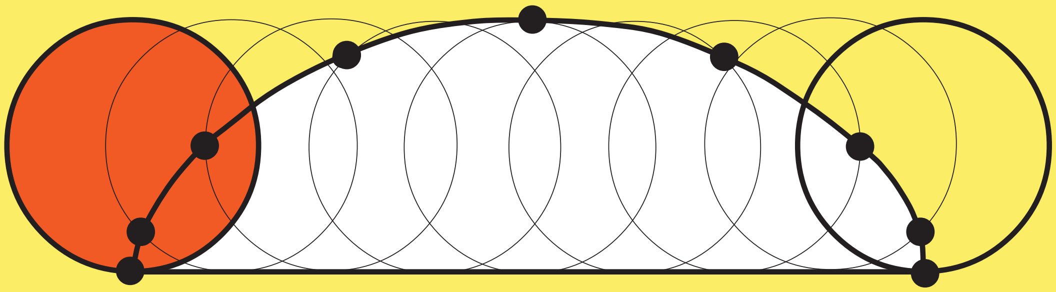
أسطوانة وكرة ومخروط لها الارتفاع ونصف القطر نفسه كما في الشكل، فهل هنالك علاقة تربط بين حجومها ؟



لعبة التفكير
282
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المساحة تحت المنحنى الدويري

هل تستطيع حساب المساحة تحت المنحنى الدويري؟ ما علاقة طول المنحنى بحجم الدائرة التي أنتجت هذه الخط؟



لعبة التفكير
283
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

صندوق التخزين
هل هذه القصة ممكنة الحدوث؟

يمتلك ملك صندوقًا مستطيل الشكل مليئ بإحكام بعشرين كرة ذهبية، وكل كرة تثبت بإحكام من قبل الكرات الأخرى التي تلمسها؛ أي إذا رفع الصندوق فإن الكرات التي بداخله لن تتحرك.

ما عدد الكرات التي يمكن إخراجها من الصندوق من دون الإخلال بثبات الكرات المتبقية بداخله؟



في يوم من الأيام طلب الملك أن تُصكّ نقوده كلها على هيئة دوائر ذهبية متشابهة. رزم المال وقام برصه في صندوق كبير عرف أن الصندوق أصبح ممتلئًا، لأنه لا يحدث صوتًا في الداخل عند هزه وسارعت الملكة بأخذ بعض المال من الصندوق، وأعادت رصف النقود كما كانت وبقي الصندوق على حاله من دون أن يحدث صوتًا لدى هزه، بعد ذلك أخذ أمين الصندوق بعض المال، وأعاد رصف النقود كما كانت، وبقي الصندوق على حاله من دون أن يحدث صوتًا عند هزه، وبعد ذلك أخذ رئيس الوزراء بعض المال وبقي الصندوق على حاله من دون أن يحدث صوتًا عند هزه...

المنحنيات ذات العرض الثابت

تُسمَّى المنحنيات المغلقة التي لها العرض نفسه المنحنيات ذات العرض الثابت (يُعرَّف العرض للمنحنى بأنه المسافة العمودية بين أي مماسين متوازيين ومختلفين للمنحنى) يمكن أنَّ يدور أيُّ منحنى ذي عرض ثابت بين خطين متوازيين ثابتين أو داخل مربع. على الرغم من أن بعض المنحنيات ذات العرض الثابت انسيابية مثل الدائرة، ومنحنيات أُخرى لها زوايا؛ بينما بعضها متماثلة إلى حدٍّ بعيد إلا أنَّ بعضها الآخر غير منتظم تمامًا، بطبيعة الحال فإن أي مضلَّع منتظم ذي عدد فردي من الأضلاع يمكن تعديل شكله ليكون منحنى ذا عرض ثابت، لكن المنحنيات جميعها ذات العرض الثابت تشترك في خاصية واحدة: وهي أنَّ طول المنحنى مساوٍ لحاصل ضرب π في طول العرض الثابت للمنحنى، يُعرف ذلك باسم مبرهنة مينكوفسكي (Minkowski's theorem)، ويتضح ذلك بصورة جلية من خلال صيغة محيط الدائرة الذي يساوي حاصل ضرب π في قطر الدائرة.

لعبة التفكير 284

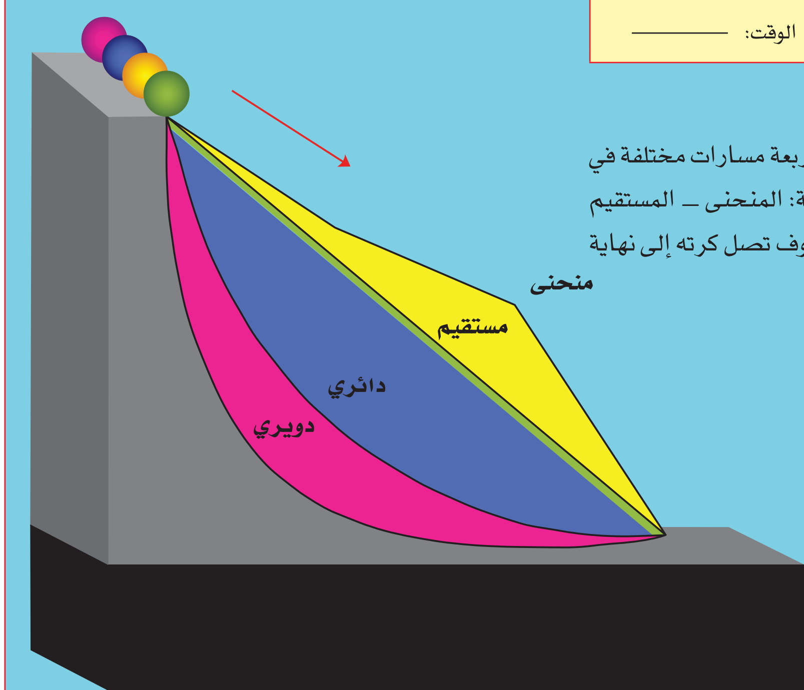
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الهبوط الأسرع

أطلقت أربع كرات متطابقة على أربعة مسارات مختلفة في وقت واحد. أي من المسارات الآتية: المنحنى ــ المستقيم ــ الدائري أم شبه الدائري ــ سوف تصل كرته إلى نهاية المنحدر بطريقة أسرع؟



لعبة التفكير 285

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

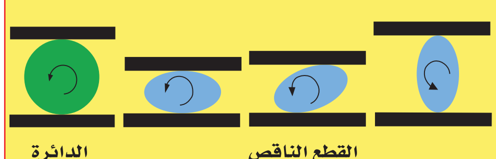
المطلوب: 👁

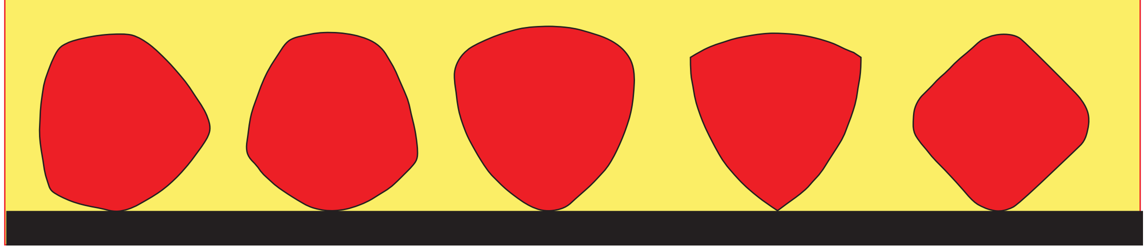
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

منحنيات ذات عرض ثابت

عندما تدور دائرة بين قضيبين متوازيين، فإن البعد بين القضيبين سيبقى كما هو، ومن ناحية أخرى، إذا دار قطع ناقص بين قضيبين متوازيين فإنهما سوف يتحركان إلى الأعلى وإلى الأسفل مرتين خلال دورته الكاملة.

ادرس المنحنيات الخمس المذكورة أدناه. هل يمكنك تحديد أي منها سوف يدور مثل الدائرة، وأي منها سوف يدور مثل القطع الناقص؟





لعبة التفكير 286

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

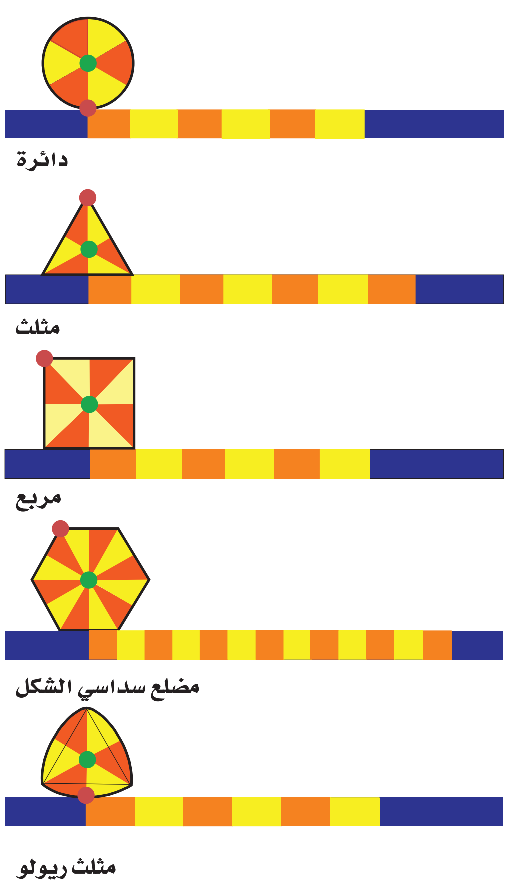
المطلوب: 👁 ✎ ✂

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

العجلات المضلَّعة

هل تستطيع وصف المسارات التي ترسمها النقاط على المضلَّعات الدوارة الموضحة في الشكل أدناه؟

قد تكون هذه الأشكال غير مألوفة لك وخاصة كيفية تدويرها. قصَّ الأشكال من الورق المُقوى ودوِّرها على خط مستقيم، فقد يساعدك ذلك على تخيل المسألة.



القطوع المخروطية والحلزونية (onic Sections and Sprals)

المنحنيات التي تكونت من خلال تمرير سطح مستوٍ عبر شكل مخروطي يطلق عليها اسم القطوع المخروطية والتي كانت تمثل موضوع دراسة مكثفة في اليونان القديمة. الأشكال الجمالية للقطوع الناقصة والقطوع الزائدة والقطوع المكافئة كانت مصدر الافتتان والجمال لإقليدس وعلماء الهندسة الآخرين في تلك الحقبة التاريخية، لكنهم لم يجدوا لها أي استخدامات، فكانت بمنزلة وسائل ترفيه هندسية مثيرة للاهتمام فقط.

عادة ما يدرس علماء الرياضيات هذه الأشكال عديمة الفائدة للمتعة فقط، لكن في كثير من الأحيان تصبح هذه الدراسات مهمة للغاية للعلماء في القرون المقبلة، وهذا ما حدث بالنسبة إلى القطوع المخروطية. اعتمد عمل يوهانس كبلر (Johanes Kepler) وإسحق نيوتين (Isaac Newton) على دراسة القطوع المخروطية لوصف مسارات تتبع حركة الأجسام أو الأجرام السماوية في الفضاء. تتحرك الكواكب والمذنبات وحتى المجرات بطريقة حصرية على هيئة قطوع ناقصة وقطوع زائدة وقطوع مكافئة، ويطبق الشيء نفسه على الأجسام والكائنات الموجودة في رحلة طيران على وجه الكرة الأرضية، فيعدُّ مسار الكرة في الهواء بمنزلة قطع مكافئ. في الواقع، يعدُّ كل مقذوف – كطلقة أو سهم أو صاروخ أو تيار ماء متدفق من فوهة – يتتبع مسار قطع مكافئ. اكتشف إسحق نيوتن السبب وراء ذلك، وهو أن سحب الجاذبية الأرضية يؤثر في مسار الأجسام في كل نقطة من مسار رحلتها. بدلًا من كون المسار مستقيمًا، فإن الخط الذي يرسمه جسم ما في رحلة طيران هو خط منحنى باستمرار، وبمرور الوقت فإنه يقترب من المسار الرأسي الكامل لكنه لا يصل إليه مطلقًا، فإذا قذف جسم ما بسرعة كافية، ولكن – كما هي الحال بالنسبة إلى قمر صناعي يُطلق بوساطة صاروخ – فسوف ينحني المسار بطريقة ما، بحيث لا يسقط الجسم (القمر الصناعي)، وبدلًا من ذلك يدور في مدار حول الأرض.

لعبة التفكير 287

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

السيوف والأغماد

حيث إنهم يستعدون للمعركة، استلَّ أربعة من المحاربين سيوفهم من أغمادها؛ سيف منها مستقيم تمامًا، والسيف الثاني على هيئة نصف دائرة، والسيف الثالث يأخذ هيئة المنحنى المتموج، والسيف الرابع يأخذ شكلًا ثلاثي الأبعاد من دوامة شبه حلزونية. يوجد خطأ ما في هذه القصة، ما هو؟



لعبة التفكير 288

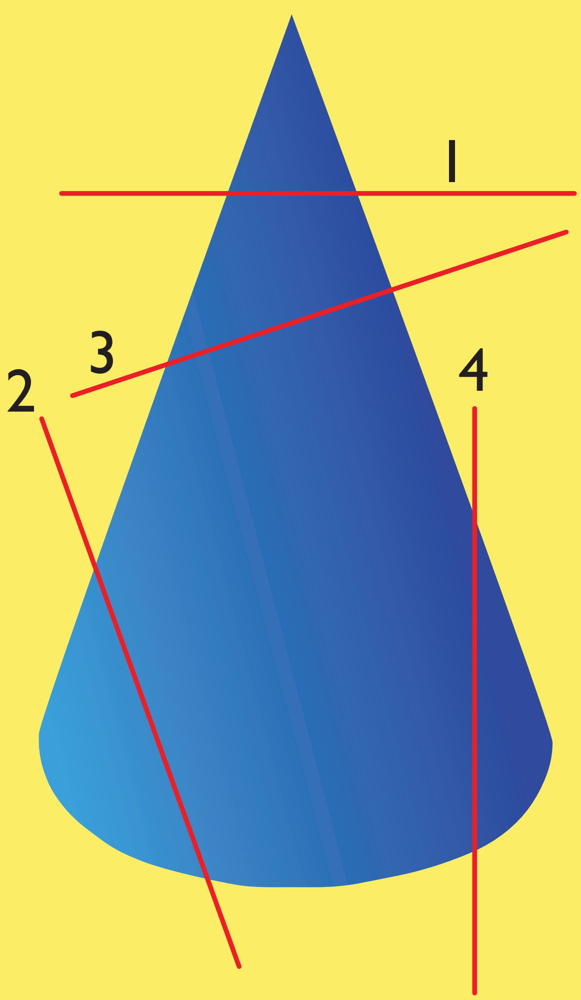
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

هندسة الأشكال المخروطية

كشف الباحث اليوناني أبولونيوس (Apollonius) في كتابه **الأشكال المخروطية** (Conics)، عام 225 قبل الميلاد، أنه يمكن تقسيم الشكل المخروطي ذي القاعدة الدائرية إلى أشكال منحنية عدة. ما أشكال المنحنيات التي ستنتج من قطع المخروط بالقطع التي تحمل الأرقام من 1 إلى 4 كما في الرسم التوضيحي المرفق؟



لعبة التفكير
289

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

أين الإهليلج الناقص (Ellips)؟

يحتاج الرجل الموضح في الشكل أدناه بصورة ماسة إلى رؤية إهليلج ناقص. كيف يمكنه عمل إهليلج ناقص في أثناء جلوسه على الطاولة من دون أنّ يلمس قلمه أو بوصلته أو مسطرته أو جهاز الحاسوب؟

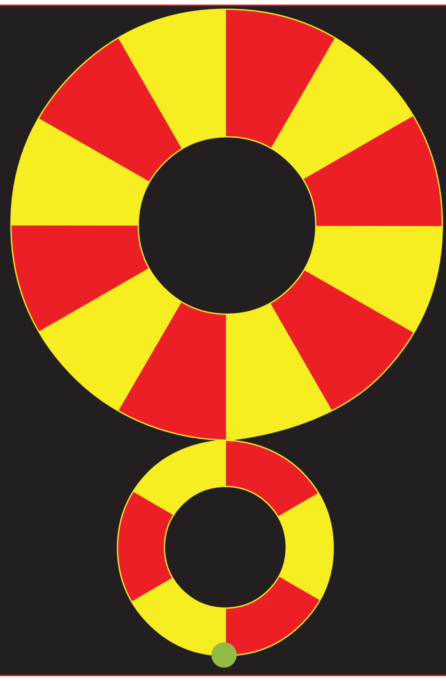


لعبة التفكير
290

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

دائرة دوارة:
منحنى دويري فوقي

يبلغ نصف قطر الدائرة الصغرى بالضبط ربع قطر الدائرة الكبرى. حيث إن الدائرة الصغرى تدور على طول الدائرة الكبرى من الخارج، فإن النقطة الخضراء سترسم منحنًى. هل تستطيع تخيل شكل هذا المنحنى؟ لا توجد حاجة إلى رسمه بالضبط، يكفي رسمه بصورة تقريبية.

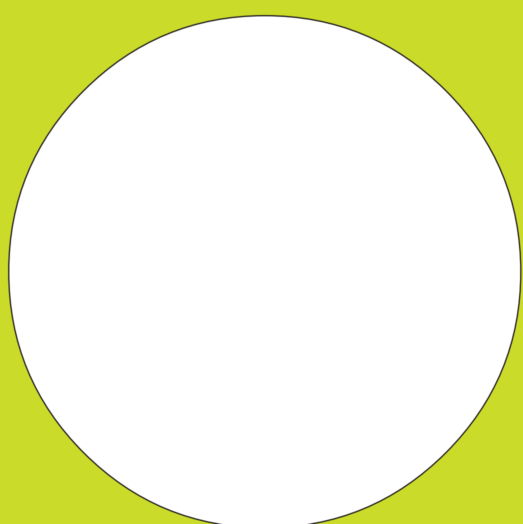


لعبة التفكير
291

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

إهليلج ناقص من خلال طي الورقة

كيف يمكنك إنشاء الإهليلج الناقص من ورقة دائرية من دون استخدام القلم أو أي شيء آخر؟

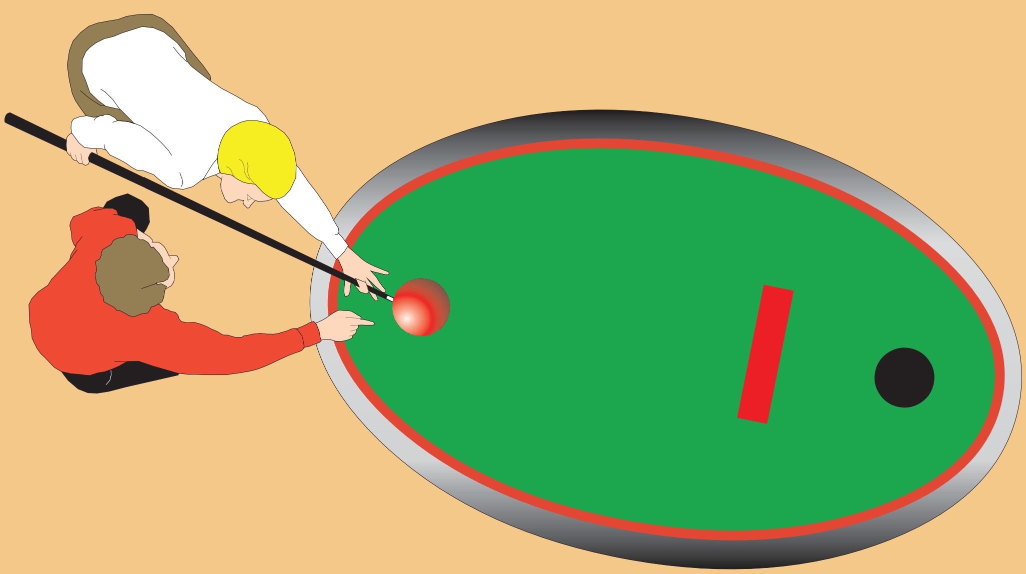


لعبة التفكير
292

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

طاولة البلياردو بيضوية الشكل

توجد كرة في إحدى بؤرتي طاولة البليياردو البيضوية الموضحة في الشكل، وفي البؤرة الأخرى توجد فتحة. هل من الممكن ضرب الكرة بحيث تقع في الجيب على الرغم من وجود عائق بينهما؟





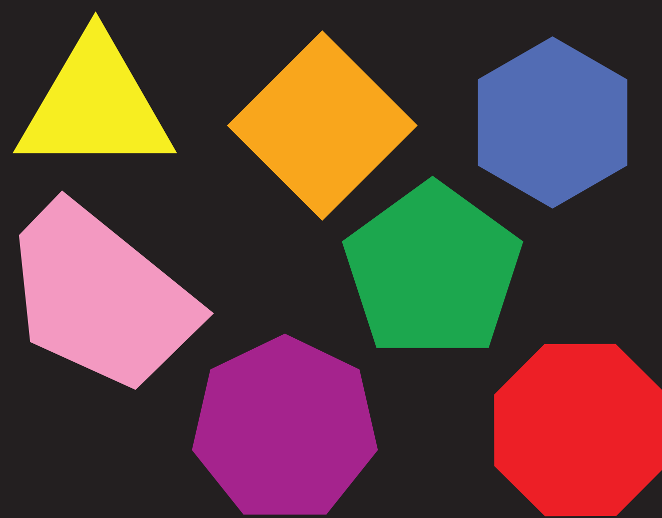
6 الأشكال والمضلَّعات

لعبة التفكير
293

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:———

الشكل المختلف

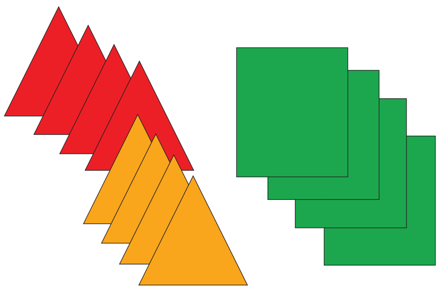
أحد هذه الأشكال السبعة ليس كالباقيات. أي منها المختلف؟ ولماذا؟



لعبة التفكير
294

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎ ✂
الاستكمال: ☐ الوقت:———

مضلعات من مثلثات ومربعات



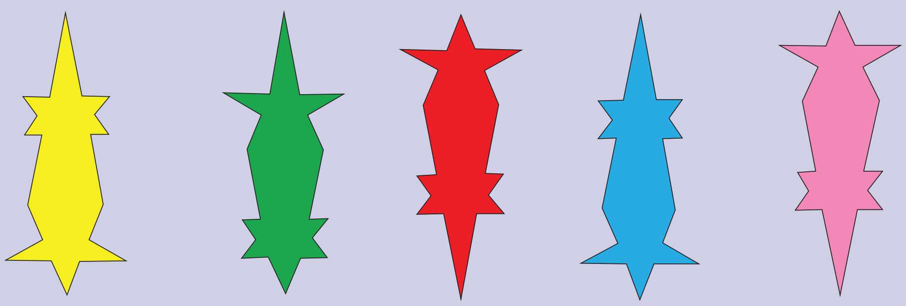
مبتدئًا بمجموعة من المربعات والمثلثات التي لها جميعًا طول الضلع نفسه، ضع القطع جنبًا إلى جنب لتكوين مضلعات محدبة. هل يمكنك تشكيل مضلعات عدد أضلاعها يبدأ من خمسة أضلاع إلى عشرة؟ كم عدد المثلثات والمربعات التي تحتاج إليها لتكوين كل مُضلع؟

لعبة التفكير
295

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:———

استخرج الشكل الغريب

أي هذه الأشكال مختلف عن الأشكال الأربعة الأخرى؟

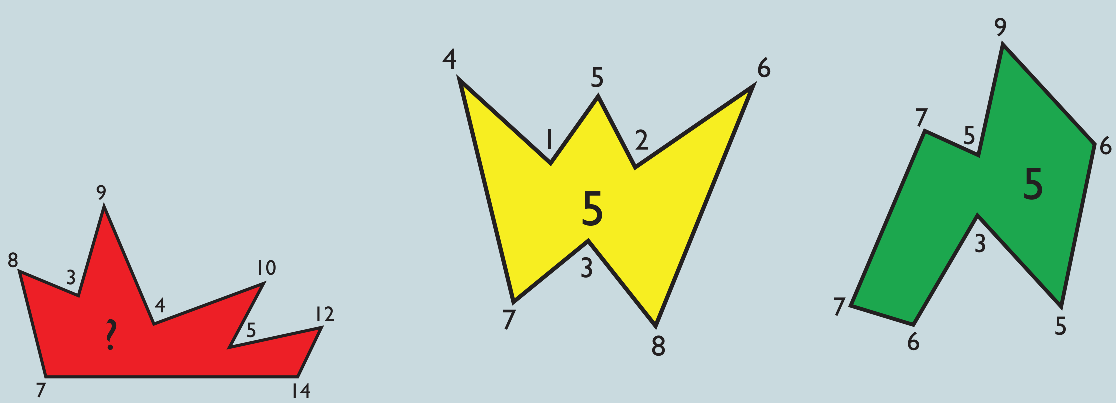


لعبة التفكير
296

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:———

محدَّب - مقعَّر

يوجد عدد مفقود في منتصف المضلع الأحمر. ما هو؟



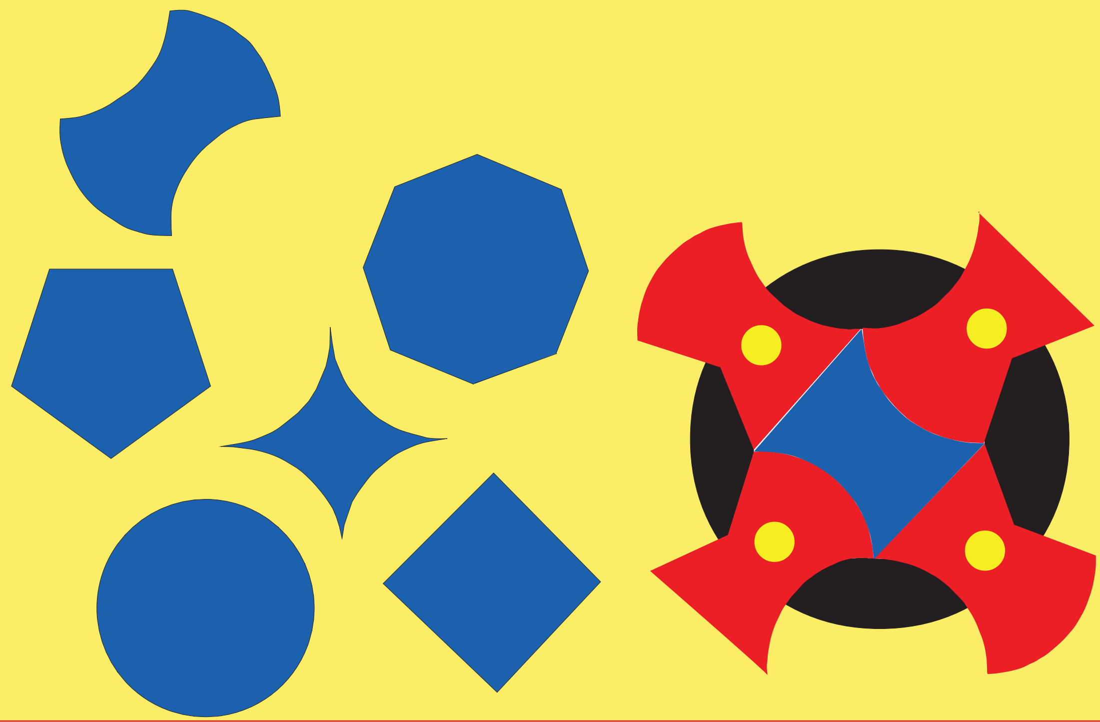
لعبة التفكير
297

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:————

أشكال وثقوب

يوضح النموذج أدناه آلية لصناعة تشكيلات لمجسمات ذات قطوع عرضية متنوعة، وذلك من خلال دفع الجسم.

في هذا النموذج توجد أربع قطع مسطحة حمراء اللون، لكل منها أربعة أوضاع محتملة لإنشاء المقطع العرضي المطلوب، وتُثبَّت القطع المسطحة بوساطة أربع عجلات لكل منها مكان محدد. بوصفه مثالًا على ذلك، يظهر مقطع عرضي باللون الأزرق في وسط الدائرة. يوجد على يسار النموذج ستة تشكيلات لمقاطع عرضية لمجسمات يراد إنشاؤها من خلال هذا النموذج، فأي من هذه التشكيلات يمكن إنشاؤه باستخدام هذه الآلية؟ وأيها يستحيل إنشاؤه؟



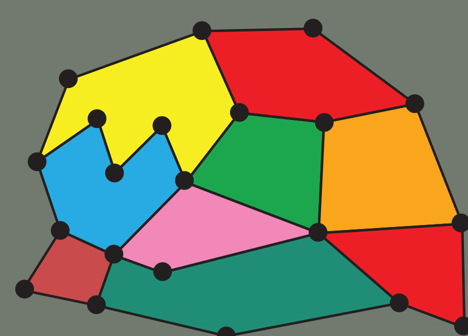
لعبة التفكير
298

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:————

صيغة أويلر (Euler)

ادرس الخارطة متعددة الأضلاع الموضحة في الشكل أدناه، ثم عدَّ النقاط السوداء، ثم اطرح من هذا العدد عدد أضلاع المضلع، ثم أضف إلى الناتج عدد المناطق.

فما العدد النهائي؟ هل سيكون الناتج هو العدد نفسه لأي مضلع بصرف النظر عن حجمه وشكله ومستوى تعقيده؟

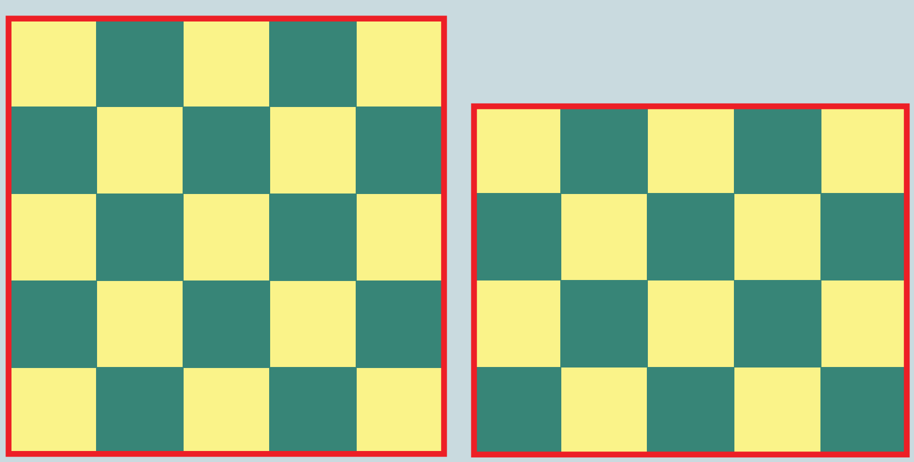


لعبة التفكير
299

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:————

المساحة تساوي المحيط

المربع أدناه مكون من خمسة في خمسة يبلغ محيطه 20 وحدة، وتبلغ مساحته 25 وحدة. أما المستطيل فمكون من خمسة في أربعة، يبلغ محيطه 18 وحدة، وتبلغ مساحته 20 وحدة. هل تستطيع العثور على مربع ومستطيل يتساوى فيهما المحيط والمساحة؟



لعبة التفكير
300

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:______

مضلَّعات مُحاطة

يبلغ نصف قطر الدائرة الخارجيَّة وحدة واحدة، في هذه الدائرة، أُدرج مثلث متساوي الأضلاع، وأُدرجت بداخله دائرة، وداخل هذه الدائرة أدرج مربع، ثمَّ أدرجت بداخله دائرة، ثم داخل هذه الدائرة أدرج مضلع خماسي، ثمَّ أدرجت بداخله دائرة، وهكذا. في كل خطوة سيزداد عدد أضلاع المضلع المنتظم الذي يدرج، وسيصغر حجم الدائرة، في نهاية المطاف، هل تستطيع أن تتوقع الحجم الصغير الذي ستصبح عليه الدائرة؟

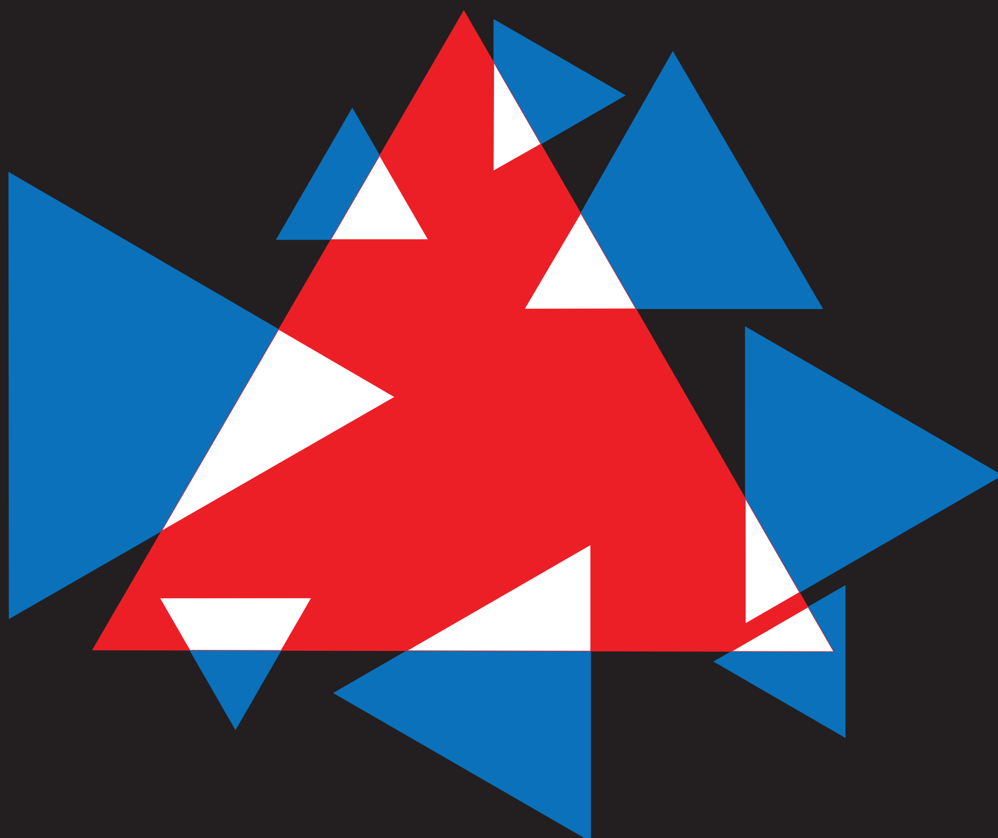


لعبة التفكير
301

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:______

مثلثات متداخلة

توجد ثمانية مثلثات صغيرة متساوية الأضلاع بثلاثة حجوم مختلفة (أطوال أضلاعها 1، 2، 3 وحدات)، وتتداخل هذه المثلثات جزئيًّا مع مثلث أكبر، حيث يبلغ طول ضلعه خمس وحدات. هل تستطيع تحديد أيهما أكبر، مساحة المنطقة الحمراء من المثلث الكبير أم مساحة المنطقة الزرقاء من المثلثات الصغيرة؟

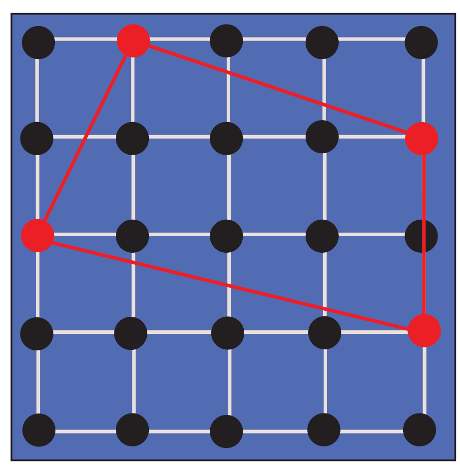


لعبة التفكير
302

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:______

مساحة لوح التعليق

يوجد في لوحة التعليق الموضحة أدناه شريط مطاطي يمتد حول الأوتاد الأربعة حمراء اللون. هل تستطيع حساب مساحة المنطقة المحصورة بالشريط المطاطي من دون إجراء أيٍّ عمليات قياس؟

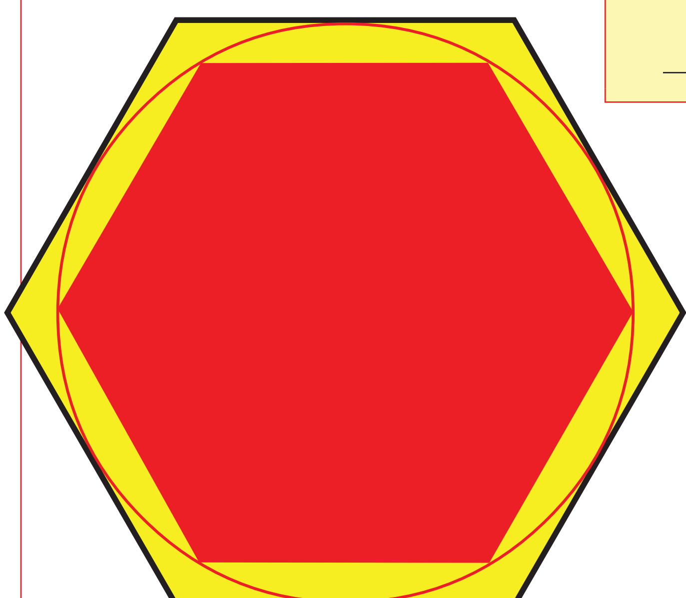


لعبة التفكير
303

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:______

شكل سداسي في الداخل - في الخارج

شكل سداسي منتظم يحيط بدائرة، وهذه الدائرة تحيط بشكل سداسي آخر منتظم. فإذا كانت مساحة الشكل السداسي الداخلي تساوي 3 وحدات مربَّعة، فما مساحة الشكل السداسي الخارجي؟

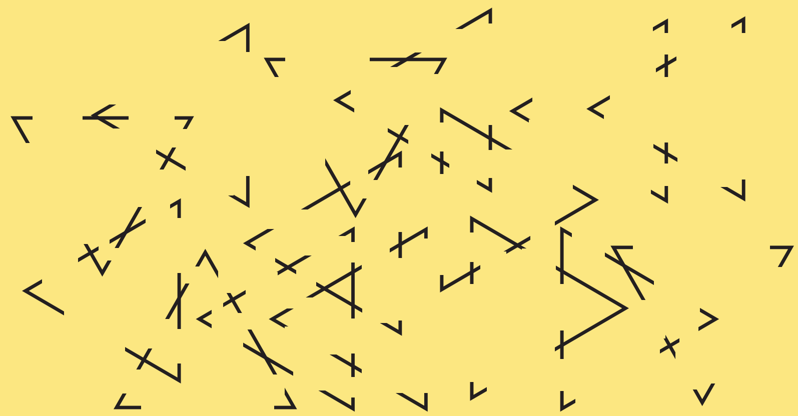


لعبة التفكير 304

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:————

عدُّ المثلث

وُضع غطاء غير معروف الشكل على هذه المجموعة من المثلثات. بناءً على ما تشاهده، كم عدد المثلثات الموجودة؟



لعبة التفكير 305

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎ 🗐 ✂
الاستكمال: ☐ الوقت:————

لعبة المضلَّعات (Polygo)

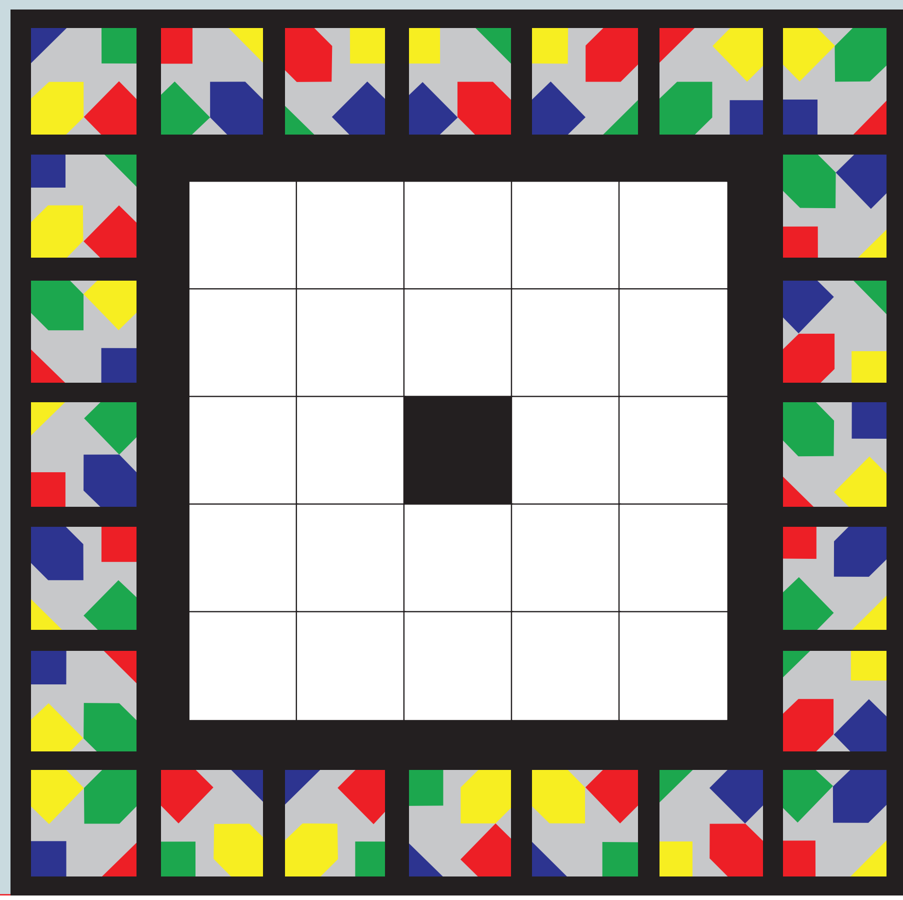
لعبة المضلَّعات تمثل لعبة تعتمد على الإبداع وإدراك الأشكال المعقدة المبنية من أربعة مضلَّعات بسيطة: وهي المثلَّثات والمربَّعات والمضلَّعات الخماسيَّة والسداسيَّة. يمكن من خلال تجميع هذه الأشكال الأساسية بناءُ أو تكوين مجموعة كبيرة ومتنوِّعة من المضلعات الجديدة.

كلُّ بلاطة فيها أربعة مضلعات بألوان مختلفة – الأحمر والأصفر والأخضر والأزرق– في لعبة مكونة من شخصين، يختار كل لاعب لونين من هذه الألوان يمثله.

الهدف من ذلك هو إنشاء أشكال معقدة من الألوان عن طريق جمع أربع بلاطات جنبًا إلى جنب. كلُّ مضلَّع من المضلعات التي كُوِّنت ذو قيمة، تحسب من مجموع البلاطات الأربع التي تكون منها؛ نقطة لكل مثلث من المثلثات ونقطتان لكل مربع، وثلاث نقاط لكل مضلع خماسي، وأربع نقاط لكل مضلع سداسي.

في النهاية، يفوز اللاعب الذي حقق أعلى النقاط.

ولكي تلعب هذه اللعبة بصورة فردية، ضع الأربع والعشرين بلاطة في الشبكة مع تطابق الألوان في كل زاوية.



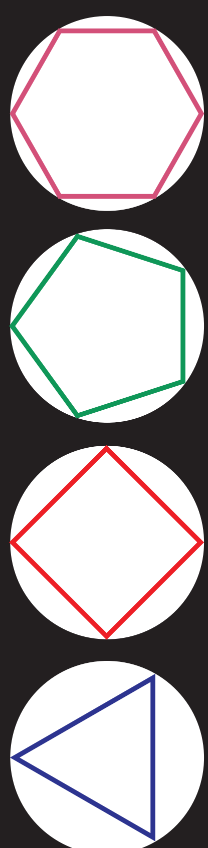
لعبة التفكير 306

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎ ✂
الاستكمال: ☐ الوقت:————

مضلعات دوارة

في الدائرة نفسها وُضع مثلث أزرق ومربع أحمر ومضلع خماسي أخضر ومضلع سداسي وردي اللون؛ وتم تدوير الدائرة. (تخيل أن الدوائر الأربعة الموضحة أدناه هي في الواقع دائرة واحدة). هل تستطيع تصور ما سوف تراه عند دوران هذه الدائرة؟

للتحقق من إجابتك، اصنع عجلة من الورق، وأدرج الأشكال الأربعة فيها. اعمل ثقبًا صغيرًا في مركز العجلة ودوِّرها حول رأس قلم رصاص.



مسألة الجزيرة

إنَّ أي مُعلِّم مـن معلمـي الصفـوف الابتدائيـة يعـرف أنَّ مفاهيـم المسـاحة والحجـم يصعـب علـى الطـلاب فهمهـا وإدراكهـا، سـوف نسـكب المياه فـي أنحـاء أرضيـة الغرفـة الصفيـة قبـل أن يبـدأ معظـم التلاميـذ في فهـم المفهوم الأساسـي للمحافظة: وهو أنَّ كميَّـة السـائل المسـكوب مـن حاويـة لا تعتمـد علـى شكل تلك الحاوية.

الأطفـال ليسـوا هـم الوحيديـن الذيـن يختلـط عليهم أمر المسـاحة والحجم؛ فالتعبئة بطريقة ماهرة تخـدع العديد مـن البالغين، وتجرهـم إلـى التفكير في أنهم يشـترون أشـياء أكثر بكثير مما هي عليه بالفعل. من السـهل جدًّا تقدير المسـاحات والحجوم بالنسـبة إلى الرسوم والصناديق المستطيلة، ولكن من الصعب جـدًّا التقديـر بالنسـبة إلى الأشـكال الأخـرى وخاصة الأشكال التي فيها جوانب منحنية.

عرف قدماء الإغريق الكثير عن أهمية المحيط لتقدير المساحة المحصورة، في الواقع فإن كلمة متر (meter) مشتقة من الكلمة الإغريقية (القياس حول (measure around)؛ حيث إن كثيرًا من الإغريقيين كانـوا يعيشـون فـي الجـزر، وكانـت لديهـم الأسـباب الوجيهـة للاطـلاع على عثرات القياس، بعد ذلك كله من السهل أن نرى أن مساحة أي جزيرة لا يمكن قياسها باستخدام الوقت المستغرق في المشي حولها؛ فالخط السـاحلي الطويل قد يعني ببسـاطة أنَّ شـكل الجزيرة غير منتظم بدلًا من كون الجزيرة كبيرة الحجم، ومع ذلك فقد كان ملاك الأراضي يحسبون قيمة عقاراتهم بواسـطة محيـط أراضيهـم وليـس عـن طريق حسـاب مساحتها.

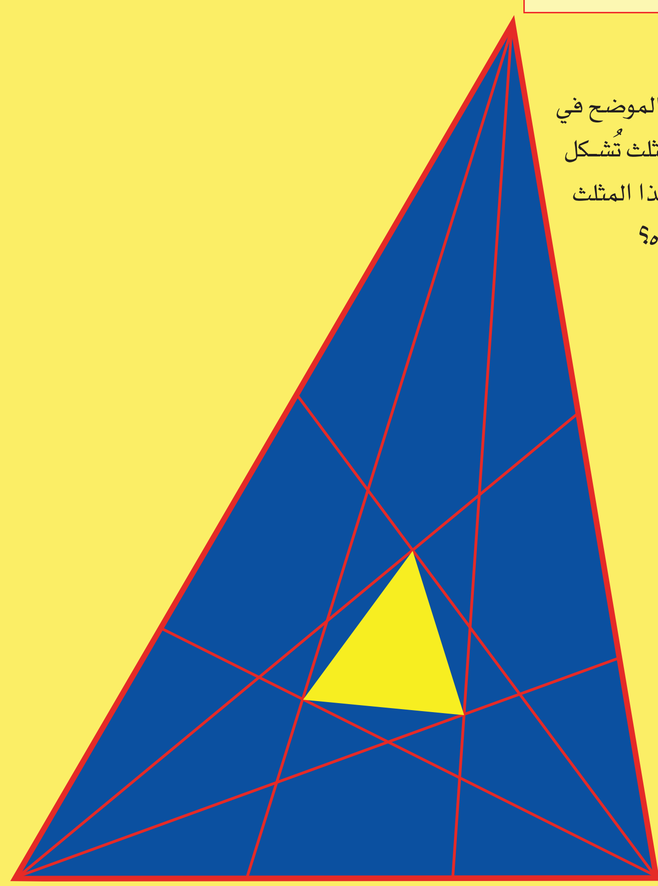
تروى إحدى القصص القديمة عن الأميرة ديدو (Dido)، أميـرة تاير (Tyre)، التي فرَّت إلى بقعة ما موجودة على ساحل من سواحل شمال إفريقيا، وهناك مُنحـت الأميـرة قطعة صغيـرة جدًّا مـن الأرض كانت مسـاوية لمـا يمكن أن يغطيـه جسـم ثور مـن الأرض. بأعصـاب هادئـة قطَّعـت الأميـرة ديدو قطعـة الأرض إلى شـرائح وجمعتها جنبًا إلى جنب على هيئة شـريط يبلـغ طولـه قرابة ميل واحد، وبعد ذلك – باسـتخدام الشاطئ بوصفه أحد الحدود – مدَّ أنصارها الشريط بصورة مشـدودة علـى هيئة نصف دائـرة كبيرة بقدر المسـتطاع، وبهـذه الطريقـة بلغـت مسـاحة منطقتهـا قرابـة 25 فدانًـا من الأرض التي كانت سـابقًا منطقة يغطيها جسـم ثور. في هذه البقعة أسَّسـت ديدو أشهر مدن قرطاجة وأقواها.

لعبة التفكير
307

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مثلث مخفي

ثُلِّث زاويـا المثلـث جميعهـا علـى النحـو الموضح في الشـكل. لاحظ أن النقاط الثلاث داخل المثلث تُشـكل مثلثًا متسـاوي الأضلاع، فهل يظهـر مثل هذا المثلث المتساوي الأضلاع في كل مثلث ثُلِّث زواياه؟



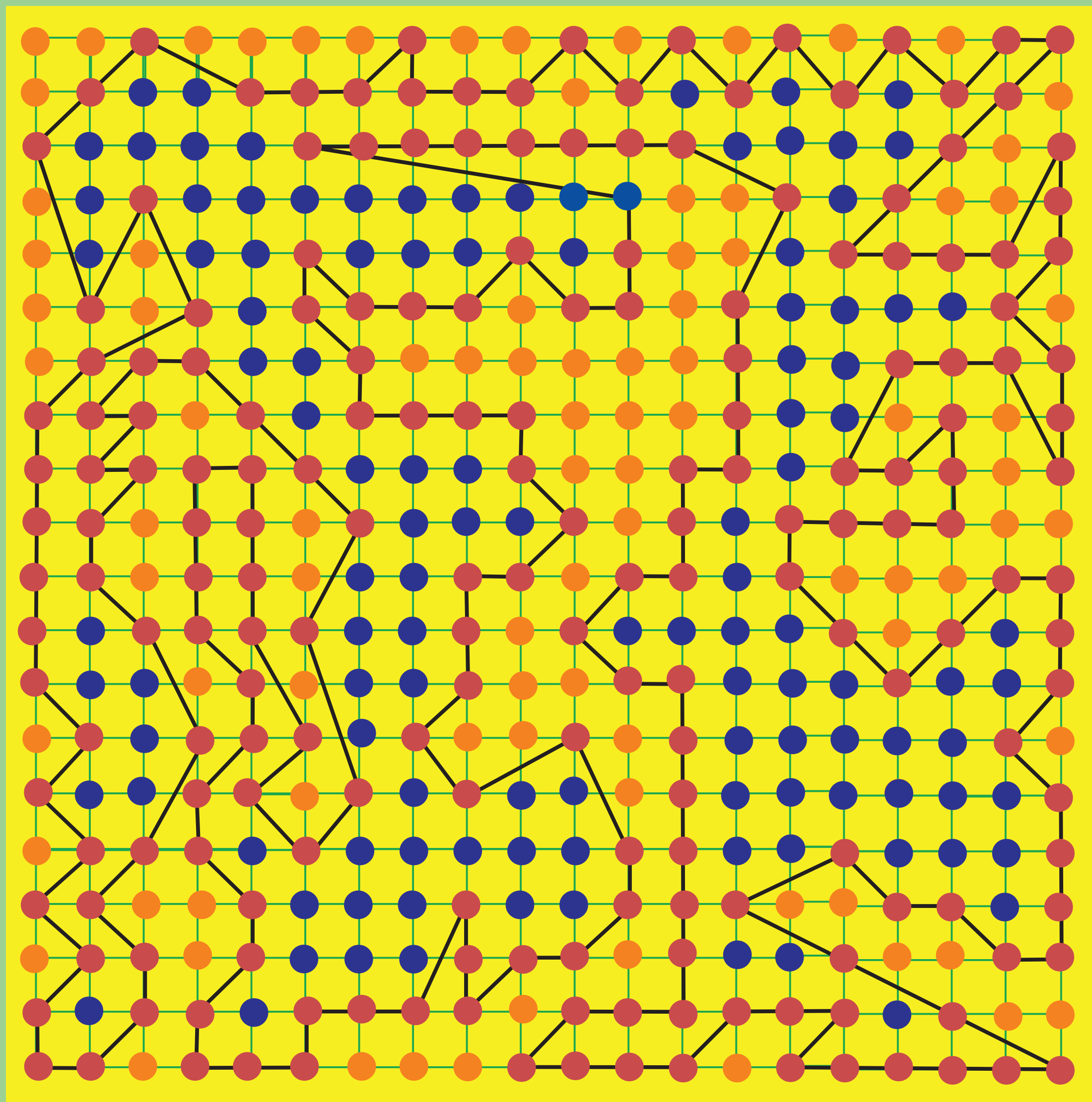
لعبة التفكير
308

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الشكل المحدب رباعي الأضلاع

ابدأ بخمس نقاط وضعت بصورة عشوائية على سطح مسـتوٍ. هل يمكن دائمًا توصيل أربع نقاط منها لإنشاء شكل محدب رباعي الأضلاع؟





لعبة التفكير
309

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ————

الماعز ولوحات الأوتاد

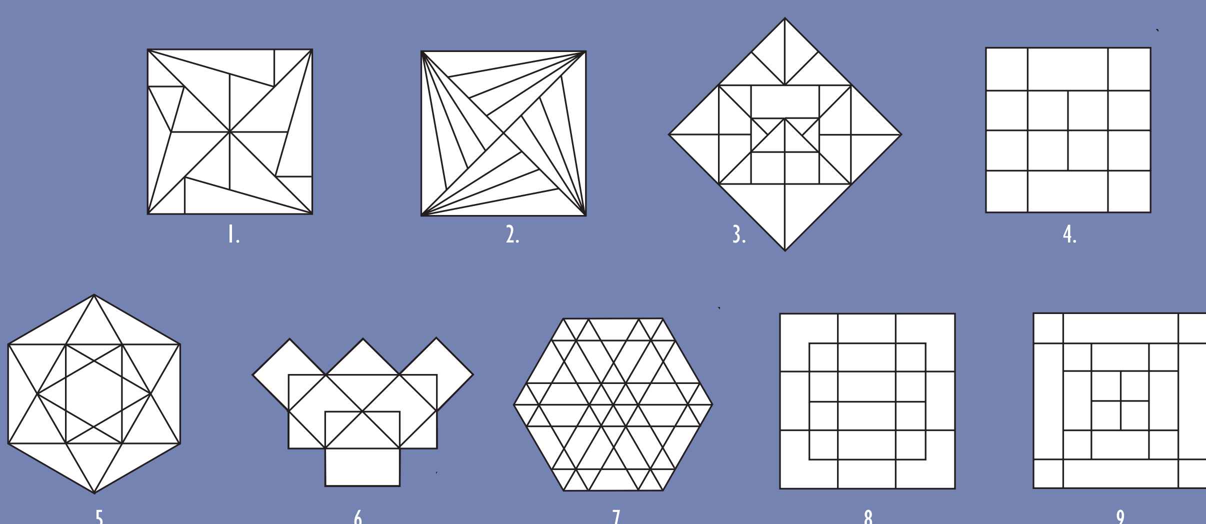
تمثل الأوتاد الزرقاء الموجودة على لوحة الأوتاد الماعز التي ترعى داخل بستان محاط بسياج من الشجيرات كما في اللوحة، فإذا كانت كل واحدة من الماعز تحتاج إلى مساحة تساوي وحدة مربعة واحدة من اللوحة لكي ترعى داخلها، فما عدد الماعز التي يمكنها الرعي داخل الحقل؟

لعبة التفكير
310

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ————

كم عدد المضلعات؟

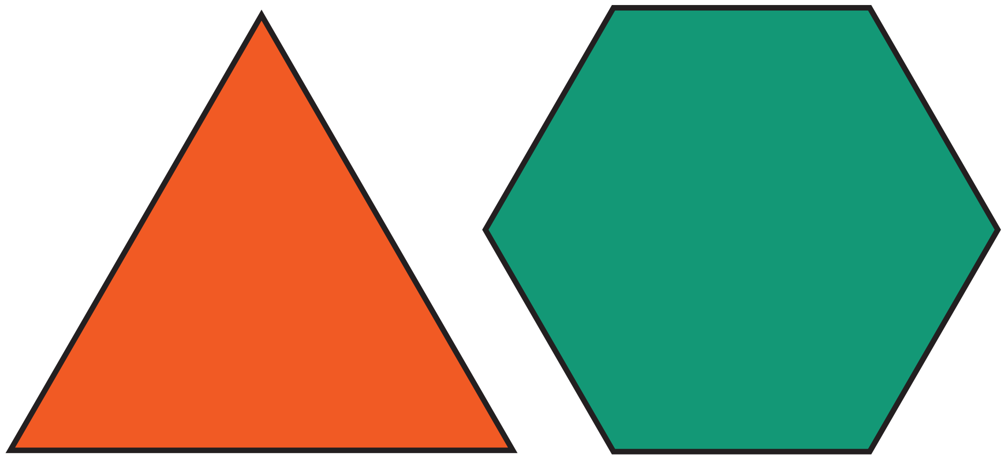
1. كم عدد المثلثات؟
2. كم عدد المثلثات؟
3. كم عدد المثلثات والمربعات؟
4. كم عدد المربعات؟
5. كم عدد المثلثات؟
6. كم عدد المثلثات والمربعات؟
7. كم عدد الأشكال السداسية المنتظمة؟
8. كم عدد المربعات؟
9. كم عدد المربعات؟



لعبة التفكير
311
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مساحتا مضلعيْن

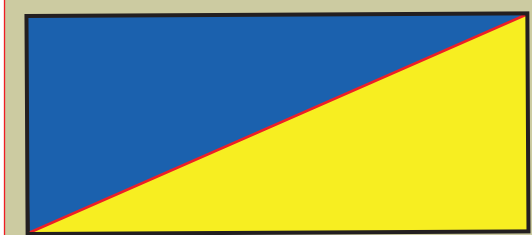
اثنان من المضلعات المنتظمة ــ أحدهما سداسيُّ الشكل والآخر مثلث متساوي الأضلاع ــ لهما المحيط نفسه. ما النسبة بين مساحتي هذين المُضلعين؟



لعبة التفكير
312
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مثلثات في أشكال رباعية الأضلاع

يقسم الخط المستقيم هذا الشكل الرباعي الأضلاع إلى مثلثين. هل يمكنك أن تجد شكلًا رباعيًّا (إي مضلع مكون من أربعة أضلاع) ويمكن تقسيمه بخط مستقيم إلى ثلاثة مثلثات؟



لعبة التفكير
313
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

كم عدد المثلثات؟

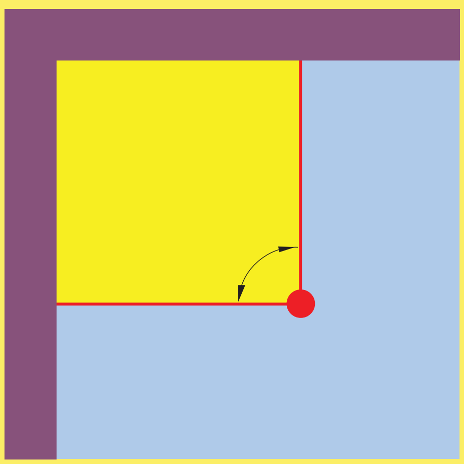
ما عدد المثلثات ذات الحجوم المختلفة التي تستطيع العثور عليها في هذا النمط؟



لعبة التفكير
314
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

شاشة مُعلَّقة

شاشة فيها لوحان متطابقان أحمرا اللون، عُلقت في زاوية الغرفة، على النحو الموضح في الشكل. ما الزاوية التي يجب أن يفتح بها اللوحان لكي تغطي الشاشة أكبر منطقة ممكنة من الجدار؟



لعبة التفكير
315
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

بناء أقفاص

بُنيت ستة أقفاص من تسعة عشر لوحًا من الألواح المتساوية في الطول، تحجز ستة حيوانات مختلفة. إلا أن سبعة من هذه الألواح غير قابلة للاستعمال بسبب حادث، باستخدام الألواح الاثني عشر المتبقية، هل يمكنك بناء ستة أقفاص جديدة لحجز الحيوانات؟ يجب أن يُحاط كلُّ حيوان بألواح من الجهات الأربع كلها، ويجب ألا يتشارك حيوانان في قفص واحد.



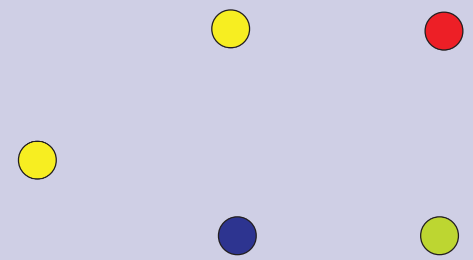
لعبة التفكير
316

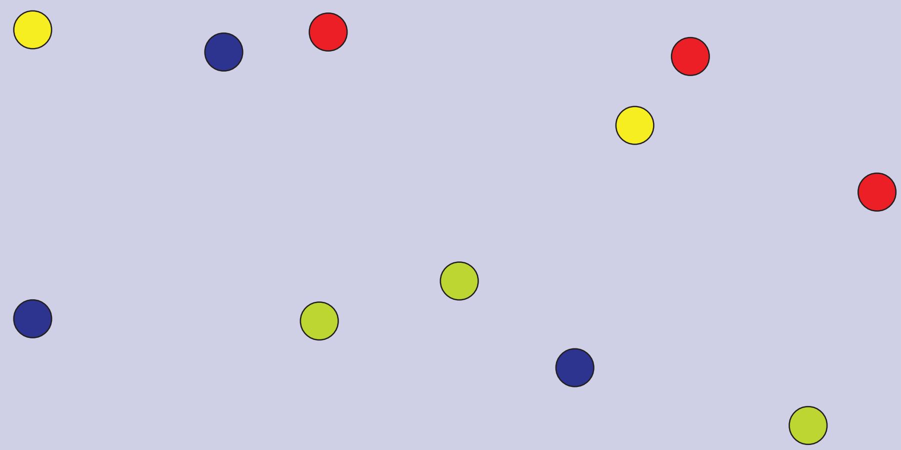
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

أربعة مربَّعات

كان في هذه الصفحة أربعة مربَّعات في أن تُمحى، الدليل الوحيد المتبقي على وجودها هو النقاط التي تميز منتصف أضلاع جوانب هذه المربعات.

من هذا الدليل، هل تستطيع إعادة تكوين المربعات الأربعة؟



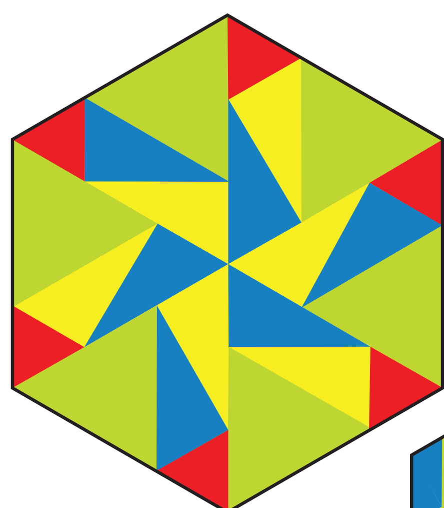


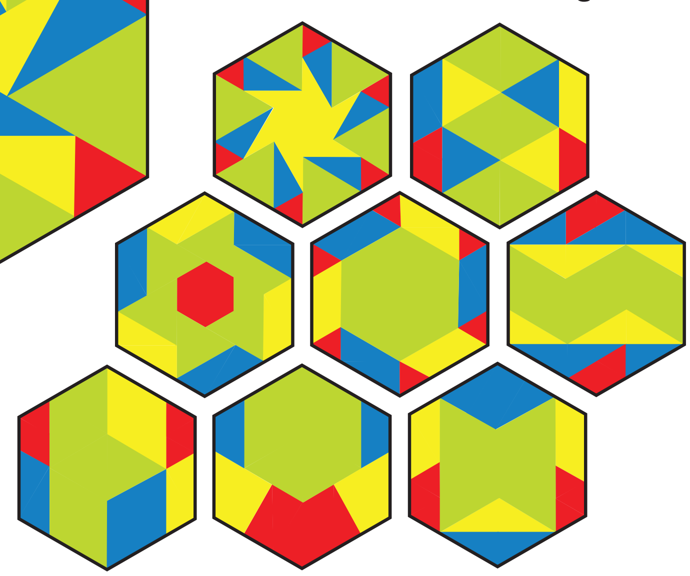
لعبة التفكير
317

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

نماذج سداسية الشكل

تتكون النماذج الصغيرة الحجم جميعها من القطع الأربع عشرة الملونة التي تُشكل الشكل السداسي الكبير باستثناء نموذج واحد صغير. أي نموذج من هذه النماذج السداسية الصغيرة هو النموذج المختلف؟





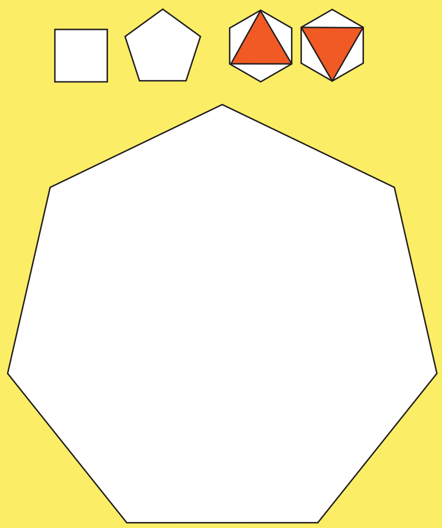
لعبة التفكير
318

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المثلثات المحاطة 1

ما عدد المثلثات التي تستطيع رسمها من رؤوس مضلع سباعي، بحيث لا يكون لها أضلاع مشتركة معه؟

على سبيل المثال، لا تستطيع رسم مثل هذه المثلثات في المربع وفي المضلع الخماسي، أما في المضلع السداسي فيمكنك رسم مثلثين على النحو الموضح في الشكل أدناه.

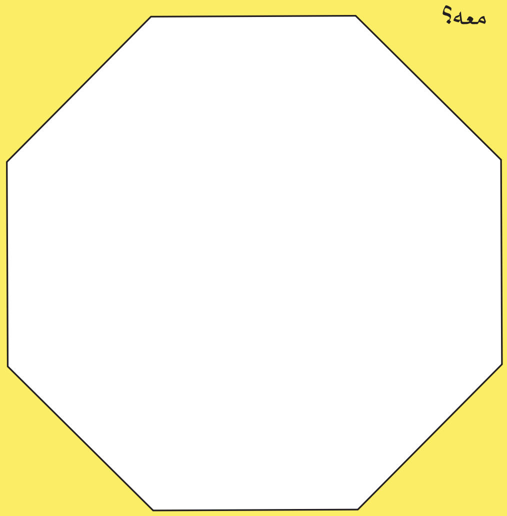


لعبة التفكير
319

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المثلثات المحاطة 2

ما عدد المثلثات التي تستطيع رسمها من رؤوس المضلع الثماني، بحيث لا يكون لها أضلاع مشتركة معه؟

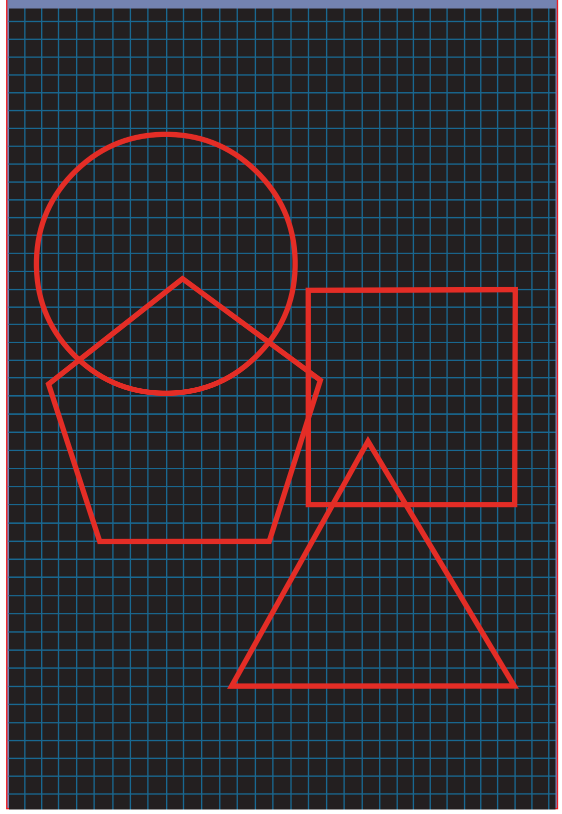


لعبة التفكير
320

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:______

محيطات متساوية

الأشكال الأربعة جميعها ــ الدائرة والمربع والمثلث والمضلع الخماسي ــ متساوية في المحيط. رتب الأشكال بالنسبة إلى المساحة تنازليًّا (بدءًا من الأكبر إلى الأصغر) يجب أن تستخدم المنطق أو الحسابات أو الشبكة المتراكبة للتوصل إلى إجابتك.

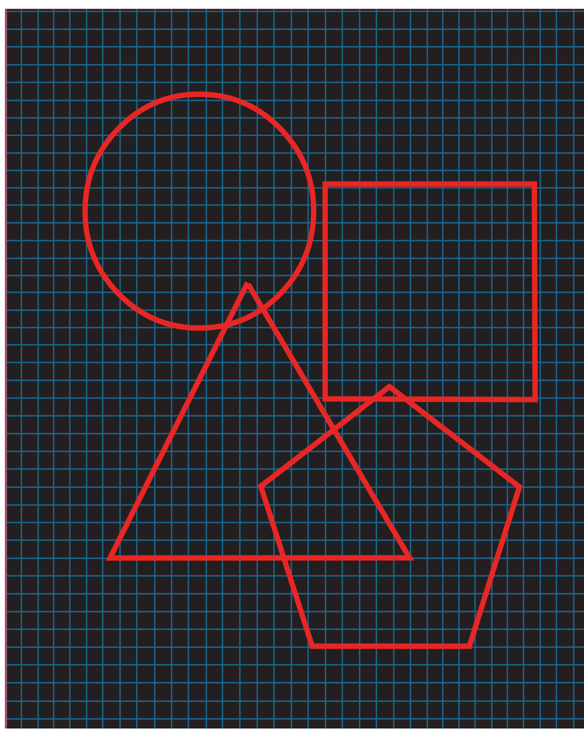


لعبة التفكير
321

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:______

مساحة متساوية

الأشكال الأربعة جميعها ــ الدائرة والمربع والمثلث والمضلع الخماسي ــ متساوية في المساحة. رتِّب هذه الأشكال بالنسبة إلى طول محيطها تنازليًّا (بدءًا من الأطول إلى الأقصر).



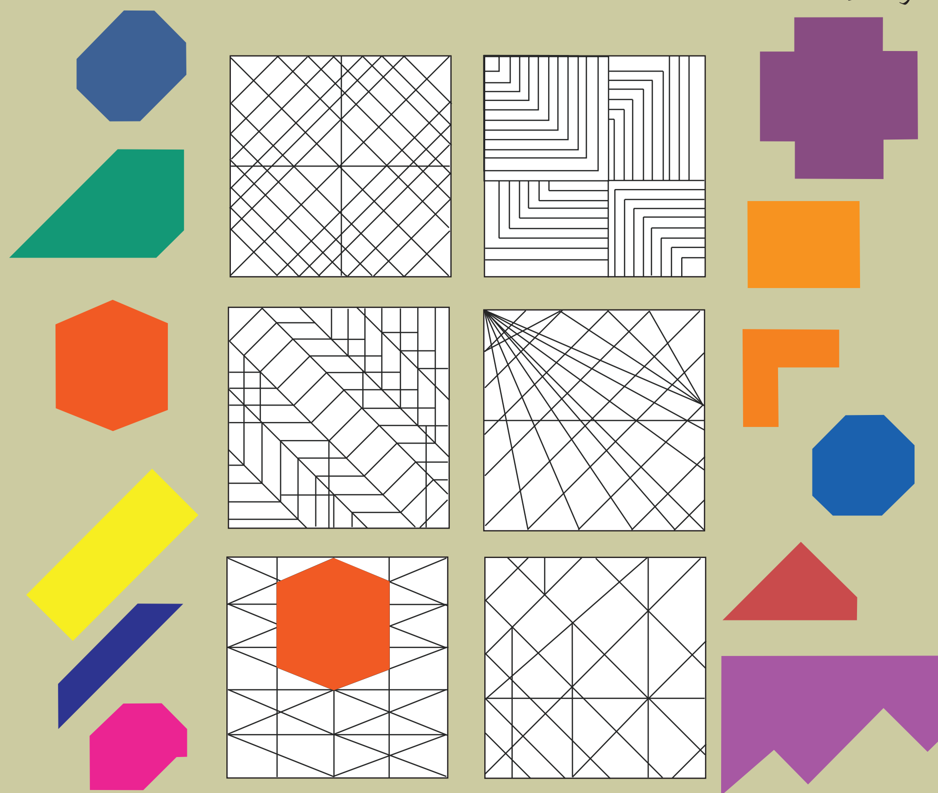
لعبة التفكير
322

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:______

أشكال مخفية

في كثير من الأحيان يمكن إخفاء الأشكال في أنماط؛ وهذا أحد الأسباب التي يكون للتمويه دور فيها. يعدُّ تعرُّف النمط أحد الأنشطة الذكية التي فشلت أجهزة الحاسب الآلي فيها وتفوق فيها البشر. في الشكل أدناه ستة أنماط واثنا عشر شكلًا.

كلُّ نمط من هذه الأنماط يخفي أكثر من شكل من الأشكال. الأشكال المخفية في الأنماط لها الحجم نفسه والتوجيه نفسه للأشكال الموضحة على يمين الأنماط ويسارها، فهل تستطيع مطابقة كلِّ شكل من الأشكال مع النمط المناسب له؟

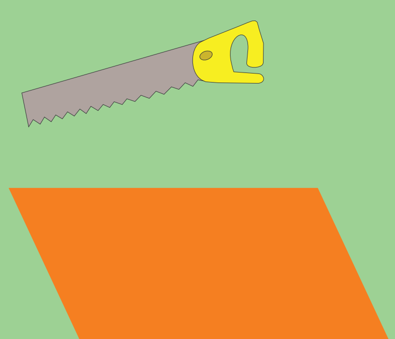


لعبة التفكير
323

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:______

قصُّ متوازي الأضلاع

ما عدد القصَّات المستقيمة التي يمكن إجراؤها لتحويل متوازي الأضلاع هذا إلى مستطيل؟



لعبة التفكير 324

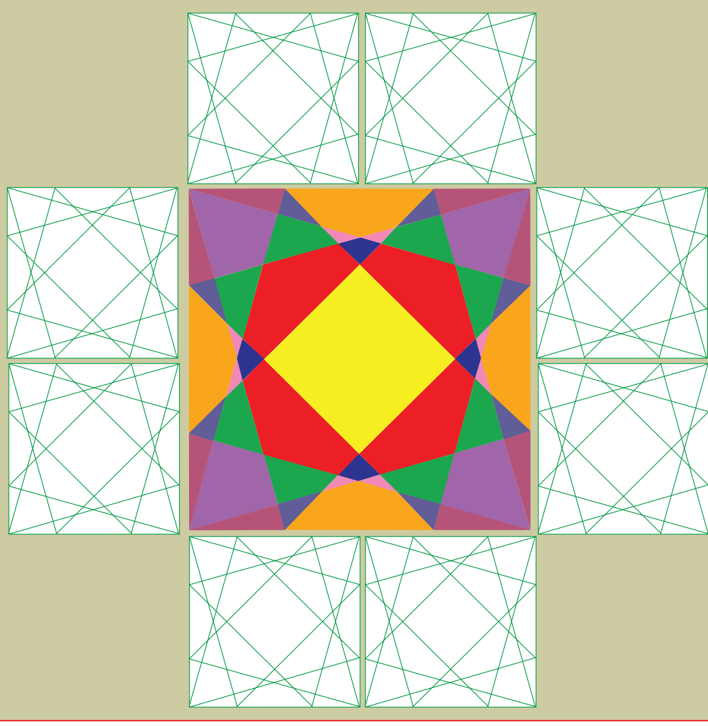
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

البحث عن المضلعات

في التصميمات الموضحة ناحية اليسار، قد تبدو للوهلة الأولى مثل المربعات التي تقطعها الخطوط فقط، لكن انظر إليها مرة أخرى، سوف تكتشف أوجه الانتظام والتناظر – المربعات والمثلثات والمعينات والطائرات الورقية وغيرها الكثير، في الواقع توجد خاصية أكثر وضوحًا في هذا النمط؛ فهذا النمط يتكون ببساطة من أربعة مثلثات متساوية الأضلاع ذات حجوم كبيرة موضوعة داخل المربع، ويقع رأسٌ واحد من رؤوس كل مثلث في زاوية من زوايا المربع.

الهدف من هذا اللغز هو العثور على الأشكال المدرجة أدناه، ولجعل الأمور أسهل، فقد قدمنا تصميمًا يوضح الأشكال التي تبحث عنها، قد تحتاج إلى استخدام قلم رصاص أو قلم جاف لتحديد الأشكال التي تعثر عليها، حيث يطلب إليك العثور على:

1. المؤلفات الأربعة الكبيرة المتساوية الأضلاع التي تُشكل النمط في كل مربع من المربعات.
2. أربعة مربَّعات ليس لها الحجم نفسه.
3. أربعة مثلثات متساوية الأضلاع متوسطة الحجم.
4. ثمانية مثلثات متساوية الأضلاع صغيرة الحجم.
5. أربعة أنصاف مضلَّع سداسي منتظم (المضلع السداسي المنتظم لديه ستة أضلاع متساوية في الطول).
6. مضلَّعين سداسيين متطابقين كبيرين وغير منتظمين.
7. مضلَّعين سداسيين متطابقين متوسطي الحجم وغير منتظمين.
8. مضلَّعين سداسيين متطابقين صغيرين وغير منتظمين.
9. مضلَّع ثماني غير منتظم.
10. أربعة مثلثات قائمة الزاوية متساوية الساقين كبيرة (بمعنى أنه مثلث قائم الزاوية ضلعا قائمته متساويان في الطول).
11. أربعة مثلثات قائمة الزاوية وليست متساوية الساقين ومتوسطة الحجم.
12. المثلثات الثمانية الأكبر التي هي القائمة الزاوية، وليست متساوية الساقين.
13. ثمانية مثلثات قائمة الزاوية متوسطة الحجم، وليست متساوية الساقين.
14. اعثر على المثلثات الثمانية الأصغر القائمة الزاوية وليست متساوية الساقين.
15. اثنين من المعينات الكبيرة المتساوية في المساحة.
16. أربعة من متوازيات الأضلاع كبيرة الحجم.
17. أربعة من متوازيات الأضلاع متوسطة الحجم.

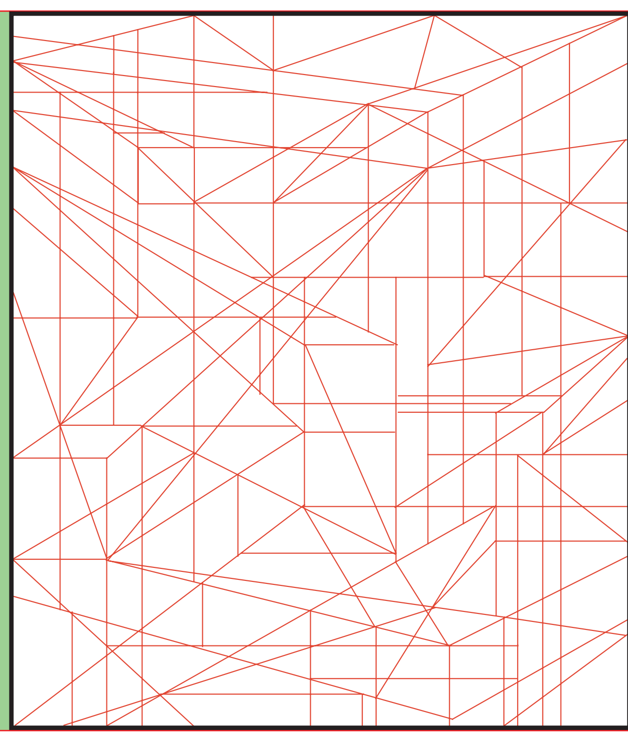


لعبة التفكير 325

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

كم عدد المكعَّبات؟

هل تستطيع أن تجد ستة مكعَّبات مصوَّرة فى الرسم المنظوري في النمط الذي على اليسار؟



المربع

المربع هو الشكل الرباعي الأكثر بساطة وتناظرًا، وأكثر كمالًا؛ فجوانبه جميعها متساوية، وزواياه كلُّها قائمة. لكن بساطته خادعة؛ إذ يخفي المربع داخل هندسته البسيطة عمقًا فكريًّا لا يوصف، فمن مبرهنة فيثاغورس إلى نظرية أينشتاين للنسبية العامة، فمن هندسة إقليدس المسطَّحة لانحناء الفضاء، هناك ثلاث أو أربع خطوات قصيرة فقط فيها، حيث يعدُّ المربع العامل المشترك بينها. لقد عُثر على المربع في بلورات العديد من المعادن بما في ذلك الملح، ويؤدي المربع دورًا مهمًّا في الأبجدية العبريَّة، وكان السبب في إنشاء الألعاب القديمة، مثل: لعبة الشطرنج، ولعبة انطلق (go)، وألعاب السولتير – ألعاب فردية – وألعاب الدومينو. كما أسهم المربع في تركيب الهياكل القديمة الشهيرة، وكذلك المباني الحديثة الجريئة، وقد خُطط الغرب الأوسط الأمريكي على شكل مساحات مربعة طول ضلع كل منها ميل واحد؛ فالمربع في كلِّ مكان من حولنا.

«إنه المربع: جميل ومتساوي الأضلاع ومستطيل الشكل»

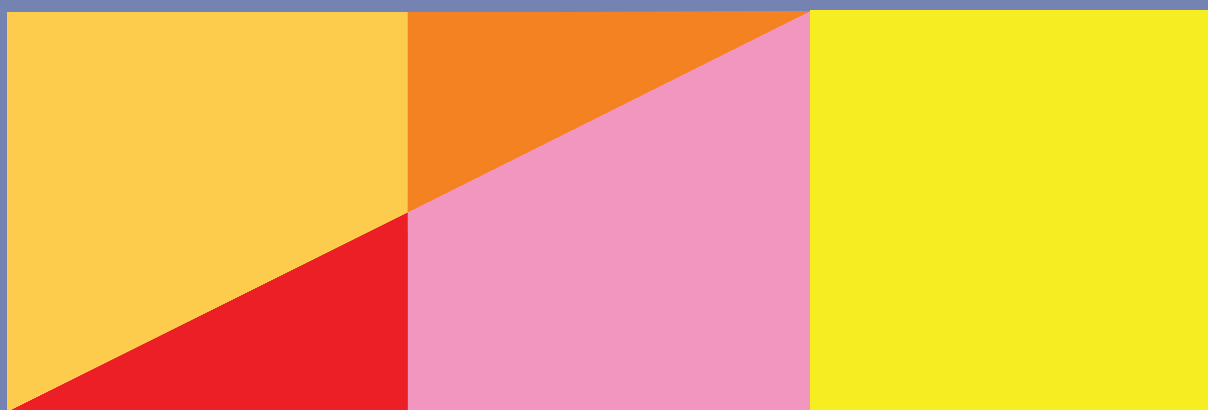
لويس كاروول (Lewis Carroll).

لعبة التفكير 326

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

ثلاثة مربَّعات داخل المستطيل الكبير

قُسِّمت ثلاثة مربَّعات صغيرة إلى خمسة أجزاء على النحو الموضح في الشكل. هل تستطيع إعادة ترتيب هذه الأجزاء لتكوين مستطيل كبير الحجم؟

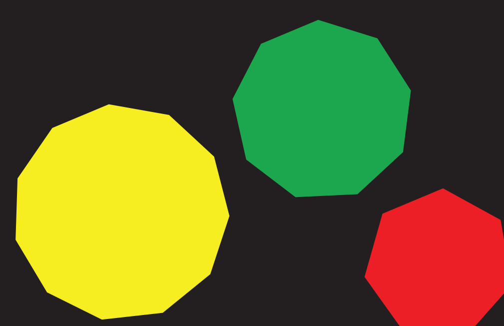


لعبة التفكير 327

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تثليث الأشكال

ما عدد الأقطار التي تحتاج إليها لتقسيم كل من مضلع سباعي ومضلع تساعي و مضلع ذي أحد عشر ضلعًا إلى مثلثات؟ وكم عدد المثلثات التي سوف تنتج من كل واحد من هذه التقسيمات؟

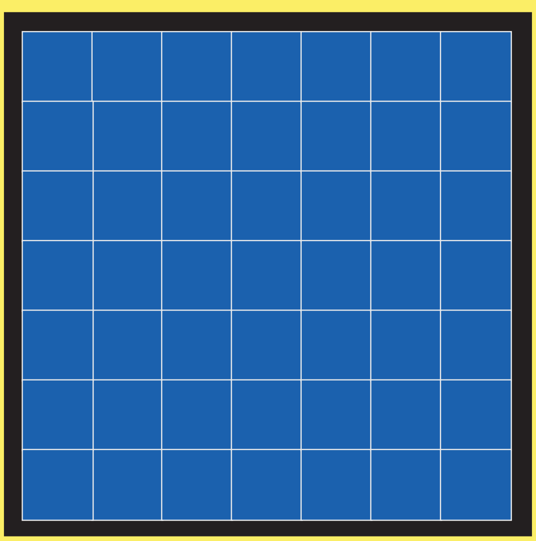


لعبة التفكير 328

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مربع مُحاط

هل تستطيع أن ترسم مربَّعًا على هذه الشبكة التي أبعادها سبعة بسبعة، بحيث تكون أضلاع المربع المرسوم ذات طول يمثِّل عددًا صحيحًا من وحدات هذه الشبكة؟ يجب أن تقع رؤوس المربع الجديد على تقاطعات خطوط الشبكة.

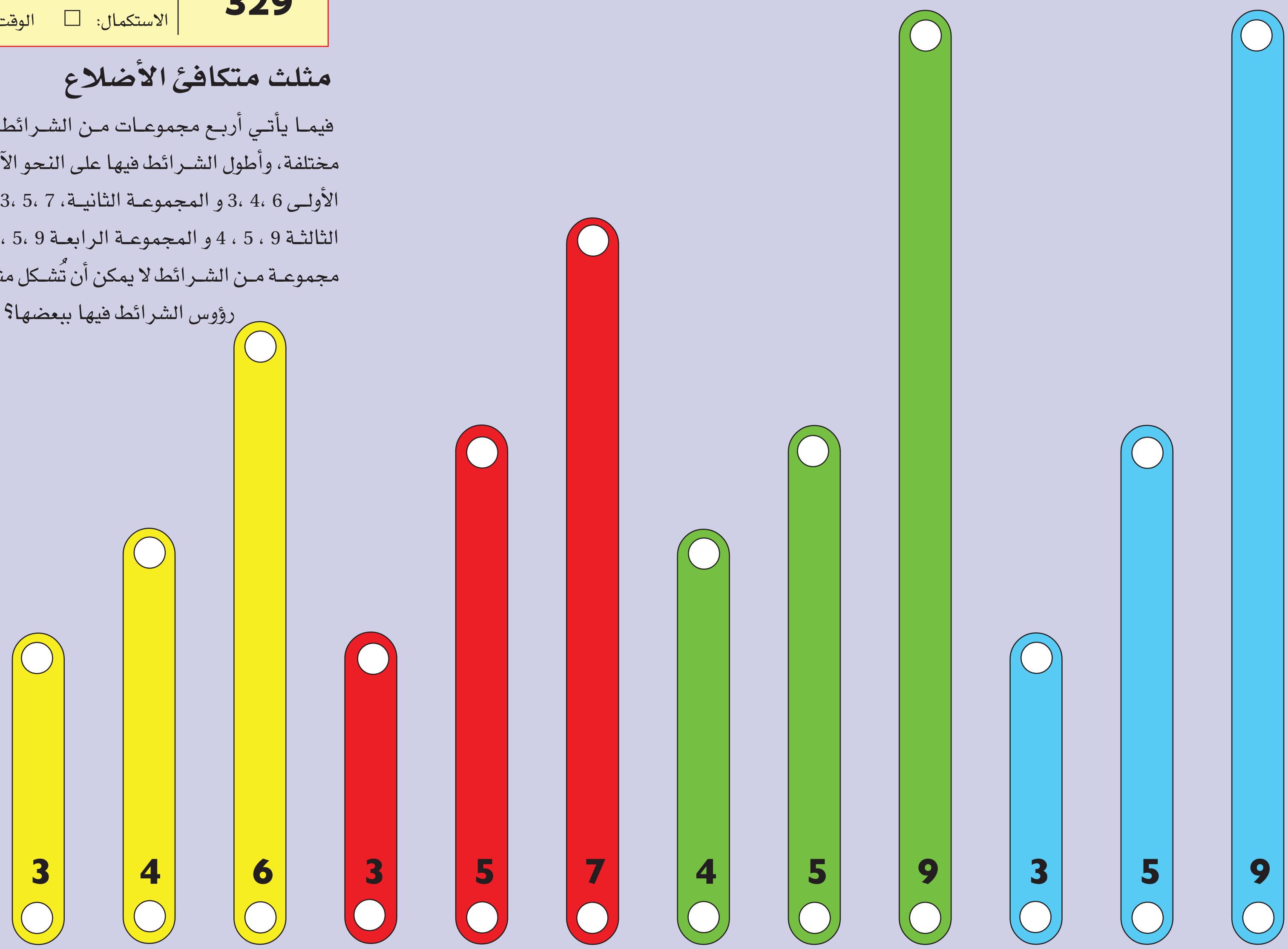


لعبة التفكير
329

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مثلث متكافئ الأضلاع

فيما يأتي أربع مجموعات من الشرائط ذوات أطوال مختلفة، وأطول الشرائط فيها على النحو الآتي: المجموعة الأولى 6، 4، 3، و المجموعة الثانية 7، 5، 3، و المجموعة الثالثة 9، 5، 4 و المجموعة الرابعة 9، 5، 3. هل توجد مجموعة من الشرائط لا يمكن أن تُشكل مثلثًا إذا وُصِّلَت رؤوس الشرائط فيها ببعضها؟



لعبة التفكير
330

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

معرض الفنون

في معرض الفنون يوجد أربعة عشر حائطًا متساويًا في الطول. يوجد العديد من (كاميرات) الأمن الدَّوارة التي تراقب الجدران من كثب، ويرغب صاحب المعرض في إعادة تصميم هذا المعرض بحيث يظل العدد الإجمالي لجدران المعرض وأطوالها كما هو، بحيث تُراقب كل بوصة مربعة من كل جدار (بكاميرا) دوارة واحدة فقط. فما التصميم الذي يحقق هذا الهدف؟

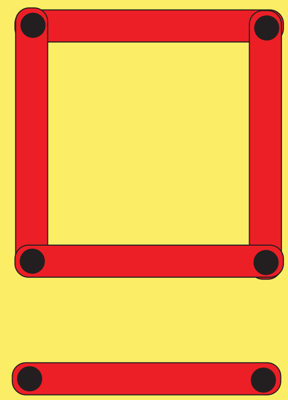


لعبة التفكير
331

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مربع صلب

ابنِ مربعًا من أربع وصلات متطابقة في الطول تربط ببعضها بمفصلة عند كل زاوية من الزوايا الأربع على النحو الموضح في الشكل، هذا الشكل قادر على التحرك بوساطة المفصلات وليصبح معينًا هندسيًّا. ما عدد الوصلات التي يجب إضافتها إلى هذا المربع، والتي لها الطول نفسه، ليصبح المربع صلبًا، مع العلم أنه يجب إضافة الوصلات على السطح المستوي نفسه من سطح المربع، ويجب توصيل كل وصلة منها بالمفصلات فقط؟

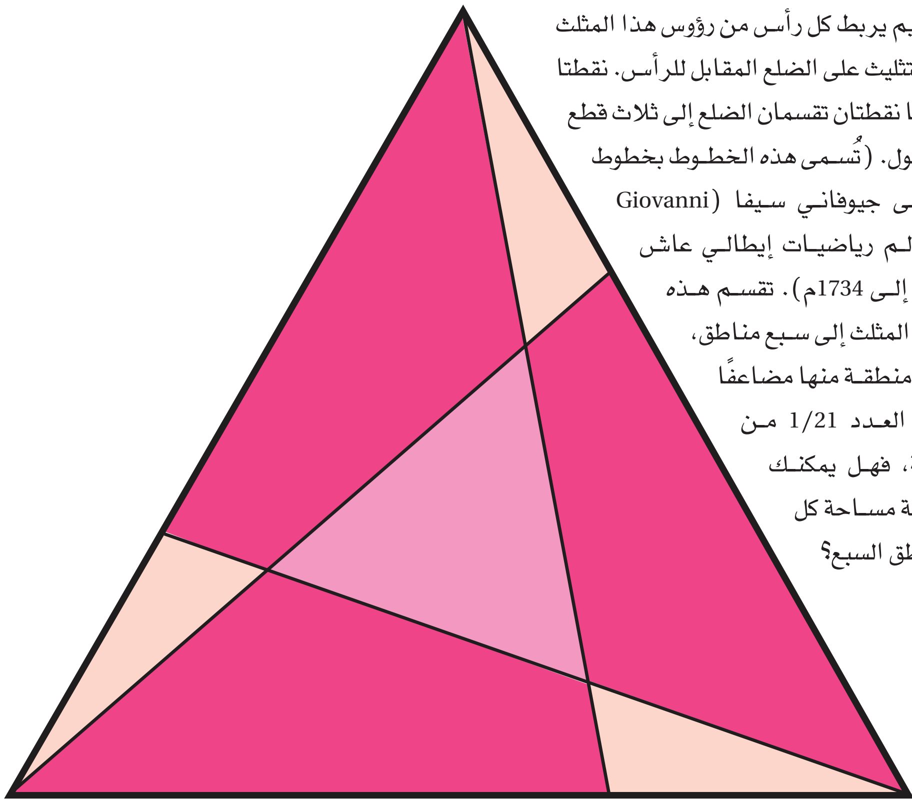


لعبة التفكير
332

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تثليث المثلث

يوجد خط مستقيم يربط كل رأس من رؤوس هذا المثلث بإحدى نقطتي التثليث على الضلع المقابل للرأس. نقطتا التثليث للضلع هما نقطتان تقسمان الضلع إلى ثلاث قطع متساوية في الطول. (تُسمى هذه الخطوط بخطوط سيفا، نسبة إلى جيوفاني سيفا (Giovanni Ceva)، وهو عالم رياضيات إيطالي عاش من عام 1648م إلى 1734م). تقسم هذه الخطوط الثلاثة المثلث إلى سبع مناطق، وتبلغ مساحة كلٍّ منطقة منها مضاعفًا من مضاعفات العدد 1/21 من المساحة الكلية، فهل يمكنك التوصل إلى نسبة مساحة كل منطقة من المناطق السبع؟



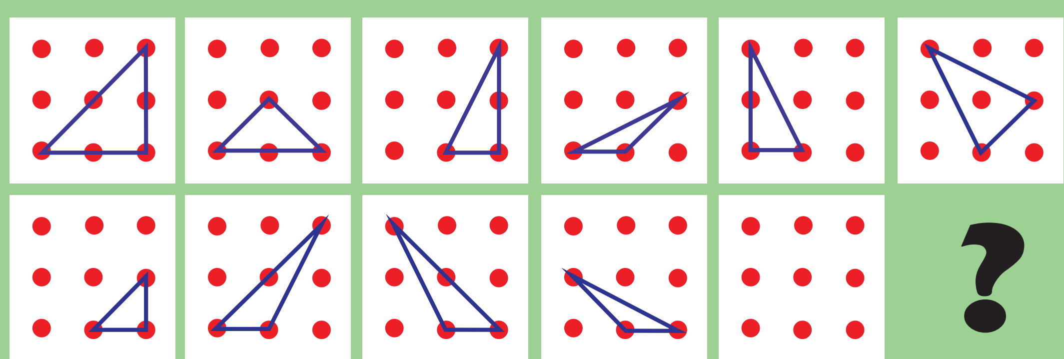
لعبة التفكير
333

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المثلثات على لوح التعليق

يمكن تكوين أحد عشر مثلثًا مختلفًا عن طريق توصيل ثلاث نقاط على لوحة الأوتاد ذات الأبعاد ثلاثة في ثلاثة، علمًا بأنَّ أيَّ مثلث من المثلثات لا ينتج بعمل تدوير أو قلب أو إزاحة لأيِّ مثلث آخر من هذه المثلثات.

يوضح الشكل عشرة من هذه المثلثات، هل تستطيع إيجاد المثلث الحادي عشر؟

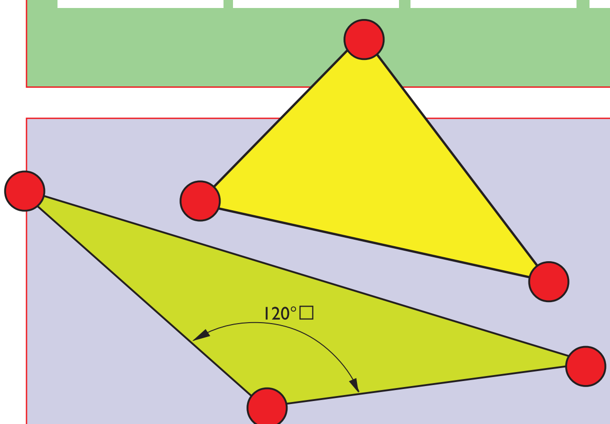


لعبة التفكير
334

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الحد الأدنى للمثلثات

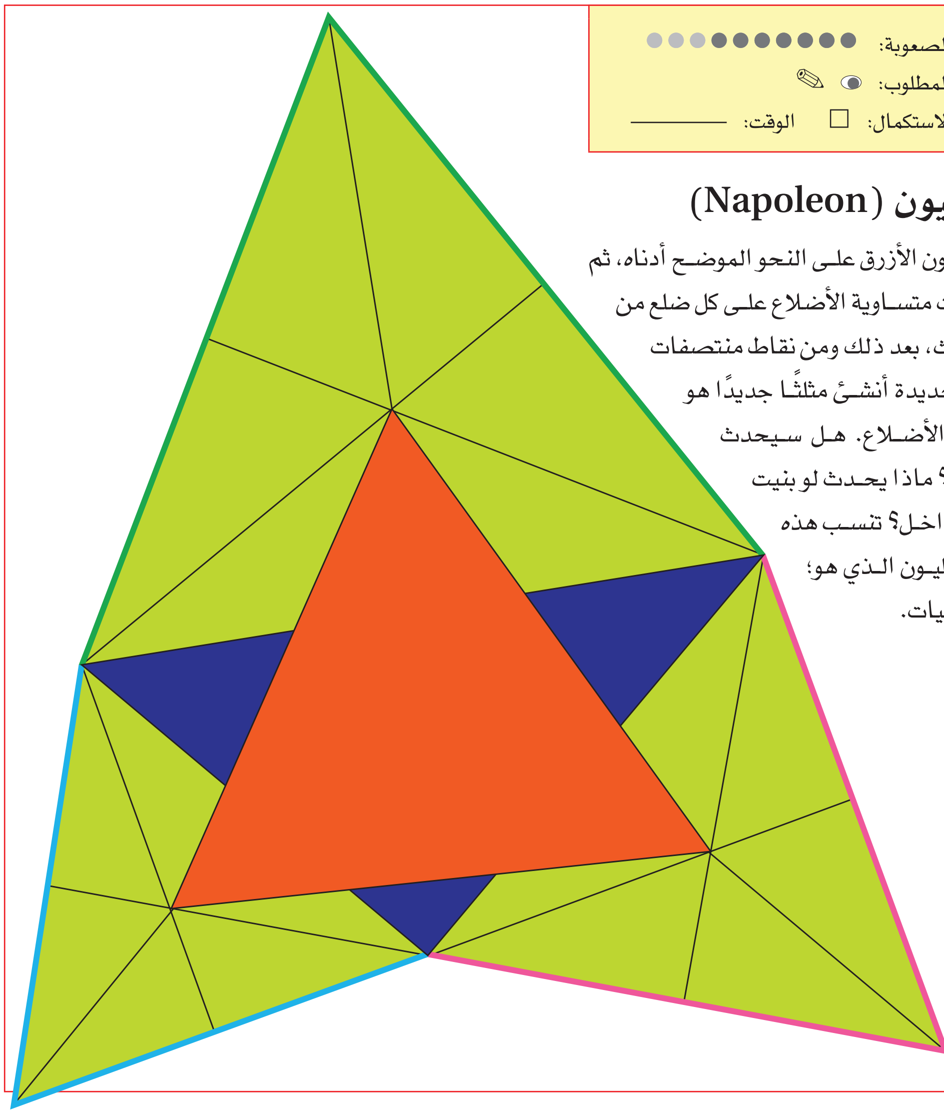
تقع ثلاث قرى على سطح مستوٍ واحد، وترغب في فتح مجموعة من الطرق لتربط بينها على أن تكون بأقل تكلفة ممكنة، فهل يمكن إيجاد طريقة عامة لتحديد كيفية القيام بفتح الطرق؟ لتبسيط حلِّ هذه المسألة، ادرس المثلثين ناحية اليسار. هل تستطيع العثور على نقطة في كل مثلث بحيث تكون المسافة الكلية بينها وبين رؤوس المثلث الثلاث أقصر ما يمكن؟



لعبة التفكير **335**
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

نظرية نابليون (Napoleon)

ارسم مثلثًا باللون الأزرق على النحو الموضح أدناه، ثم إبن ثلاثة مثلثات متساوية الأضلاع على كل ضلع من أضلاع هذا المثلث، بعد ذلك ومن نقاط منتصفات تلك المثلثات الجديدة أنشئ مثلثًا جديدًا هو الآخر متساوي الأضلاع. هل سيحدث هذا في كل مرة؟ ماذا يحدث لو بنيت المثلثات من الداخل؟ تنسب هذه النظرية إلى نابليون الذي هو؛ أحد هواة الرياضيات.



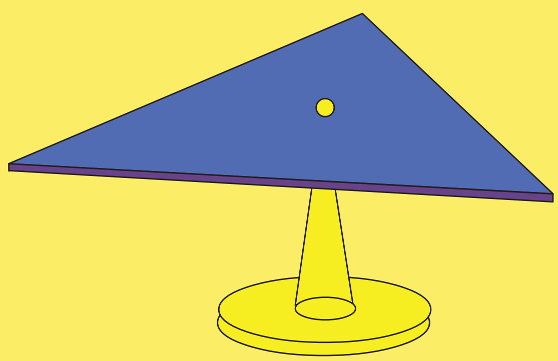
لعبة التفكير **336**
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

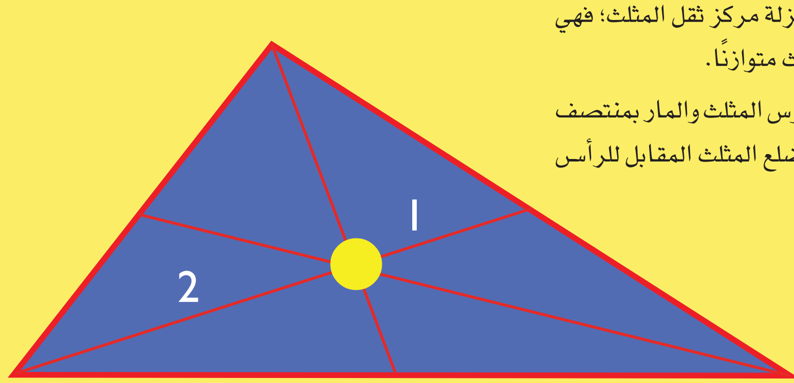
أوساط المثلث

وسيط المثلث هو قطعة مستقيمة تصل بين رأس من رؤوس المثلث مع نقطة المنتصف للضلع المقابل للرأس. يطلق على النقطة التي تتقاطع فيها أوساط المثلث الثلاث، اسم نقطة المنتصف للمثلث (centroid)، حيث تقسم هذه النقطة كلَّ وسيط بنسبة 1 : 2.

تُعَدُّ نقطة منتصف المثلث بمنزلة مركز ثقل المثلث؛ فهي النقطة التي يكون عندها المثلث متوازنًا.

إن الخط المستقيم من أحد رؤوس المثلث والمار بمنتصف أحد أوساط المثلث سيقسم ضلع المثلث المقابل للرأس بنسبة معينة، فما هذه النسبة؟

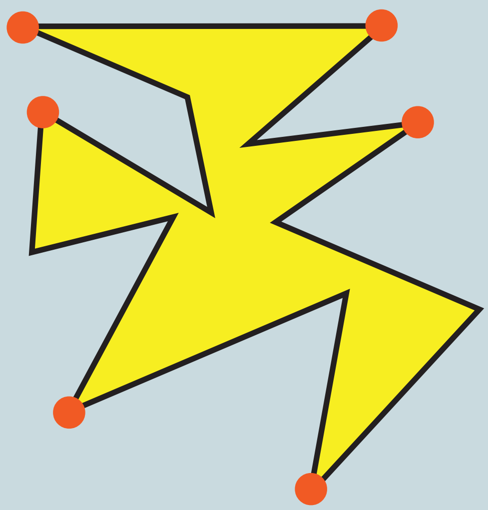




لعبة التفكير **337**
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مراقبة معرض الفن الحديث

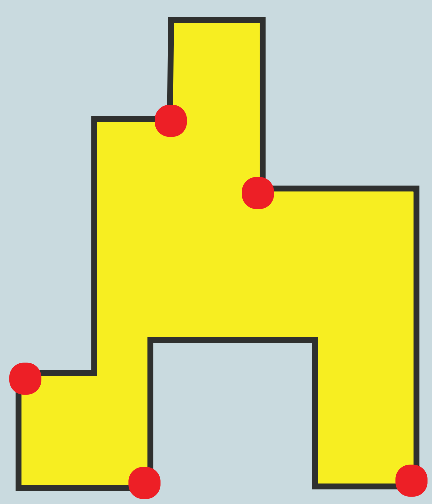
معرض للفن الحديث غريب الشكل، يمكن مراقبة كل بوصة مربعة من مساحة المعرض الإجمالية من خلال ست كاميرات أمنية دوَّارة تمثلها النقاط الحمراء ومثبَّتة في زوايا المعرض. هل تستطيع تحديد الحد الأدنى من الكاميرات اللازمة للقيام بالعمل نفسه؟ وأين يجب وضعها؟



لعبة التفكير **338**
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مراقبة المصرف

ثُبِّتَتْ خمس كاميرات أمن متحركة تمثلها النقاط الحمراء في زوايا أحد المصارف، تغطي الكاميرات الخمس كلَّ بوصة مربَّعة داخل مساحة أرضية المصرف. أين يمكنك وضع ثلاث كاميرات فقط، بحيث تغطي هذه الكاميرات المساحة نفسها؟



المضلعات

من المضلعات جميعها الممكنة (وهي أشكال حدودها مغلقة بخطوط مستقيمة) تُعدُّ المثلثات الأبسط فيها، إذ لا يمكن تكوين مضلع من خطين (حاول ذلك!)، وقد حاول المهندس والمعماري بكمنستر فولر (buckminster fuller) شرح ذلك في أن المثلث هو الشكل الوحيد المستقر الذي يصعب تحويره (إذا لم تعتقد ذلك، فحاول فقط دفع أنبوبة مثلثة الشكل مسطَّحة من الورق المقوى). يستفيد المهندسون كثيرًا من قوَّة المثلثات وصلابتها فيدرجونها في الأشكال الهيكلية؛ وعادة ما تتكوَّن العوارض المستطيلة من أجزاء أو قطع من المثلثات، لكن يمكن –في الواقع– تقسيم كل مضلَّع من المضلَّعات إلى مثلثات. إنَّ عدد المثلثات الناتجة من تقسيم المضلَّع إلى مثلثات أو تثليثه، أقل من عدد الأضلاع باثنين؛ إذ يمكن تقسيم المربَّع إلى مثلثين، وتقسيم المضلَّع السباعي إلى خمسة مثلثات. عدد الأقطار من أي رأس أقل من عدد الأضلاع بثلاثة، ويبلغ مجموع الزوايا الداخلية للمضلع حاصلَ ضرب عدد الأضلاع مطروحًا منه 2 في 180، إي 180 (12–2).

إن المضلعات المنتظمة هي مجموعة جزئية خاصة من مجموعة المضلعات؛ حيث إن أضلاعها جميعها متساوية، وكذلك زواياها جميعها، (هذه الخصائص ليست ضرورية فيما يتعلق بكلٍّ من المعين والمستطيل؛ لأنها تحقق خاصية واحدة منها فقط)، وتُعَدُّ المضلعات المنتظمة ركنًا أساسيًّا في بناء المجسمات الصلبة المنتظمة التي تسمَّى الأشكال متعددة الأسطح. في الواقع تُعَدُّ أوجه الأشكال متعدِّدة الأسطح المنتظمة – كما هي الحال بالنسبة إلى المجسَّمات الصلبة غير المنتظمة الأخرى– مصنوعة من ثلاثة أشكال رئيسة فقط، وهي: الشكل الخماسي المنتظم، والمربع، والمثلث المتساوي الأضلاع.

عندما نظر مراقبو النجوم القدماء إلى السماء ليلًا، جمَّعوا نقاط المضلعات – المربعات والمثلثات والمستطيلات والأشكال الأخرى– في أشكال أخرى أكثر تفصيلًا؛ مثل: الوحوش والمحاربين. افترض القدماء أنَّ هذه الأشكال وضِعت هناك من خلال جهةٍ توجِّه الأمور. يرى علماء الرياضيات في العصر الحديث أنَّه إذا كانت هناك مجموعة كبيرة بما فيه الكفاية من النقاط العشوائية، فسوف تبدأ هذه المجموعة حتمًا بإظهار إشارات لأشكال وأنماط.

لعبة التفكير **339**

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مسألة المعبد الياباني منذ عام 1844م

رُتِّبَت خمسة مربَّعات على النحو الموضح في الشكل. هل تستطيع إثبات أنَّ مساحة المربع الأخضر مساوية لمساحة المثلث الأخضر؟

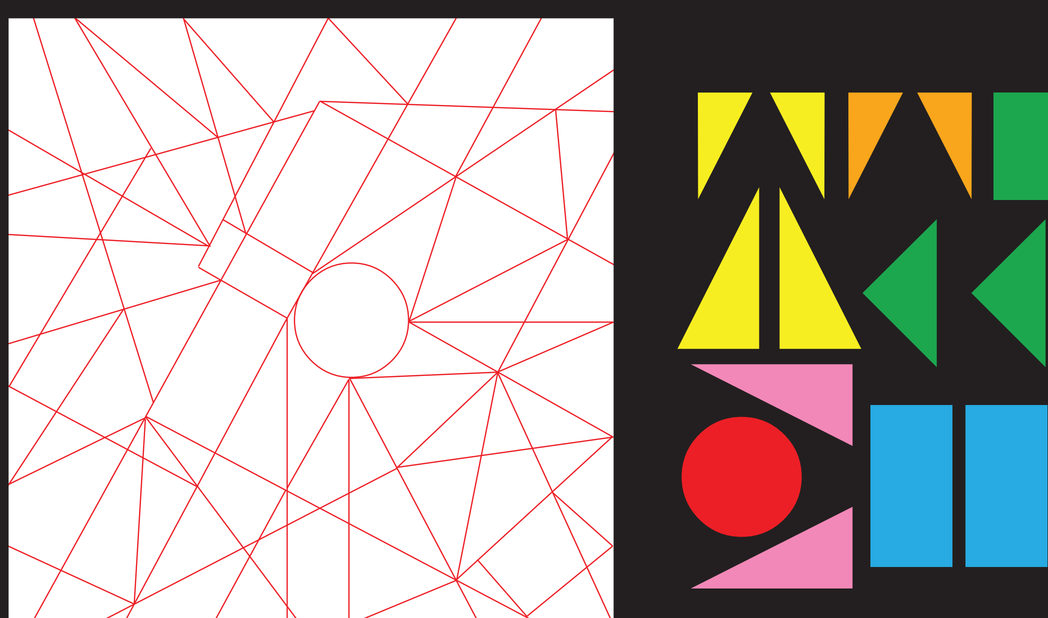


لعبة التفكير **340**

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

صورة مخفية

هل تستطيع العثور على الصورة المخفية في النمط الموضح هنا؟ فهذه الصورة مكونة من القطع الملونة الموضحة أدناه.



لعبة التفكير
341

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

نافذة زجاج ملوَّنة

توجد أربع نجوم منتظمة الشكل في هذه النافذة: النجمة الثلاثية، والنجمة الرباعية، والنجمة الخماسية، والنجمة السداسية. هل تستطيع العثور على هذه النجوم الأربعة؟

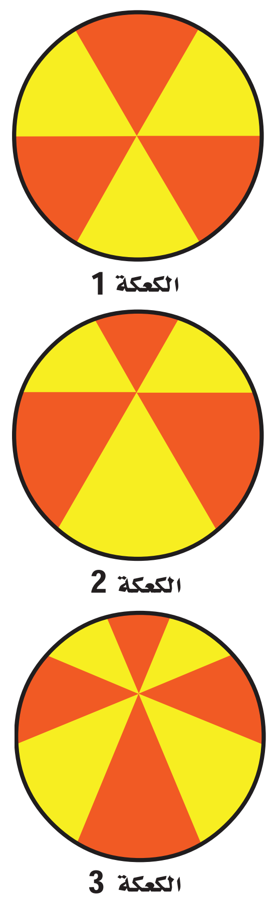


لعبة التفكير
342

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تقاسم الكعكة

في حفلة، قُطِّعت ثلاثة قوالب من الكعك على النحو الموضح أدناه، وقُسِّمت على مجموعتين. حصلت مجموعة على القطع الحمراء من الكعكة، بينما حصلت المجموعة الثانية على القطع الصفراء. قُطِّعت الكعكة رقم 1 من المركز ثلاث مرَّات، ونتج من ذلك ست زوايا كل منها 60 درجة، وأيضًا قُطِّعت الكعكة رقم 2 ثلاث مرَّات من نقطة تقع إلى الأعلى من نقطة المركز. مرة أخرى تسبب القطع في عمل ست زوايا كل منها 60 درجة. الكعكة رقم 3 قُطِّعت من نقطة الكعكة 2 نفسها أربع مرات، ونتج من ذلك ثماني زوايا كل منها 45 درجة. هل ستحصل كلا المجموعتين على حصص متساوية من كل كعكة؟

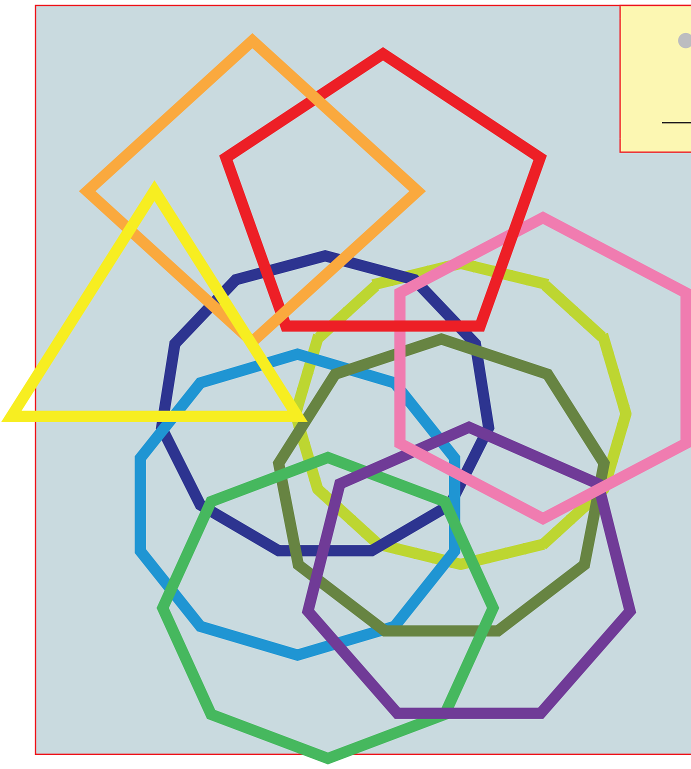


لعبة التفكير
343

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

التقط المضطلعات

تقع عشرة من المضلعات المنتظمة في كومة، ويمكن اختيار كلِّ مضلع، شريطة عدم وجود شكل فوقه. هل يمكنك أن تحدِّد الترتيب الذي يمكن فيه إزالة المضلعات ضمنه؟



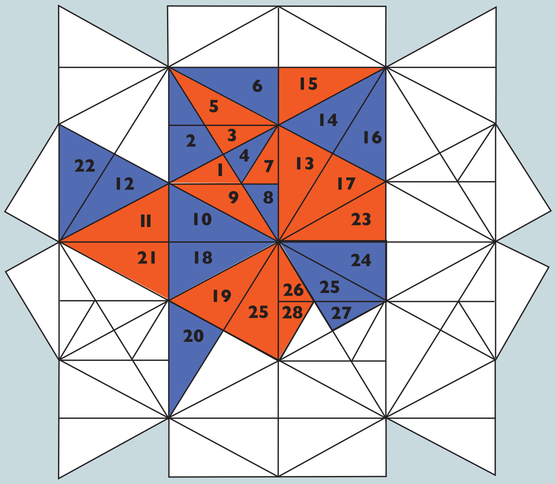
لعبة التفكير
344

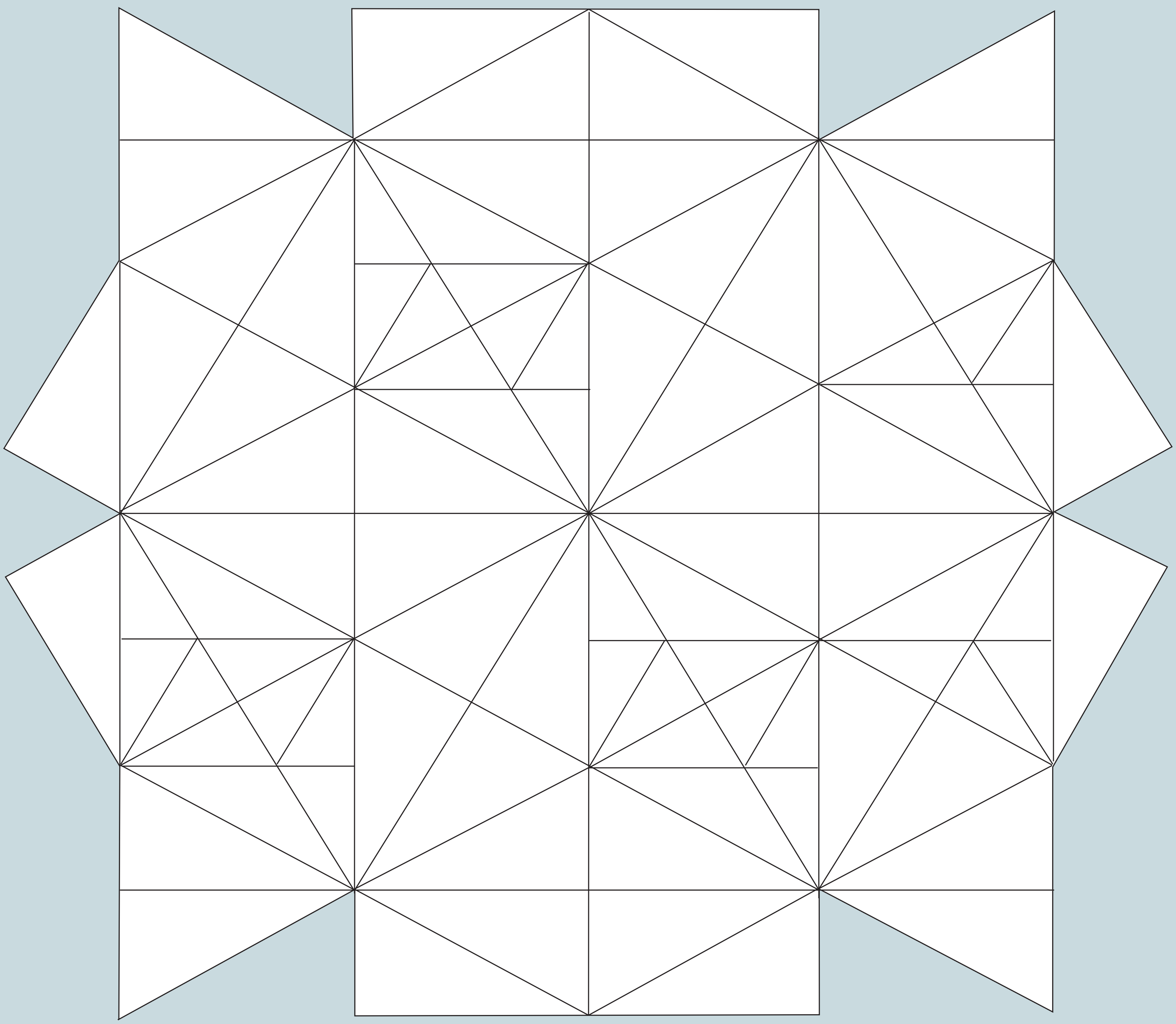
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لعبة الأشكال الرباعية

الهدف من هذه اللعبة تكوين أشكال رباعية، يختار اللاعبون لونًا ما، ويتناوبون على ملء المناطق المثلثية الشكل في الشبكة بالألوان التي اختاروها. كل منطقة ملونة جديدة يجب أن تلامس منطقة سبق تلوينها باللون نفسه. تُسجَّل النقاط عندما يتكوَّن شكل رباعي الأضلاع؛ نقطة واحدة لكل مثلث داخل حدود الشكل رباعي الأضلاع بصرف النظر عن لونه، ويجب أن تتحقَّق بعض الشروط على النحو الآتي:

- يجب أن يكون أكثر من نصف المثلثات التي تكوِّن الشكل الرباعي من اللون نفسه المستخدم من اللاعب الذي شكَّله.
- لا يسمح بمرور محيط الشكل الرباعي بين مثلثين من اللون نفسه.
- يجب ألا يحتوي الشكل الرباعي على أيٍّ مناطق غير ملونة.
- يجب أن يكون الشكل الرباعي متماثلًا.
- يسمح لكل مثلث من المثلثات أن يكون جزءًا من شكل رباعي واحد فقط.
- تنتهي اللعبة عندما تُلوَّن المثلثات جميعها.
- العينة التي على اليسار تمثل لعبة غير مكتملة لتوضيح قواعد اللعبة



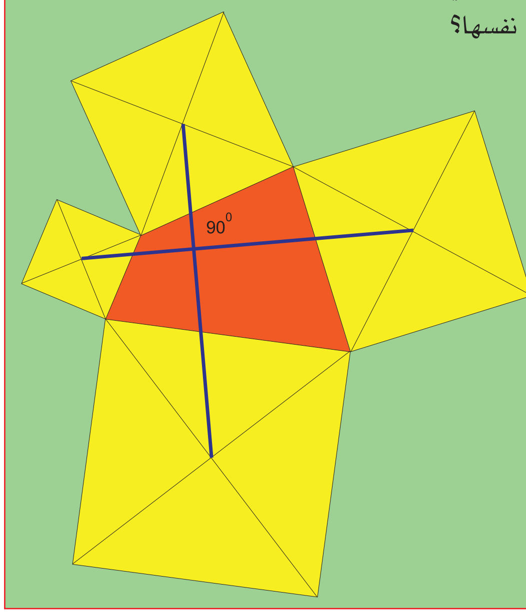


لعبة التفكير
345

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مربَّعات على شكل رباعي الأضلاع

يوضح الشكل أدناه عددًا من المربعات المرسومة على أضلاع الشكل الأحمر رباعي الأضلاع. تم توصيل مراكز المربعات على الجوانب المتقابلة، إنَّ هذين الخطين ليسا فقط يتقاطعان بزاوية 90 درجة، لكنهما أيضًا متساويان في الطول. هل يؤدي كلُّ شكل رباعي – بصرف النظر عن شكله – إلى النتيجة نفسها؟



لعبة التفكير
347

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المربع المخفي

اختفى أحد المربعات ما عدا أربع نقاط تقع في الأماكن الصحيحة التي وجدت فيها في الأضلاع الأربعة من المربع. هل تستطيع إعادة تشكيل وضع هذا المربع؟



لعبة التفكير
346

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

شرط المضلع الرباعي

يوضح الشكل أدناه أربع مجموعات من الشرائط. أي من هذه المجموعات لا يمكن ربطها لتشكيل مضلع رباعي؟

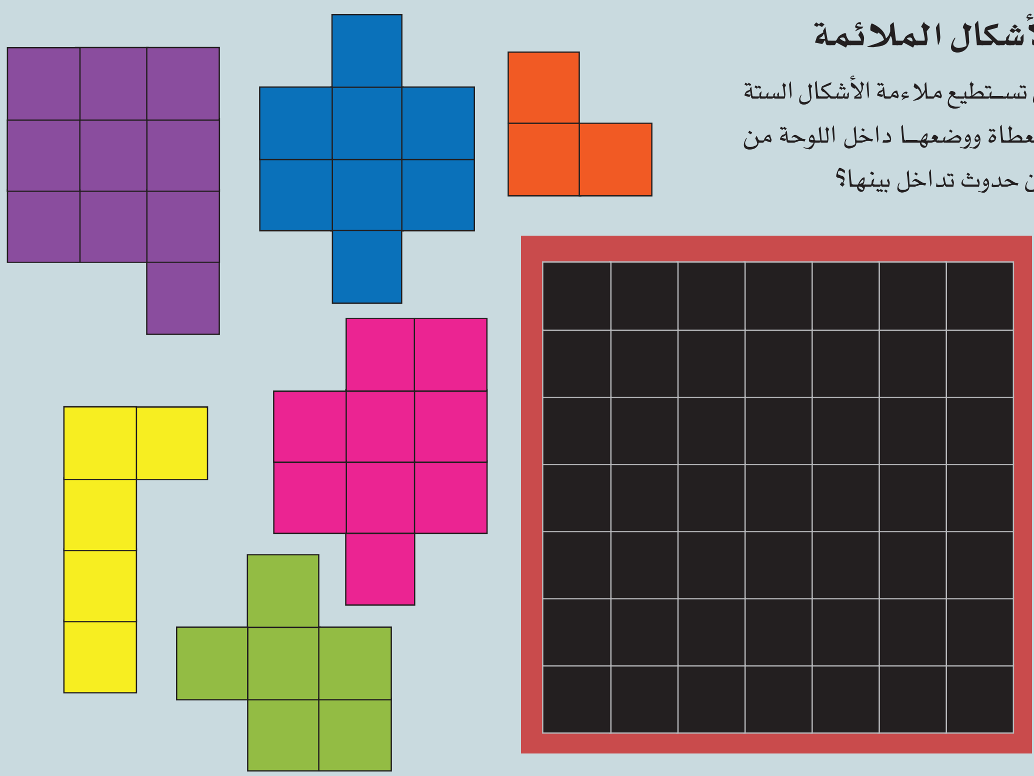


لعبة التفكير
348

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

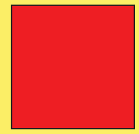
الأشكال الملائمة

هل تستطيع ملاءمة الأشكال الستة المعطاة ووضعها داخل اللوحة من دون حدوث تداخل بينها؟



تعريفات الأشكال رباعية الأضلاع

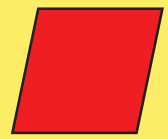
المربع (square): شكل رباعي الأضلاع ذو أربعة أضلاع متساوية في الطول وأربع زوايا قوائم.



المستطيل (rectangle): شكل رباعي الأضلاع كل ضلعين متقابلين متساويان في الطول، وفيه أربع زوايا قوائم.



المعين الهندسي (Rhombus): شكل رباعي الأضلاع كل ضلعين متقابلين متساويان ومتوازيان.



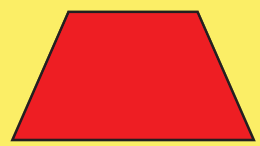
متوازي الأضلاع (prallelogram): شكل رباعي الأضلاع كل ضلعين متقابلين متوازيان.



شبه منحرف قائم الزاوية (right–angle trapezoid): شكل رباعي الأضلاع ذو جانبين متوازيين وزاوية قائمة.



شبه منحرف متساوي الساقين (isosceles trapezoid): شكل رباعي الأضلاع ذو ضلعين متقابلين متوازيين وضلعين متساويين مائلين على القاعدة.



شبه المنحرف المختلف الأضلاع (scalene trapezoid): شكل رباعي الأضلاع ذو جانبين متوازيين.



رباعي الدالية (deltoid): شكل رباعي الأضلاع فيه زوجان من الأضلاع المتجاورة المتساوية في الطول.

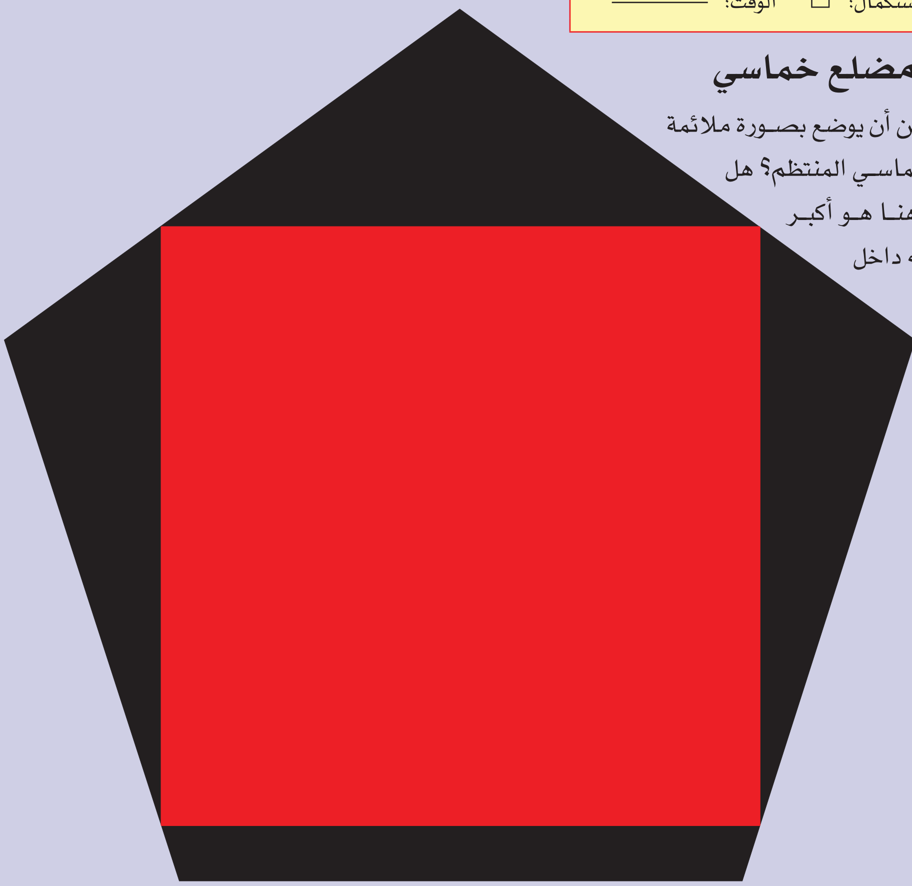


لعبة التفكير 349

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مربع داخل مضلع خماسي

ما أكبر مربع يمكن أن يوضع بصورة ملائمة داخل المضلع الخماسي المنتظم؟ هل المربع الموضح هنا هو أكبر مربع يمكن وضعه داخل هذا المضلَّع؟



لعبة التفكير 350

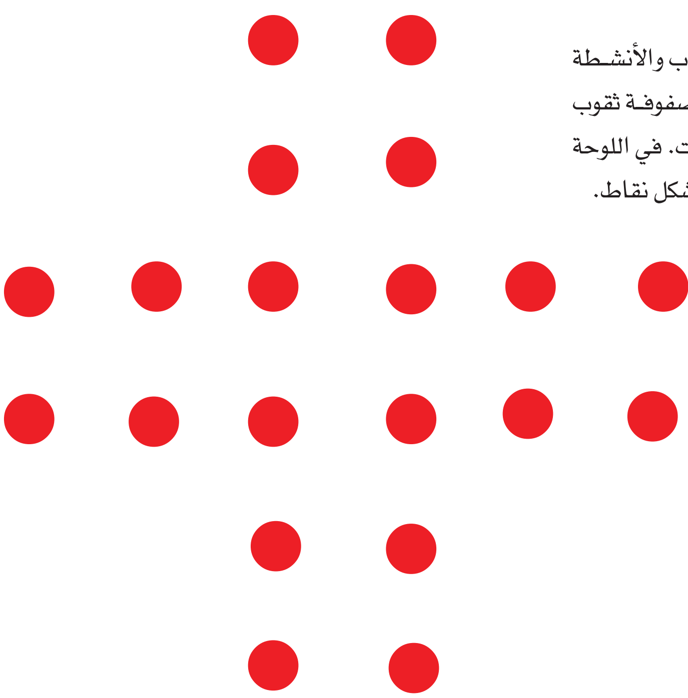
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لوح تعليق متعامد

توجد أوتاد ألواح الجمع في العديد من الألعاب والأنشطة التعليمية. غالبًا ما تتكون جميعها من مصفوفة ثقوب مرتبة في مربَّعات ومن مربَّعات داخل مربَّعات. في اللوحة الموضحة هنا، مُثِّلت الأوتاد أو الثقوب على شكل نقاط.

يمكن ترتيب لوحات أخرى بصورة مختلفة ــ مثلًا، على هيئة مصفوفات مثلثية ــ مع تطبيق المبادئ نفسها.

كم عدد المربعات التي يمكنك إنشاؤها من أي حجم، وذلك من خلال توصيل أربعة أوتاد ببعضها على اللوحة المشار إليها؟ تلميح: لا تحتاج هذه المربعات إلى قواعد أفقية.

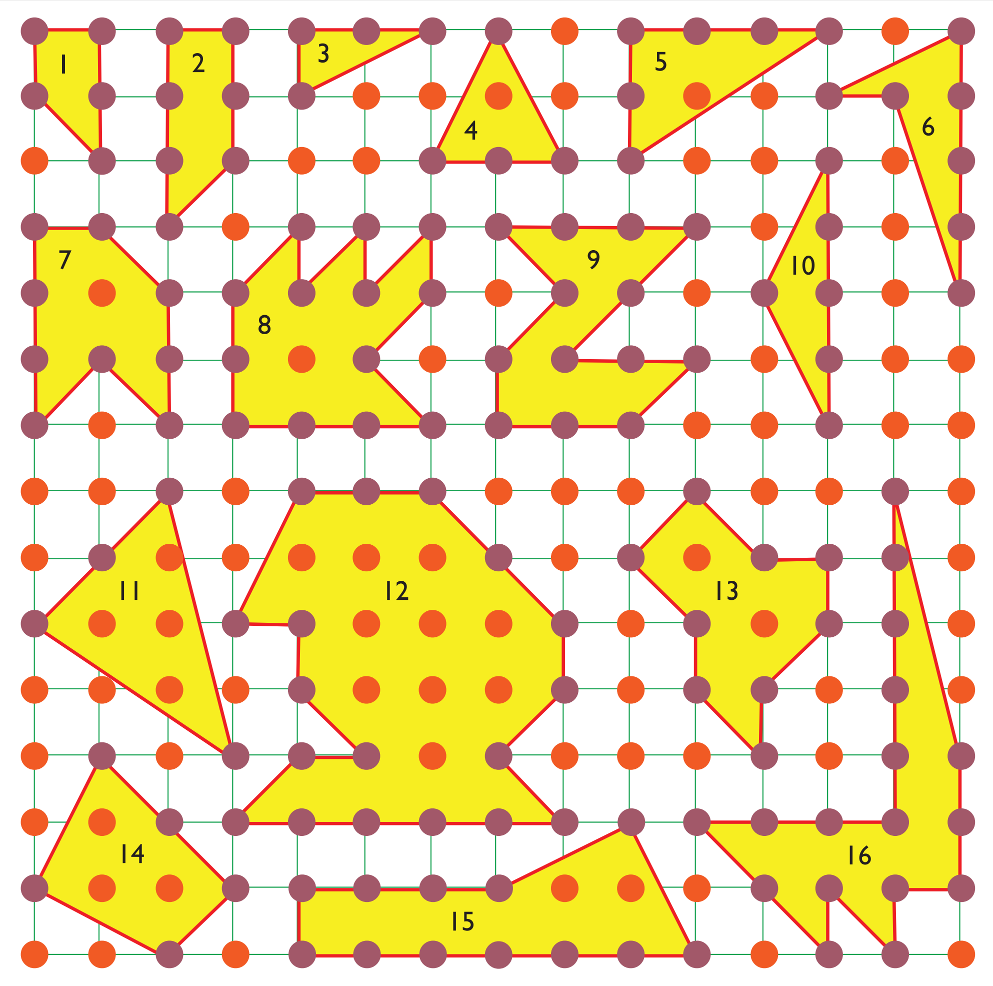


لعبة التفكير
351

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مضلعات على لوح التعليق

إذا كان كل مربـع صغير بين أربعة أوتاد يُشـكل وحدة مربعة واحـدة، فكـم المسـاحة المحصورة مـن قبـل كل مضلَّع من مضلَّعات لوحة الأوتاد المرقمة من 1 إلى 16؟



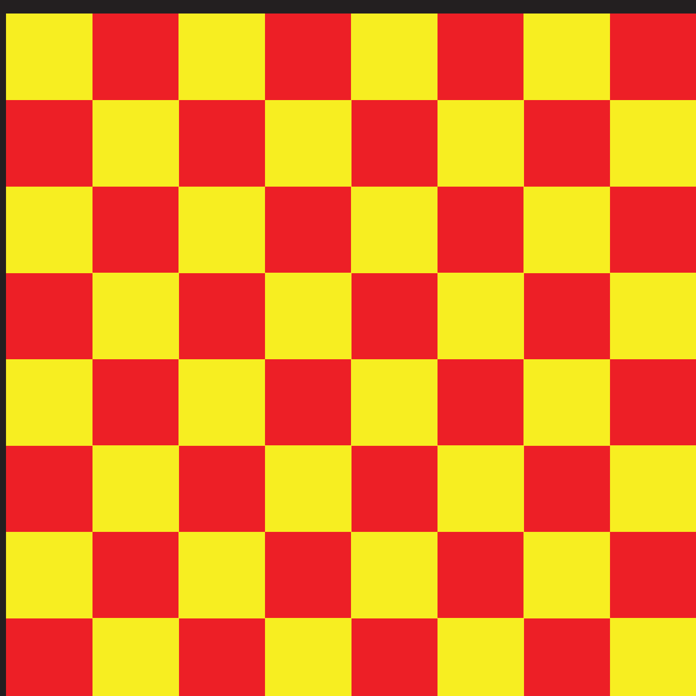
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

لعبة التفكير
352

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مربَّعات رقعة الشطرنج

مـا عـدد المربعـات المختلفـة الحجوم التي تسـتطيع العثـور عليها علـى امتداد شـبكة رقعة الشـطرنج؟ لحـل هـذه المسـألة ابـدأ مـن المربعـات الأربـع والسـتين الصغيـرة التـي تكون رقعـة الشـطرنج. لكن هناك مربعـات أخرى مركبة تتكون من العديد مـن وحدات المربعات الصغيرة. هل تستطيع العثور عليها؟



لعبة التفكير
353

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المربَّعات المحيطة بالدائرة

في الشكل الموضح أدناه، رُتِّبت خمسه مربَّعات متطابقة بصورة تناظرية حول دائرة، بحيث تلامس زوايا هذه المربعات بعضها، وكل مربع يلامس الدائرة أيضًا.

أذا كان لدينا دائرة نصف قطرها يساوي طول ضلع من أضلاع أي مربع من المربعات، ما عدد المربعات التي تلزم لترتيبها بصورة متماثلة؟



لعبة التفكير
354

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تقطيع المربع

تتبع الأشكال الملونة الموضحة هنا، وجمِّعها معًا لتشكيل تسعة مربعات متماثلة.

تلميح: الألغاز التسعة هنا جميعها ناجمة عن تنصيف أضلاع المربعات وتثليثها.

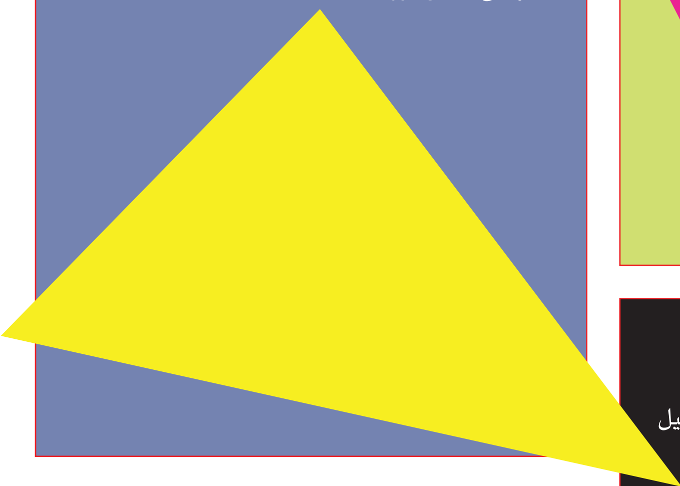


لعبة التفكير
355

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مثلث – مركز الدائرة المحيطة – في المركز

هل يمكنك اكتشاف كيفية العثور على كل من مركز الدائرة المرسومة داخل المثلث والملامسة لأضلاعه الثلاثة، وأيضًا مركز الدائرة المحيطة بالمثلث التي تمر من خلال رؤوسه الثلاثة؟

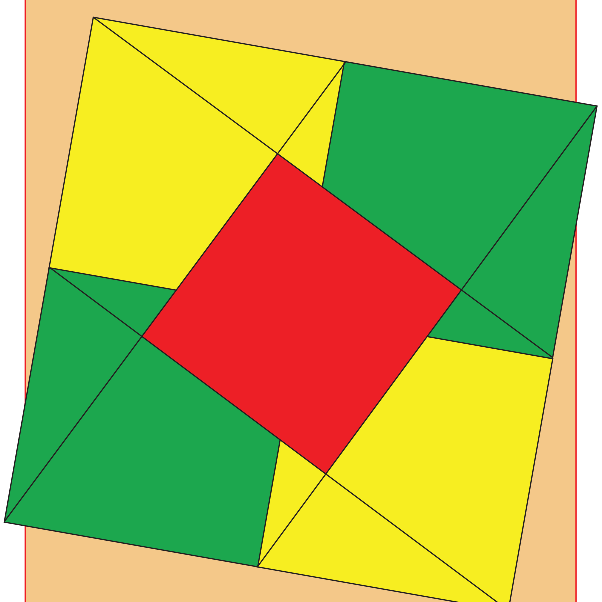


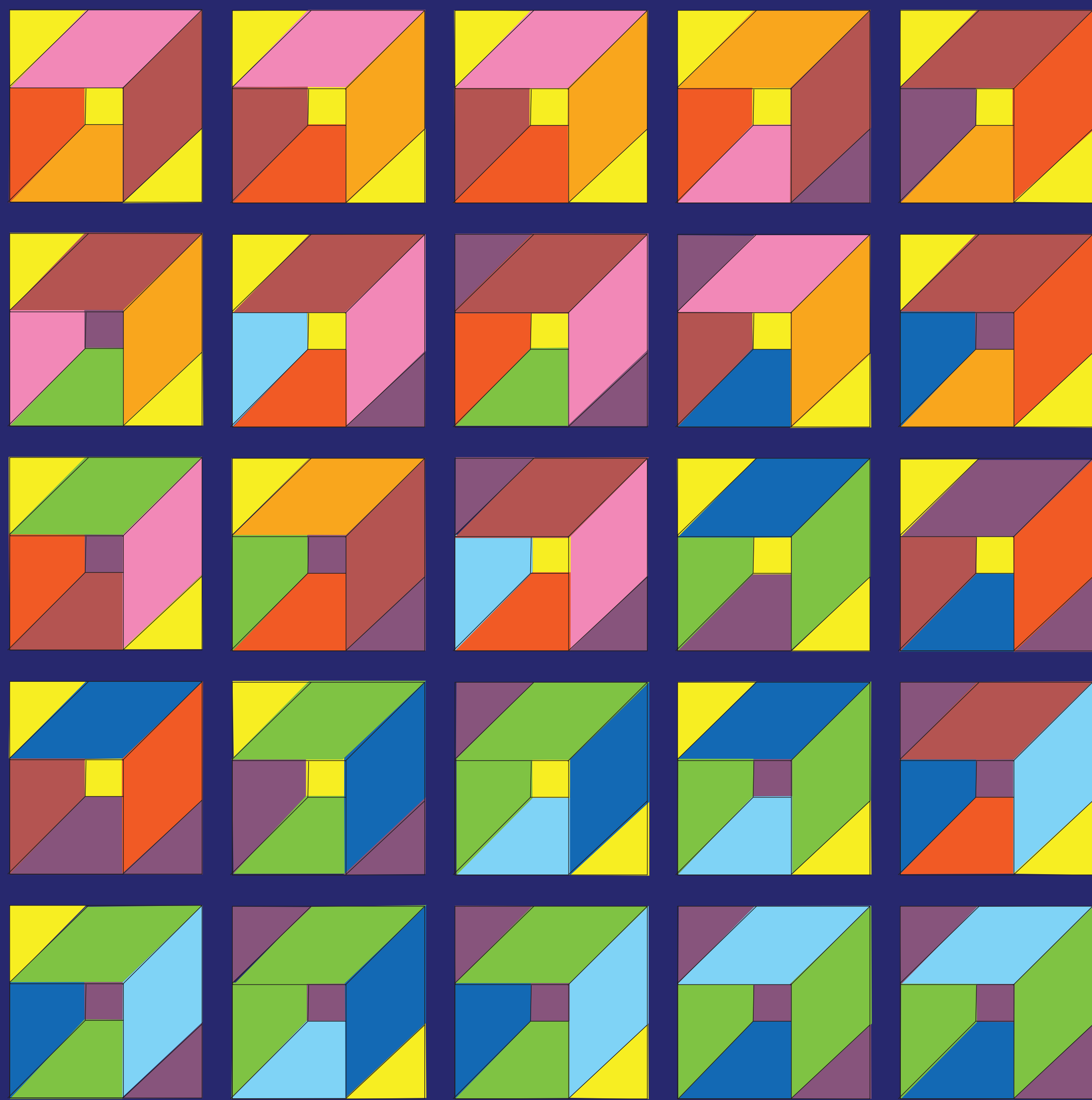
لعبة التفكير
356

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

قطع المربع

من خلال النظر إلى الشكل الموضح أدناه، هل تستطيع معرفة مساحة المربع الأحمر؟





7

الأنماط

لعبة التفكير 357

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:————

تكوين كلمات من الأحرف

مـا عـدد الكلمـات الإنجليزيـة التـي يمكـن تكوينهـا مـن الحروف الثلاثة (O، N، W)، وذلك باسـتخدام كل حرف مرة واحدة فقط؟



لعبة التفكير 358

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:————

التاج الملون

مـا عدد التيجـان المختلفـة التي يمكـن عملها باسـتخدام سبعة أحجار كريمة مختلفة؟

لا تعـدُّ التيجـان مختلفـة إذا تطابقت من خـلال عمليات التدوير.

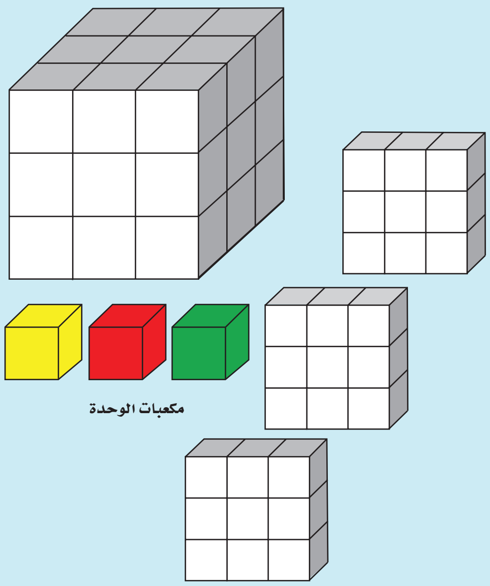


لعبة التفكير 359

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:————

المكعب السحري 1

المكعـب ثلاثـة فـي ثلاثـة الموضـح فـي الشـكل أدنـاه مقسم إلى سـبعة وعشرين مكعبًا صغيرًا. هل تستطيع أن تلـون كل مكعب من المكعَّبـات الصغيرة بلون واحد مـن الألـوان الثلاثة (الأحمـر والأخضـر أو الأصفر)، بحيـث يحتـوي كل عمـود رأسـي وكل صـف أفقـي على الألوان الثلاثة جميعها؟ بالضبط سـوف يظهر كل لون من الألوان تسع مرات.



لعبة التفكير 360

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:————

الأولاد والبنات

جلسـ أطفال مدرسـة ابتدائية في أثناء رحلة ميدانية فـي مجموعات مكونة من أربعة أطفال، بحيث جلسـت كل فتـاة بجـوار فتـاة أخـرى علـى الأقل. فكـم عـدد التباديل الممكنة؟



تمييز الأنماط (Pattern Recognition)

الأنماط لا مفر منها. توجد الأنماط في تشكيلات متنوعة رائعة في العالم الطبيعي، فتظهر الأنماط في كل شيء حولنا بدءًا من البنية الذرية وفي الرقاقات الثلجية حتى المجرات الحلزونية، وتعدُّ الأنماط أساس الفنون المتنوعة؛ مثل الرسوم على ألواح المقابر الفرعونية ببساطتها المعاصرة. ولأن الأنماط موجودة في كل مكان من حولنا ــ علاوة على أنها جميلة جدًّا ورائعة ــ فهي تجعلنا نبدو فضوليين تجاهها، فيطلق الأطفال على فضولهم اسم اللعب، بينما يسمي علماء الرياضيات دراساتهم التي يقومون بها بالبحوث.

ما الذي تعلمناه من هذه البحوث والألعاب جميعها؟ خطوط مرسومة على سطح مستوٍ ستقسم منطقة ما إلى مجموعات من مناطق أصغر متماثلة أو على الأقل متشابهة، فضلًا عن أنَّ هذه المناطق ستترتب معًا بطريقة منتظمة، ومنها يتشكل النمط، علاوة على أنَّ المنطقة التي قُسِّمت وفقًا لقياسات دقيقة لعمل نمط ما يمكن تطبيقها بصورة أوسع لعمل الشبكات.

ببساطة تتمثل موهبة الإنسان في اكتشاف الأنماط وتمييزها عن طريق إدراك وفهم العلاقة النظامية التي تربط بين عناصر مجموعة ما؛ حيث تشير هذه الأنماط ــ مثل تلك الأنماط التي توجد في الطبيعة ــ إلى النظام الأساسي للترتيب، وإذا تم التوصل إلى هذا الترتيب واكتشافه والتعبير عنه، فإننا نتكلم بلغة الرياضيات.

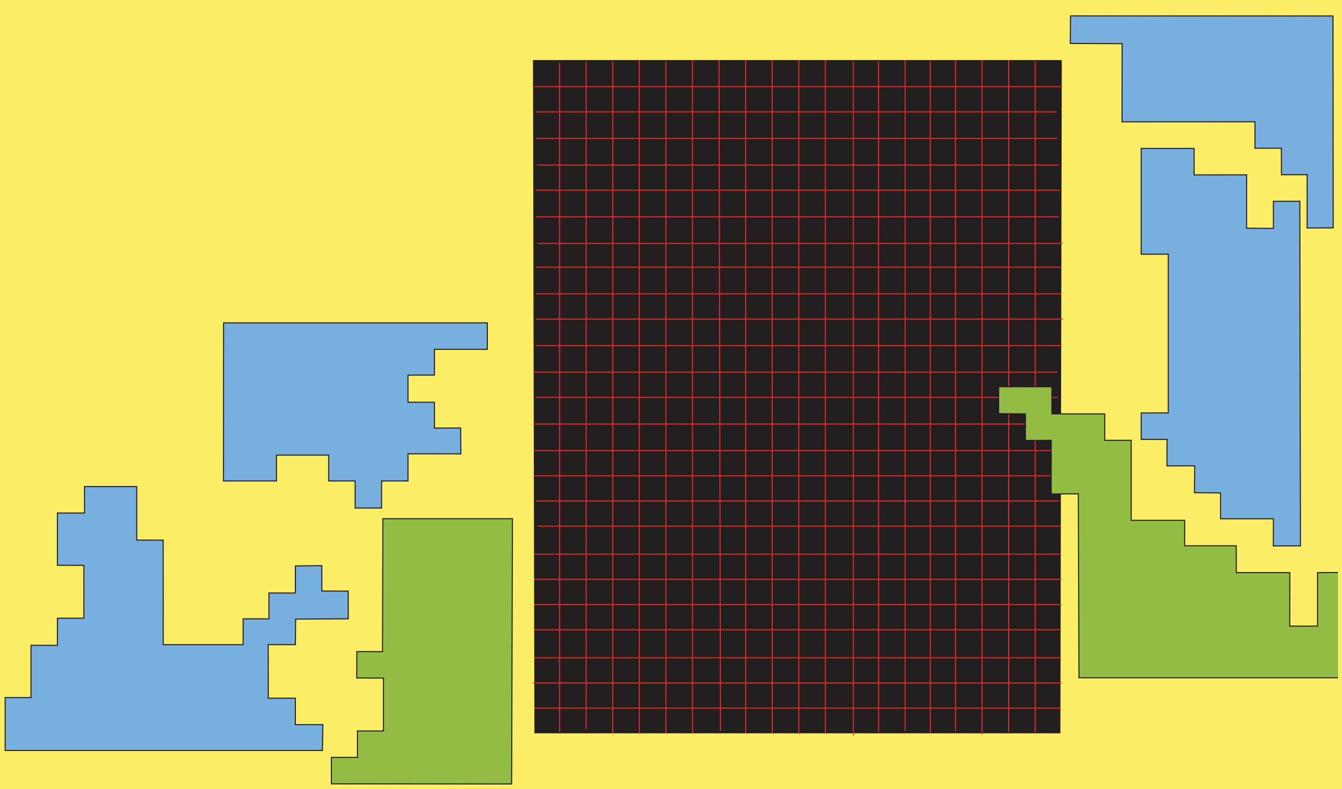
> **«الأنماط التي يكونها عالم الرياضيات يجب أن تكون جميلة كلوحة فنان أو كلمات شاعر... ليس هناك أي مكان دائم في العالم للرياضيات القبيحة».**
>
> **جودفري هـ. هاردي**
> **(Godfrey H. Hardy)**

لعبة التفكير
361

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎ 🗐 ✂
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

صورة ظلِّية

القطع الست المعطاة إذا وضعت معًا بطريقة معينة مناسبة على الخلفية السوداء، ستشكل صورة ظلية لشكل مألوف. هل تستطيع معرفة هذا الشكل؟



التوافيق والتباديل (Combinations and Permutations)

الاحتمالات والأنماط الرقمية والعديد من مواقف الحياة اليومية تعتمد على مبادئ التوافيق والتباديل، قد يبدو عدد التوافيق الممكنة في نظام ما صغيرًا في البداية، لكن تتزايد الاحتمالات بدرجة كبيرة مع تزايد عدد العناصر، وسرعان ما يصبح عدد التوافيق كبيرًا جدًّا لا يمكن تخيله.

المثال الأساسي هو البساطة نفسها: يمكن ترتيب عنصر واحد في حد ذاته بطريقة واحدة فقط، بحيث يُنتج ترتيبًا واحدًا فقط.

يمكن ترتيب عنصرين a، b —مثلًا— على صورة تبديلين، هما: a b أو b a، ويمكن ترتيب ثلاثة عناصر a، b، c بستة طرق مختلفة: cba، cab، bca، bac، acb، abc.

بالنسبة إلى الحالة العامة الخاصة بترتيب (n) عنصرًا في (n) موقعًا، فالطريقة التي يمكن بوساطتها إجراء التباديل هي بأخذ عنصر واحد في كل مرة. يمكن أن يقع العنصر الأول في أي من المواقع (n) المحتملة؛ ويمكن أن يقع العنصر الثاني في (n–1) موقعًا محتملًا (حيث إن العنصر الثاني لا يمكن أن يحتل مكان العنصر الأول)؛ وعليه فإنَّ عدد التباديل للعنصريْن الأول والثاني هو n(n–1)، لأي من التباديل n(n–1) المحتملة للعنصرين الأول والثاني، ويمكن أن يقع العنصر الثالث في موقع من المواقع المتبقية وعددها (n–2)، وهكذا.

بصفة عامة، إن عدد التباديل الممكنة لمجموعة من (n) عنصرًا؛ يساوي حاصل ضرب n في عدد التباديل الممكنة لـ(n–1) عنصرًا؛ على سبيل المثال، عدد التباديل الممكنة لنظام من أربعة عناصر يساوي أربعة أضعاف عدد التباديل الممكنة لنظام من ثلاثة عناصر —بعبارة أخرى لدينا 24 تبديلًا. وهناك 5 × 24 أي 120 طريقة مختلفة لترتيب خمسة عناصر، ولدينا 6 × 120 أي 720 طريقة مختلفة لترتيب ستة عناصر. تسمى هذه الأعداد بالمضروبات ويتم تمييزها باستخدام الرمز (!)؛ فمثلًا (6!) يمثل مضروب الستة، ويساوي 720.

ولذلك فإن الصيغة العامة هي:

$$n! = n \times (n-1) \times (n-2) \times (n-3) \times \ldots \times 3 \times 2 \times 1$$

ماذا عن الحالات التي لا تتعامل ببساطة مع ترتيب عناصر مجموعة ما؟ ولكن المطلوب إيجاد التباديل الممكنة لـ (n) عنصرًا، نأخذ منها (k) عنصرًا دفعة واحده في الوقت نفسه؛ فالحسابات هنا أصعب قليلًا. لنفترض أنك ترغب في معرفة عدد المجموعات المرتبة والمكونة من ثلاثة عناصر تختارها من بين خمسة عناصر مختلفة (مثل الألوان أو الحروف). إنَّ الجواب يحسب على النحو الآتي:

$$\frac{n!}{(n-k)!} = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{120}{2} = 60$$

وهذا يعني أنَّ هناك عشر مجموعات محتملة مختلفة يتكون كل منها من ثلاثة عناصر (يتم اختيارها من بين خمسة عناصر)، وكل مجموعة فيها ستة من التباديل الممكنة، ليصبح المجموع 60. في الصيغة العامة —كما ترى— فإنَّ (k) يمثل حجم العينة التي نختارها من بين (n) عناصر لدينا.

بطبيعة الحال، لا يكون ترتيب العناصر مهمًّا بصفة دائمة؛ غالبًا ما يُعدُّ وجود صف من العناصر هو المهم، مثل اختيار فريق من بين مجموعة من الرياضيين، والتوافيق هي مجموعات عناصر نختارها من بين عناصر مجموعة، بحيث لا يكون هناك أي قيمة لترتيب العناصر داخل هذه المجموعات. يمكن حساب عدد التوافيق على النحو الآتي:

$$\frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

ومن الممكن وجود أكثر من عنصر متماثل داخل المجموعة، فإن اختيار أي من العناصر المتماثلة لا يغير المجموعة أبدًا؛ فمثلًا في الحالة التي تكون لدينا فيها مجموعة مكونة من ثلاثة عناصر مختلفة، فالعنصر a يمثل عددًا لشيء ما، والعنصر b يمثل عددًا لشيء آخر، والعنصر c عددًا لشيء ثالث، في هذه الحالة سيكون عدد التوافيق الممكنة والتي يمكن إيجادها، هو:

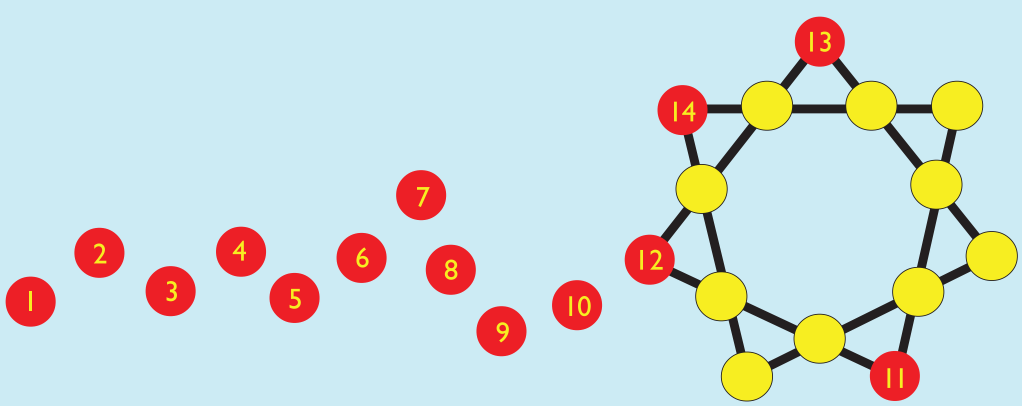
$$\frac{n!}{a!\times b!\times c!}$$

لعبة التفكير 362

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

النجمة السحرية 1

هل تستطيع وضع الأعداد من 1 إلى 10 في الدوائر الفارغة، بحيث يكون المجموع في أي خط مستقيم يساوي 30؟

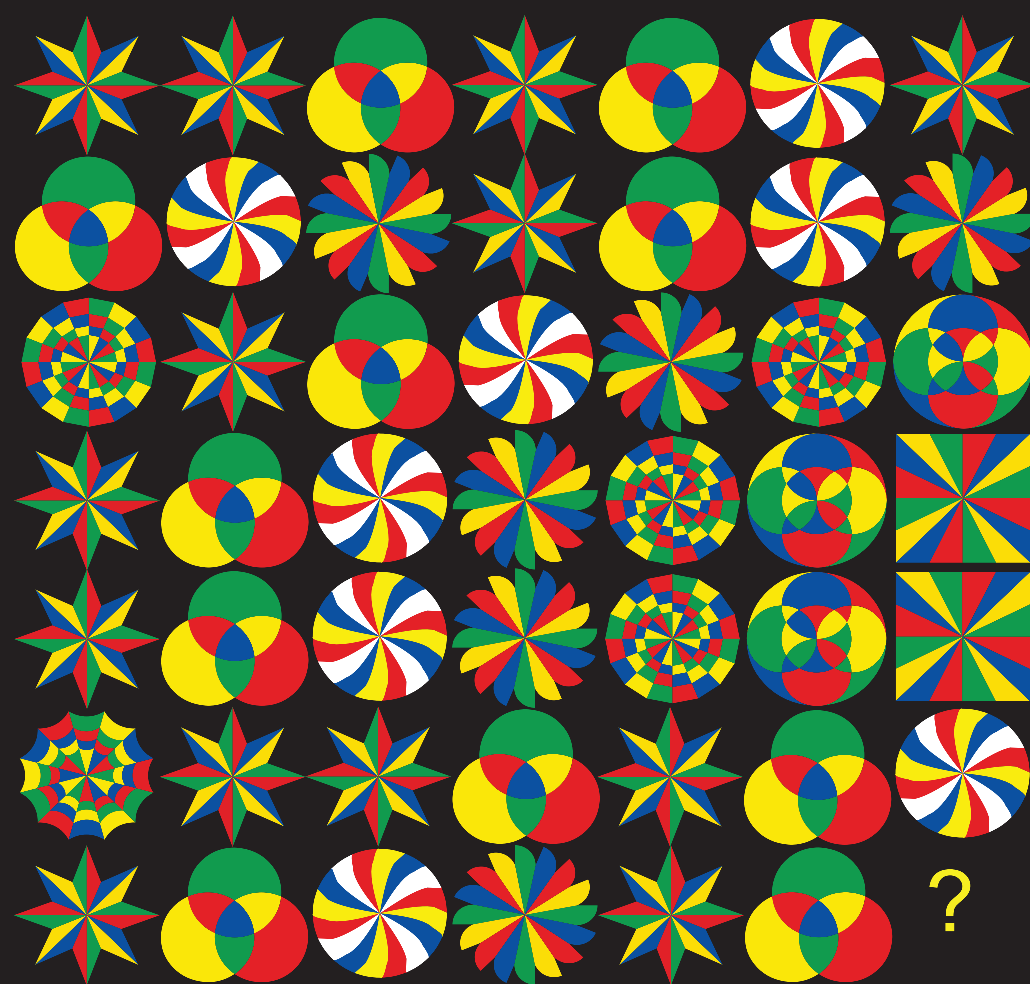


لعبة التفكير
363

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:________

نمط المصفوفة

هل تستطيع العثور على الأساس المنطقي لهذه المصفوفة واستكمال النمط المفقود؟



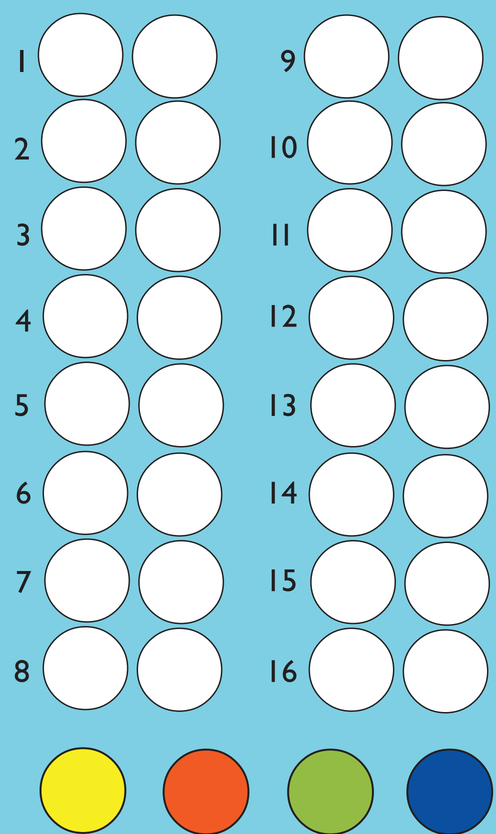
لعبة التفكير
364

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:________

أزواج الألوان

يُوجد أدناه ستة عشر زوجًا من الدوائر.

مستخدمًا الألوان الأصفر والأحمر والأخضر والأزرق فقط، هل تستطيع أن تلوّن كل زوج من هذه الدوائر بمجموعة من الألوان مختلفة عن مجموعات ألوان الأزواج الأخرى من الدوائر؟



لعبة التفكير
365

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:________

التباديل

رتِّب الثمار الثلاث في صف واحد بأكبر عدد ممكن من الترتيبات المختلفة. ما عدد الترتيبات التي ستجدها؟

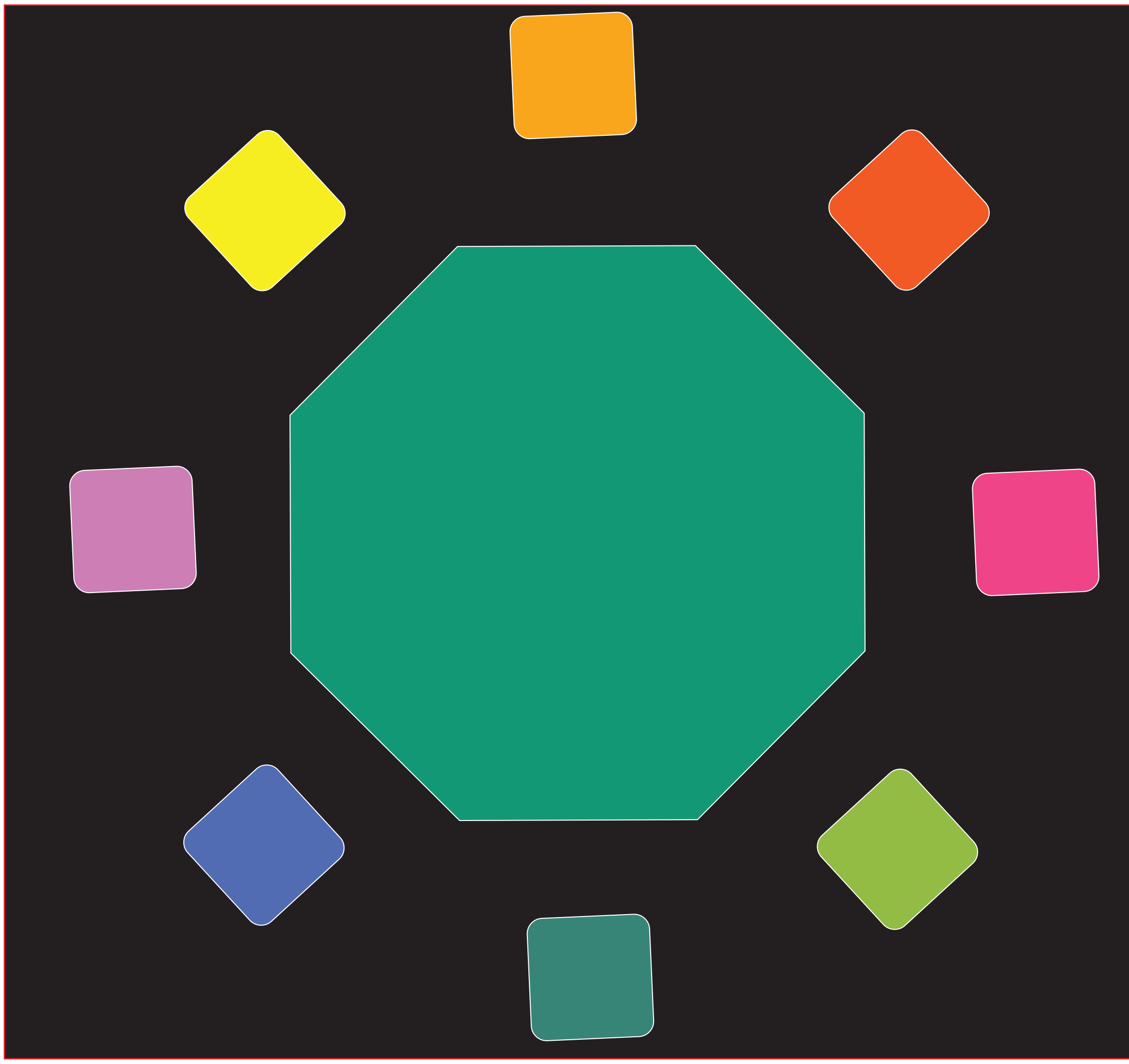


لعبة التفكير
366

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:———

مسألة الجلوس

ما عدد الطرق المختلفة التي يمكن لثمانية أفراد من عائلة واحدة الجلوس وفقها لتناول العشاء حول مائدة ثُمانية الشكل (بإهمال التدوير)؟

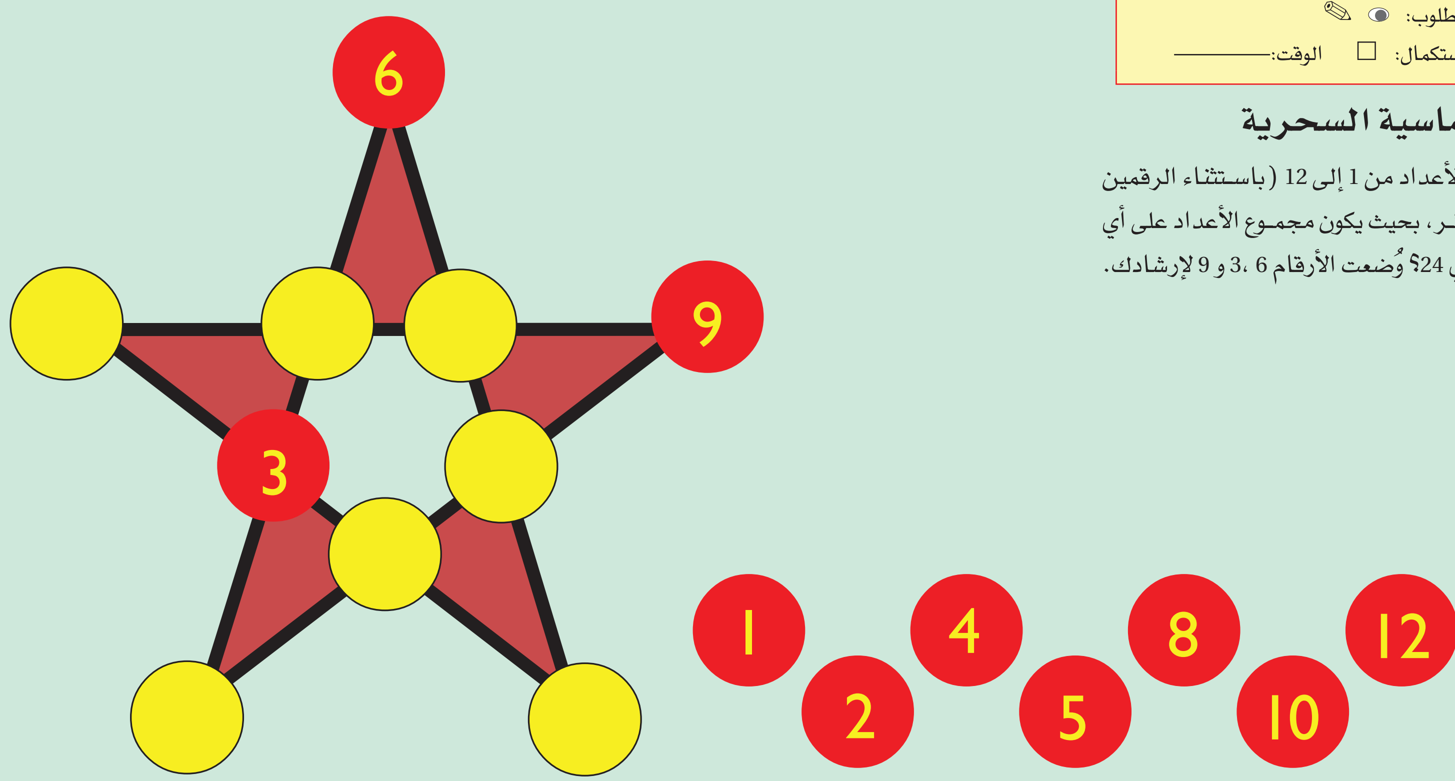


لعبة التفكير
367

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:———

النجمة الخماسية السحرية

هل تستطيع وضع الأعداد من 1 إلى 12 (باستثناء الرقمين 7 و 11) على الدوائر، بحيث يكون مجموع الأعداد على أي خط مستقيم يساوي 24؟ وُضعت الأرقام 6، 3 و 9 لإرشادك.



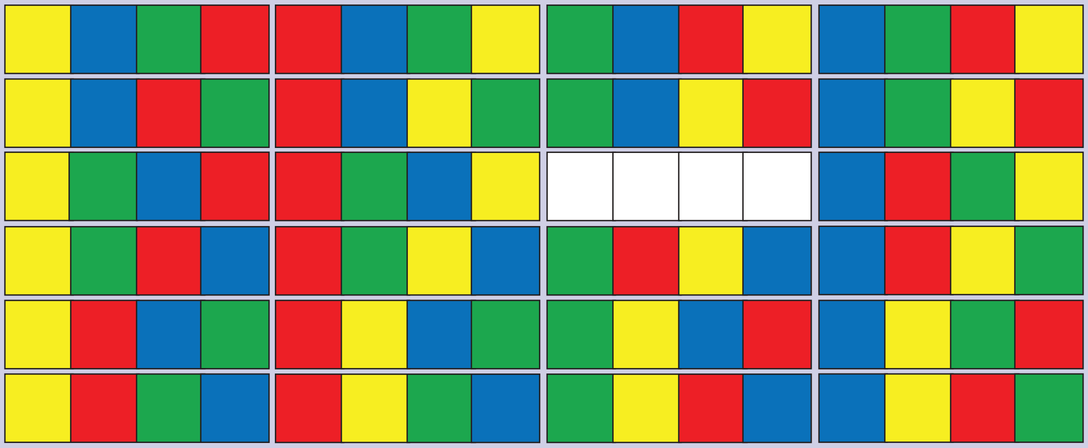
لعبة التفكير 368

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:________

التبديل (Permutino)

الشرائط الموجودة في الشكل مكونة من التباديل جميعها الممكنة من أربعة ألوان مختلفة. أحد هذه الشرائط مفقود، هل يمكنك معرفة نمط ترتيب الألوان فيها؟

إن نسخ مجموعة الشرائط وقصّها يوفِّر إمكانية للعب العديد من الألغاز والألعاب، بما في ذلك لعبة التبديل (Permutino Game لعبة التفكير 370).

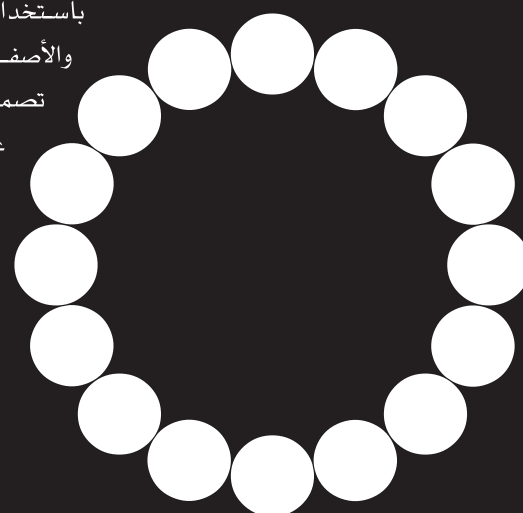


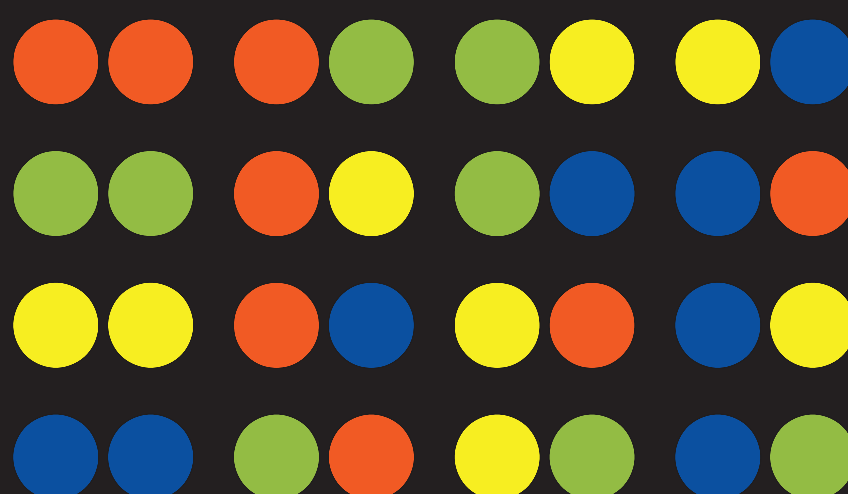
لعبة التفكير 369

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:________

تلوين القلادة

باستخدام حبات الخرز ذات الألوان الأحمر والأصفر والأخضر والأزرق، هل تستطيع أن تصمم قلادة تظهر فيها أزواج الألوان الستة عشر مرة واحدة فقط في كل اتجاه؟





لعبة التفكير 370

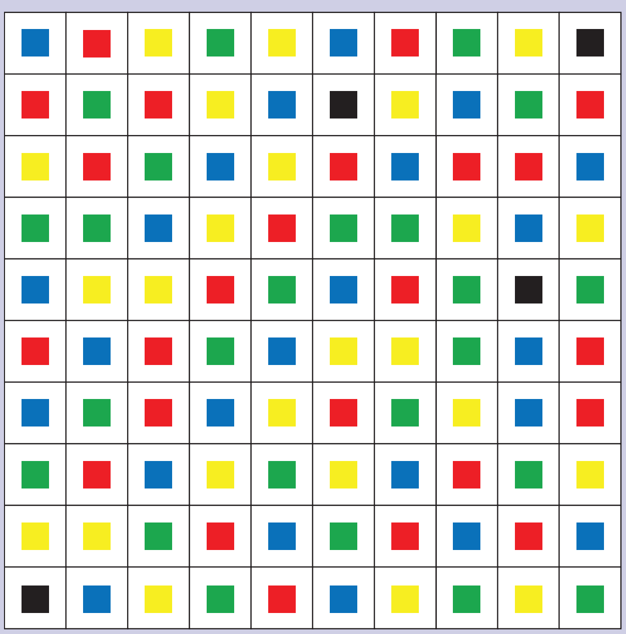
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:________

لعبة التبديل Permutino Game

إن الشرائط الأربعة والعشرين التي تمثل التباديل الأربعة والعشرين من الألوان الأربعة (الأحمر والأصفر والأزرق والأخضر) قد وضعت على شبكة 10 × 10. كما سُجِّل لون كل مربع منها باستثناء أربعة مربعات فارغة أشير إليها باللون الأسود.

كم ستستغرق من الوقت لتعبئة أماكن الشرائط الأربعة والعشرين الموجودة في شبكة لعبة التفكير 268؟

هذه اللعبة يمكن أن يلعبها شخصان، يتناوب اللاعبان في وضع الشرائط بصورة صحيحة. اللاعب الفائز هو الذي يضع أكبر عدد من هذه الشرائط على لوحة اللعب.

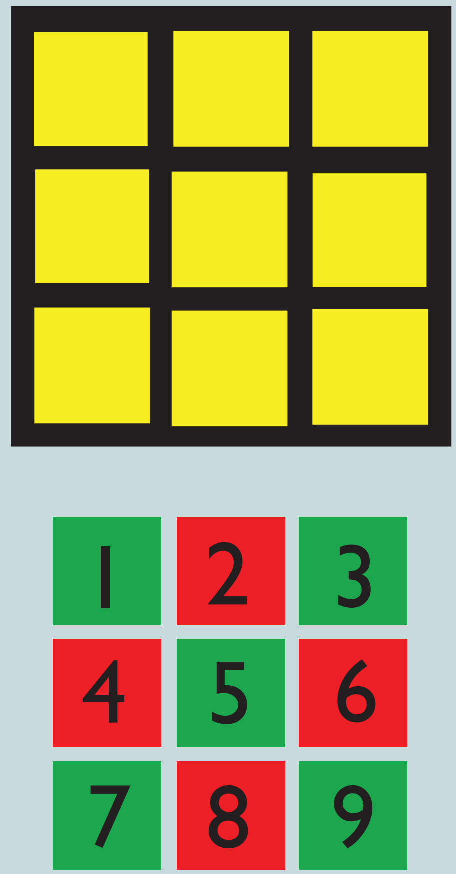


لعبة التفكير
371

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:______

المربع السحري 1

هل يمكنك توزيع الأرقام من 1 إلى 9 بطريقة ما، بحيث يكون ناتج طرح الرقم الأوسط في أي صف أو عمود أو خط قطري رئيس من مجموع الرقمين الآخرين فيه دائمًا العدد نفسه؟

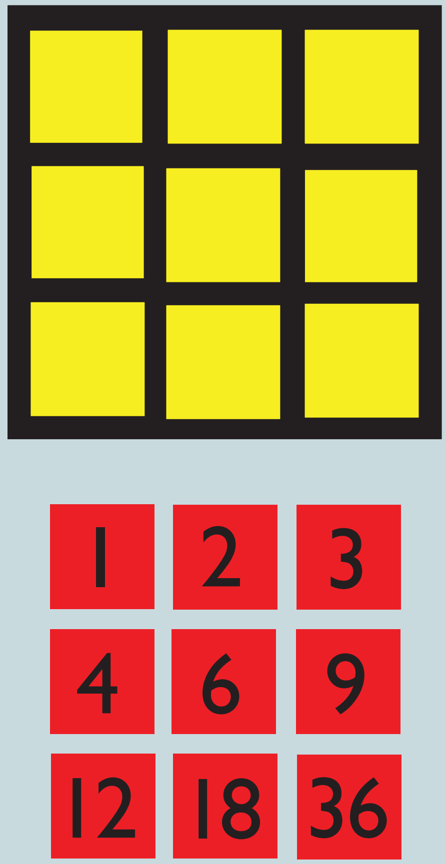


لعبة التفكير
372

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:______

المربع السحري 2

هل تستطيع توزيع الأعداد 1، 2، 3، 4، 6، 9، 12، 18، 36 بطريقة ما، بحيث يكون حاصل ضرب الأعداد في أي صف أو عمود أو خط قطري رئيس دائمًا متساويًا؟

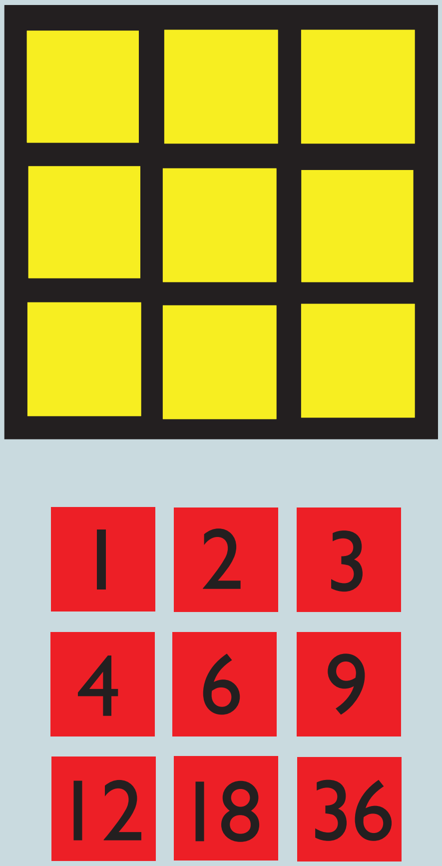


لعبة التفكير
373

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:______

المربع السحري 3

هل تستطيع توزيع الأعداد 1، 2، 3، 4، 6، 9، 12، 18، 36 بطريقة ما، بحيث عندما يتم قسمة العدد الأوسط في أي صف أو عمود أو خط قطري رئيس على حاصل ضرب العددين الآخرين فيه يكون الناتج دائمًا متساويًا؟

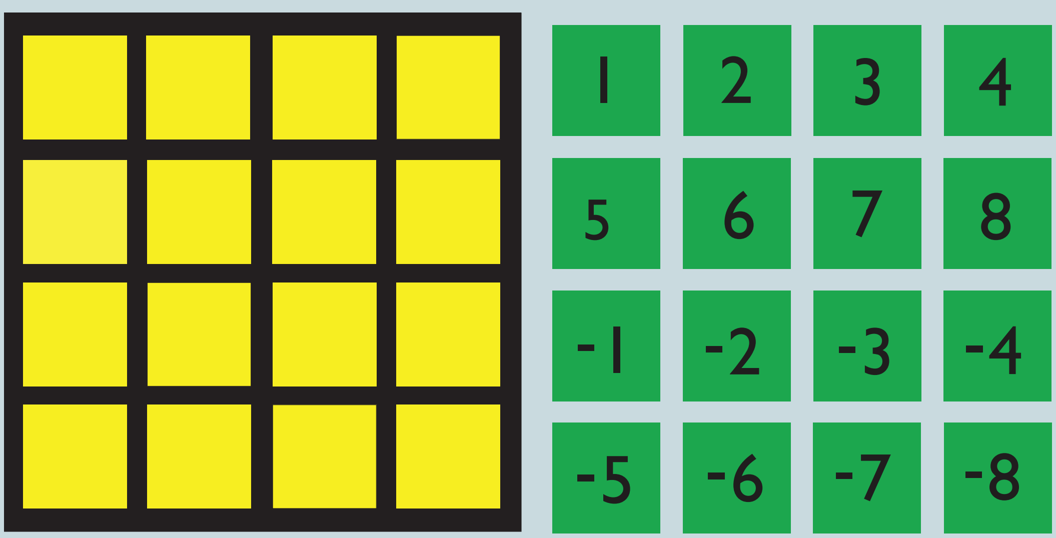


لعبة التفكير
374

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:______

المربع السحري 4

هل تستطيع توزيع الأرقام من 1 إلى 8، بحيث يكون ناتج جمع أي صف أو عمود أو خط قطري رئيس صفرًا؟



المربعات السحرية (Magic Squares)

لم يكن مكعب روبيك (Rubik's Cube) أول وسيلة من وسائل التسلية الشعبية التي تحتوي على المربعات، فقد قضى الناس منذ القِدَم قبل ما يقرب من 4500 عامًا ساعات كثيرة في وضع الأرقام في المربعات الصغيرة، على أمل أن تؤدي النتائج إلى جمال رياضي، وما كانوا يلعبون به هو نموذج قديم من الألغاز يطلق علية اسم المربع السحري.

بدأت كتابة الأرقام بأنماط في الصين القديمة، ففي الأنماط المنتظمة مثل المثلثات أو المربعات كانت الأعداد تُمَثَّل في الغالب بدوائر أو نقاط، ولأنهم كانوا يفكرون بالفعل في الأرقام بصفتها أشكالًا في حد ذاتها، فقد احتاج علماء الرياضيات الصينيون إلى خطوة بسيطة لإنشاء لعبة لو ــ شو (Lo—Shu) (لعبة التفكير 378) التي كانت تمثل أول مربع سحري.

المربع السحري هو مجموعة من الخلايا، كل خلية تملأ بعدد واحد يؤخذ من مجموعة الأعداد الطبيعية، بعدها تملأ الخلايا بسلسلة منظمة من الأعداد، بدءًا بالرقم 1 وانتهاءً بعدد يساوي عدد خلايا المربع؛ على سبيل المثال، مربع سحري مكون من خمس في خمس خلايا سوف يحتوي على الأرقام من 1 إلى 25، ويجب إدخال الأعداد في خلاياه بطريقة محددة للغاية؛ بحيث يكون مجموع الأعداد في أي صف أو عمود (أو حتى خط قطري) متساويًا دائمًا. ويطلق على هذا المجموع اسم العدد الثابت السحري.

توصف المربعات السحرية من خلال رتبتها؛ أي عدد الخلايا على جانب واحد من جوانب المربع. اتضح أنه ليس هناك أي ترتيب للمربعات السحرية من الرتبة 2، ويوجد ترتيب واحد فقط للمربعات السحرية من الرتبة 3: لعبة التفكير 378 (لو ــ شو). بتجاوز المربع السحري من الرتبة 3، فإن عدد المربعات السحرية يتزايد بصورة كبيرة؛ فهناك بالضبط (880) نوعًا مختلفًا من المربعات السحرية ذات الرتبة 4، ويُعدُّ العديد منها أكثر مما يتضمنه تعريف المربع السحري (انظر لعبة التفكير 377 المربع السحري لدورر (Dürer)). أما المربعات السحرية من الرتبة 5، فيوجد الملايين منها.

على مر العصور، كانت المربعات السحرية شائعة إلى حد كبير، وقد نسب لها بعض الناس نوعًا من السحر؛ على سبيل المثال، بحلول عام 900 م، كانت إحدى الخرافات توصي النساء الحوامل بارتداء تعويذة عليها علامة مربع سحري؛ وذلك لتلد المرأة المولود الذي ترغب فيه.

لعبة التفكير 375

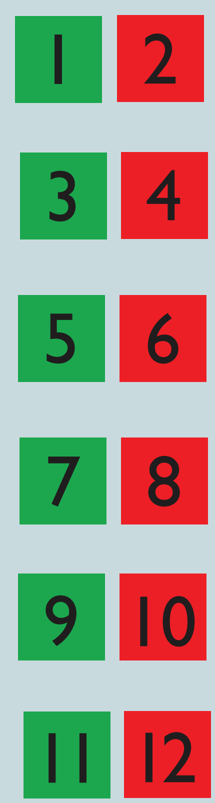
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ________

المربع السحري 5

املأ المربعات بالأعداد من 1 إلى 12، بحيث لا يظهر أي عددين متتاليين في الصف أو العمود نفسه أو في أي خط قطري.





لعبة التفكير 376

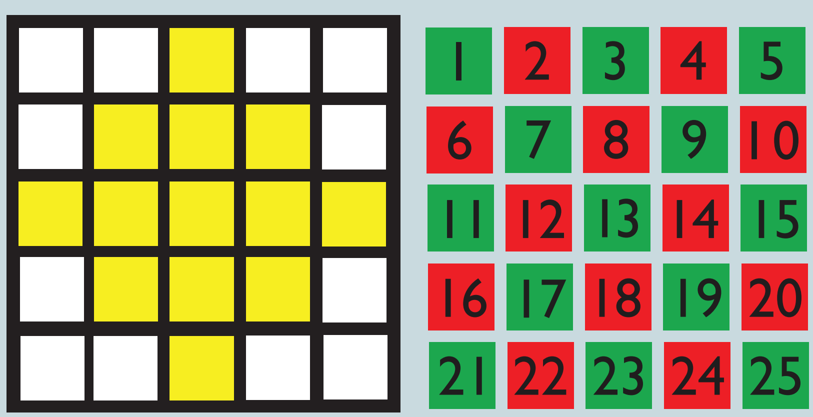
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ________

المربع السحري 6

لوِّنت بعض المربعات الموجودة في المربع السحري المكون من خمسة في خمسة مربَّعات باللون الأصفر. هل يمكنك توزيع الأعداد من 1 إلى 25 بحيث يكون ناتج جمع أي صف أو عمود أو خط قطري رئيس متساويًا، علمًا بأنَّ الأعداد الفردية يجب أن تظهر في المربعات الصفراء فقط؟

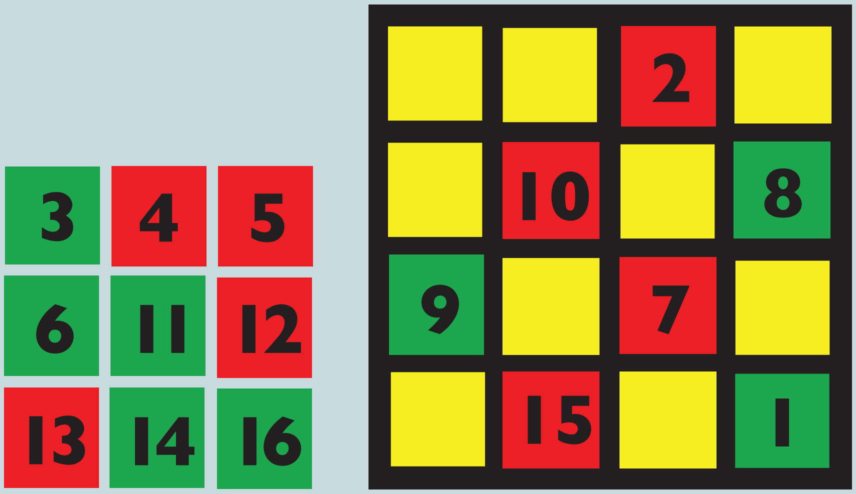


لعبة التفكير
377

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:————

مربع دورر (Dürer) السحري

نقش الفنان الألماني ألبرشت دورر (Albrecht Dürer) في العام 1514م هذا المربع السحري من الرتبة 4 في منحوتته الشهيرة **الحزن** (Melancholia). يعدُّ هذا المربع واحدًا من المربعات السحرية الكثيرة، وفيه سحر أكثر مما يتطلبه التعريف البسيط للمربع السحري تبقى كما هي أولًا، هل يمكنك استكمال الأعداد الناقصة (انظر الشكل)؛ بحيث يكون مجموع أي صف أو عمود أو خط قطري رئيس يساوي 34؟ ثم بعد ذلك، هل يمكنك اكتشاف طرق أخرى يكون فيها هذا المربع سحريًّا؟



لعبة التفكير
378

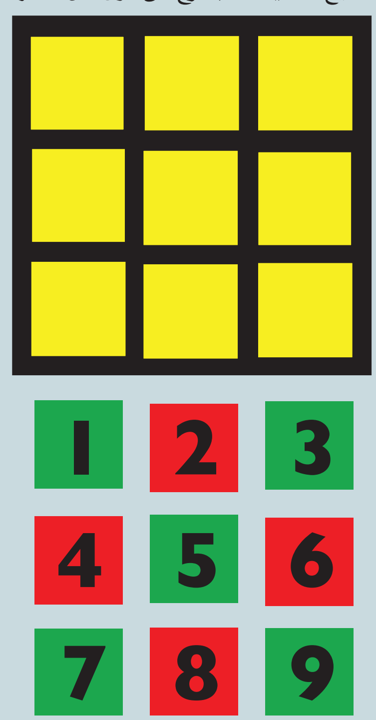
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:————

مربع لو- شو (LO-SHU)

وفقًا للأسطورة الصينية، يعود تاريخ مربع لو- شو السحري على الأقل إلى القرن الخامس قبل الميلاد، ويعدُّ أقدم المربعات السحرية وأبسطها.

كان الهدف من مربع لو-شو السحري ترتيبَ البلاطات المرقمة من 1 إلى 9 في الخلايا الموجودة على اللوحة، بحيث يكون مجموع أي صف أو عمود أو خط قطري متساويًا. توجد فقط إجابة واحدة، حيث لا تحتسب الإجابات الأخرى الناتجة من تدويرات أو انعكاسات المربع بوصفها إجابات جديدة.

هل تستطيع تحديد المجموع من دون حلِّ اللغز؟



لعبة التفكير
379

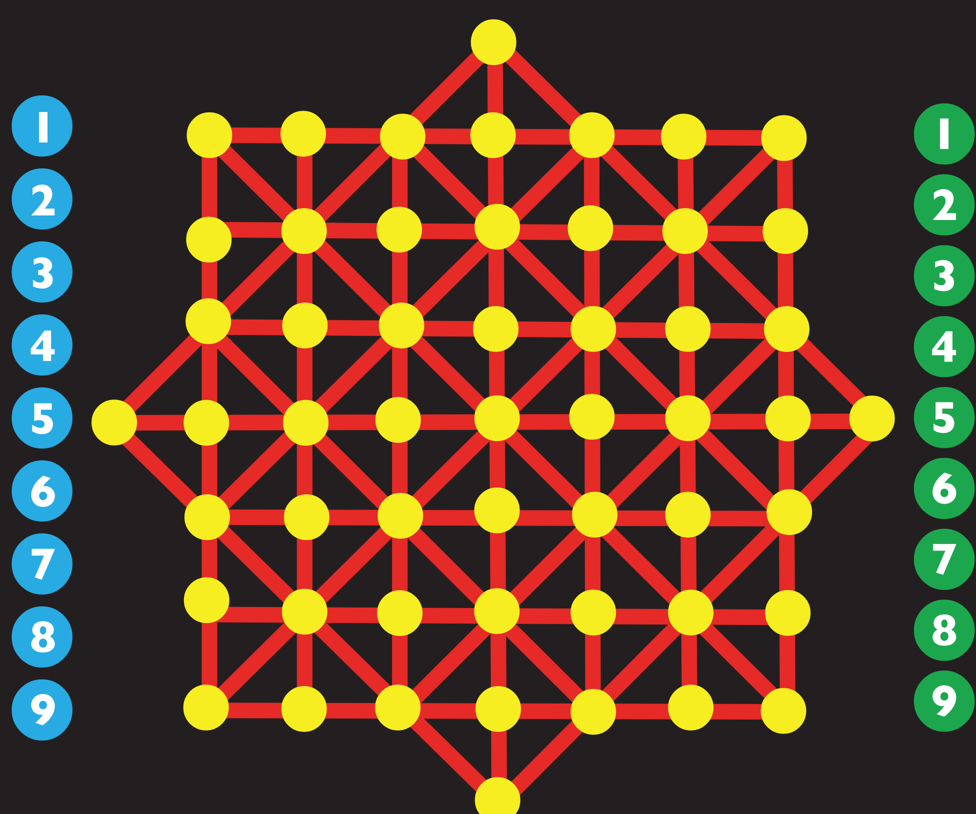
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎ 🗐 ✂
الاستكمال: ☐ الوقت:————

لعبة العدد الثابت السحري 15

هذه اللعبة مستوحاة من المربع السحري القديم. يتناوب اللاعبون في وضع قطعهم المرقمة على لوحة اللعب (ستجد من السهل عمل القطع الخاصة بك على قطعة كبيرة من الورق).

بعد أن توضع القطع جميعها على لوحة اللعب يتناوب اللاعبان في تحريك القطع الخاصة بهم على امتداد خطوط الشبكة إلى الخلايا المجاورة الفارغة كما هي الحال في لعبة الداما (checker game)؛ ويسمح بالقفزات، لكن يجوز لقطعة اللاعب القفز فقط من فوق قطعة الخصم إذا كانت القيمة المسجلة على قطعة الخصم أقل من القيمة المسجلة على قطعة اللاعب.

الهدف من هذه اللعبة تكوين صف من ثلاث قطع في خط مستقيم واحد مجموعها 15؛ ويجب أن تكون اثنتان منها على الأقل من القطع الخاصة باللاعب. بمجرد أن تُكون مثل هذه القطع الثلاث تُجمَّد ولا يسمح بحركة أي منها حتى نهاية اللعبة. يفوز اللاعب الذي يصنع أكبر عدد من مثل هذه الصفوف الثلاثية القطع.



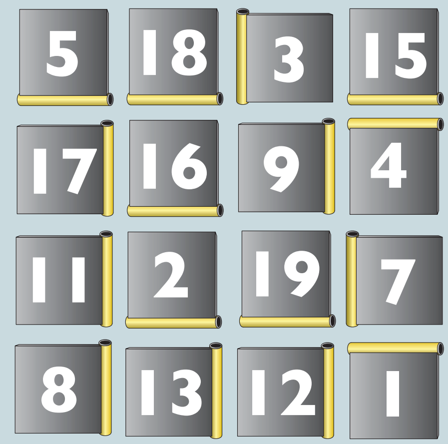
لعبة التفكير
380

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

المربع السحري ذو المفصلات

عند تقليب البلاط المرقم ذي المفصلات سوف تُحجب بعض الأعداد، وتظهر أعداد أخرى كانت مخفية؛ يحمل الجزء الخلفي من كل بلاطة العدد نفسه الموجود على الجهة الأمامية؛ بالإضافة إلى أنه يوجد عدد خلف البلاطة يساوي ضعف العدد الأصلي الذي يحمله الجزء الأمامي من البلاطة.

هل تستطيع تقليب ثلاث بلاطات مرقمة، بحيث يكون مجموع أعداد كل خط عمودي أو أفقي أو أي من القطرين الرئيسين مساويًا للعدد السحري 34؟

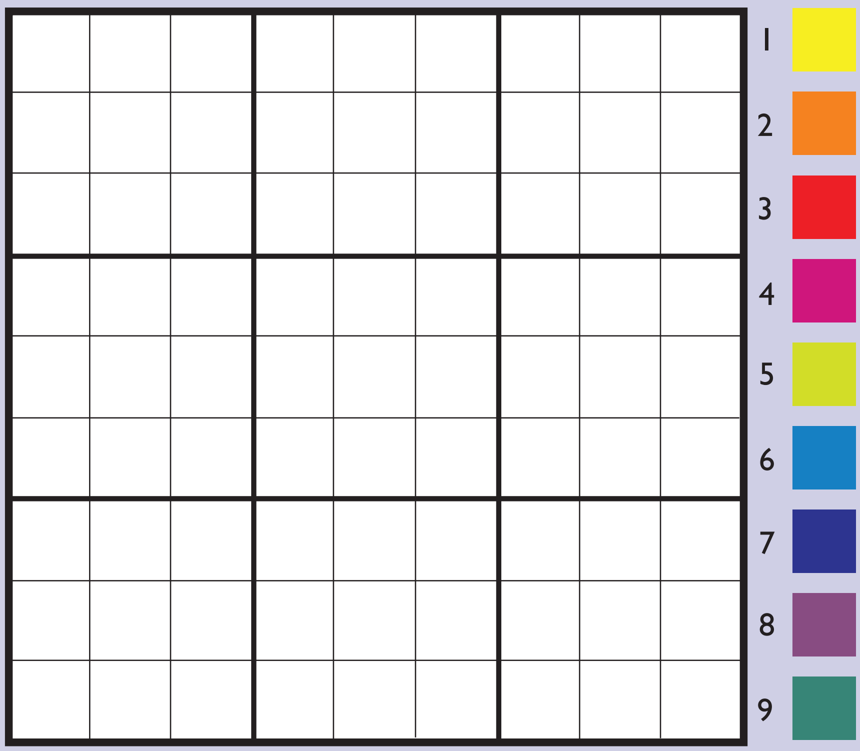


لعبة التفكير
381

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

تلوين المربعات اللاتينية

لوِّن المربع المكون من تسع في تسع خلايا باستخدام الألوان التسعة المختلفة الموضحة في الشكل، بحيث يحتوي كل صف وكل عمود وكل مربع مكون من ثلاثة في ثلاثة على خلايا من الألوان التسعة جميعها. ولأنَّ الألوان مرقمة، فيمكنك استخدام الأرقام بدل الألوان لتساعدك على حل مثل هذه الألغاز.



لعبة التفكير
382

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

الحمير والقرود

يعيش خمسة قرود وثلاثة حمير في حديقة للحيوان، إذا كان عليك اختيار قرد واحد وحمار واحد فقط، فما عدد التوافيق المختلفة التي يمكنك الاختيار منها؟



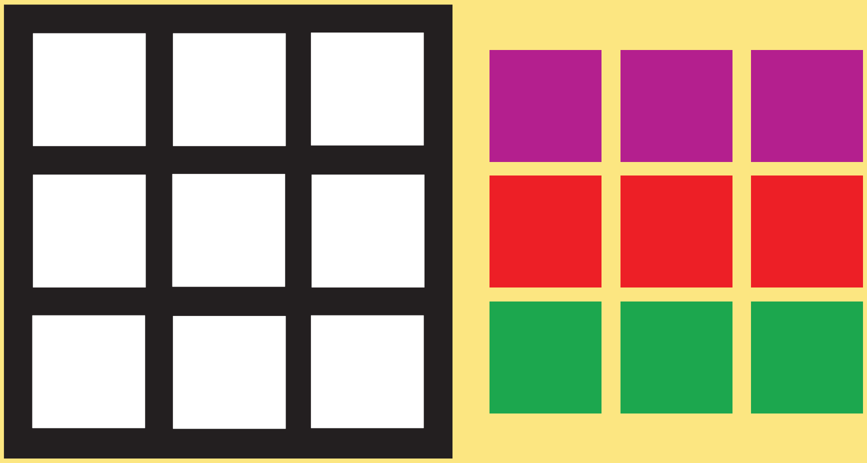
لعبة التفكير
383

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تلوين المربع السحري من الرتبة 3

هل يمكنك توزيع البلاط الملون في أنحاء الشبكة جميعها، بحيث يظهر كل لون مرة واحدة فقط في كل صف أو عمود؟

هل يمكنك توسيع القاعدة لتشمل الخطين القطريين الرئيسين؟ وماذا عن الخطوط القطرية جميعها؟

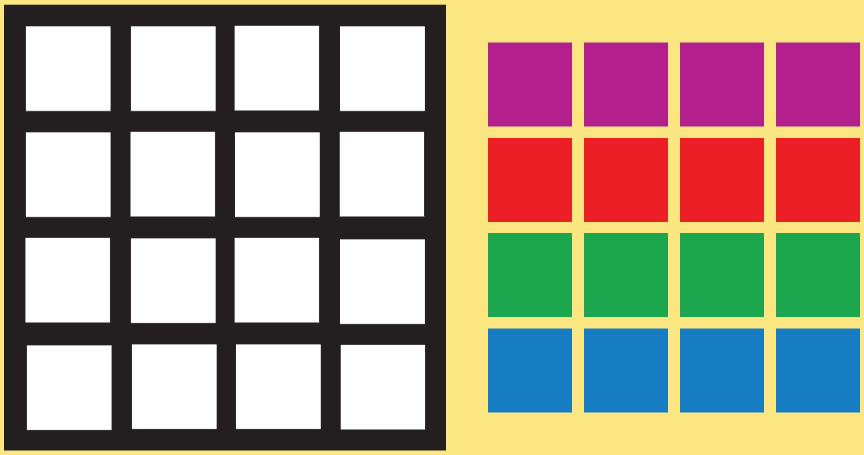


لعبة التفكير
384

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تلوين المربع السحري من الرتبة 4

هل يمكنك توزيع البلاط الملون في أنحاء الشبكة جميعها، بحيث يظهر كل لون مرة واحدة فقط في كل صف أو عمود؟ هل يمكنك توسيع القاعدة لتشمل الخطين القطريين الرئيسين في هذه الحالة؟ وماذا عن الخطوط القطرية جميعها؟



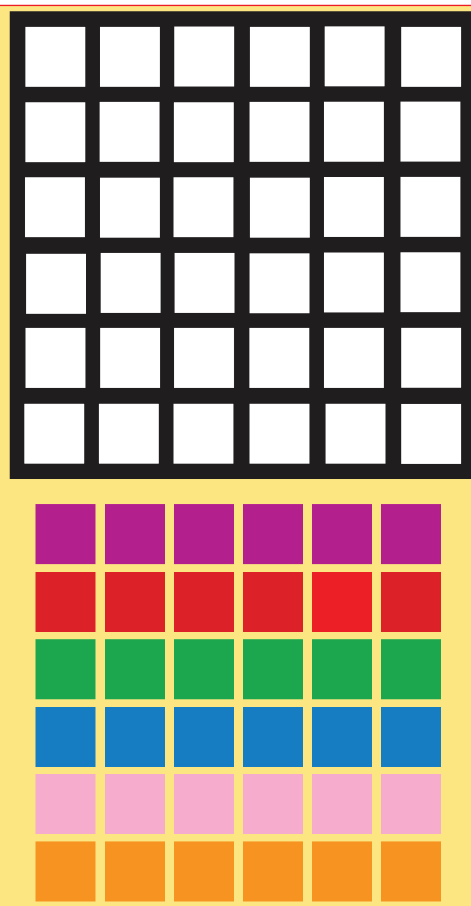
لعبة التفكير
385

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تلوين المربع السحري من الرتبة 6

هل يمكنك توزيع ست وثلاثين بلاطة من البلاط الملون في أنحاء الشبكة جميعها، بحيث يظهر كل لون مرة واحدة فقط في كل صف أو عمود؟ هل يمكنك توسيع القاعدة لتشمل الخطين القطريين الرئيسين؟

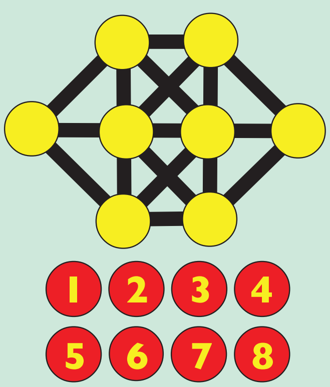
هذه اللعبة يمكن أن يلعبها شخصان، يتناوب اللاعبان على وضع البلاط على اللوحة؛ بحيث لا تظهر أي بلاطتين من اللون نفسه في أي صف أو عمود. يفوز اللاعب الذي يقوم بآخر حركة صحيحة.



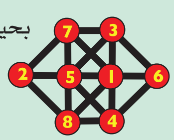
لعبة التفكير
386

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الرياضيات السحرية



هل تستطيع وضع الأرقام من 1 إلى 8 في الدوائر، بحيث لا يُربط أي خط أسود اللون برقمين متتاليين؟



يوضح الشكل المصغر مثالاً لا يمثل حلاً لهذا اللغز.

المربعات اللاتينية

فـي خريـف عمـره، ابتكـر عالـم الرياضيـات العظيم ليونارد أويلر (Leonhard Euler) نوعًا جديدًا من المربعات السـحرية يسمى المربع اللاتيني. حيث يوضـع عدد مـن الرموز (الأرقـام والحـروف والألوان وغيرهـا) فـي مربع من الرتبـة نفسـها، بحيث يحتوي كل صـف أو عمـود علـى أي رمـز منهـا مـرة واحـدة فقـط؛ علـى سـبيل المثال، قـد يحتوي المربـع المكون مـن خمسـ فـي خمس خلايـا علـى الأحرف الخمسـة a،b،c،d،e خمسـ مـرات بطريقـة ما، بحيـث لا يظهر الحـرف أ مرتيـن فـي الصـف أو العمـود نفسـه. علاوة علـى ذلك، توجـد أيضًا مربعات لاتينية قطرية تشـمل القاعـدة نفسـها قطـريّ المربـع الرئيسـيّن، أو يمكـن أن تتوسـع لتشـمل القاعـدة أيضًـا الأقطـار الصغيـرة جميعها.

مزيد من التعقيد عُثر عليه في المربع السـحري اليونانـي–اللاتينـي؛ إذ يحتـوي هـذا المربـع علـى مربعيـن لاتينيين رُكِّبا معًـا بحيث إن أي خلية من أحد المربعيـن اللاتينيين تدمج مع خلية من خلايـا المربع اللاتينـي الآخـر، لتصبـح كل خليـة من خلايـا المربع اليونانـي–اللاتينـي تحتوي علـى عنصرين؛ واحد من كل مربـع لاتينـي، ويجـب أن يحتوي أي صـف أو عمود علـى عناصـر كلا المربعين اللاتينيين جميعها. توضيح بسيط لمثل هذه المربعات يظهر على النحو الآتي:

a1	b2	c3
c2	a3	b1
b3	c1	a2

من السـهل أن نرى أنه لا يوجد أي مربع سحري يونانـي– لاتينـي من الرتبـة 2. تعدُّ لعبـة التفكير 400 (أشـكال الألوان السـحرية) مثالًا على مربع يوناني– لاتيني من الرتبة 4.

المربعـات السـحرية اللاتينيـة والمربعـات السـحرية اللاتينية – اليونانية ليسـت للتسلية فقط– بل إنها تحتوي على تطبيقات قيمة في العلوم التجريبية. لنفترض أن باحثًـا فـي المجـال الزراعـي يرغـب فـي اختبـار تأثير سـبعة أنواع من مبيـدات الفطريات على نبـات القمح، فيمكن لهذا الباحث تقسـيم حقل القمح إلـى سـبعة شـرائط متوازيـة، ويعالَـج كلَّ شـريط مـن هذه الأشـرطة بنوع من المبيـدات الفطرية المختلفة. لكـن قـد يكـون هذا الاختبـار متحيـزًا نظرًا إلـى حالة الحقل في أحد الشـرائط –لنقل مثلًا– الشـريط في أقصى الشرق أو الشريط في أقصى الجنوب فيه خلل مـا؛ وعليـه، فـإن أفضـل الطـرق للتحكم فـي مثل هذه التحيزات تقسـيمُ الحقل إلى تسـع وأربعين قطعة على هيئـة مصفوفـة مكونة من سـبعة فـي سـبعة مربَّعات، وتطبيق رش هذه المبيـدات الفطرية وفقًا لمواصفات المربع اللاتيني. بهذه الطريقة سَيُختَبر كل مركب من مركبـات المبيـدات الفطرية علـى كل حالة من حالات الحقـل. إذا كانـت هنـاك حاجـة إلى اختبـار مركبات المبيـدات الفطرية السـبعة على سـبعة أنواع من نبات القمـح مزروعـة في سـبعة شـرائط، ففي هـذه الحالة يمكن استخدام المربع اليوناني–اللاتيني أيضًا.

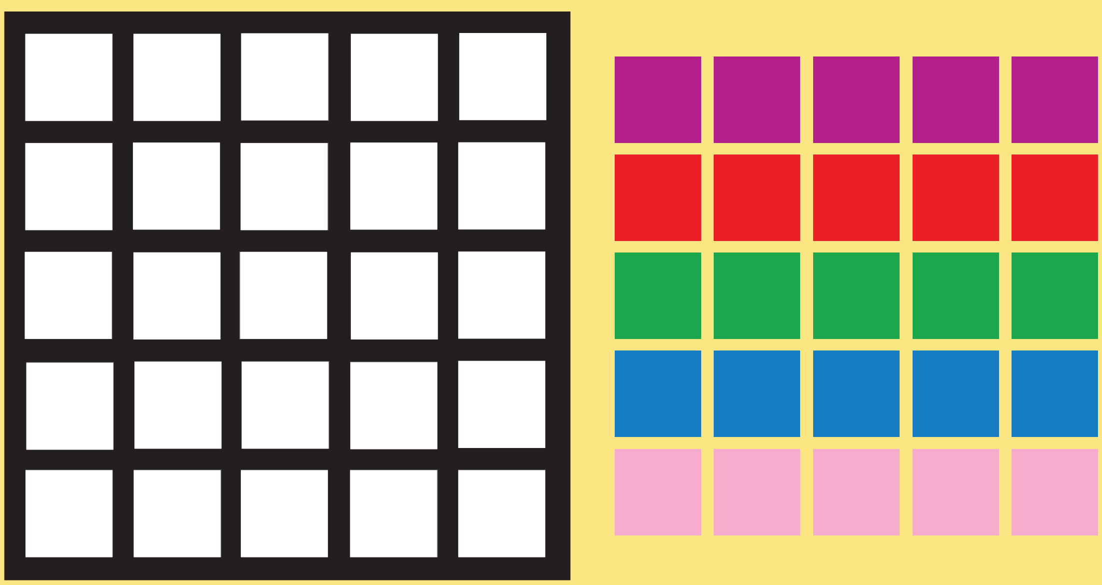
بهـذه الطريقة أصبحت مشـكلة أويلر الترفيهية ذات تصميم تجريبي على نطاق واسـع، ليس فقط في المجـال الزراعـي، لكـن أيضًـا فـي علم الأحيـاء وعلم الاجتماع والطب وحتى في التسـويق؛ فالخلية لا تحتاج –بطبيعة الحـال– إلى أن تكون قطعة من الأرض؛ فقد تكـون مثـلًا بقرة أو مريضًـا أو ورقـة أو قفص حيوانات أو مدينـة أو مـدة من الزمن، وهكـذا. يعد هذا المربع طريقـة بسـيطة للجمع بيـن العناصر المتغيـرة بطرق فريدة من نوعها.

لعبة التفكير
387

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎ 🗐 ✂
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تلوين المربع السحري من الرتبة 5

هـل تسـتطيع وضـع خمـس وعشـرين بلاطـة ملونـة علـى الشبكة، بحيث يظهر كل لون مرة واحدة فقط في كل صف أو عمـود؟ مـرة أخـرى، هـل يمكن توسـيع القاعـدة لتشـمل الخطيّن القطريّن الرئيسين؟ ماذا عن الخطوط القُطرية جميعها؟



لعبة التفكير 388

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

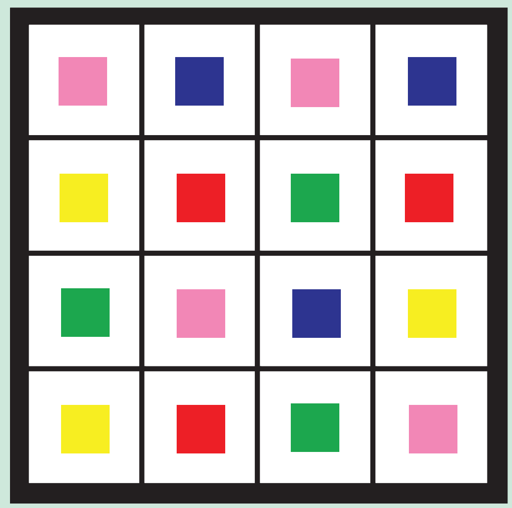
سبكتريكس (Spectrix)

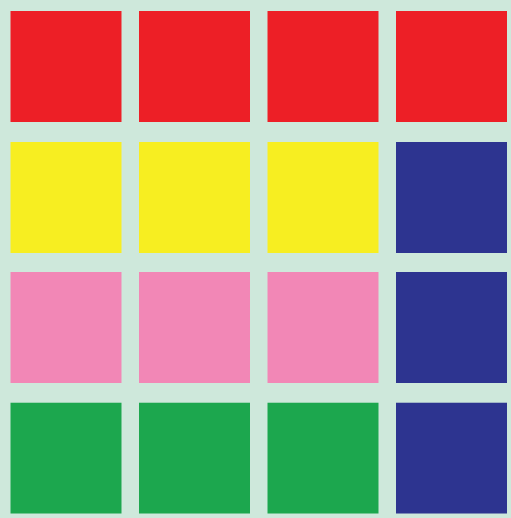
يمكن وضع البلاطات الملونة أدناه واحدة تلو الأخرى على الشبكة شريطة مراعاة القواعد الآتية:

- لا يسمح بوضع أي بلاطة على مربع لهما اللون نفسه، أو أن تجاورها بلاطة في الصف أو العمود أو القطر لهما اللون نفسه.
- بمجرد أن توضع البلاطة على اللوحة، يأخذ هذا المربع لون البلاطة التي وُضعت فيه.
- لا يمكن وضع بلاطة فوق بلاطة أخرى.

هل تستطيع وضع البلاطات الست عشرة جميعها على اللوحة؟

هذا اللغز يمكن أن يلعبه شخصان، بحيث يتناوب اللاعبان في وضع البلاطات على اللوحة وفقًا للقواعد المذكورة أعلاه، ويفوز باللعبة آخر لاعب استطاع وضع آخر بلاطة صحيحة.



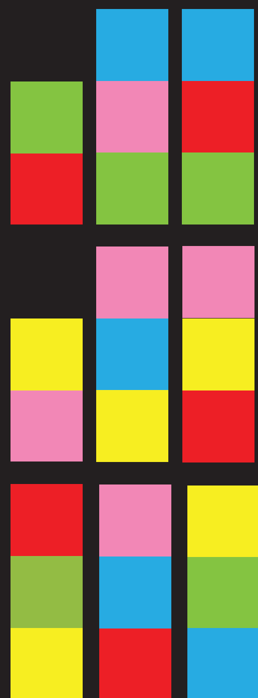


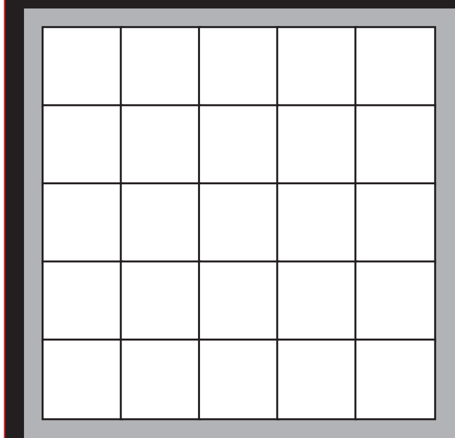
لعبة التفكير 389

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

ترتيب الشرائط

هل يمكنك ترتيب الشرائط الملونة التسعة الموضحة ناحية اليمين بحيث يحتوي كل صف وكل عمود على خمسة ألوان مختلفة؟





لعبة التفكير 390

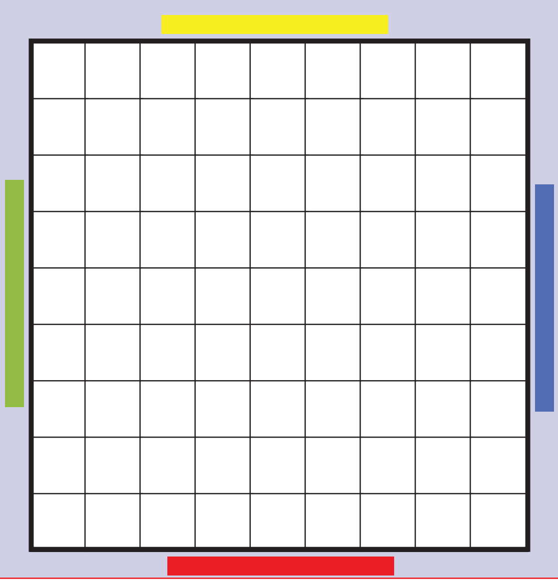
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

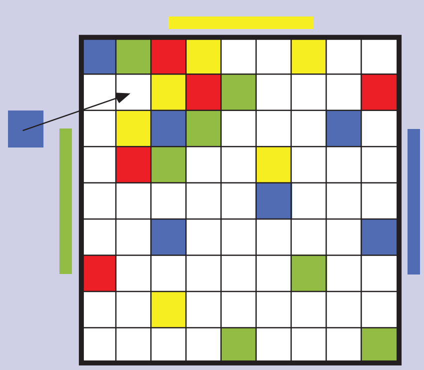
لعبة مربَّعات الألوان الأربعة

الهدف من هذه اللعبة بسيط لكنها لعبة مجزية لتكوين صفوف أو أعمدة مكونة من أربعة مربعات ذات ألوان مختلفة؛ يتحكم كل لاعب في لونين إما أن يكونا اللونين الأحمر والأصفر أو اللونين الأزرق والأخضر.

في كل دور يضع اللاعبون مربعين على اللوحة؛ واحدًا من كل لون، ولا يسمح لمربعين من اللون نفسه أن يشتركا في ضلع، ولا يمكن أيضًا لأكثر من أربعة مربعات تكوين صف أو عمود متواصل.

يحصل اللاعبون على نقطة واحدة عن كل خط مكون من أربعة ألوان أنشؤوه؛ إذا كانت بلاطة تُكمل صفًا وعمودًا في آن معًا؛ فتُضاعف النقاط التي يحصل عليها اللاعبون؛ فمثلًا، في نموذج اللعبة الموضح أدناه، يحصل اللاعب الذي يضع المربع الأزرق على أربع نقاط، ثمَّ تُضاعف النقاط التي حصل عليها لإنشائه صفًا وعمودًا في آن معًا.

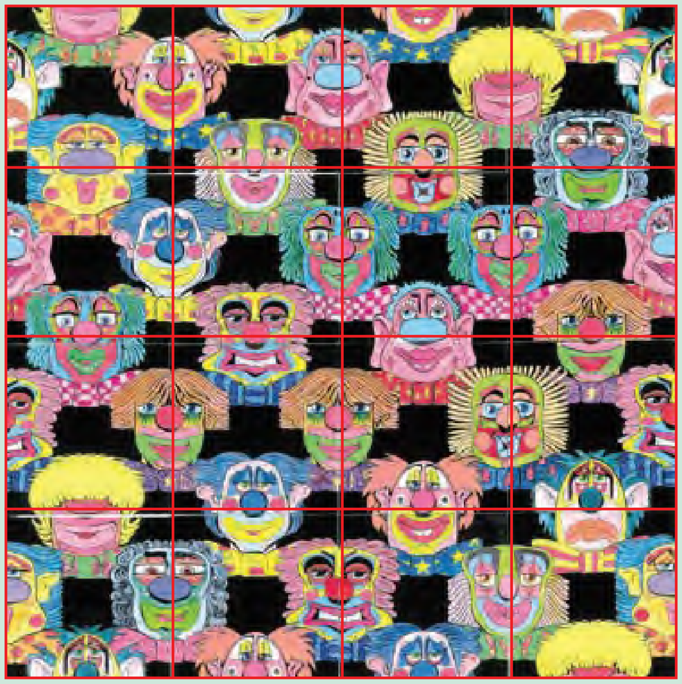




لعبة التفكير
391

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المهرِّج المرح



ما عدد المهرِّجين المختلفين الذين يمكنك العثور عليهم في هذه الصورة ذات الستة عشر مربعًا، والمرتَّبة في شبكة من الرتبة أربعة في أربعة؟ هل عدد مرات ظهور المهرِّجين في الصورة متساوٍ، أم أنَّ هنالك بعض المهرِّجين يظهرون بصورة أكثر من الآخرين؟ ما عدد المهرِّجين الكاملين في الصورة؟ وما عدد المهرِّجين الذين يمكن أن يظهروا بطريقة كاملة في أي ترتيب مكون من أربعة في أربعة مربَّعات؟

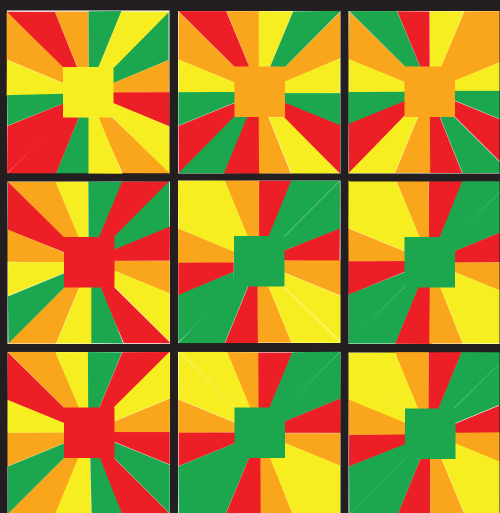
يمكن نسخ هذه البلاطات وقصها لإنشاء بلاطات للعديد من الألعاب الفردية والألعاب الجماعية. ببساطة، استخدم قواعد لعبتي التفكير 123 و 104.

لعبة التفكير
392

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المربعات المشعة

يمكن إعادة تشكيل هذه الشبكة من خلال تدوير أربعة مربعات فقط؛ بحيث تلمس كل حافة إحدى الحواف الأخرى من اللون نفسه. هل تستطيع معرفة المربعات الأربعة التي يجب تدويرها؟



لعبة التفكير
393

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تحقيق التوازن في الألعاب البهلوانية

ما الحركة التالية التي سيقوم بها هؤلاء البهلوانيون؟

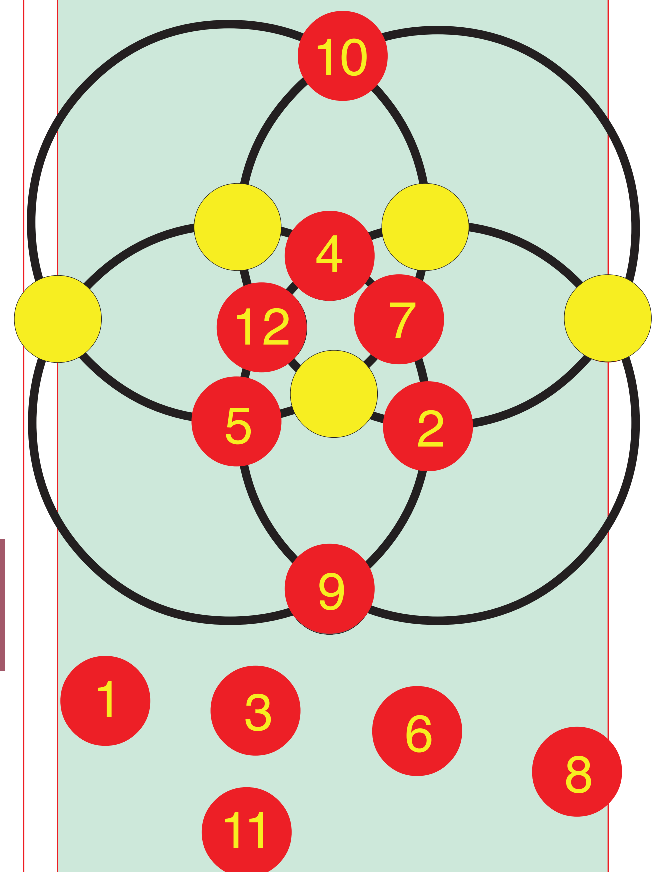


لعبة التفكير
394

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الدوائر السحرية 2

هل يمكنك وضع الأعداد الموضحة أدناه في الدوائر الصغيرة الفارغة الموجودة عند نقاط تقاطع الدوائر الأربع الكبيرة، بحيث يكون مجموع الأعداد على محيط كل دائرة كبيرة يساوي 39؟

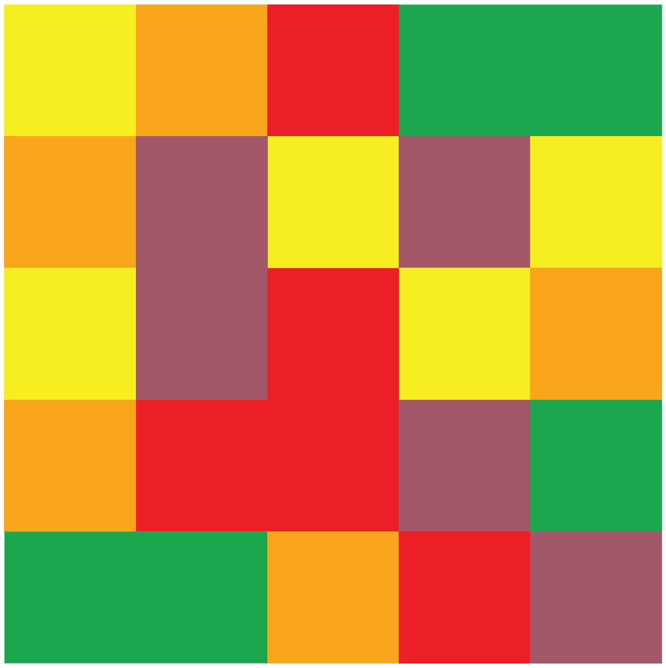


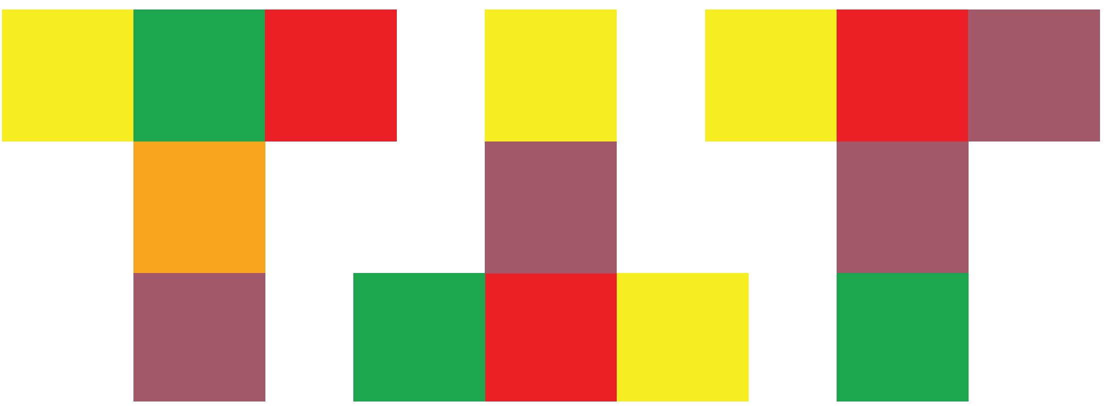
لعبة التفكير
395

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

التقاطعات على شكل حرف T

هل تستطيع وضع الأشكال التي على شكل الحرف T في الشبكة الملونة الكبيرة بطريقة لا يظهر فيها في الشكل الناتج أي لون من الألوان أكثر من مرة واحدة في أي صف أو أي عمود؟



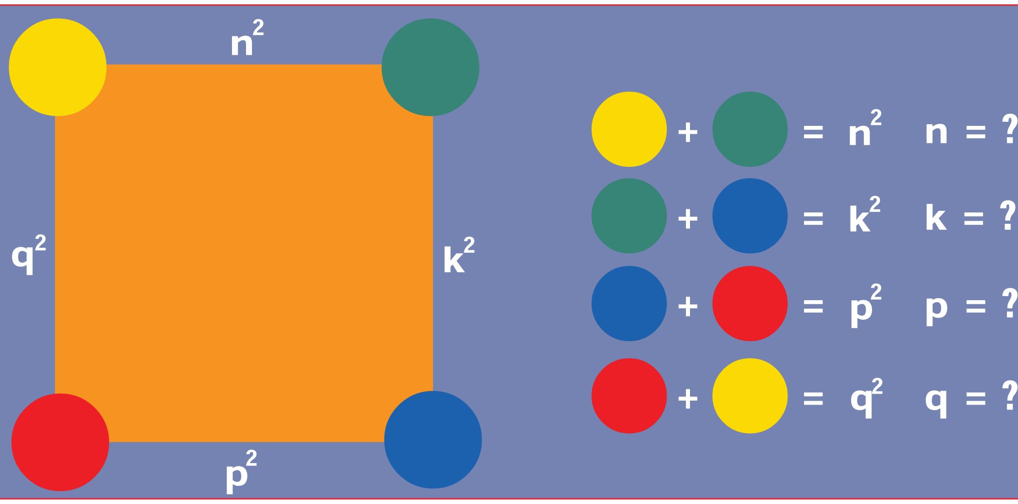


لعبة التفكير
396

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مربع الأرقام المربعة

هل تستطيع وضع أربعة أعداد مختلفة في الدوائر التي في الشكل، بحيث يكون مجموع العددين على أي ضلع من أضلاع المربع مساويًا لمربع رقم آخر؟

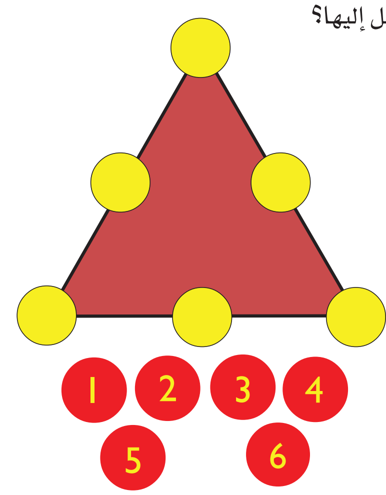


لعبة التفكير
397

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المثلث السحري 1

هل تستطيع وضع الأرقام من 1 إلى 6 في الدوائر الموجودة على طول أضلاع المثلث، بحيث يكون مجموع أي ثلاثة أرقام على الضلع نفسه دائمًا متساويًا؟ ما عدد الحلول المختلفة التي يمكنك التوصل إليها؟

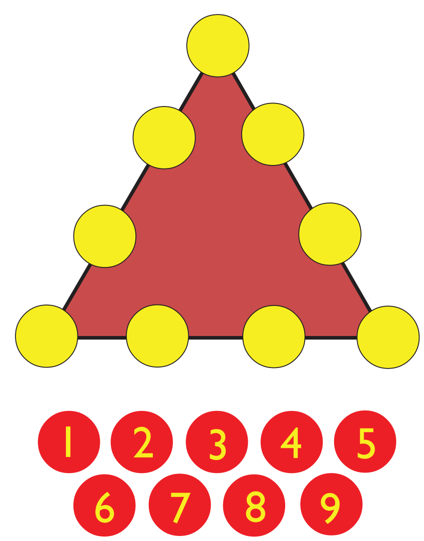


لعبة التفكير
398

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المثلث السحري 2

هل يمكنك وضع الأرقام من 1 إلى 9 في الدوائر الموجودة على طول أضلاع المثلث، بحيث يكون مجموع أي أربعة أرقام على الضلع نفسه دائمًا متساويًا؟ ما عدد الحلول المختلفة التي يمكنك التوصل إليها؟

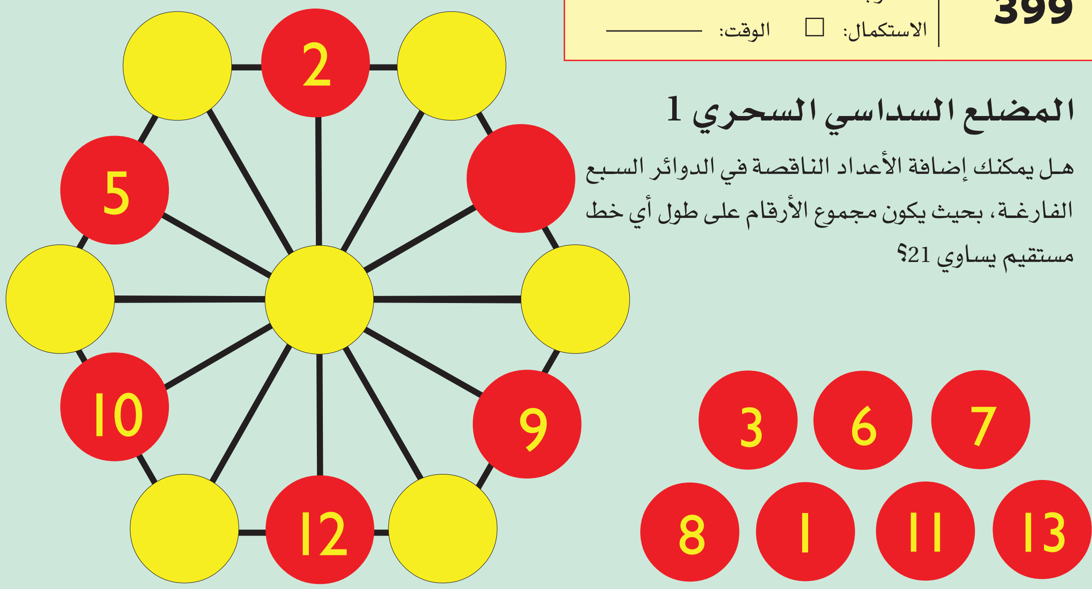


لعبة التفكير
399

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المضلع السداسي السحري 1

هل يمكنك إضافة الأعداد الناقصة في الدوائر السبع الفارغة، بحيث يكون مجموع الأرقام على طول أي خط مستقيم يساوي 21؟

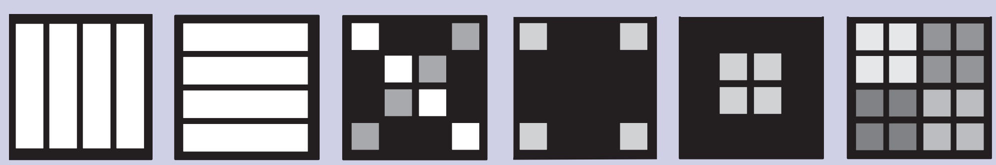


لعبة التفكير
400

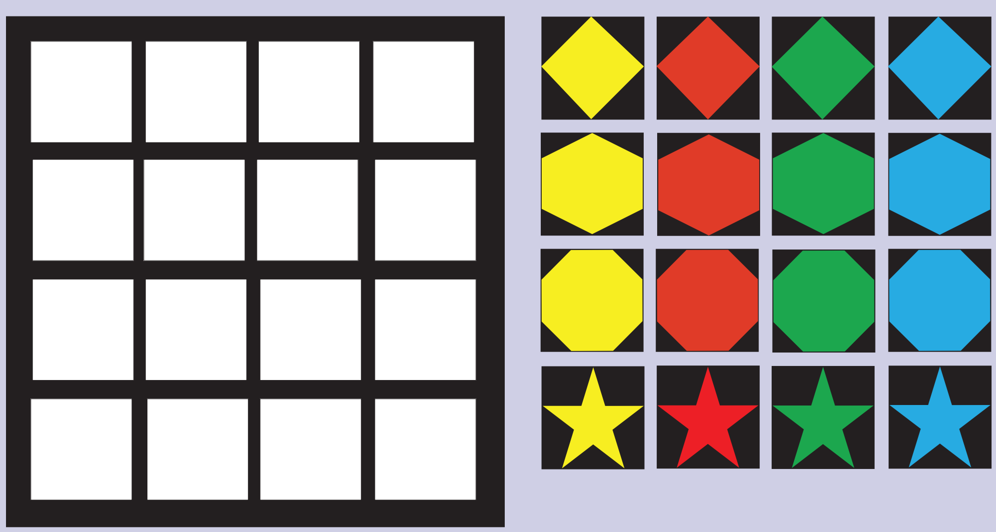
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الأشكال والألوان السحرية

هل تستطيع ترتيب الست عشرة خلية الملونة الموجودة أدناه بطريقة تشكل أكثر من مجرد مربع سحري ملون، وذلك بإعادة ترتيب هذه الخلايا الست عشرة الكاملة والمكونة لأربعة ألوان وأربعة أشكال كما هو موضح أدناه؟ بعبارة أخرى، يجب أن تحتوي إجابتك على أربعة ألوان مختلفة وأربعة أشكال مختلفة في كل تشكيل من التشكيلات الآتية:



6. أربعة مربعات في كل ربع — **5. أربعة مربعات في الوسط** — **4. أربعة مربعات في الزوايا** — **3. خطان قُطريان رئيسان** — **2. أربعة صفوف أفقية** — **1. أربعة أعمدة عمودية**

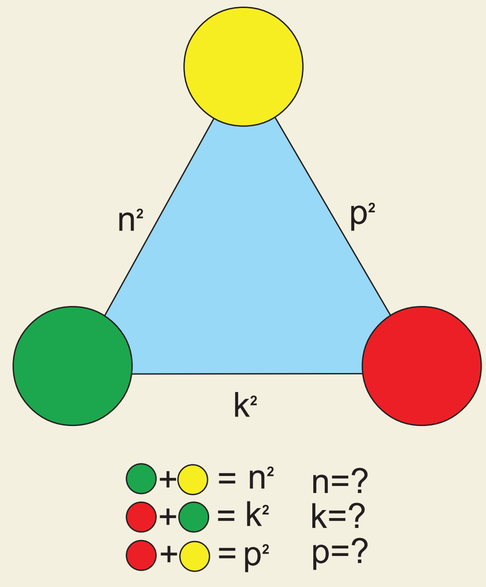


لعبة التفكير
401

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مثلث الأعداد المربعة

هل تستطيع وضع ثلاثة أرقام مختلفة في الدوائر أدناه، بحيث يكون مجموع العددين على أي ضلع من أضلاع المثلث مساويًا لمربع رقم آخر؟

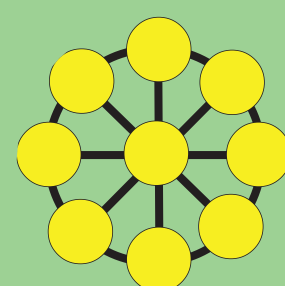


لعبة التفكير
402

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الدائرة السحرية 1

هل يمكنك توزيع الأرقام من 1 إلى 9 بحيث يكون مجموع أي خط مار بمركز الدائرة يساوي دائمًا 15؟



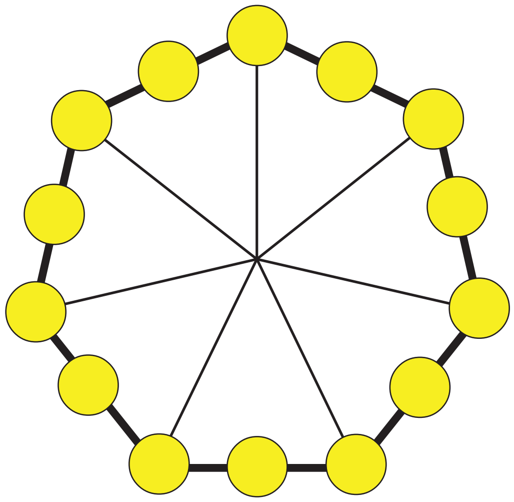


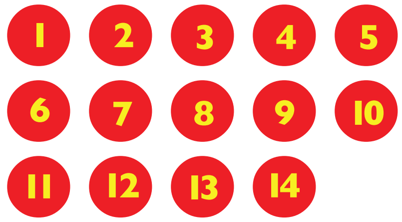
لعبة التفكير
403

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المضلع السباعي السحري 2

هل تستطيع ترتيب الأعداد من 1 إلى 14 على طول أضلاع المضلع السباعي بطريقة ما، بحيث يكون مجموع الأرقام الثلاثة على أي ضلع يساوي دائمًا 26؟



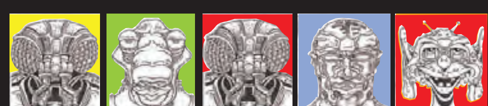


لعبة التفكير
404

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المربع السحري للكائنات الفضائية

أي من أشكال الكائنات الفضائية الخمسة الموجودة ناحية اليسار سوف يكمل المربع السحري؟

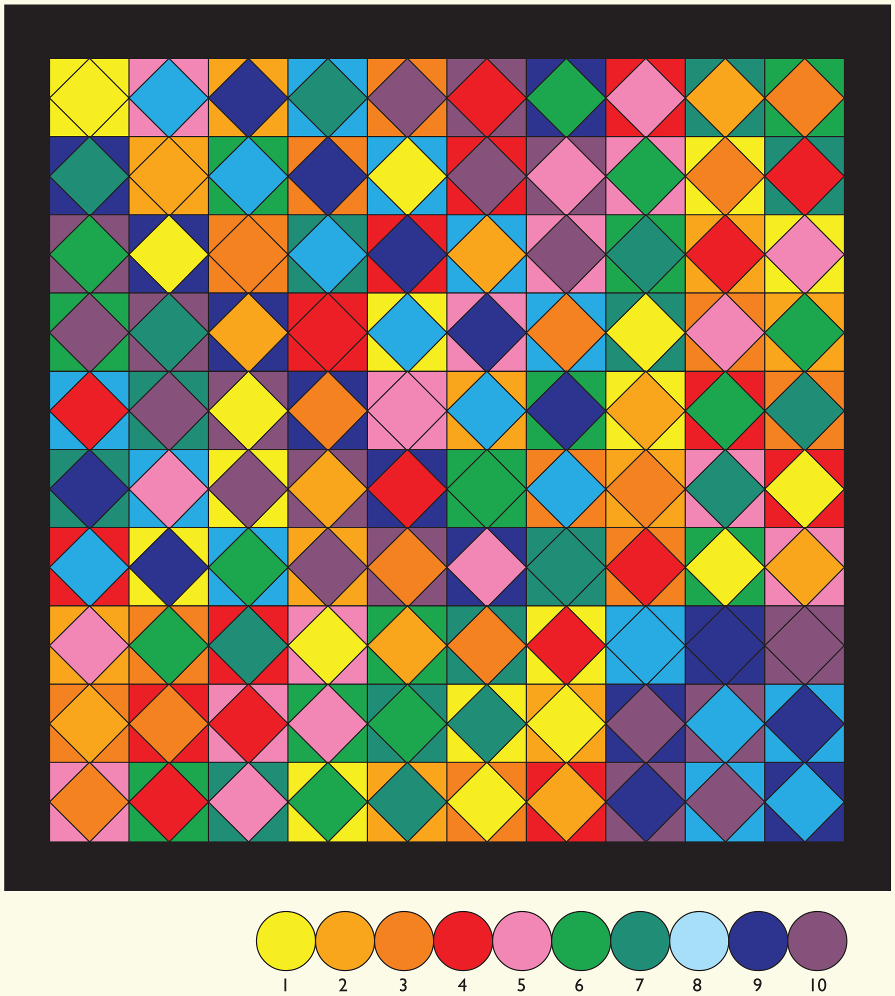




المربع اليوناني-اللاتيني السحري من الرتبة 10

لسنوات عديدة مضت اعتقد الناس أن المربع اليوناني– اللاتيني من الرتبة 10 مستحيلٌ، وظلت هذه المسألة غير محلولة على الرغم من استخدام الحاسوب في العام 1959م فيها للمرة الأولى، وذلك لأكثر من (100) ساعة من العمل أجراها في البحث عن أي اجابة محتملة لهذه المسألة. اعتقد المبرمجون أن إجراء بحث كامل للإجابة عن هذه المسألة قد يستغرق جهاز الحاسوب أكثر من 100 عام من العمل المتواصل، وبصورة أكبر عزز هذا الفشل الفكرة التي تقول إنَّ الحل لهذه المسألة غير موجود.

في عام 1960م اكتشف الباحثون نهجًا جديدًا، أدى إلى إيجاد مئات الحلول ليس فقط لمربعات يونانية–لاتينية من الرتبة 10، ولكن أيضًا لمربعات من الرتبة 14 ومربعات من الرتبة 18، وغيرها من المربَّعات ذات الرتب الأعلى. يوضح الشكل هنا أحد الحلول للمربع اليوناني – اللاتيني السحري الملون من الرتبة 10، حيث استبدلت الألوان بالأرقام من 1 إلى 10.

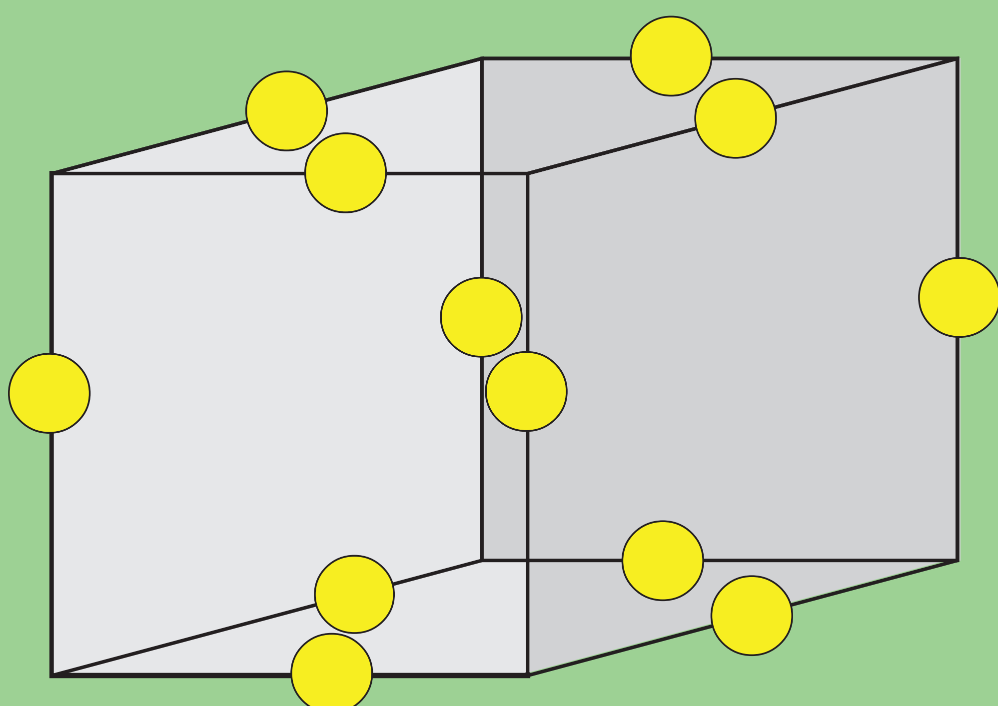


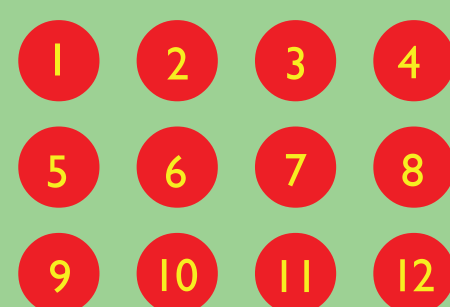
لعبة التفكير
405

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المكعب السحري 2

هل يمكنك توزيع الأعداد من 1 إلى 12 على أضلاع المكعب جميعها بطريقة ما، بحيث يكون مجموع الأضلاع الأربعة في كل وجه من أوجه المكعب يساوي دائمًا 26؟



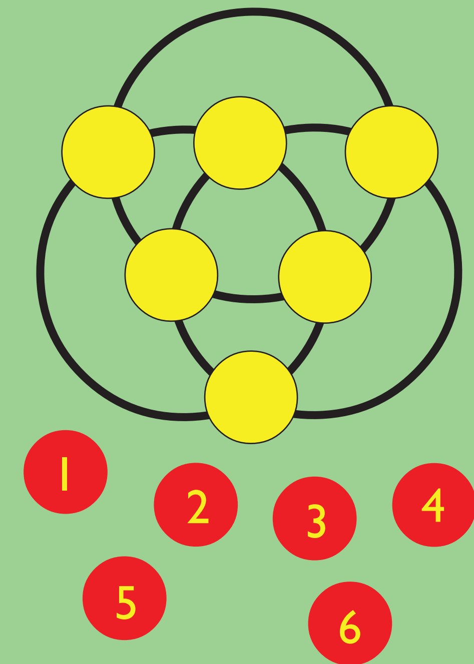


لعبة التفكير
406

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الدوائر السحرية 3

هل يمكنك توزيع الأرقام من 1 الى 6 على الدوائر الصغيرة الفارغة الموجودة عند نقاط تقاطع الدوائر الثلاث الكبيرة، بحيث يكون مجموع الأعداد على محيط كل دائرة كبيرة دائما متساويًا؟



لعبة التفكير
407

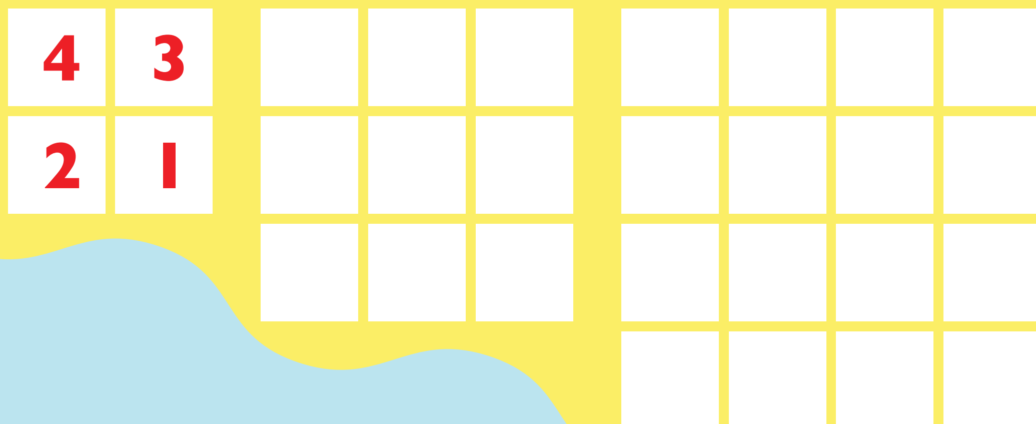
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المربع المنظم

الهدف من هذه اللعبة ترتيب مجموعة من الأرقام في لوحة من المربعات، بحيث لا يكون أي عدد في مربع أصغر من العدد في المربع المجاور له من ناحية اليمين، أو أصغر من العدد في المربع الذي تحته مباشرة. وُضِّح الحل في اللوحة الصغيرة المكونة من أربعة مربعات.

هل تستطيع وضع الأرقام من 1 إلى 9 في اللوحة الوسطى، والأرقام من 1 إلى 16 في اللوحة اليمنى وفقًا لشروط هذه اللعبة؟

عند الانتهاء، يكون الناتج كشلال مياه متساقطة من أعلى اليسار إلى أسفل اليمين.



لعبة التفكير
408

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

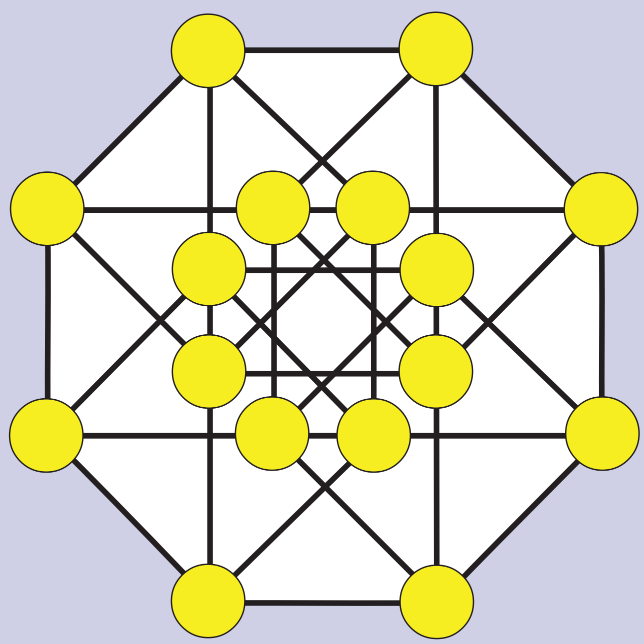
المكعب الزائدي (Hypercube) الرباعي الأبعاد

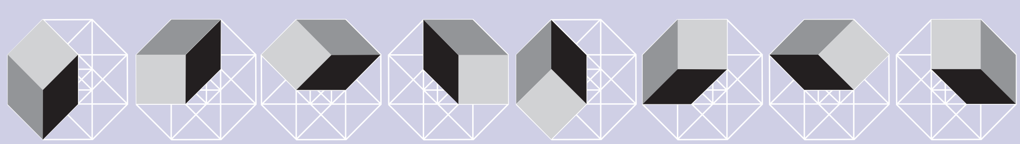
يعدُّ العلماء الإسلاميون أول من أنشأ الشكل في هذا اللغز، حيث يطلق عليه أحيانًا اسم تسراكت (tesseract). وفي الوقت الراهن تعامل معه علماء الرياضيات على أنه تمثيل في بعدين للمكعب الزائدي ذي الأربعة أبعاد.

هل يمكن للعقل البشري إدراك فضاء رباعي الأبعاد؟ على الرغم من أنَّ البشر محصورون في الفضاءات ثلاثية الأبعاد، فمن الممكن من خلال التدريب الرياضي الصحيح أن تتطور قدراتهم على تصور المكعب الزائدي ذي الأربعة أبعاد بصفة تامة.

بالنسبة إلى اللغز الحالي، هل يمكنك وضع الأعداد من 0 إلى 15 في الدوائر على المكعب الزائدي بطريقة ما، بحيث إن الأعداد في زوايا الأوجه المربعة للمكعَّبات الثمانية في الرسم المنظوري الموضح ناحية اليمين يصبح مجموعها 30؟







لعبة التفكير 409

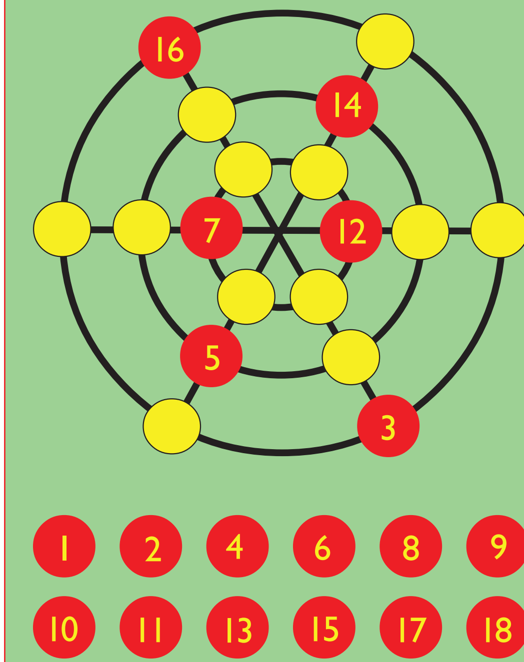
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الدوائر السحرية 4

رتِّب الأعداد من 1 إلى 18 في الدوائر، بحيث يكون مجموع أي زوج من الدوائر المتناظرة يساوي دائمًا 19. وضعت ثلاثة من الأزواج بالفعل، هل يمكنك وضع الأعداد المتبقية؟



لعبة التفكير 410

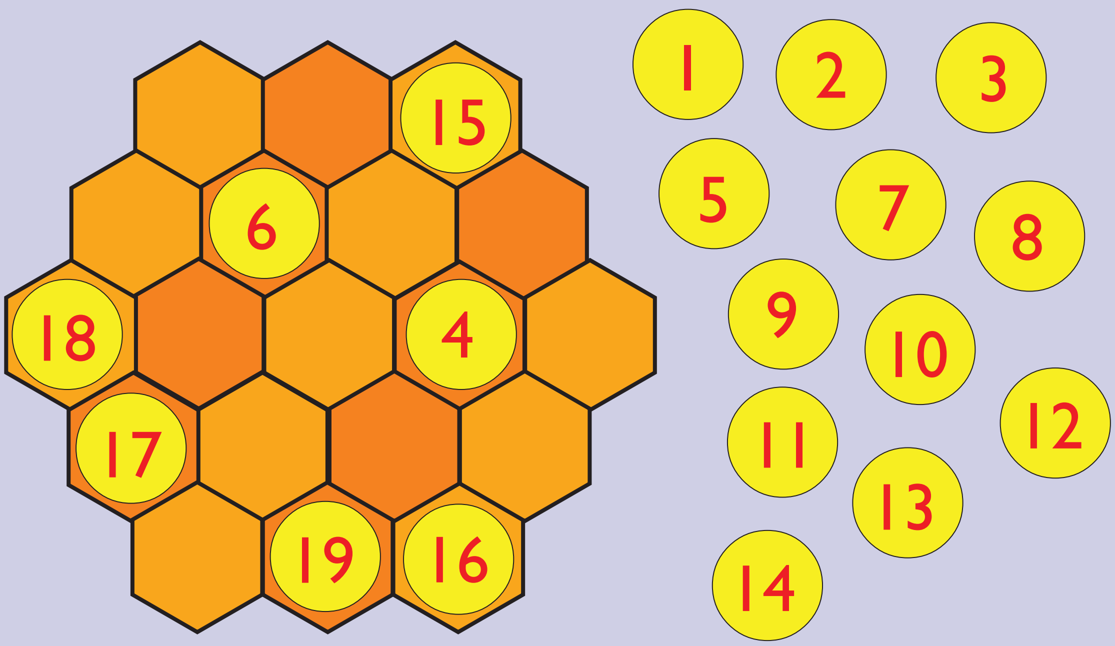
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المضلع السداسي 2

كُتبت مجلَّدات عن المربعات السحرية، لكن (السحر) يمكن أن يتجسد من خلال مضلعات أخرى؛ مثل المثلثات والدوائر والمضلعات السداسية؛ فعلى سبيل المثال، هل يمكنك توزيع الأعداد من 1 إلى 19 على لوحة اللعب سداسية الشكل الموضحة أدناه، بحيث يكون مجموع أي خط مستقيم مساويًا لمجموع أي من الخطوط المستقيمة الأخرى؟ هل يمكنك اكتشاف العدد الثابت السحري هنا؟ ولتجنب جعل اللغز صعبًا جدًّا، فقد وضعنا بعض الأعداد داخل خلايا الشكل السداسي، وبقي عليك فقط وضع الأعداد المتبقية؟



لعبة التفكير 411

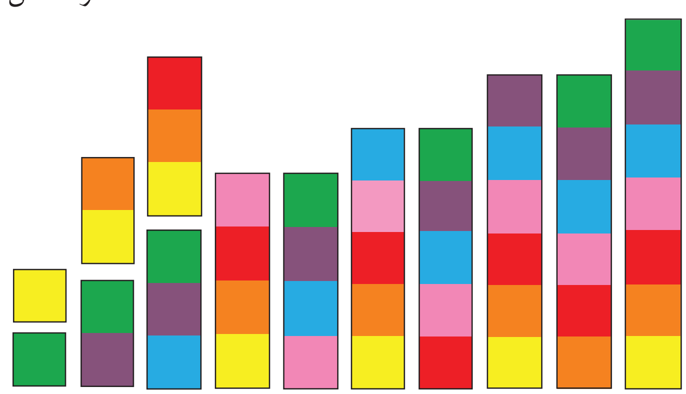
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

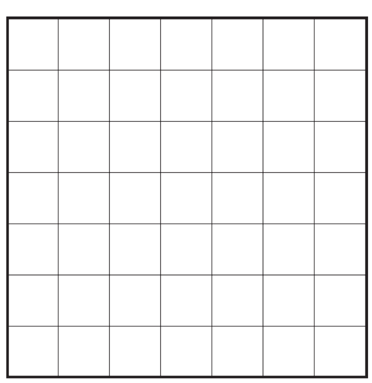
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الشرائط السحرية

يمكن ترتيب الشرائط الثلاثة عشر في مربع من الرتبة 7×7 بطريقة، بحيث يحتوي كل صف أفقي على لون واحد فقط. هل تستطيع إعادة ترتيب الشرائط بحيث لا يظهر اللون الواحد أكثر من مرة واحدة فقط في أي صف أفقي؟ هذه مسألة سهلة ولها العديد من الحلول.



لكن، هل يمكنك إعادة ترتيب هذه الشرائط مرة أخرى، بحيث لا يظهر لون من الألوان أكثر من مرة واحدة في أي صف أو عمود أو خط قطري (بما في ذلك الأقطار الصغرى)؟ يمكن لعب هذا اللغز بصفتها لعبة ثنائية يلعبها شخصان. يتناوب اللاعبان في وضع الشرائط على اللوحة؛ بحيث يفوز اللاعب الأخير الذي يستطيع وضع الشرائط من دون انتهاك قواعد اللعبة.



لعبة التفكير 412

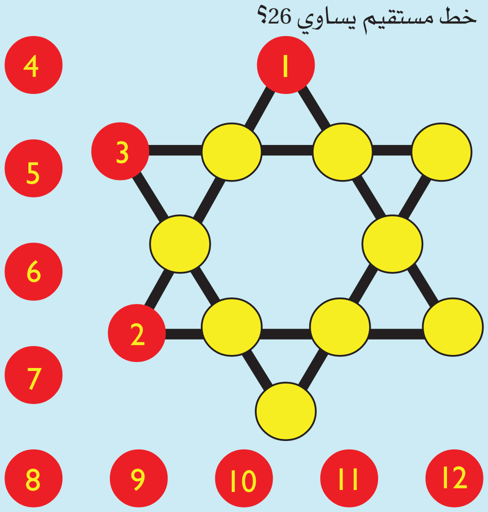
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

النجمة السحرية 2

هل تستطيع إضافة الأعداد المفقودة في الدوائر التسع الفارغة، بحيث يكون مجموع الأعداد على أي خط مستقيم يساوي 26؟

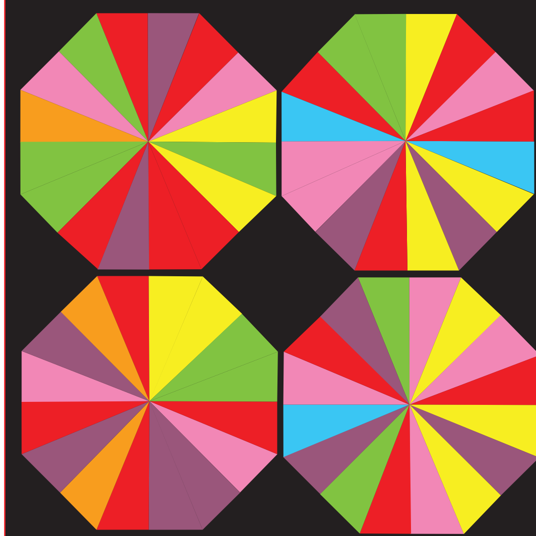


لعبة التفكير 413

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المضلع الثماني 1

يمكن تدوير الأشكال الثُمانيَّة الموضحة في الشكل أدناه بحيث تكون الأضلاع المتلامسة متطابقة في اللون عند نقاط التماس جميعها، فهل يمكنك تحقيق هذا الهدف بأقل عدد ممكن من عمليات التدوير؟

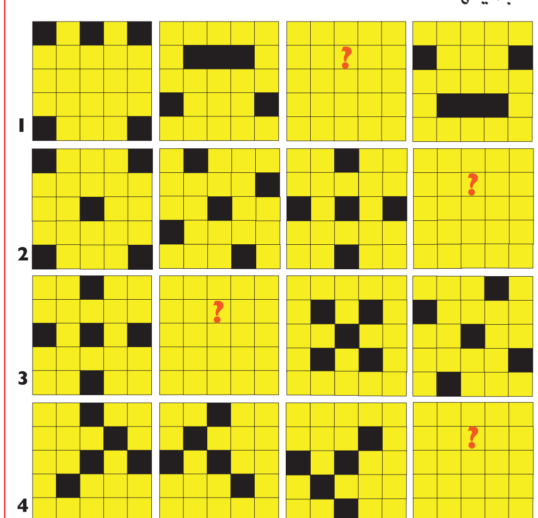


لعبة التفكير 415

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مربع الرقص

كل صف من الصفوف الأربعة المشكلة للشبكة أدناه يمثل متتابعة من الحركات للمربعات الخمس السوداء التي يمكن التنبؤ بها. يوجد نمط واحد ناقص في كل متتابعة، ومن خلال دراسة الأنماط الثلاثة الموضحة في كل صف، هل يمكنك استكمال المتواليات الأربع جميعها؟

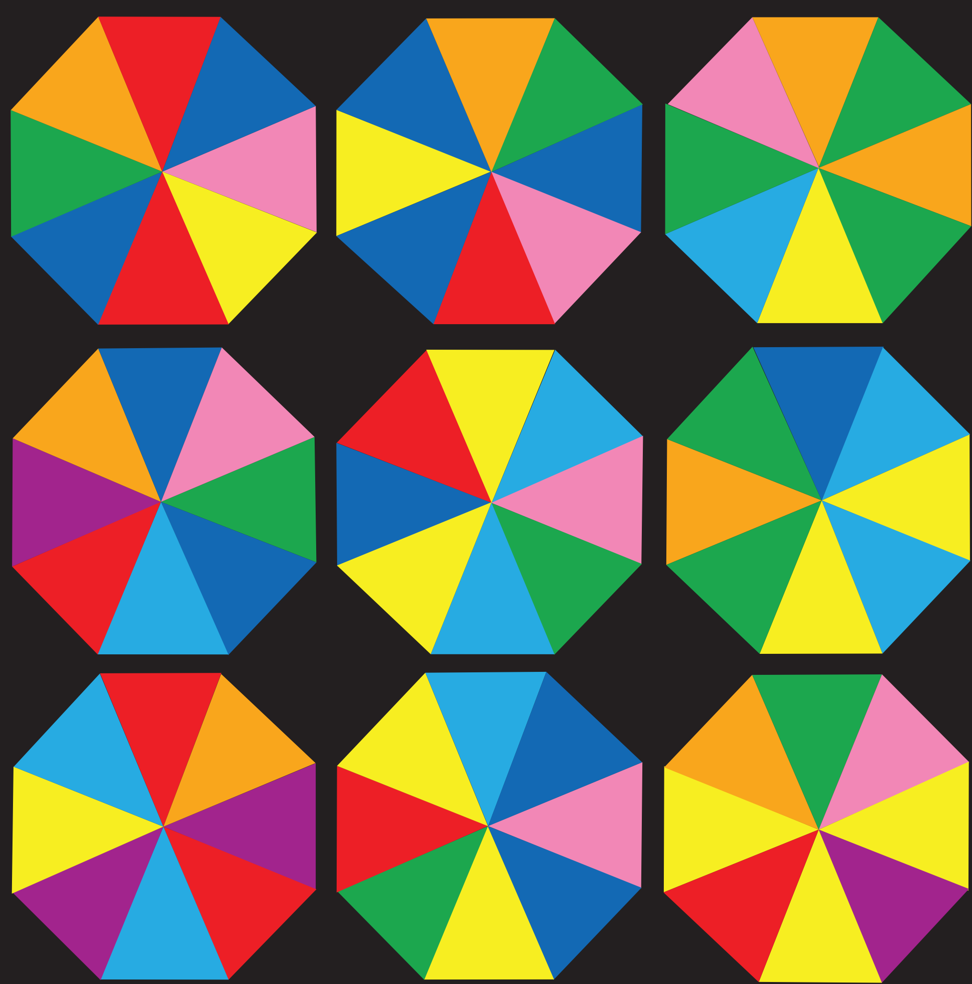


لعبة التفكير 414

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المضلع الثماني 2

هل يمكنك تدوير الأشكال الثُمانيَّة الموضحة في الشكل وعددها تسعة، بحيث تكون الأضلاع المتقابلة في هذه الأشكال لها اللون نفسه؟ يوجد حلان ممكنان.

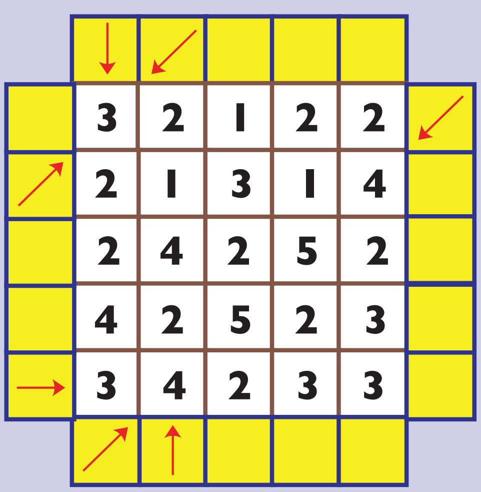


لعبة التفكير 416

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الشبكات والأسهم

يجب وضع سهم واحد فقط في كل مربع من المربعات الصفراء التي تحيط بشبكة الأرقام المربعة، بحيث يشير كل سهم أفقيًّا أو رأسيًّا أو قطريًّا على الشبكة. هل يمكنك وضع الأسهم بطريقة ما بحيث يكون عدد الأسهم التي تشير إلى كل مربع في الشبكة مساويًا للعدد الموجود في ذلك المربع؟



لعبة التفكير 417

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 🗐 ✂

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

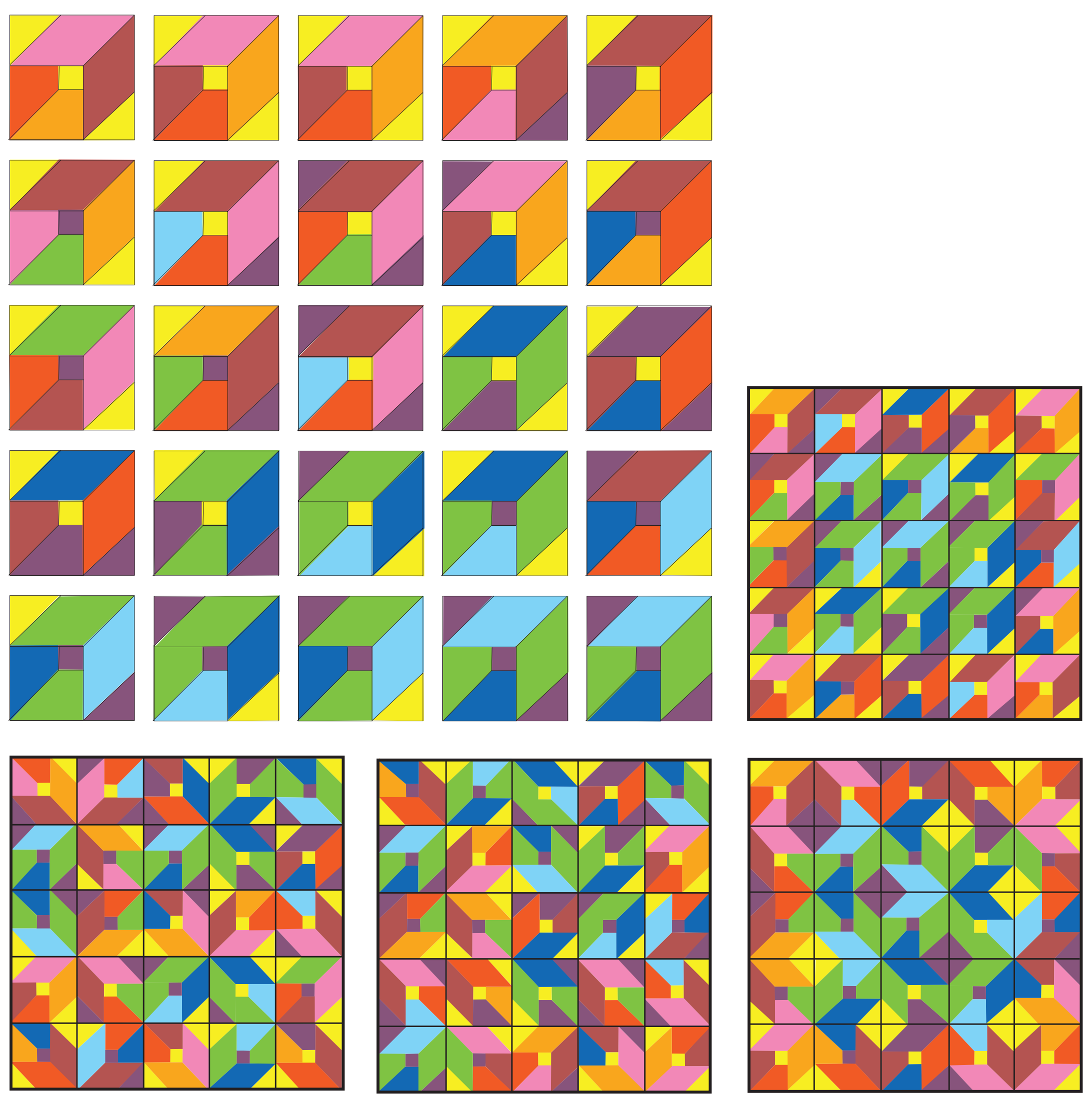
المكعَّبات في الرسم المنظوري

عندما تنصهر الأجسام الصلبة الفلزية أو تغلي السوائل، فسوف يفقد الشيء الذي يُسخَّن فجأة الكثير من ترتيبه الداخلي؛ الذي كان صلبًا أصبح سائلًا؛ وما كان سائلًا أصبح الآن مُتبخِّرًا. تسمَّى مثل هذه الحالات بالتحولات المرحلية، إذ يمكنها أن تحدث في الفن أيضًا فضلًا عن الطبيعة.

في هذا اللغز يحقِّق مبدأ الدومينو تأثيرًا مماثلًا؛ مطابقة الألوان تؤدي إلى دمج أنماط البلاط. الوهم البصري الأمامي وثلاثي الأبعاد والانعكاس البصري يضيف بُعدًا متحركًا للغز، في الواقع من بين ألغاز الفن التي ضُمِّنت في هذا الكتاب، يعدُّ هذا اللغز من أصعبها.

أولًا، انسخ البطاقات الخمس والعشرين وقصَّها، ثم أعد تجميعها لعمل مصفوفة من الرتبة خمسة في خمسة تتوافق مع مبدأ الدومينو؛ أي يجب أن تتطابق الألوان على طول الأضلاع المتلامسة جميعها. سيكون عدد التكوينات الممكنة فيها مذهلًا ($25! \times 2^{25}$).

تُشَكِّل التكوينات الأربعة الموضحة في الشكل أدناه متتابعة تناقص فيها درجة الترتيب في النمط، في الحقيقة من الصعب الاعتقاد أنَّ التكوينات جميعها مكونة من العناصر تلك الأساسية نفسها، لكن واحدة فقط من هذه التكوينات تمثل أحد الحلول لهذا اللغز، هل يمكنك اكتشافها؟



لعبة التفكير 418

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

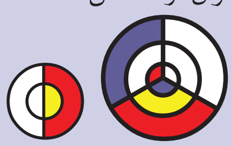
قطعة من الكعك

قُطِّعت قوالب الكعك الموضحة أدناه بطريقة ما، بحيث يكون عدد القطع الدائرية المتحدة في المركز مساويًا لعدد القطعات الشعاعية؛ على سبيل المثال، قُسِّم أحد قوالب الكعك إلى قطعتين دائريتين متحدتي المركز وقطعتين شعاعيتين، بحيث يكون العدد الإجمالي أربع قطع. ثلاثة قواطع إشعاعية وثلاث قطع دائرية ينتج منها تسع قطع.

لكل كعكة، يجب أن تُلَوَّن كل قطعة فيها بلون بحيث لا تتلامس القطع ذات اللون نفسه حتى في الزوايا. عدد الألوان التي يمكن استخدامها مساوٍ لعدد القطع الدائرية المتحدة المركز.

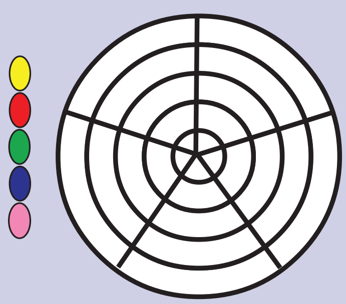
وكما نرى من الشكل الموضح هنا، فإن المهمة مستحيلة بالنسبة إلى الكعكة ثنائية القطع الدائرية أو ثلاثية القطع الدائرية.

هل تستطيع أن تنفذ ذلك على كعكة ذات خمس قطع دائرية مستخدمًا خمسة ألوان؟ وماذا عن كعكة ذات ست قطع بستة ألوان؟

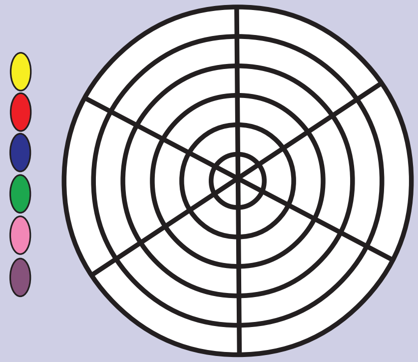


كعكة مكونة من ثلاث قطع وثلاثة ألوان

كعكة مكونة من قطعتين - ولونين



كعكة مكونة من خمس قطع وخمسة ألوان



كعكة مكونة من ستّ قطع وستة ألوان

الدومينو والألعاب التركيبية (Combinatorial Games)

ألعاب الدومينو العادية هي أحجار مستطيلة الشكل من الحجم اثنين في واحد، وكل حجر عليه رقمان مختلفان؛ واحد عند كل طرف من أطرافه. القاعدة القياسية للعب لعبة الدومينو بسيطة؛ يجب أن تكون الأرقام عند الأطراف المتجاورة للأحجار متطابقة دائمًا. تعدُّ لعبة الدومينو أفضل مثال معروف للعبة تحقق ما يُسمى مبدأ الدومينو، لكنها في الحقيقة بعيدة عنه كل البعد.

ابتكر عالم الرياضيات الإنجليزي بيرسي ألكسندر مكماهون (Percy Alexander MacMahon) عددًا من ألعاب الدومينو البارعة، المطورة باستخدام أوراق الدومينو الملونة متعددة الأضلاع التي تشكل الأحجار على سطح مستوٍ. مجموعة الأحجار ليست عشوائية: تُلوَّن الأشكال أو الأنماط الأساسية بالطرق جميعها الممكنة لتشكيل مجموعة كاملة من أحجار اللعب، شريطة ألا يتطابق اثنان منها. (يمكن افتراض أن انعكاسات حجر اللعب تعطي أحجارًا مختلفة؛ لكن يعدُّ تدويرها يعطي الحجر نفسه، فهذا افتراض طبيعي؛ فمن العادة أن تكون الأحجار ملونة من جانب واحد؛ وعليه لا يمكن قلبها ولكن يمكن تدويرها على السطح المستوي بكل سهولة). الهدف من هذه اللعبة ترتيب مجموعة كاملة من الأحجار المحددة سلفًا في نمط مرضٍ وفقًا لمبدأ الدومينو.

اعتمد عمل مكماهون الرياضي على نظرية الاقترانات (أو الدوال) المتناظرة؛ أي مقادير جبرية لا تتغير على الرغم من تبديل مواقع الحروف فيها؛ على سبيل المثال: كل من (a+b+c) و (ab+bc+ca) يمثلان اقترانات متناظرة من الحروف (a,b,c). إذا بدَّلنا أماكن الألوان في المجموعة الكاملة من أحجار الدومينو لمكماهون، فإننا ننتهي بمجموعة أحجار اللعب نفسها التي بدأنا بها؛ بمعنى آخر هذه الأحجار فيها تناظر تبديلي.

لعبة التفكير 419

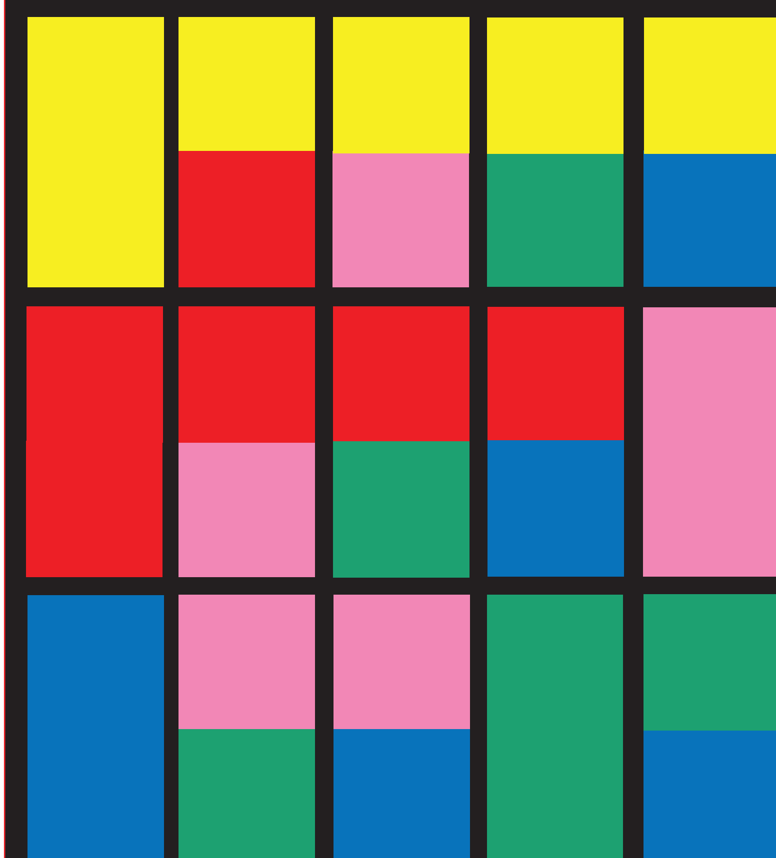
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

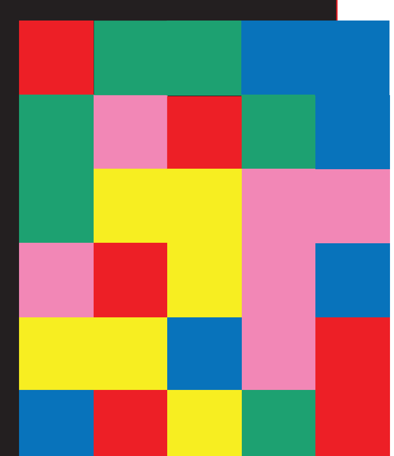
المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

أحجار الدومينو الملونة 1

يتكون كل حجر من أحجار الدومينو الخمسة عشر الموضحة في الشكل من مربعين، لُوِّن كل منهما بلون من بين خمسة ألوان مختلفة. باستخدام مجموعة أحجار الدومينو تلك، هل يمكنك إعادة إنشاء النمط المكون من خمسة في ستة على النحو الموضح أدناه؟





لعبة التفكير 420

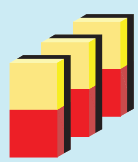
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

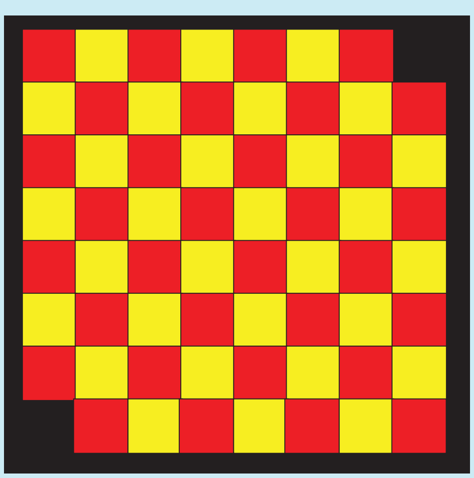
المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

رقعة شطرنج الدومينو

اقتطعت رقعة الشطرنج الموضحة أدناه لتصبح مكونة من اثنين وستين مربعًا. باستخدام أحجار الدومينو الصفراء – الحمراء، هل من الممكن تكرار هذا النمط باستخدام واحد وثلاثين حجرًا من أحجار الدومينو؟





لعبة التفكير
421

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

نوعان من الحلوى وطبقان

ما عدد الطرق المختلفة التي يمكنك من خلالها تقديم نوعين من الحلوى باستخدام اثنين من الأطباق؟



لعبة التفكير
422

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

نوعان من الفاكهة في ثلاثة أوعية

ما عدد الطرق المختلفة التي يمكنك من خلالها تقديم نوعين من الفاكهة في ثلاثة أوعية مختلفة؟



لعبة التفكير
423

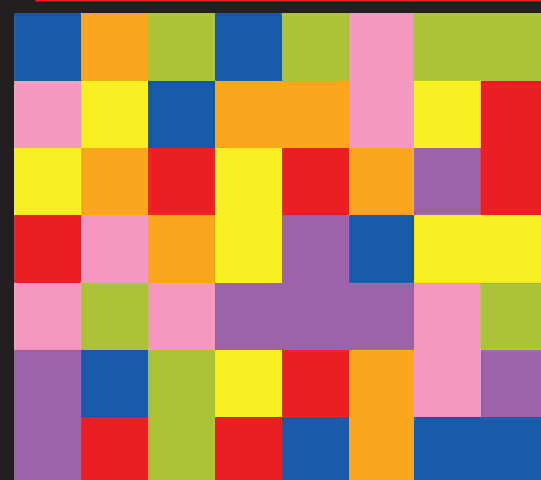
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

أحجار الدومينو الملونة 2

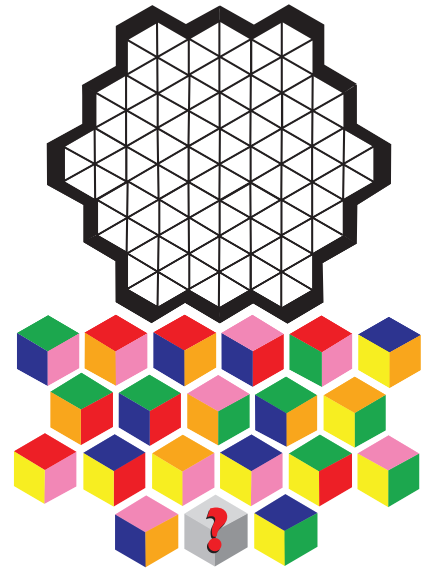
يتكون كل حجر من أحجار الدومينو الثمانية والعشرين الموضحة في الشكل من مربعين، لُوِّن كل منهما بلون من بين سبعة ألوان مختلفة. باستخدام مجموعة أحجار الدومينو تلك، هل يمكنك إعادة إنشاء النمط الظاهر في الشبكة في اليمين؟





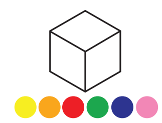
لعبة التفكير
424

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



البلاطات سداسية الشكل

ينقسم كل شكل من الأشكال السداسية أدناه إلى ثلاثة أجزاء، لُوِّن كل جزء منها بلون من بين ستة ألوان، بحيث لا يُلَوَّن جزآن من أي شكل سداسي باللون نفسه. بالإعتماد على هذه القواعد، يوجد عشرون شكلًا سداسيًا (لا تُحتسب الانعكاسات والتدوير على أنها أشكال مختلفة).



يظهر في الشكل تسعة عشر شكلًا من هذه الأشكال السداسية، فما ألوان الشكل السداسي الناقص؟

هل يمكنك وضع الأشكال السداسية وعددها عشرون بصورة ملائمة في الشبكة التي في الأعلى، بحيث يكون كل زوج من الأضلاع المتلامسة لهما اللون نفسه؟

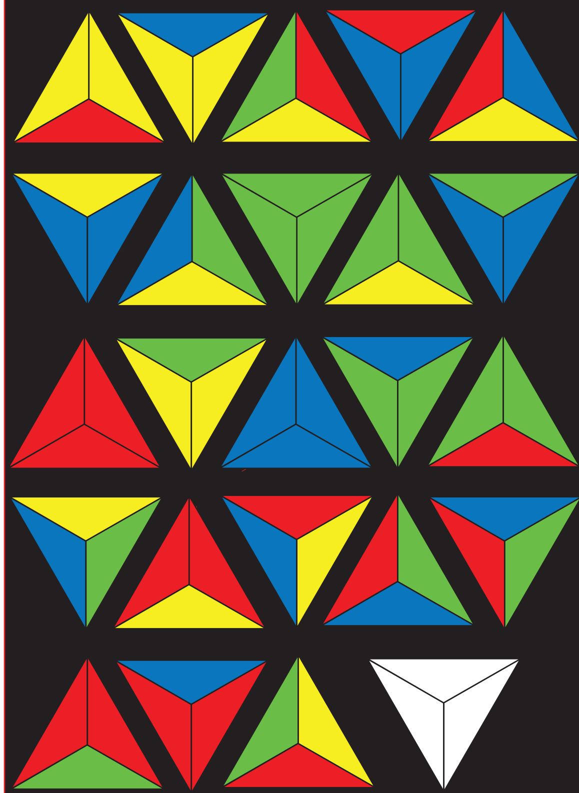
لعبة التفكير
425

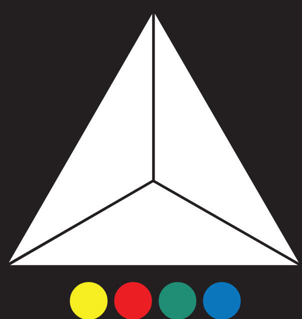
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

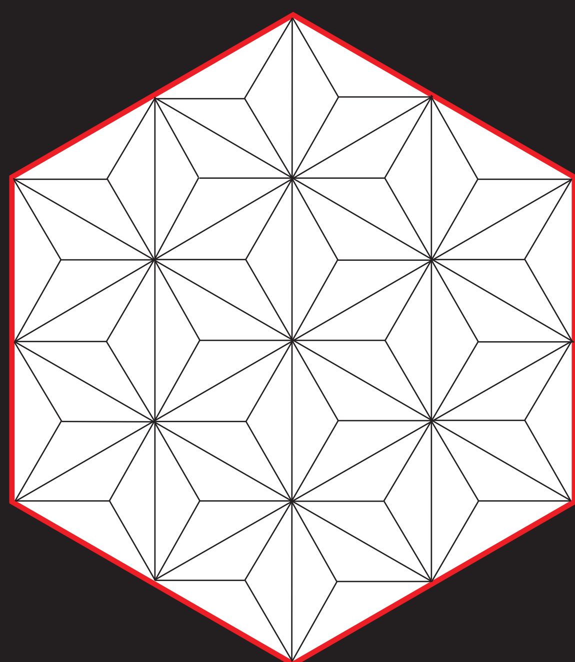
المثلثات الملونة 1

بالنسبة إلى المثلث المقسم إلى ثلاثة أجزاء، يوجد أربعة وعشرون تبديلًا ممكنًا لأربعة ألوان مختلفة تلون أجزاءه الثلاثة كما يظهر في الشكل. يظهر هنا ثلاثة وعشرون تبديلًا ممكنًا، هل يمكنك العثور على التبديل الناقص؟

هل يمكنك بعد ذلك وضع المثلثات الأربعة والعشرين جميعها في الشكل السداسي بحيث يكون كل زوج من أضلاع المثلثات المتلامسة لهما اللون نفسه؟





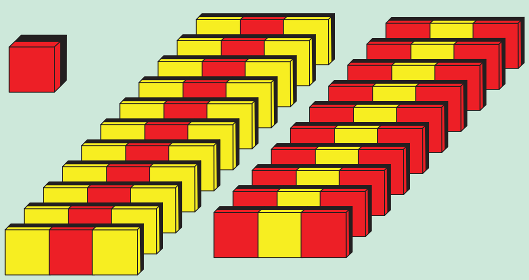


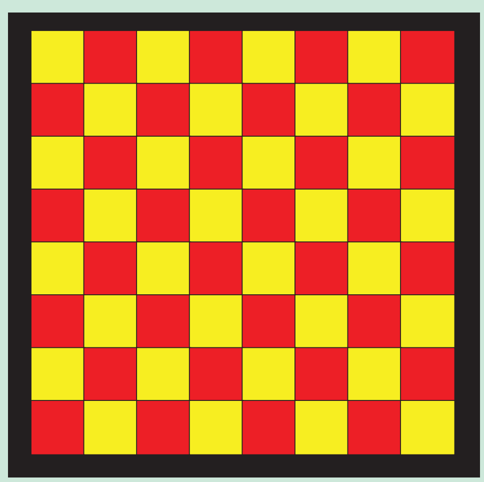
لعبة التفكير
426

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

أحجار دومينو ثلاثية وأحادية

هل يمكنك ملء رقعة الشطرنج بالكامل بوضع واحد وعشرين حجرًا من أحجار الدومينو الثلاثية (أحجار الدومينو المكونة من ثلاثة مربَّعات) وحجر دومينو أحادي (حجر دومينو مكون من مربع واحد فقط)، والتي تظهر في الشكل هنا؟



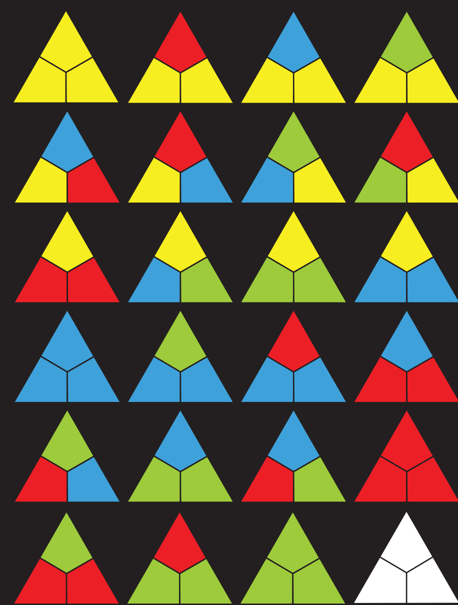


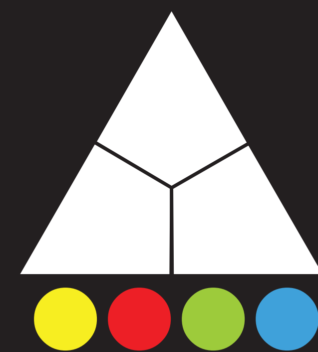
لعبة التفكير
427

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المثلثات الملونة 2

لكل واحد من المثلثات الظاهرة ثلاثة أقسام، كل واحد منها يمكن ملؤه بواحد من الألوان الأربعة المسموح بها. هناك 24 تشكيلًا محتملًا للألوان الأربعة، أحد هذه التشكيلات مفقود، ما ألوان المثلث الفارغ للتشكيل المفقود؟

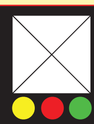




لعبة التفكير
428

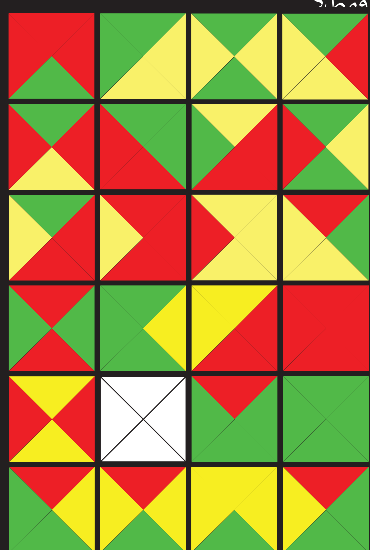
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

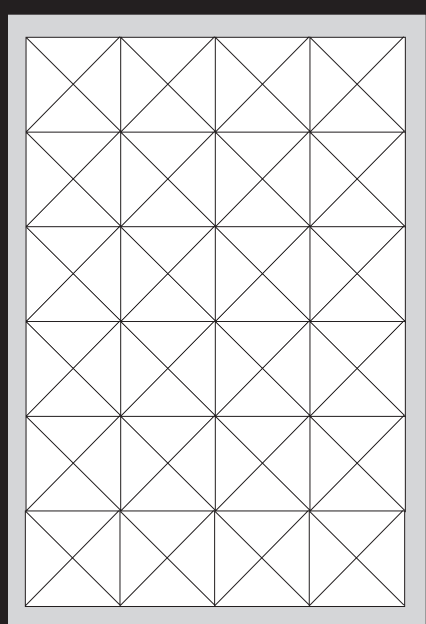
المربعات الملونة



قطرا كل مربع يقسمانه إلى أربعة أقسام، ولُوِّن كل قسم منها بلون واحد من بين ثلاثة ألوان مسموح بها. يمكن عمل أربعة وعشرين تبديلًا من الألوان الثلاثة. يوضح الشكل أدناه ثلاثة وعشرين تبديلًا منها. فما الألوان الناقصة في المربع الفارغ؟

يمكن وضع الأربعة والعشرين هذه المربعات هذه بصورة ملائمة في شبكة مكونة من ستة في أربعة مربعات على النحو الموضح أدناه. فهل تستطيع ترتيب المربعات بحيث تكون الحدود الخارجية للشبكة جميعها ذات لون واحد فقط، كما يسمح داخل الشبكة فقط بتلامس أضلاع المربعات ذات اللون نفسه فقط؟

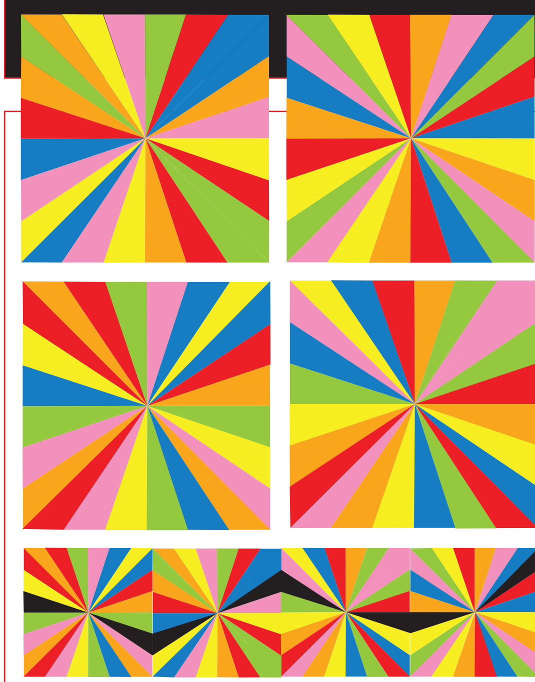




لعبة التفكير
429

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

اتصال اللون



ينقسم كل ضلع من أضلاع المربع إلى ستة ألوان مختلفة. هل يمكنك وضع المربعات جنبًا إلى جنب كما في الشكل المصغر، بحيث يظهر أحد الألوان الستة بصورة متعرجة ومتصلة من خلال المربعات الأربعة؟ هل يمكنك فعل ذلك في أقل من دقيقة؟

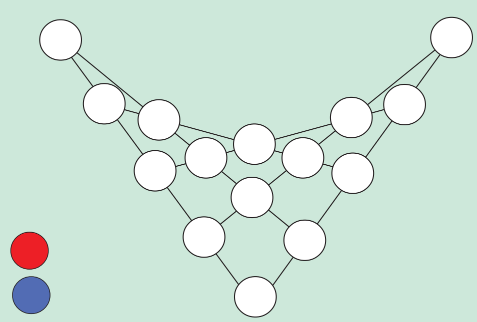
نصلُ إلى حل اللغز إذا استخدمنا لونًا واحدًا فقط. فأي من هذه الألوان يُكمل الشكل المتعرج؟

لعبة التفكير
430

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

صفوف من الألوان

استخدم اللونين الأحمر أو الأزرق فقط في تلوين نقاط التقاطع واحدة تلو الأخرى. فهل يمكنك تلوين النمط بالكامل من دون السماح بوجود أربع نقاط من اللون نفسه على أي خط مستقيم؟



لعبة التفكير
431

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الإنقاذ الفضائي:

اللعبة

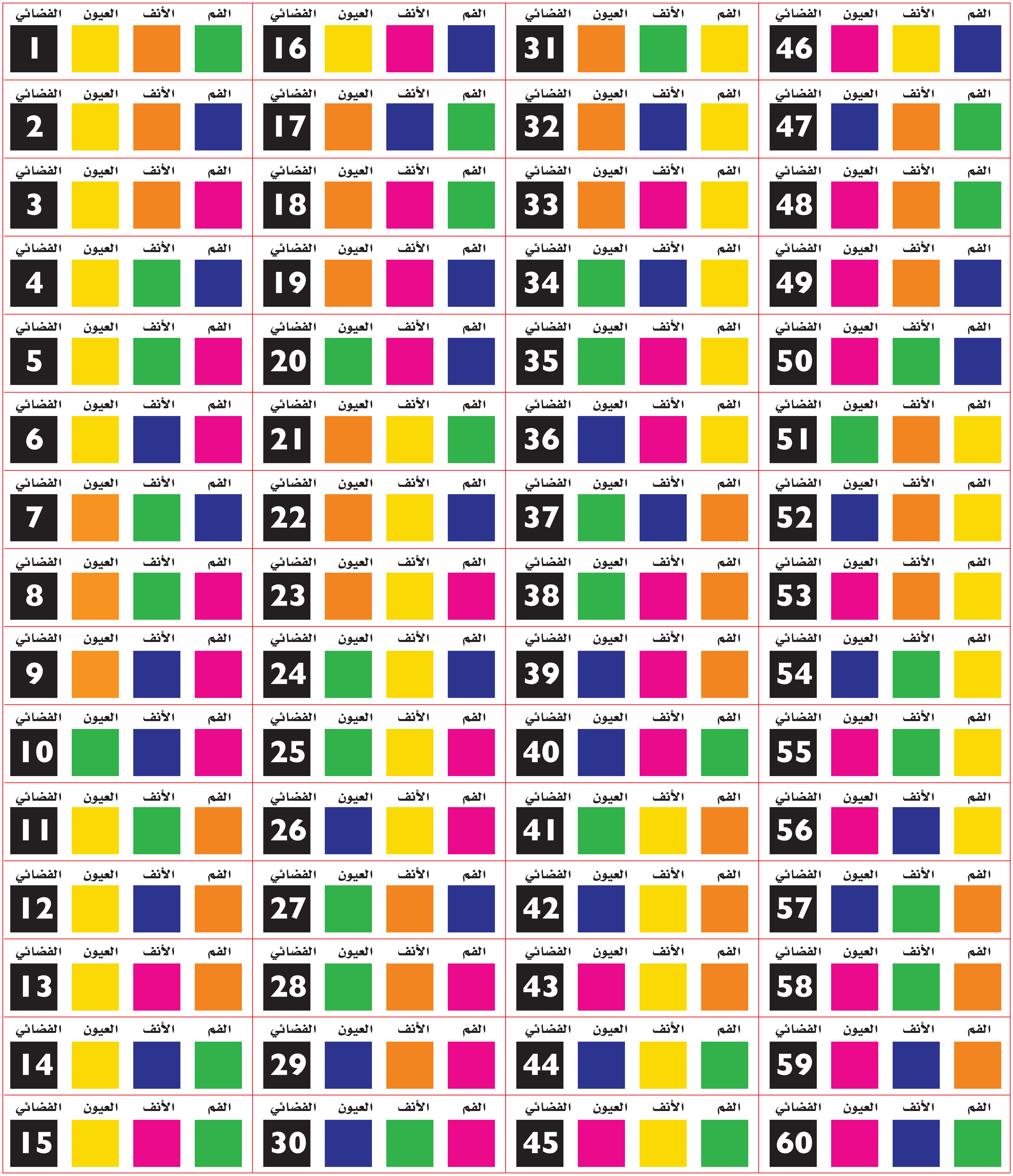
تتطلب لعبة التحديد هذه التركيز والقدرة على التشكيل وردود أفعال سريعة. يمكن لثلاثة أشخاص أو أكثر لعب هذه اللعبة.

أولًا: انسخ شرائط البيانات وعددها ستون شريطًا والموجودة في الصفحة المقابلة، ثم قُصَّها وضعها في صندوق. يتناوب اللاعبون على سحب الشرائط من الصندوق ووضعها في مكان بارز أمام اللاعبين الآخرين. يقوم اللاعب الذي سحب الشريط بدور الحَكَم، أما بقية اللاعبين فعليهم المحاولة في معرفة الفضائي الذي تتوافق أوصافه مع البيانات الموجودة على الشريط الموجود أمامهم.

عندما يتمكن لاعب من معرفة الفضائي الصحيح، يشير بإصبعه الى صورة ذلك الفضائي. أول لاعب تتوافق إجابته مع صورة الفضائي الصحيح يحصل على نقطة واحدة.

أول لاعب يحصل على خمس نقاط يفوز باللعبة.





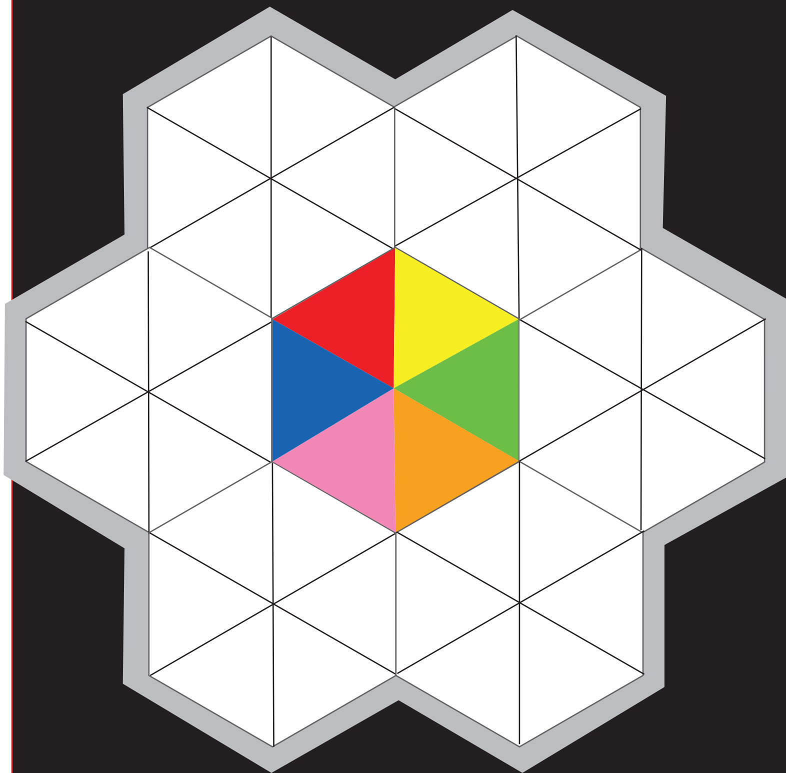
الفم الأنف العيون الفضائي
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60

لعبة التفكير
432

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎ 🗐 ✂
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المضلعات السداسية 1

هل تستطيع ترتيب المضلعات السداسية الستة الموضحة هنا في قرص العسل، بحيث يكون كل زوج من الأضلاع المتلاصقة لهما اللون نفسه؟



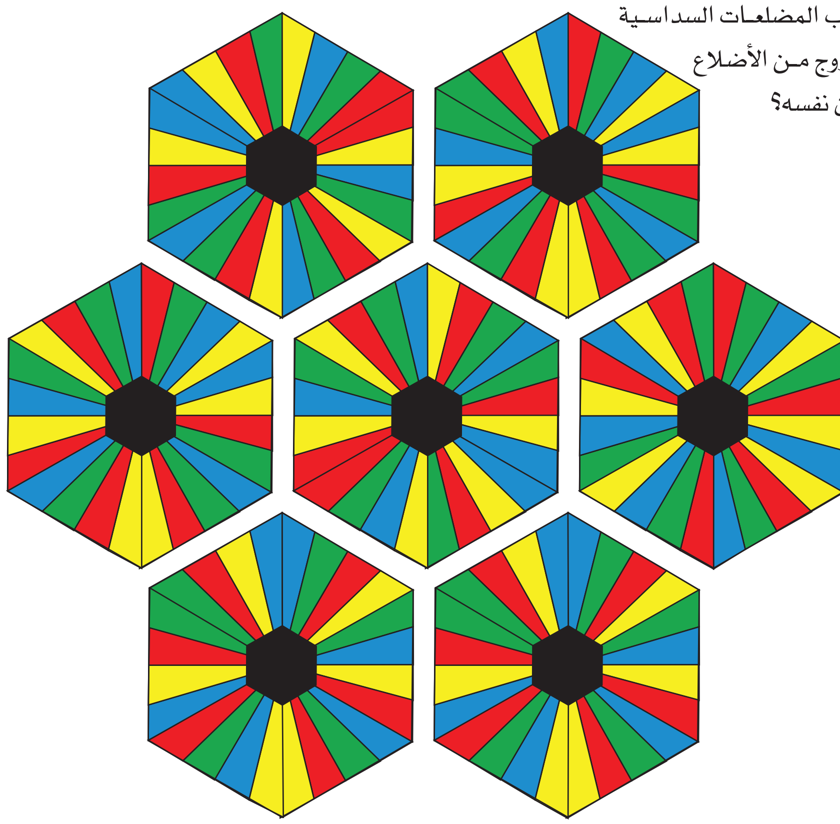


لعبة التفكير
433

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 🗐 ✂
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المضلعات السداسية 2

هل تستطيع إعادة ترتيب المضلعات السداسية السبع، بحيث يكون كل زوج من الأضلاع المتلاصقة لهما نمط اللون نفسه؟

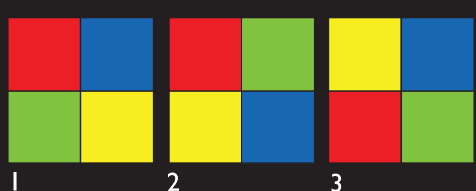


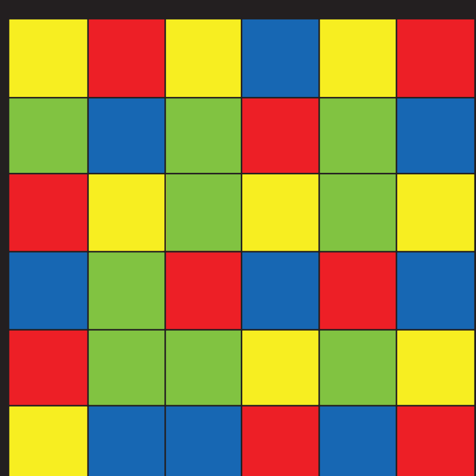
لعبة التفكير
434

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

بطاقات الألوان 2

إحدى البطاقات الثلاث المرقمة لا يمكن العثور عليها في نمط الشبكة الموضح أدناه. فهل يمكنك معرفة هذه البطاقة؟







8 التقسيم إلى أجزاء

تحولات المضلع

تكمن إحدى الطرق السهلة في تعلم تقطيع الأشكال وإعادة جمع الأجزاء لتكوين أشكال جديدة بناءً على قواعد بسيطة؛ على سبيل المثال، إذا كان بالإمكان تجميع شكلين مختلفين أضلاعهما مستقيمة؛ أي مضلعات، من مجموعة القطع نفسها، فيجب أن تكون للشكلين المساحة نفسها، بالإضافة إلى أنَّ العكس صحيح؛ أي إنه يمكن تقطيع أي مضلعين لهما المساحة نفسها إلى عدد محدود من القطع التي يمكن جمعها بعد ذلك لتشكل أيًّا من المضلعين الأصليين، هذه القواعد –على الرغم من بساطتها– فإنها في الوقت نفسه مفيدة في إجراء العمليات الحسابية والتنبؤ بعلاقات أخرى، وتعتمد نظرية فيثاغورس على هذا النوع من الملاحظات.

توجد طرق مختلفة لتقسيم شكل محدد إلى أجزاء، وتكون بعض هذه الأجزاء التي تسمى مقاطع مثيرة للاهتمام على نحو خاص، ومع أنه من المؤكد أنَّ مشكلات التقطيع قد واجهت الإنسان منذ آلاف السنين، فإن أول أطروحة حول هذه المنهجية كانت من كتابة عالم الفلك المسلم المعروف في القرن العاشر أبي الوفا البوزجاني، ولكن لم يتبقَّ من كتابه سوى أجزاء، ولكنها تحتوي على بعض طرق التقطيع المذهلة، حيث تظهرها اللعبة 435 أدناه.

توجد عمليات التقطيع في العديد من الألعاب مثل ألغاز القطع؛ حيث تكون عمليات التجميع فريدة، وكذلك لعبة التانجرام التي يحتاج تجميعها إلى الإبداع. بعض مسائل التقطيع تظهر في البداية وكأنه من المستحيل القيام بها؛ فمسالة لغز (ميستركس– Mystrix) تتضمن تقطيع شكل إلى عدد من القطع والاستغناء عن إحدى هذه القطع، ثم إعادة تجميع الأجزاء المتبقية لتكوين الشكل الأصلي؛ لذا تحتاج هذه المفارقة إلى عين فاحصة لحلها، ومع ذلك فإن أكثر استخدام شائع للتقطيع في الرياضيات الترفيهية هو الوصول إلى طريقة تقسيم شكل لتكوين شكل آخر بأقل عدد ممكن من القطع.

لم يأخذ علماء الرياضيات في القرن التاسع عشر مسائل التقطيع على محمل الجد، ولكن يوجد الآن فرع في الرياضيات يسمى نظرية التقسيم التي تقدم رؤى قيمة في حلول العديد من المسائل العملية في الهندسة الفراغية والمستوية.

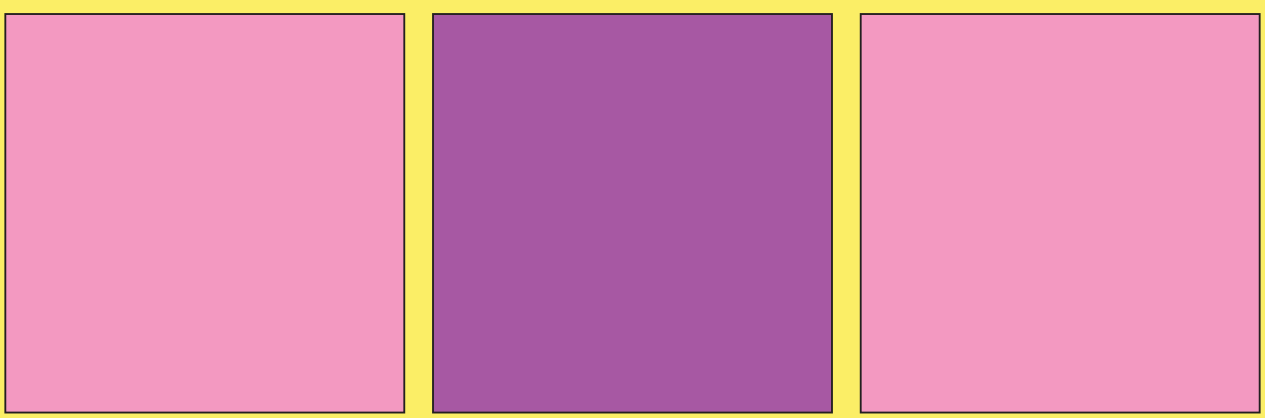
في عام 1900م ألقى عالم الرياضيات الشهير ديفيد هيلبرت (David Hilbert) خطابًا في باريس، حيث تناول ثلاثًا وعشرين مسألة رياضيات غير محلولة، ولا يزال العديد من تلك المسائل المعروفة باسم مسائل هيلبرت تمثل تحدِّيًا لبراعتنا، ولكن تمكن عالم الرياضيات ماكس ديهن (Max Dehn) من حل واحدة منها خلال عام واحد؛ طرح ديهن سؤالًا عمًّا إذا كان بالإمكان تقسيم شكلين فراغيين متعددي السطوح بالحجم نفسه إلى مجموعة من القطع المطابقة، وأثبت أنه على عكس تقسيمات المساحات المتساوية؛ فإن التقسيمات المطابقة للحجم لا تكون ممكنة دائمًا، وانتهى الأمر إلى أن الحجم أكثر دقة من المساحة.

لعبة التفكير
435

الصعوبة: ●●●●●●●●○○
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تقسيم أبي الوفا

طرح عالم الرياضيات المسلم أبو الوفا (Abu al-Wafa) في القرن العاشر واحدة من أقدم مسائل التقسيم وأجملها، هل تستطيع تقسيم ثلاثة مربَّعات متطابقة إلى أجزاء قابلة لإعادة التجميع في مربع واحد كبير؟ تضمن حل أبي الوفا تقسيم المربعات إلى تسعة أجزاء؛ فهل تستطيع إعادة تنفيذ هذه العملية؟

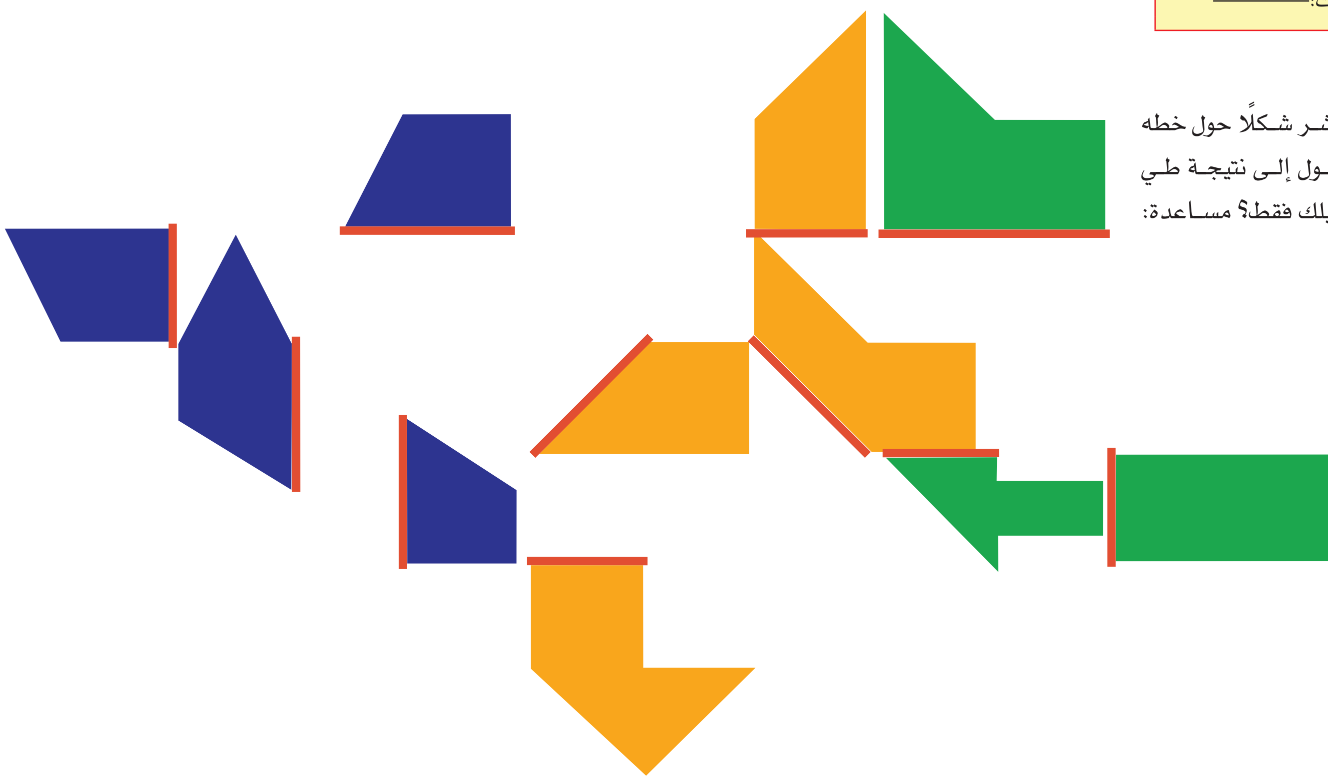


لعبة التفكير
436

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:————

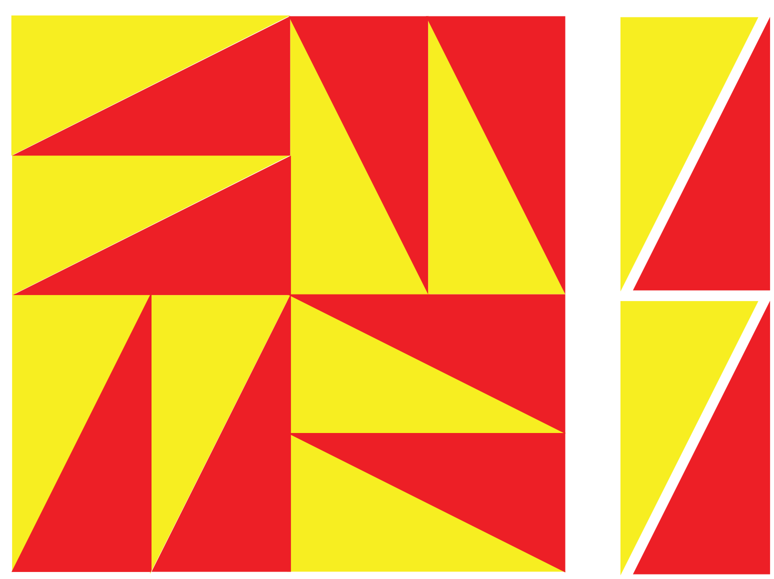
قلب الحروف

يمكن قلب كل شكل ملون من الأحد عشر شكلًا حول خطه الأحمر العاكس، هل تستطيع الوصول إلى نتيجة طي الأشكال الأحد عشر كاملة باتباع تخيلك فقط؟ مساعدة: تُظهر النتيجة كلمة إنجليزية شائعة.



لعبة التفكير
437

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎ 🗐 ✂
الاستكمال: ☐ الوقت:————



المربع المُقطع 20

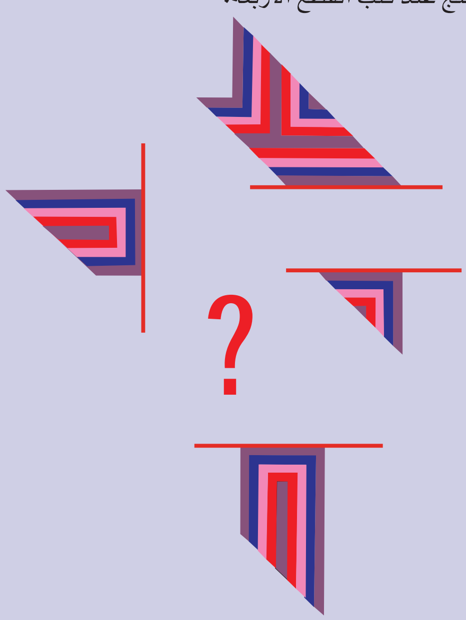
المربع الكامل يمكن تكوينه من ستة عشر مثلثًا متطابقًا، كل منها قائم الزاوية، ونسبة ضلعي الزاوية القائمة فيها على النحو 1 :2 كما هو موضح في الشكل. إذا أضيفت أربعة مثلثات أخرى متطابقة، هل تستطيع إعادة ترتيب المثلثات العشرين لتكوين مربع أكبر؟ لاحظ أنَّ الترتيب الجديد سيكون أكثر تعقيدًا من الترتيب المبين للمربع ذي الستة عشر مثلثًا.

لعبة التفكير
438

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:————

انعكاس المرآة

يمكن قلب كل قطعة من القطع المتعددة الألوان حول الخطوط العاكسة الحمراء، فهل تستطيع ـ باستخدام تخيلك البصري فقط ـ أن تستنتج ما الشكل الذي ينتج عند قلب القطع الأربعة؟

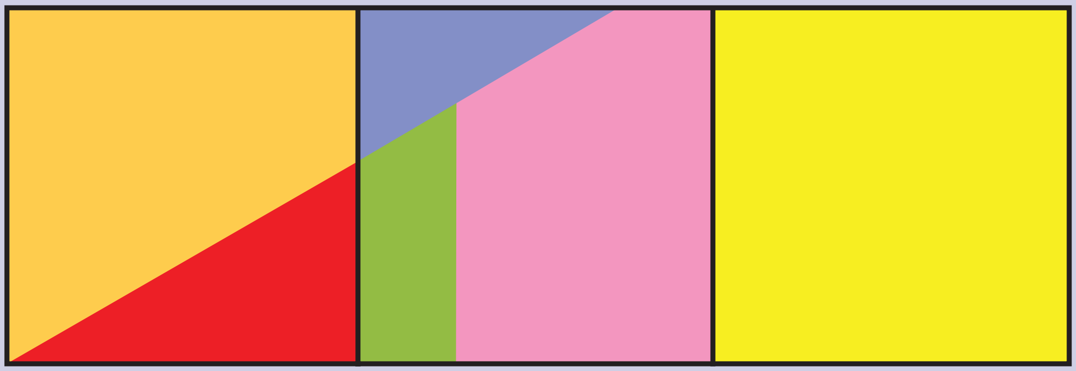


لعبة التفكير
439

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

ثلاثة مربَّعات في مربع واحد

قُطِع مربعان من المربعات المتطابقة الثلاثة الموضحة في الصورة؛ حيث قطع مربع إلى جزأين، وقطع الآخر إلى ثلاثة أجزاء، فهل تستطيع إعادة ترتيب الأجزاء الستة لتكون مربعًا كاملًا أكبر؟

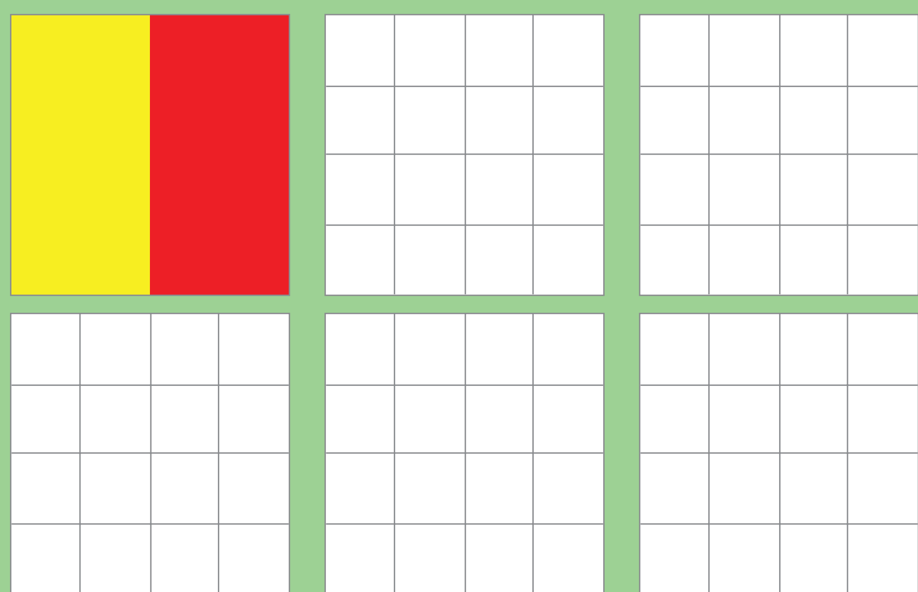


لعبة التفكير
440

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تقسيم المربع إلى نصفين

باتباع خطوط الشبكة الموجودة، توجد فقط ست طرق يمكن من خلالها تقسيم مربع إلى جزأين متطابقين، من دون احتساب الدوران والانعكاس. إحدى الطرق الست موضحة؛ فهل تستطيع الوصول إلى الطرق الخمسة الأخرى؟



التانجرام - لغز القطع السبعة (Tangrams)

اقطع شكلًا مصمتًا أو مستوًى إلى قطع، ثم اجمع القطع معًا لتكون الشكل الأصلي أو أشكال جديدة تمامًا، وهذا هو لغز التجميع – وهو واحد من أقدم أشكال الرياضيات الترفيهية. وتعد ألعاب التانجرام الصينية واحدة من أقدم ألغاز التجميع. في شكلها الكلاسيكي، يقسم مربع إلى سبعة أقسام، إذ تعد التانجرام من أجمل الألغاز التي ابتُكرت على الإطلاق؛ حيث يمكن تكوين مجموعة لا حصر لها من الصور المجردة والمجازية، وفي الواقع يمكن كشف دقة وغزارة احتمالات تكوينات الأشكال من التانجرام بعد لعب اللغز لمدة معقولة، ولكن احذر؛ فمن الممكن أن يؤدي التحدي إلى إدمان تلك اللعبة بقدر ما تكون الحجة مدعاة للرضى والبهجة.

ومع أنَّ أقدم إشارة إلى التانجرام موجودة في كتاب صيني صدر عام 1826م، فإن الكثير يعتقدون أنَّ تاريخ التانجرام نفسه يعود إلى ما قبل ذلك بكثير. نحن نعرف أن الأديبان إيدجر آلان بو (Edgar Allan Poe) ولويس كارول (Lewis Carroll) كانا شديديَ الحماس لها، وقد قضى نابليون ساعات غير معدودة في المنفى في اختراع ألغاز التانجرام وحلها.

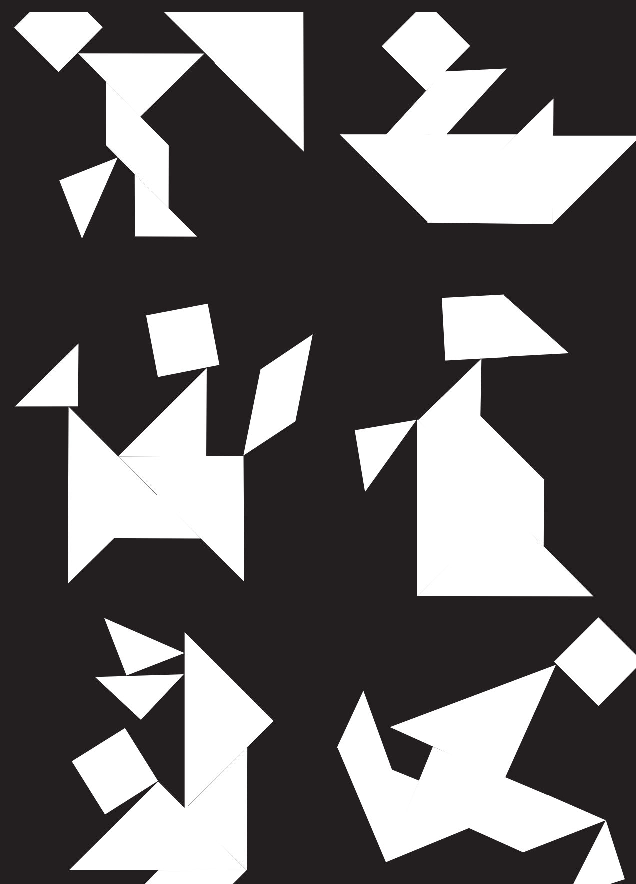
توجد عشرات الاختلافات في التانجرام تشمل تقطيع المستطيلات، والدوائر، والأشكال البيضوية، وأشكال القلوب وغيرها من الأشكال. بعد أن تحل المسائل جميعها المقترحة هنا، يجب أن تحاول وضع تصميماتك وأشكالك الخاصة؛ إنها تسلية فنية ذات مغزًى؛ حيث ستقوي قدراتك على التصوُّر المجرَّد.

لعبة التفكير 441

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:

التانجرام

في التانجرام الكلاسيكي يقسم المربع إلى سبعة أجزاء؛ فهل تستطيع إعادة ترتيب القطع حتى تكون الأشكال الستة الموضحة في اليمين؟



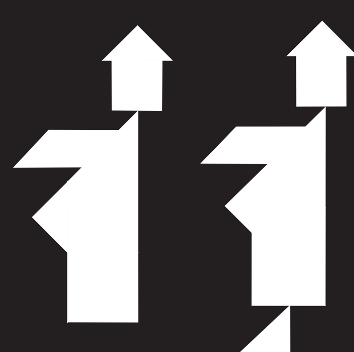


لعبة التفكير 442

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:

لغز التانجرام المحير

الشكلان التوضيحيان أعدا بدقة عن طريق ترتيب أجزاء التانجرام السبعة جميعها، ولكن يبدو أن الشكل الموجود إلى اليسار به جزء إضافي؛ فهل يمكنك توضيح طريقة رسم كل شكل؟





لعبة التفكير 443

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:

التانجرام المزدوج

انسخ شكليّ التانجرام المطابقين وقطعهما؛ هل تستطيع جمع الأجزاء الأربعة عشر كاملة لتكوّن مربعًا كبيرًا؟

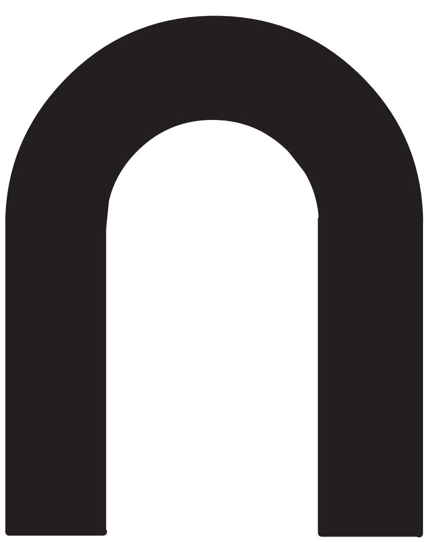


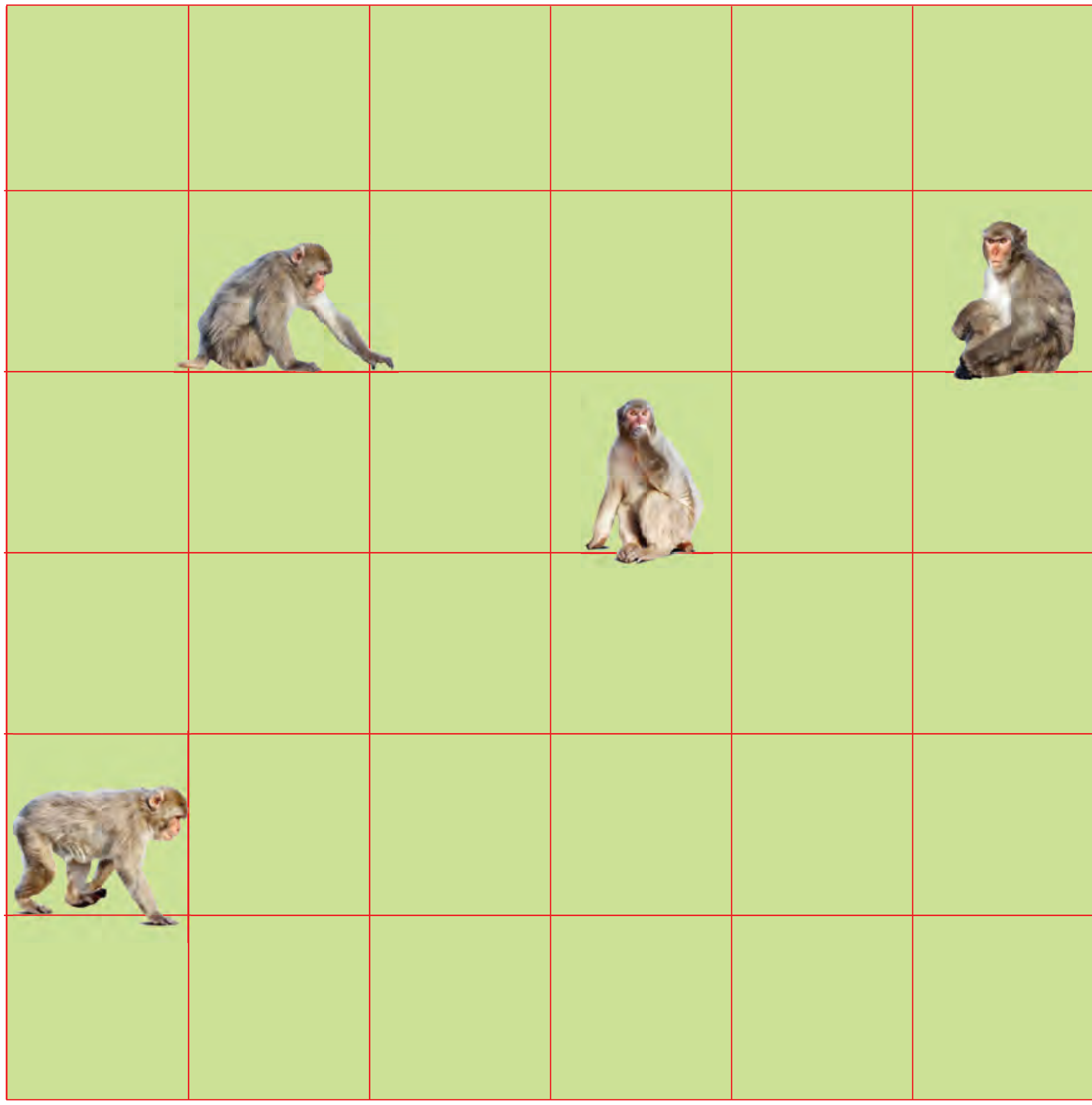
لعبة التفكير 444

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:

القطع المحظوظ

هل تستطيع تقطيع حدوة الحصان الموضحة إلى ستة أجزاء باستخدام خطين مستقيمين فقط؟





لعبة التفكير
445

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:————

فصل القردة

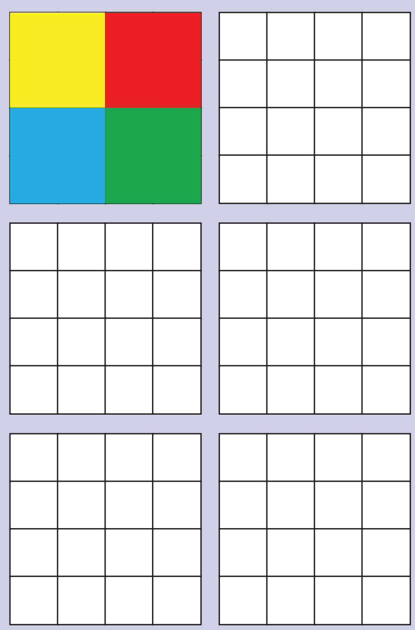
كل قرد من القردة الأربعة يحتاج إلى خانة مطابقة تحيطه بعيدًا عن القردة الآخرين، هل يمكنك باتِّباع خطوط الشبكة في هذا المربع المكون من ست وثلاثين خانة أن تحدد الطريقتين المحتملتين لفصل القردة؟

لعبة التفكير
446

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:————

تقسيم مربع إلى أربعة أرباع

توجد ست طرق لتقسيم مربع إلى أربعة أقسام متطابقة من دون حسبان الدوران والانعكاس، إحدى هذه الطرق موضحة أمامك؛ فهل تستطيع تحديد الطرق الخمس الأخرى؟

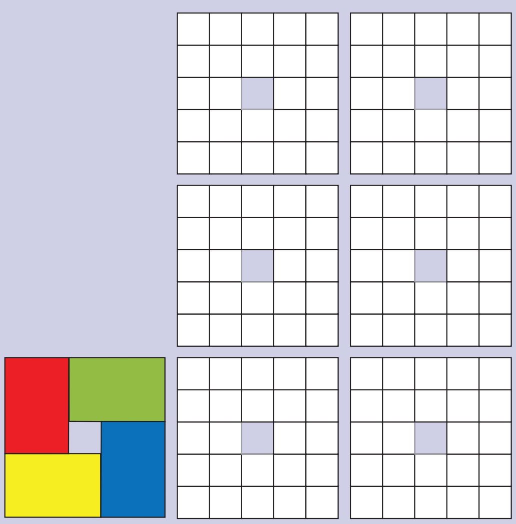


لعبة التفكير
447

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:————

تقسيم مربع إلى خمسة أجزاء

يمكن تقسيم مربع مكون من خمس وعشرين خانة، وواحدة منها مفقودة من الوسط تم تقسيمه إلى أربعة أقسام متطابقة (إن إزالة المربع المركزي تسمح أن تكون مساحة كل مربع ستَّ وحدات مربعة). توجد سبع طرق لتنفيذ هذه العملية، إحداها موضحة أمامك؛ فهل يمكنك الوصول إلى الطرق الأخرى؟



لعبة التفكير
448

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

السياج

هل تستطيع وضع سياج بمحاذاة خطوط الشبكة بحيث يكون كل نوع من أنواع الحيوانات الأربعة داخل قفص متطابقًا في مساحته وشكله مع الأقفاص الأخرى؟

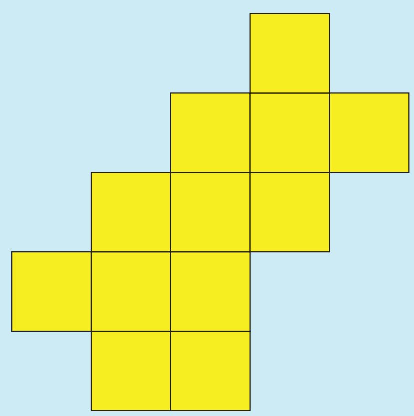


لعبة التفكير
449

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

تقسيم شكل إلى نصفين 1

هل تستطيع تقسيم هذا الشكل غير المنتظم إلى قسمين متطابقين؟ ثم، هل يمكنك تقسيم الشكل مرة أخرى إلى أربعة أقسام متطابقة؟ يوجد حلان محتملان لتقسيم الشكل إلى أربعة أرباع، ولا يتبع أحدهما طريقة خطوط الشبكة الخارجية.

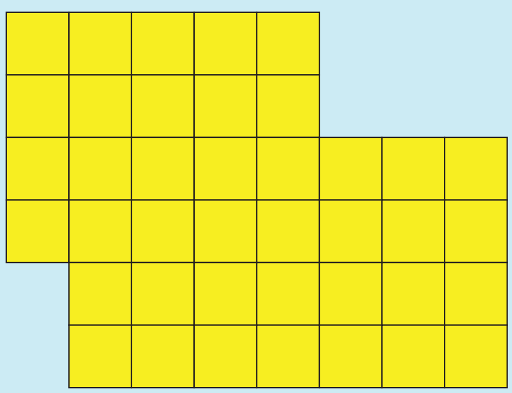


لعبة التفكير
450

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

تقسيم شكل إلى نصفين 2

هل تستطيع تقسيم هذا الشكل غير المنتظم إلى قسمين متطابقين؟

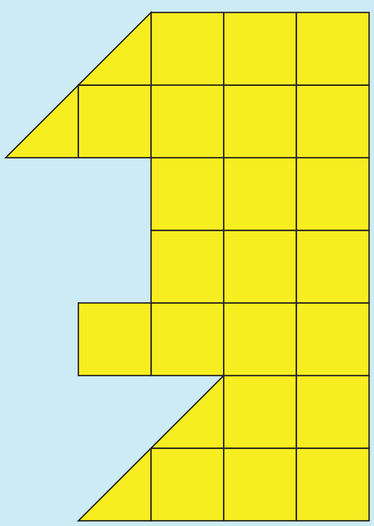


لعبة التفكير
451

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

تقسيم شكل إلى نصفين 3

هل تستطيع تقسيم هذا الشكل إلى قسمين متطابقين؟



الأمر ليس بهذه البساطة

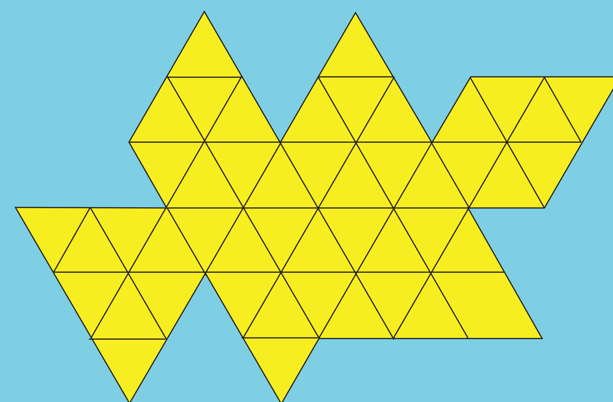
يتضمن نوع مشهور من الألغاز تقسيم شكل محدد إلى قسمين أو ثلاثة أو أربعة أقسام متساوية أو أكثر. في بعض الحالات، تعني كلمة متساوي ببساطة تساوي المساحة؛ وفي حالات أخرى يجب أن تكون الأقسام متطابقة؛ أي متطابقة في المساحة والشكل تمامًا. ربما يعتقد شخص ما أن هذه المسائل سهلة الحل، ولكنها يمكن أن تشكل تحديًا في أغلب الأوقات على الرغم من بساطتها الظاهرية.

لعبة التفكير 452

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:______

تقسيم شكل إلى نصفين 4

هل تستطيع تقسيم هذا الشكل إلى قسمين متطابقين؟

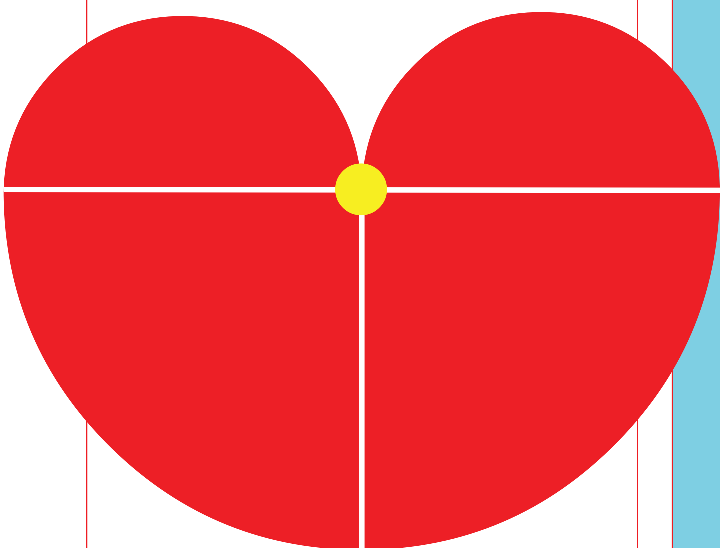


لعبة التفكير 453

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:______

تقسيم قلب إلى نصفين

تحقق من شكل القلب الموضح أدناه، هل تستطيع تحديد أي خط يمر من النقطة الصفراء يقسم محيط الشكل إلى قسمين متساويين؟

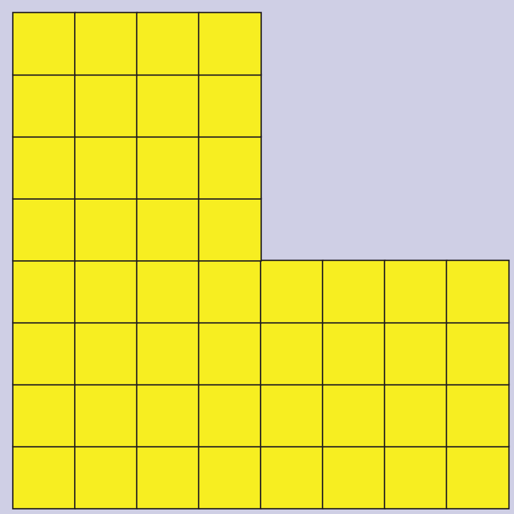


لعبة التفكير 454

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:______

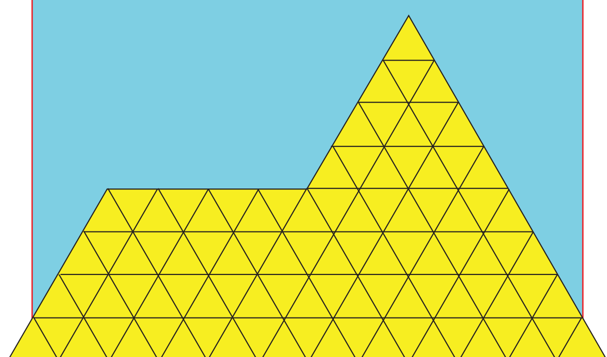
تقسيم الشكل إلى أربعة أرباع 1

هل تستطيع مساعدة أحمد على تقسيم هذا الشكل الذي يشبه حرف L إلى أربعة أقسام متطابقة؟



لعبة التفكير 455

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:______



تقسيم الشكل إلى أربعة أرباع 2

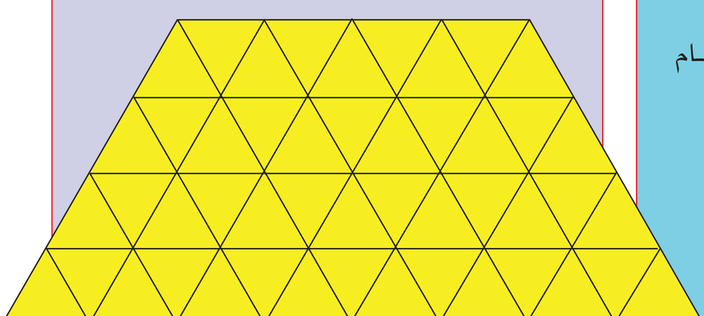
هل تستطيع تقسيم هذا الشكل إلى أربعة أقسام متطابقة؟

لعبة التفكير 456

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:______

تقسيم الشكل إلى أربعة أرباع 3

يجب أن تقسِّم رقية شكل شبه المنحرف هذا إلى أربعة أقسام متطابقة، هل تستطيع أن توضح لنا الطريقة؟



لعبة التفكير 457

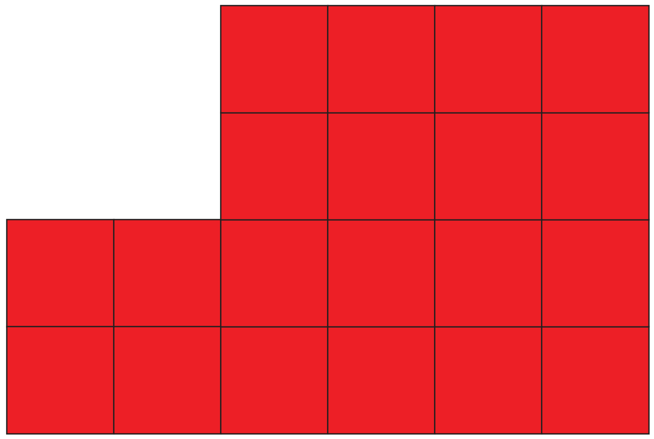
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الأشكال المتصلة 1

تتكون بعض الأشكال من قسمين متصلين بنقطة واحدة. هل تستطيع تقسيم هذا المضلع إلى قسمين متصلين متطابقين؟



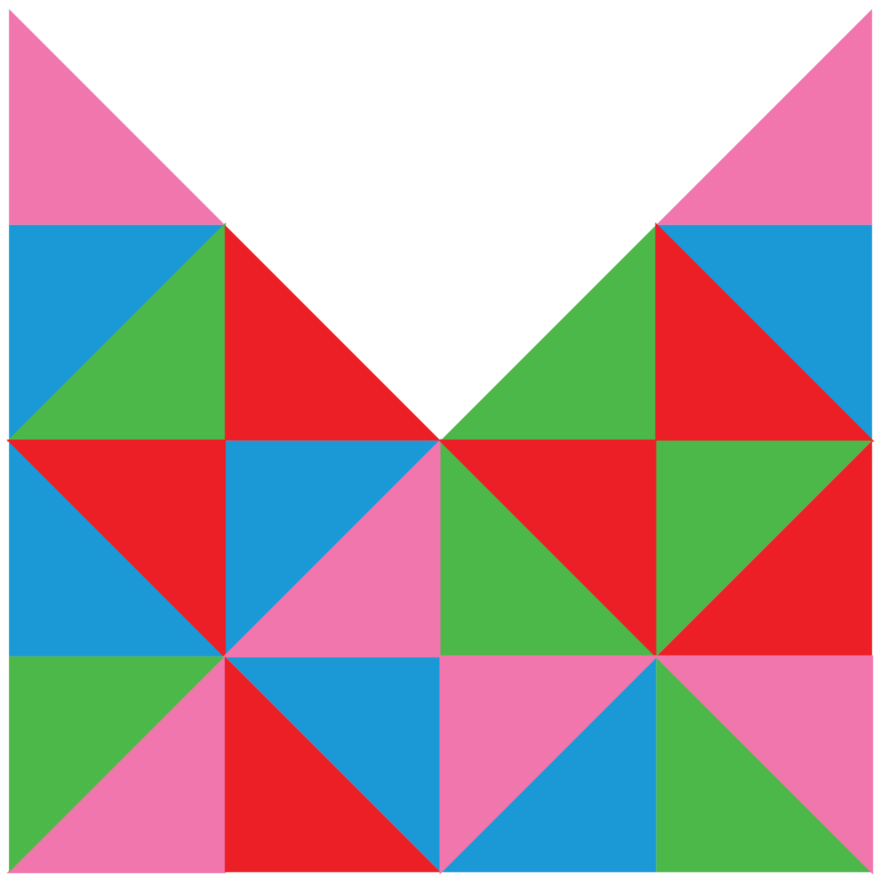
لعبة التفكير 458

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الأشكال المتصلة 2



هذا المضلع غير المحدَّب مقسم إلى أربعة وعشرين مثلثًا متطابقًا، لون كل منها بواحد من الألوان الأربعة، هل تستطيع إعادة ترتيب المثلثات داخل حدود هذا الشكل المضلع لتكون أربعة أشكال متصلة؟ يجب أن يكون لكل شكل من الأشكال لون واحد، ويمكن عد الأشكال على أنها متطابقة حتى لو كانت انعكاسًا أو دورانًا لشكل آخر.

لعبة التفكير 459

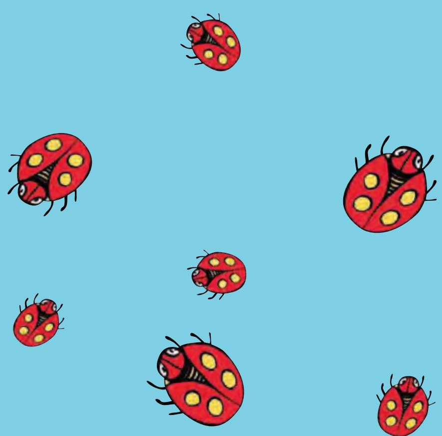
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

عزل الدعسوقة

عندما تجوع الدعسوقات، فإنها تتقاتل فيما بينها. هل تستطيع وضع ثلاثة سياجات مستقيمة بحيث تعزل كل واحدة منها في الحيِّز أو القسم الخاص بها؟



لعبة التفكير 460

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

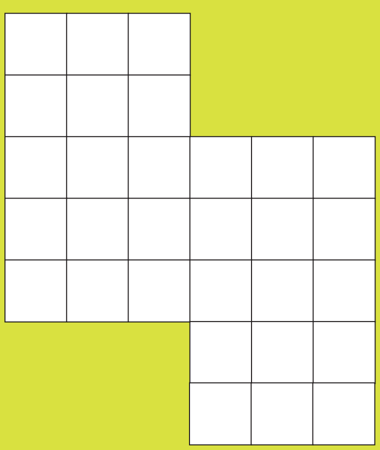
المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

قص الصليب الإغريقي (اليوناني)

يتكون الصليب اليوناني من قطعتين متعامدتين مقسمة إلى أربعة أقسام متساوية).

يمكن تقسيم هذا الشكل إلى جزأين متطابقين بطريقة يمكن فيها إعادة ترتيبها لتكوين صليب إغريقي كامل، فهل تستطيع الوصول إلى هذه الطريقة؟

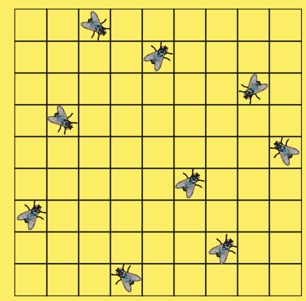


لعبة التفكير
461
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الذباب

كما هو موضح في الرسم البياني في الأسفل، فإن لكل ذبابة من الذبابات التسع الموجودة في الشبكة الحق في أن تكون وحدها في صف وعمود وخطين قطريين.

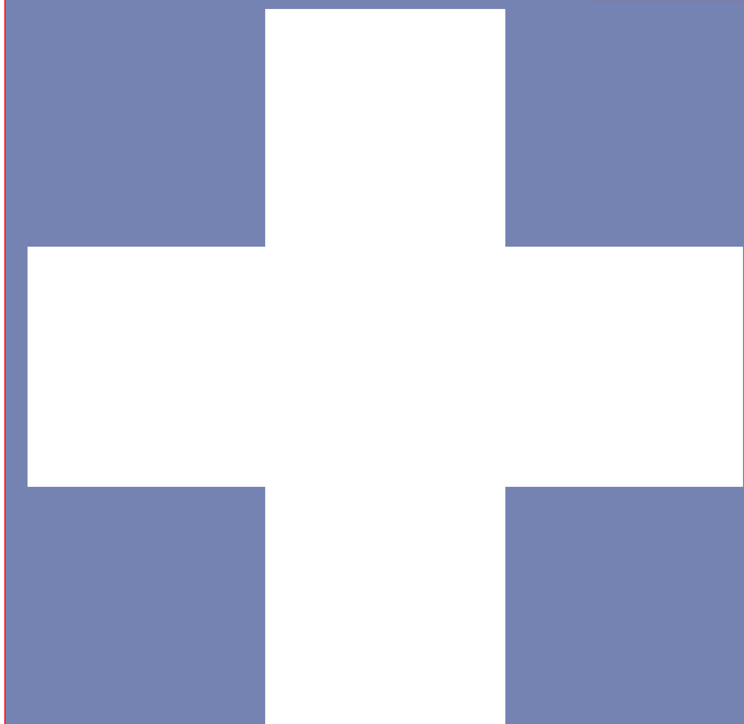
هل تستطيع تحريك ثلاث ذبابات فقط مسافة مربع واحد فقط – أفقيًا، أو رأسيًا أو بصورة قطرية – بحيث تحتفظ كل ذبابة بحقها في أن تكون وحدها في صف وعمود و خطين قطريين.



لعبة التفكير
462
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تقسيم الصليب الإغريقي إلى مربَّعات

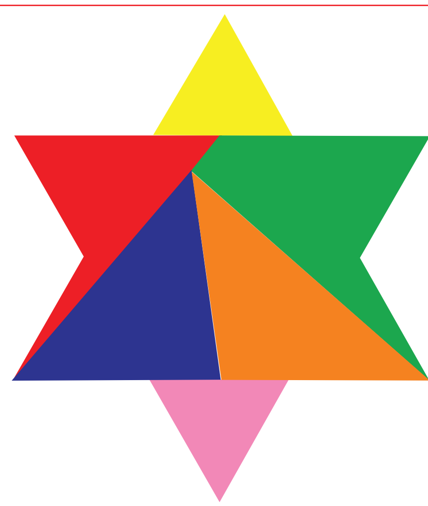
هل يمكنك تقسيم هذا الصليب الإغريقي إلى تسعة أجزاء يمكن جمعها معًا مرة أخرى لتكوِّن خمسة مربَّعات صغيرة أو مربعًا واحدًا كبيرًا؟



لعبة التفكير
463
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تحويل نجمة إلى مستطيل

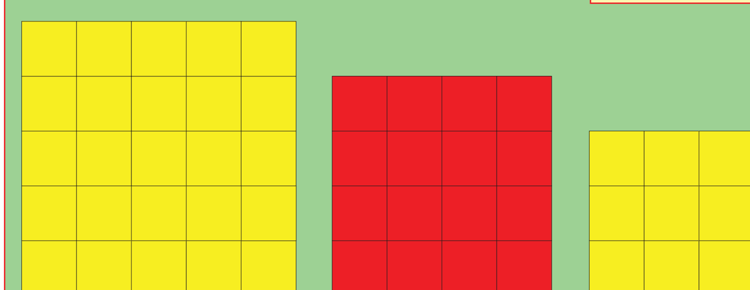
قُسمت النجمة المكونة من ستة رؤوس إلى ستة أقسام. هل تستطيع إعادة تجميع هذه الأقسام لتكون منها مستطيلًا؟



لعبة التفكير
464
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تقسيم مربع إلى مربعين

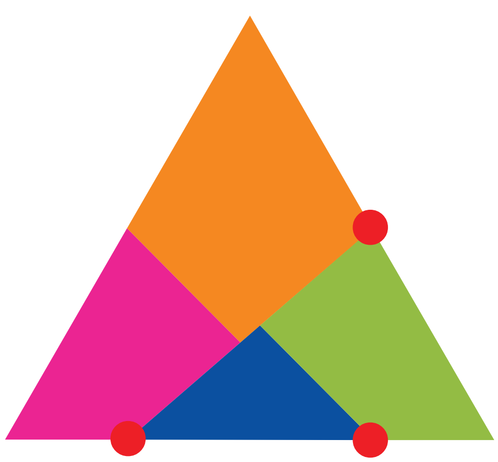
هل تستطيع تقسيم المربع المكون من خمسة في خمسة إلى أقل عدد من الأقسام التي ستكوِّن منها مربعين الأول مكوَّن من أربعة في أربعة، والثاني مكوَّن من ثلاثة في ثلاثة من المربعات الصغيرة؟



لعبة التفكير
465
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المثلث المتصل بمفصلات

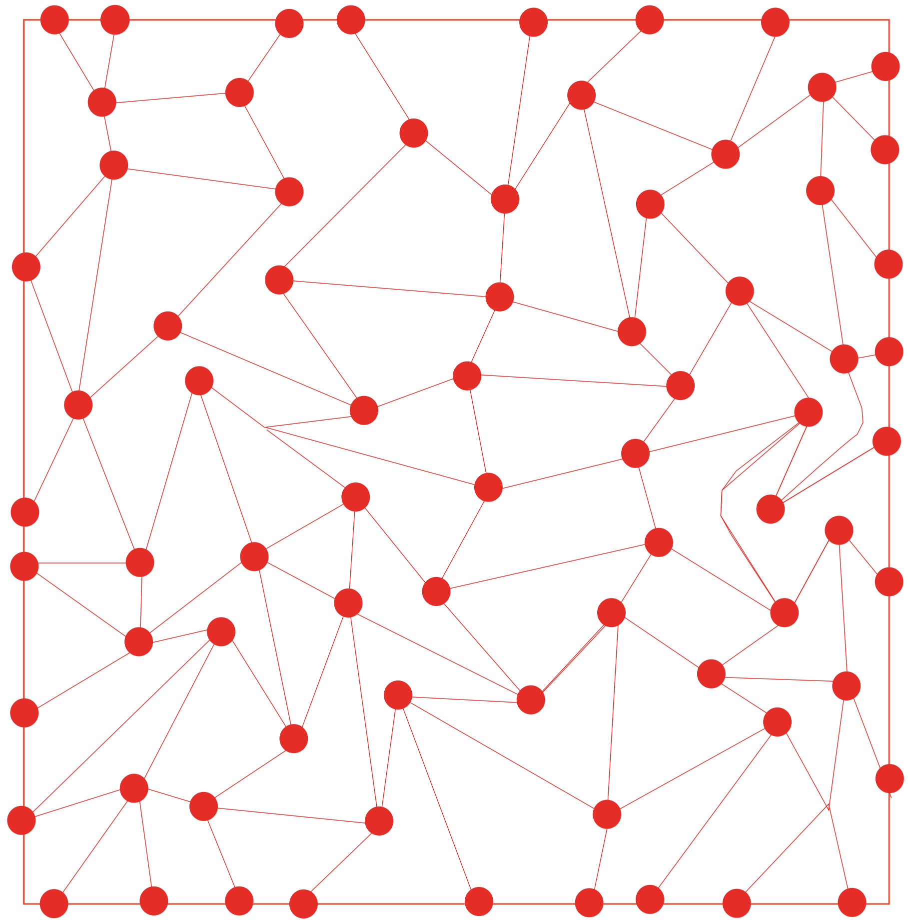
قُسم هذا المثلث المتساوي الأضلاع إلى أربعة أقسام، المفصلات حمراء اللون توصل الأجزاء مع بعضها. إذا تركت الجزء الأزرق ثابتًا، وحرَّكت باقي الأجزاء حول مفصلاتها، فيمكنك إعادة ترتيب الأجزاء مرة أخرى لتكون شكلًا جديدًا، فهل تستطيع تحديد الشكل الجديد؟



لعبة التفكير
466

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______







شبكة الغواصة

يجب أن يقطع رجال الغوص مسارًا في شبكة العدو للسماح بمـرور الغواصة من خلالها، ولكن أمامهم وقت كاف فقط لقطع أحبال الشبكة مع العلم أن العقد سميكة جدًّا.

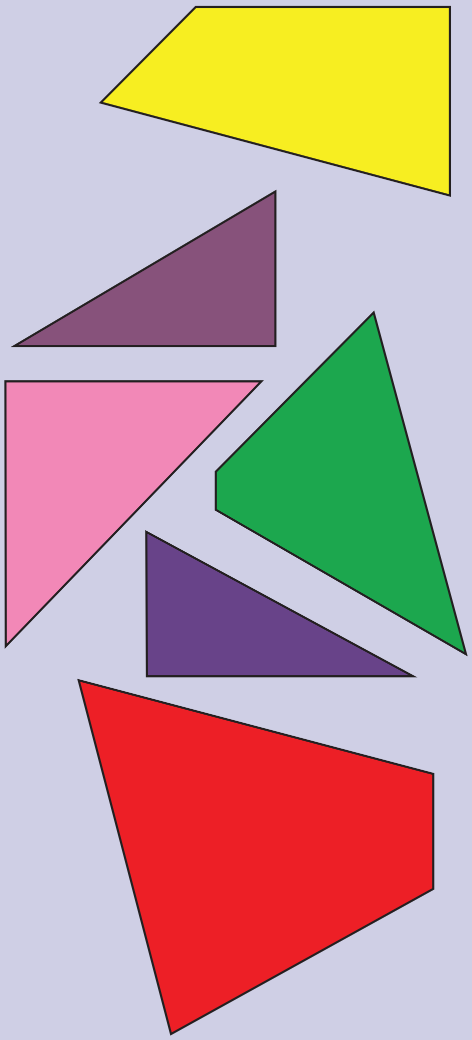
هل تستطيع الوصول إلى المسـار من أعلى إلى أسـفل، في أقل عدد ممكن من عمليات القطع؟

لعبة التفكير
467

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تحويل مثلث إلى شكل سداسي

هـل يمكنـك الوصـول إلـى طريقـة لترتيـب الأجـزاء السـتة أدنـاه لتكـون بها مثلثًا متسـاوي الأضـلاع؟ ثم، هل تسـتطيع إعادة جمع هذه الأجزاء لتكون بها شكلًا سداسيًّا؟

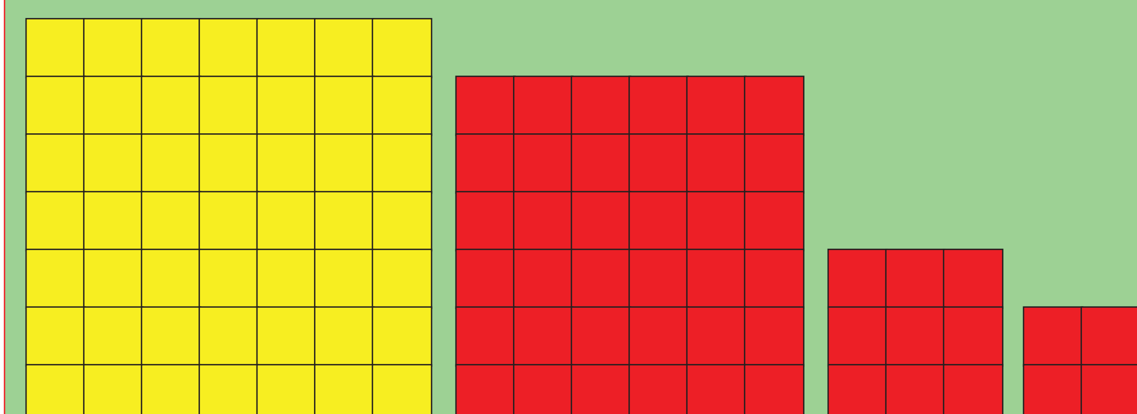


لعبة التفكير
468

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تحويل مربع إلى ثلاثة مربَّعات

هـل تسـتطيع تقسـيم هـذا المربـع المكـون من سـبعة في سـبعة إلـى أقـل عدد من القطـع اللازمة، مـن أجل تكوين مربَّعات أصغر تتكون من ستة في ستة وثلاثة في ثلاثة ثم اثنان في اثنين؟



نظرية فيثاغورس

نظرية الهندسة القديمة المنسوبة إلى فيثاغورس (Pythagoras) هي نظرية من النظريات القليلة التي يملك كل شخص – على الأقل – معرفة بسيطة بها، وهي تهتم بالعلاقات بين الضلعين المحاذيين في مثلث قائم الزاوية والضلع الثالث الذي يسمى الوتر.

نص هذه النظرية مشهور – مربع أطوال وتر المثلث القائم يساوي مجموع مربع أطوال الضلعين الآخرين – كما هو موضح فيما يأتي بالرموز:

$$a^2+b^2=c^2$$

حيث إن b,a هما طولا الضلعين المحاذيين و c هو طول الوتر.

ولكن ما المعنى الفعلي لذلك؟

على المستوى العددي، هذه النظرية تعني أنه يمكننا رسم مثلثات قائمة الزاوية باستخدام ثلاثة أطوال c,b,a طبقًا لنظرية فيثاغورس.

على سبيل المثال، لأن:

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

مثلث زواياه 3 و 4 و 5 هو بالضرورة مثلث قائم الزاوية. قيل أن المساحين في مصر القديمة كانوا يعرفون هذه العلاقة وقسموا حبلًا إلى اثني عشر جزءًا متساوية بعقد؛ ليشكلوا ما يعرف باسم المثلث المصري الذي استخدموه في رسوم زوايا قائمة كاملة تقريبًا.

توجد ثلاثيات فيثاغورثية أخرى عديدة: (5– 12–13) و (8–15–17) وهي اثنتان من كثير. القاعدة العامة للوصول إلى الثلاثيات الفيثاغورية جميعها معروفة، وكانت واحدة من أول النتائج المحققة من نظرية المعادلات الديوفنتية (Diophantine)؛ أي المعادلات التي لا تحل سوى باستخدام أرقام كاملة، وهذا رابط مثير للتعجب بين الهندسة ونظرية الأعداد.

هندسيًّا، تؤكد نظرية فيثاغورس تساوي المساحات؛ عند رسم مربع أمام وتر مثلث قائم الزاوية مساحته تساوي مساحة مربعين مرسومين أمام الضلعين الآخرين، حيث توضح إحدى المسائل الشيقة (انظر لعبة 469) هذا الأمر مباشرة بالوصول إلى طريقة لقطع المربعين الصغيرين إلى أجزاء يمكن جمعها مرة أخرى لتكوين مربع أكبر. يوجد حلٌّ بديلٌ وجميل جدًّا لهذه المسألة، يُعرف باسم تقسيم بريجال (Perigal) (انظر لعبة 470)، حيث يترك أصغر مربع سليمًا، ويقسم المربع المتوسط الحجم إلى أربعة أجزاء بالشكل والحجم نفسهما.

لعبة التفكير 469

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

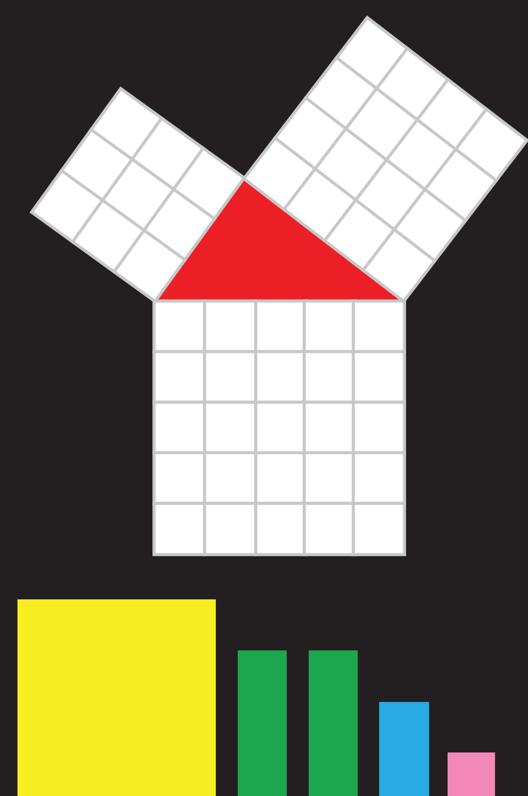
المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المثلث المصري

امتلك المساحون في مصر القديمة أداة بسيطة لرسم مثلثات قائمة الزاوية قريبة من الاكتمال: حلقة مكونة من حبل مقسم بالعقد إلى أثني عشر جزءًا متساويًا. عندما فردوا الحبل لتكوين مثلث نسبة أضلاعه 5:4:3 عرفوا أن أكبر زاوية كانت قائمة.

هل تستطيع تركيب الأجزاء الخمسة في الأسفل إلى المربعين الصغيرين أعلى المثلث قائم الزاوية؟ وهل يمكنك بعد ذلك تركيب الأجزاء الخمسة نفسها في مربع واحد أكبر أسفل المثلث قائم الزاوية؟ إذا كان في إمكانك تنفيذ كلا الخطوتين، فما الخطوات التي اتبعتها؟



لعبة التفكير 470

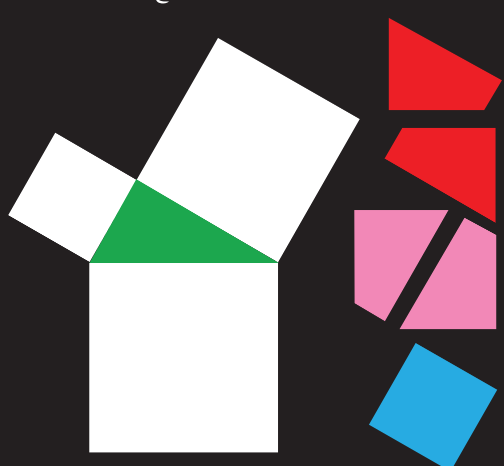
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎ 🗐 ✂

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لغز بريجال - عالم الرياضيات الإنجليزي

غطِّ المربع متوسط الحجم بألوان شبه المنحرف الحمراء والوردية، ثم غطِّ لون المربع الصغير بالمربع الأزرق. هل تستطيع بعد تلك الخطوات أخذ الأجزاء الخمسة وجمعها لملء المربع الكبير؟



لعبة التفكير
471

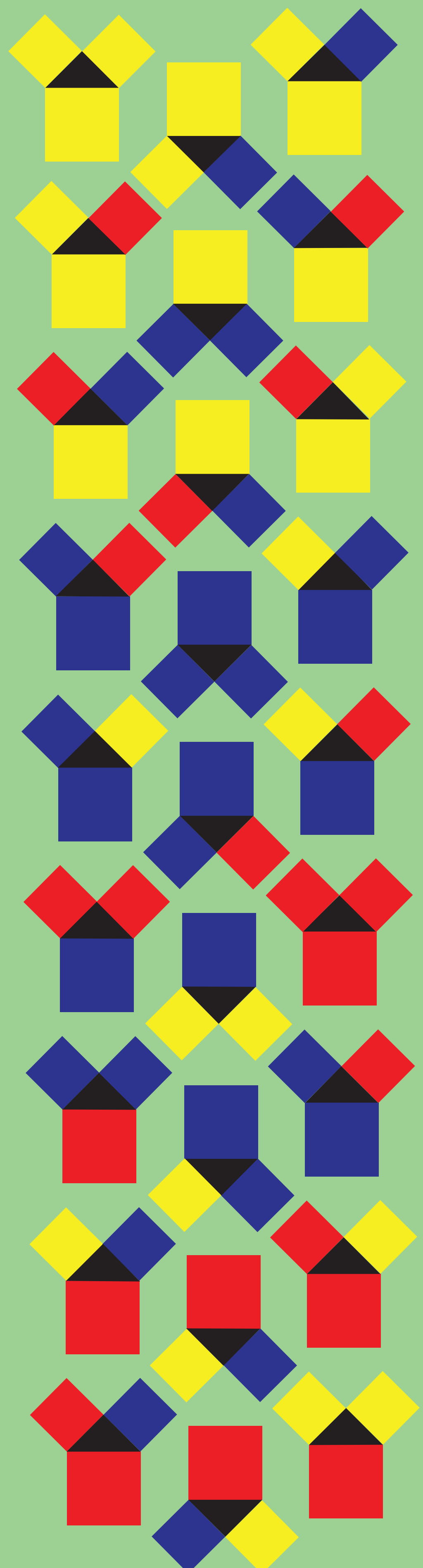
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

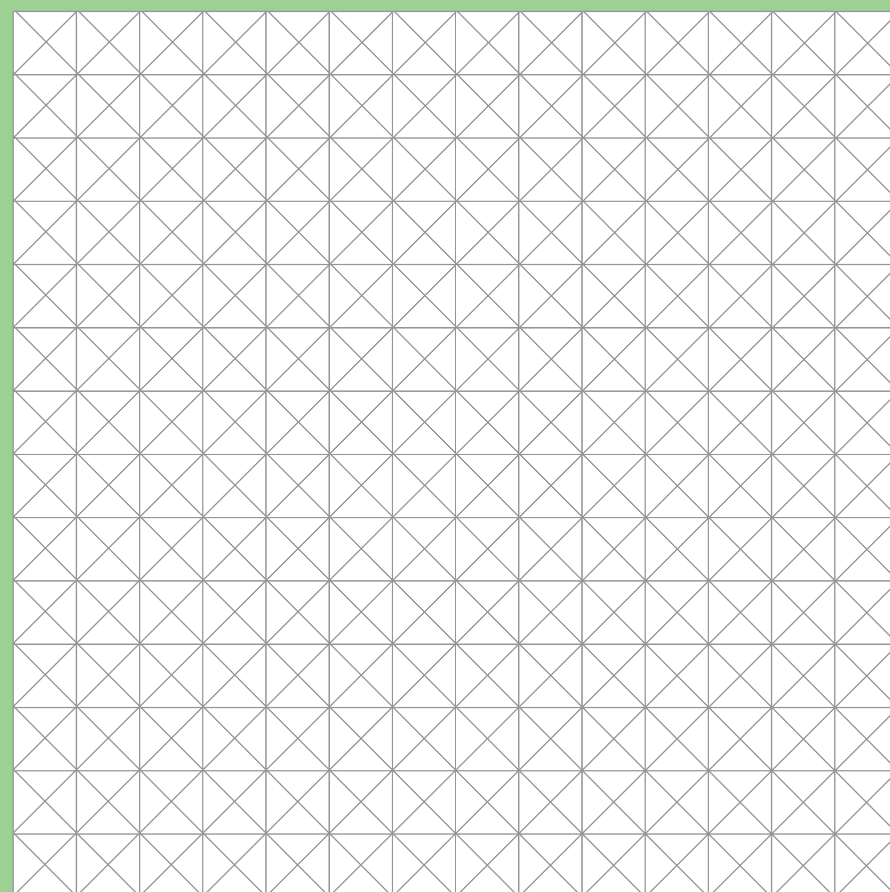
لعبة فيثاغورية (Pythagorino)

يستطيع لعب لعبة الدومينو الجديدة هذه والمشتقة من نظرية فيثاغورس ثلاثة أشخاص: ثلاثة مربَّعات مرتبة حول مثلث قائم الزاوية ومتساوي الساقين. تأتي قطع اللعب الفيثاغورية السبع والعشرون في مجموعات مختلفة من ثلاثة ألوان، هي: الأحمر والأزرق والأصفر.

توضع القطع على الشبكة بحيث تتوازى المربعات الأصغر مع خطوط الشبكة، وتتوازى المربعات الكبيرة مع الأقطار.

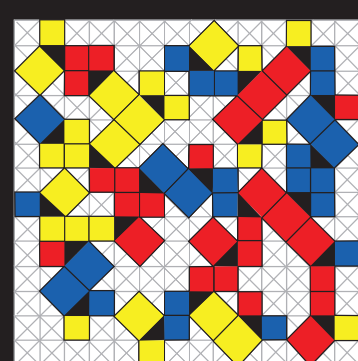
يختار كل لاعب لونًا، ويأخذ دوره بوضع قطع اللعب على الشبكة بطريقة تشبه كثيرًا لعبة الدومينو: يجب أن تكون المربعات المتجاورة – صغيرة أو كبيرة – باللون نفسه. انظر المثال الموضح أدناه للتوضيح. يحصل كل لاعب على نقطة عن كل مربع كبير باللون الذي اختاره عندما يكوِّن خطًّا متصلًا يتكون من مربعين على الأقل من اللون نفسه. وتستمر اللعبة حتى لا تتاح أي إمكانية لنقل قطع إضافية. اللاعب الذي يحصل على أكبر عدد من النقاط هو الفائز، في حالة التعادل يكون الفوز للاعب الذي يحصل على أقل عدد ممكن من الأشرطة.





مثال على لعبة فيثاغورية

كانت النقاط لهذه اللعبة هي 6 للون الأحمر و6 للون الأزرق و5 للون الأصفر. يفوز اللون الأحمر المتعادل لأن المربعات الحمراء الكبيرة اتصلت باستخدام أقل عدد من الأشرطة (شريطين فقط) عن اللون الأزرق. لاحظ أن المربعات الكبيرة المعزولة لا تحقق نقاطًا للفوز.

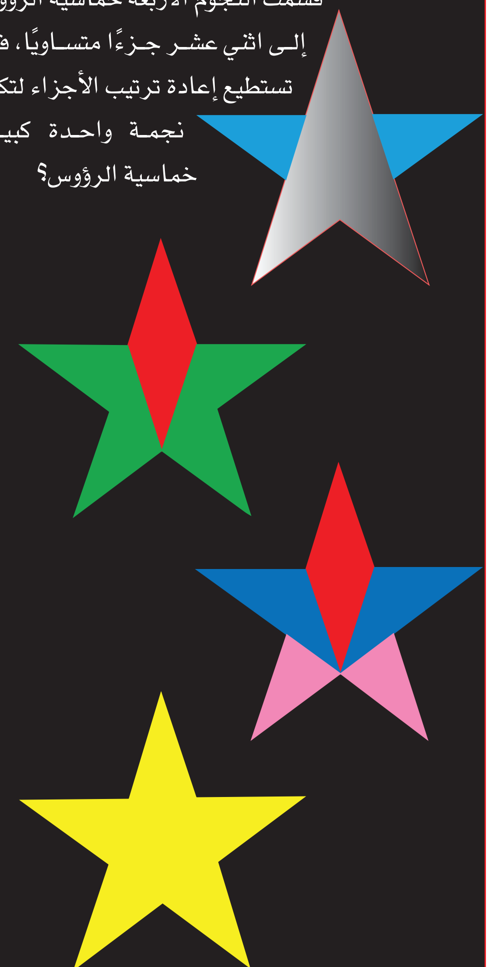


لعبة التفكير
472

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

أربع نجوم خماسية الرؤوس

قُسمت النجوم الأربعة خماسية الرؤوس إلى اثني عشر جزءًا متساويًا، فهل تستطيع إعادة ترتيب الأجزاء لتكون نجمة واحدة كبيرة خماسية الرؤوس؟



لعبة التفكير
473

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تحويل مثلث إلى نجمة

يتكون هذا المثلث متساوي الأضلاع من أربعة وعشرين مثلثًا قائم الزاوية مطابقة. بالنظر إليه فقط، هل تستطيع الوصول إلى طريقة لإعادة ترتيب الأجزاء وتكوين نجمة كاملة بستة رؤوس؟



لعبة التفكير
474

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

نجمة خماسية الرؤوس

قسمت هذه النجوم خماسية الرؤوس إلى ثمانية عشر جزءًا، يمكن إعادة ترتيب هذه الأجزاء لتكوين نجمة كبيرة خماسية الرؤوس. هل تستطيع الوصول إلى طريقة لتكوين هذه النجمة؟

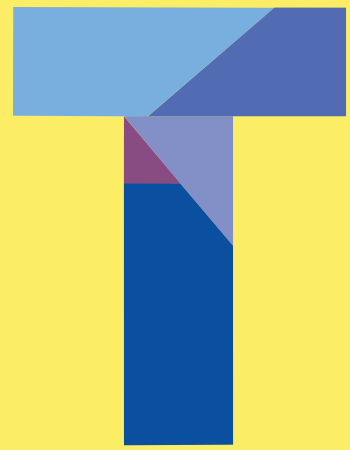


لعبة التفكير 475

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تحويل شكل T إلى مستطيل

هل تستطيع تجميع أجزاء حرف T المقسم لتكوين مستطيل؟



لعبة التفكير 476

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الأشكال الهندسية

تتوافق هذه الأجزاء الخمسة الملونة معًا بصورة مدهشة. حيث يمكن جمعها لتكوين مربع أو شكل معين أو مثلث أو علامة الجمع أو متوازي أضلاع؛ هل تستطيع الوصول إلى طريقة لتكوين هذه الأشكال؟



لعبة التفكير 477

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تحويل دائرة إلى مستطيل

رُسم هذا الشكل باستخدام فرجار ليكون نصف قطره ثابتًا. هل تستطيع تقسيم الدائرة إلى ثلاثة قطع مستقيمة، ثم جمع الأجزاء الحمراء فقط لتكوين مستطيل؟

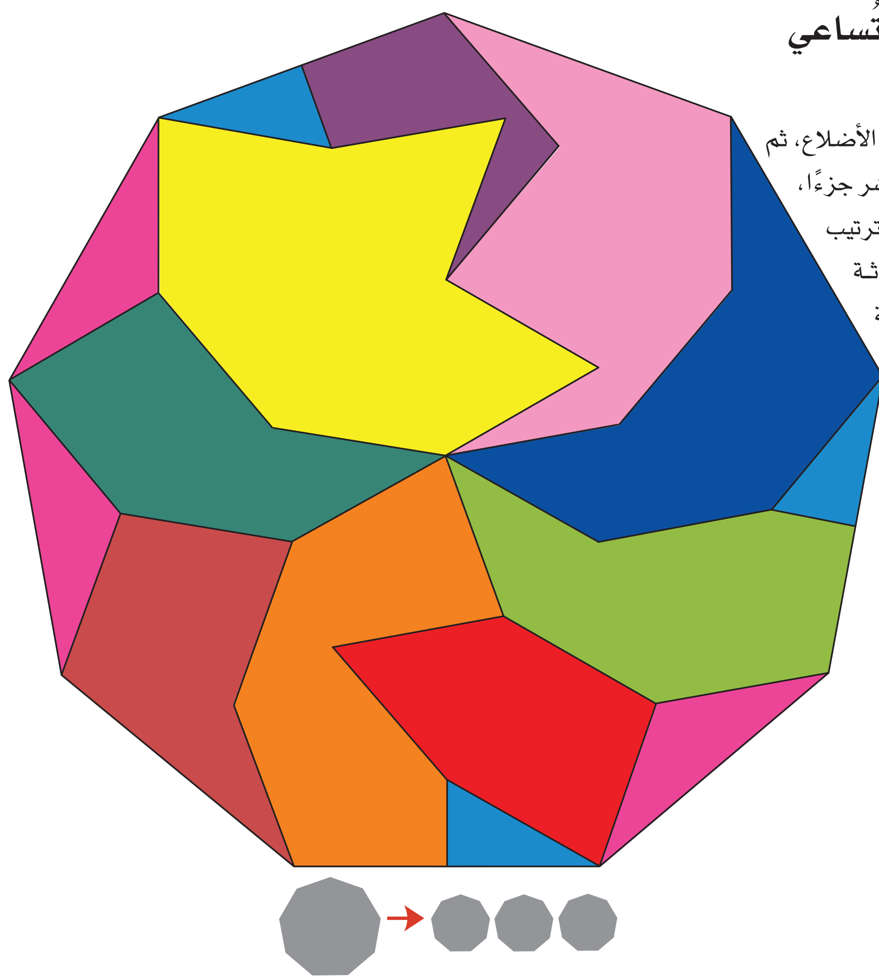


لعبة التفكير 478

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

سحر الشكل تُساعي الأضلاع

انسخ الشكل تساعي الأضلاع، ثم قطعه إلى خمسة عشر جزءًا، هل تستطيع إعادة ترتيب الأجزاء لتكوين ثلاثة أشكال أصغر تساعية الأضلاع أيضًا؟



لعبة التفكير 479

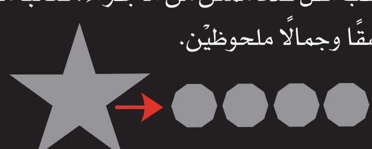
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



النجمة خماسية الرؤوس

انسخ النجمة خماسية الرؤوس وقسمها إلى أجزائها السبعة عشر. هل يمكنك إعادة ترتيب هذه الأجزاء لتكوين أربعة أشكال متطابقة لكل منها عشرة أضلاع (متعدد أضلاع مكون من عشرة أضلاع)؟

ألغاز تحويل النجوم إلى أشكال هي أجمل ألغاز التقسيم الهندسي وأكثرها دهاء؛ فعند تصميمها بما يتطلب أقل عدد ممكن من الأجزاء، فغالبًا ما تمتلك تناسقًا وجمالًا ملحوظيْن.



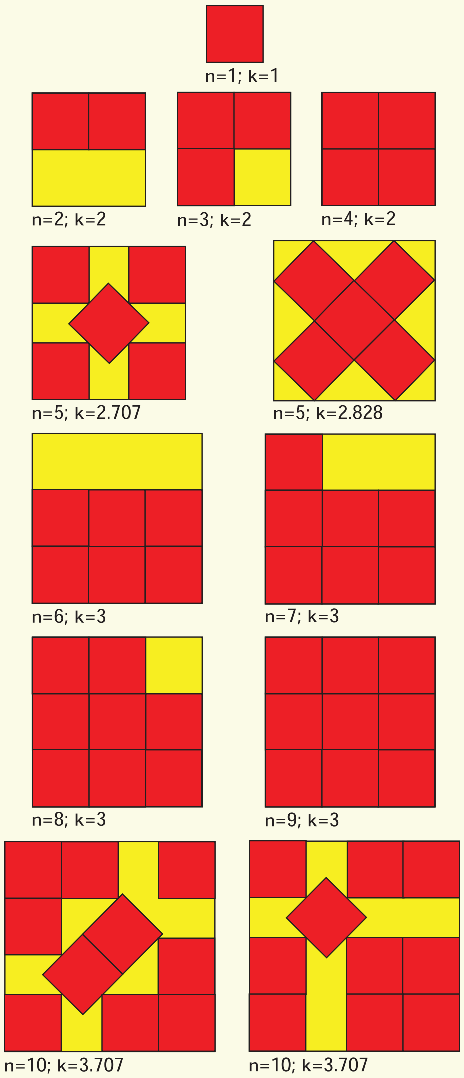
ملء الأشكال

(عجلات داخل عجلات) هي عبارة مألوفة، ولكن ماذا عن عبارة مربَّعات داخل مربَّعات؟ افترض أنَّ لديك عددًا من المربعات المتطابقة التي يجب تعبئتها داخل مربع واحد كبير، ما أصغر حجم لأكبر مربع يتسع لعدد محدد من المربعات الأصغر من دون تداخل؟ وإذا كان غير مسموح تمييل المربعات الأصغر، عندها تكون المسألة عادية؛ لأن السماح بتمييل المربعات يزيد من صعوبة المسألة، ولكنه يسمح أيضًا بظهور حلول أكثر فاعلية.

في حالة مربع إلى أربعة مربَّعات، لا يُعد تمييل المربعات ذا جدوى، ولكن لتعبئة خمسة مربَّعات داخل مربع أكبر من دون تمييل، فيجب أن تستخدم مربعًا بأضلاع أطول ثلاث مرات من المربعات المعبَّأة داخل المربع. أدخل المربعات الخمسة في شكل إشارة الجمع، ويجب أن يكون طول ضلع المربع الكبير 2,828 وحدة لكل ضلع. يمكن تحقيق عملية ملء أفضل فقط في حالة تمييل المربع المركزي؛ عندها يكون لضلع المربع الأكبر 2,707 وحدة.

إذا كانت n = 6 or 7 or 8 or 9 تكون الحلول كافية مثل أي حلول أخرى، ولكن عندما يتحتم عليك ملء عشرة مربَّعات، فيكون تمييل المربعات حلًّا أفضل مع أنه لا أحد يعرف حتى الآن إذا كانت الحلول المتوافرة تحقق أفضل تجميع أو طريقة تجميع متميزة للتعبئة بطريقة أفضل.

كلما كان عدد المربعات أكبر، تزايدت صعوبة مهمة التعبئة أكثر، إلا إذا كان عدد المربعات نفسه مربعًا؛ أي 9 أو 16 أو 25 وهكذا. توجد مسائل ملء أخرى معظمها محير وخاصة المسائل التي تسمح بالتعبئة غير المنتظمة. يُعدُّ ملء دوائر في شكل مستوٍ مثالًا مهمًّا على ذلك، وتعد أيضًا المسائل المشابهة من ملء الأشكال الكروية أكثرصعوبة؛ التعبئة الأكثر كثافة معروفة، ولكن فيما إذا كانت التعبئة غير المنتظمة أفضل، فلا تزال أمرًا غامضًا، ويعتقد معظم علماء الرياضيات أنهم لن يتوصلوا إلى حل أفضل، ولكن الأمر لم يُثبت بعد.



تعبئة وحدات المربعات
أفضل نتائج تعبئة وحدات المربعات في مربع أكبر موضحة هنا، وتبدأ الحلول من مربع إلى عشرة مربعات.

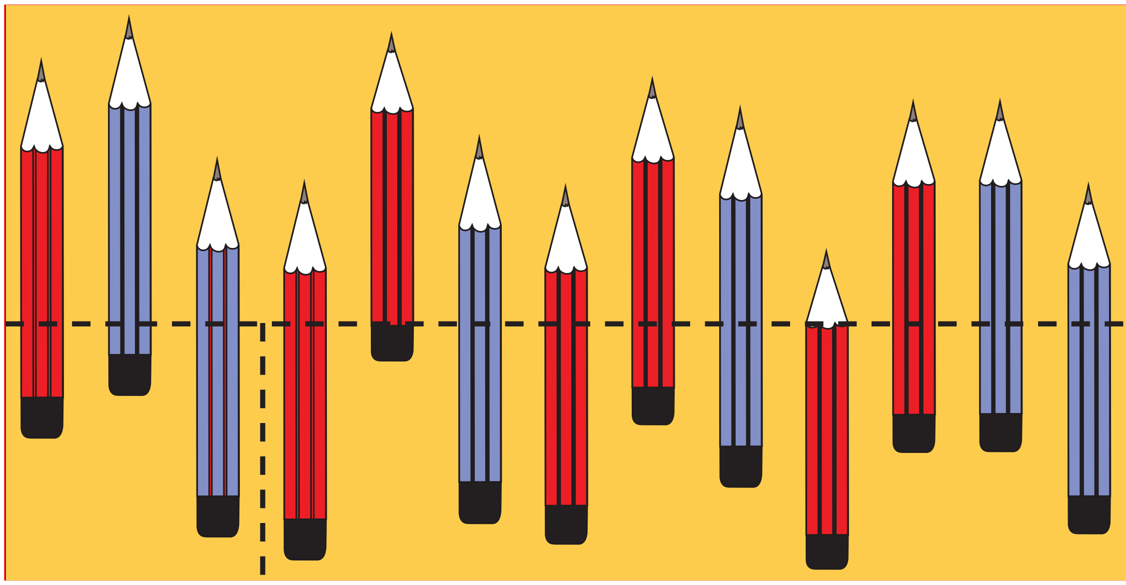
لعبة التفكير 480

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

املأ الشكل 1

يجب ملء أحد عشر مربعًا في المربع الأصفر الذي أضلاعه أكبر بنسبة 3,877083 مرة من أضلاع المربعات الأصغر. يجب اتِّباع قاعدتين: لا يمكن لأي من المربعات الحمراء أن تتجاوز حدود المربع الأصفر، ولا يجوز أن تتداخل أي من المربعات، فهل تستطيع الوصول إلى حل؟





لعبة التفكير
481
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

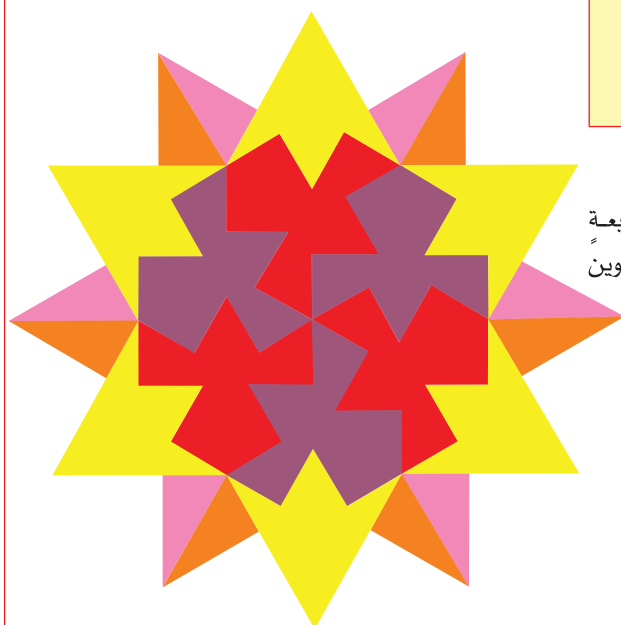
أقلام الرصاص المختفية

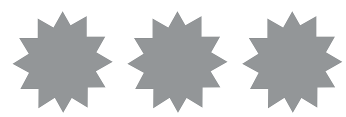
في الشكل، يوجد سبعة أقلام رصاص حمراء اللون وستة أقلام رصاص زرقاء اللون، إذا قطعت الأقلام على طول الخط المرسوم وتمَّ تبديل مواضع الجزء الأيمن السفلي مع الجزء الأيسر السفلي في الشكل، هل سيكون لذلك أي تأثير في ما تراه؟ صورها ثم قص الصورة على طول الخط المقطع.

لعبة التفكير
482
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

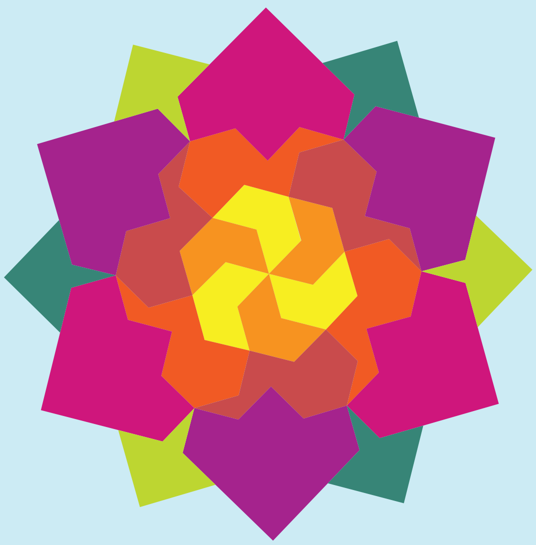
لغز النجمة

قُسمت هذه النجمة ذات الاثني عشر رأسًا إلى أربعة وعشرين قسمًا. هل يمكنك إعادة ترتيب القطع لتكوين ثلاث نجوم أصغر لكل منها اثنا عشر رأسًا؟



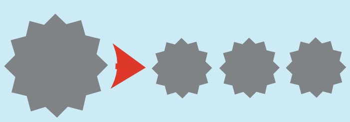


لعبة التفكير
483
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



نجمة مكونة من اثنيْ عشر رأسًا

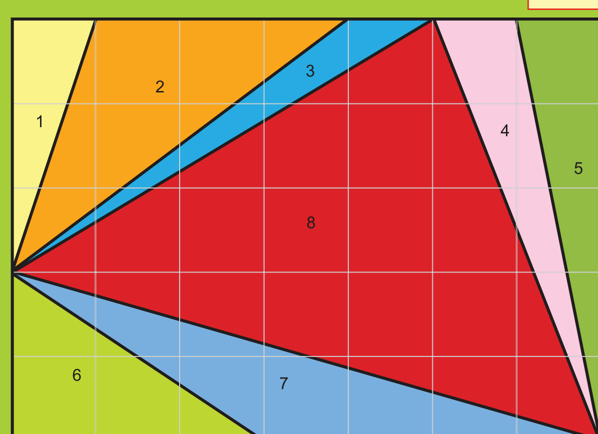
انسخ هذه النجمة المكونة من اثنيَّ عشر رأسًا، وقسمها إلى أربعة وعشرين جزءًا. هل تستطيع إعادة ترتيب الأجزاء لتكوين ثلاث نجوم أصغر لكل منها اثنا عشر رأسًا؟



لعبة التفكير
484
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

رسم المقطع

من خلال النظر في الرسم المقطع في المستطيل، هل تستطيع تحديد مساحة كل منطقة بدلالة الوحدات المربعة في الشبكة؟ أي الجزأين الآتيين من الرسم هو الأكبر؟ هل هو المثلث الأحمر الكبير أم الأجزاء المتبقية من الشبكة إذا دمجت معًا؟



المربعات والمستطيلات المقسَّمة إلى مربَّعات

يبحث علماء الرياضيات عن النظام في كل مكان، وعندما يجدونه يودون التعبير عن حماستهم عن طريق عَدِّ الأرقام، والمربعات، والمستطيلات، والمثلثات، والأشكال متوازية الأضلاع، مثالية إلى حدٍّ الكمال.

في عام 1934م، طرح عالم الرياضيات المجري باول إيردوس (Paul Erdös) مسألة التقسيم الآتية: هل يمكن تقسيم مربع أو مستطيل إلى مربَّعات أصغر بحيث لا يتشابه اثنان منها؟. تسمى هذه المربعات والمستطيلات تامةً (Perfect) أو مقسمةً إلى مربَّعات. (المربعات أو المستطيلات التي تكون المربعات المكونة لها متطابقة تسمى ناقصة، وهذا الأمر لا يثير التعجب)، ختم إيردوس بحثه بالقول: إن هذا التقسيم أمر مستحيل، وربما يكون متأثرًا بالحقيقة المثبتة أنَّ أي شخص لا يستطيع تقسيم أي مكعب إلى مكعَّبات صغيرة حيث لا يتطابق فيها مكعبان، ويعتقد إيردوس أنَّ أفضل حل هو تقسيم مستطيل إلى مربَّعات أصغر من دون أن يتشابه اثنان منها.

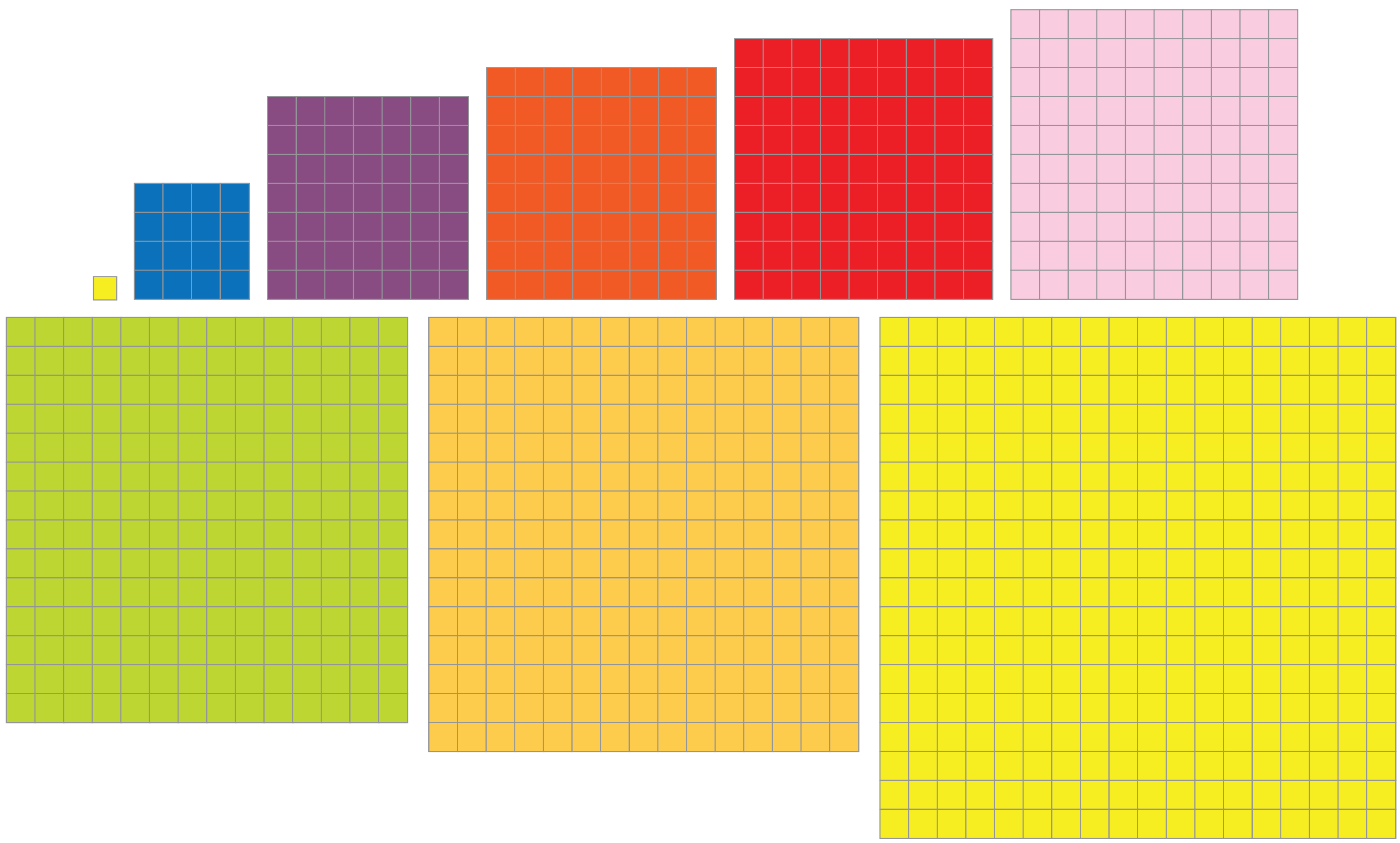
بدا أيردوس أنه كان على حق لسنوات عدة، ولكن توصل فريق من علماء الرياضيات الذين استغلوا التشابه الجزئي مع نظرية الدوائر الكهربائية إلى مثل هذا المربع التام. مربعهم الذي تكون من أربعة وعشرين مربعًا مختلفة ومتتابعة الحجوم، كان هو حامل أطول سجل لأصغر مربَّعات مثالية، ولكن في عام 1978م توصل عالم الرياضيات الدنمركي إيه جي دبليو دوجيفستن (A.J.W.Duijvestijn) إلى حل أفضل، حيث تطلب حله واحدًا وعشرين مربعًا جزئيًّا فقط. (انظر صفحة 185).

لعبة التفكير
485

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مستطيلات مقسمة إلى مربَّعات أصغر

لا يوجد مستطيل يمكن تقسيمه إلى أقل من تسعة مربَّعات بحجوم مختلفة – المستطيل التام– يتكون أصغر مستطيل من هذا النوع من المربعات، كما هو موضح أدناه، ذات الأضلاع التي أطوالها 1 و 4 و 7 و 8 و 9 و10 و14 و15 و 18 وحدة. هل يمكنك تكوين مستطيل تام من هذه العناصر؟



تصادف غريب

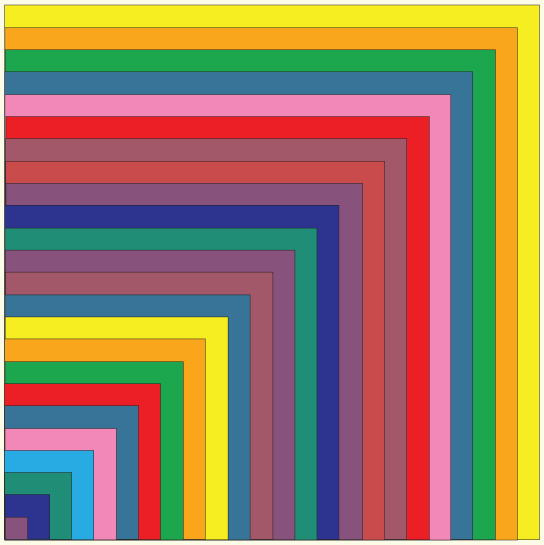
حتى الآن لعبتَ مع ألغاز تقوم على أساس ملء أشكال ودوائر ومربعات متطابقة، وبدأت التفكير في ملء مربَّعات غير متطابقة، وتأتي إلى الذهن احتمالية استخدام مربَّعات متتابعة بأضلاع أطوالها 1 و 2 و3 و4.... وما إلى ذلك، حتى تصل إلى حد معين. هل يوجد مربع يمكن تقسيمه بمثل هذا النظام، ويتكون من مربَّعات أصغر؟

إذا كانت المربعات ستملأ المربع الكبير تمامًا، فهي لا يمكن أن توضع بصورة مائلة، وبذلك يجب أن يكون طول ضلع المربع الخارجي عددًا صحيحًا؛ ولذلك يجب أن يكون إجمالي مساحة المربعات الصغيرة نفسها مربعًا.

إجمالي المربعات المتتالية الأولى لن يساعد في الأمر كثيرًا:

$$1^2+2^2+3^2+4^2+.....+24^2=4900=70^2$$

هذا هو المجموع الإجمالي الوحيد للمربعات المتتالية التي تؤدي إلى مربع كامل (التوضيح تمرين صعب في نظرية الأعداد، وهو نفسه مسألة لم تحل لمدة طويلة). وقد أثار هذا الأمر مسألة هندسية من أجمل ألغاز الهندسة الترفيهية: هل يستطيع أي شخص ملء أول أربعة وعشرين مربعًا متتاليًا في مربع يتكون من سبعين في سبعين وحدة مربعة. إذا كنت تريد أن تحاول ذلك، انظر لعبة 486.



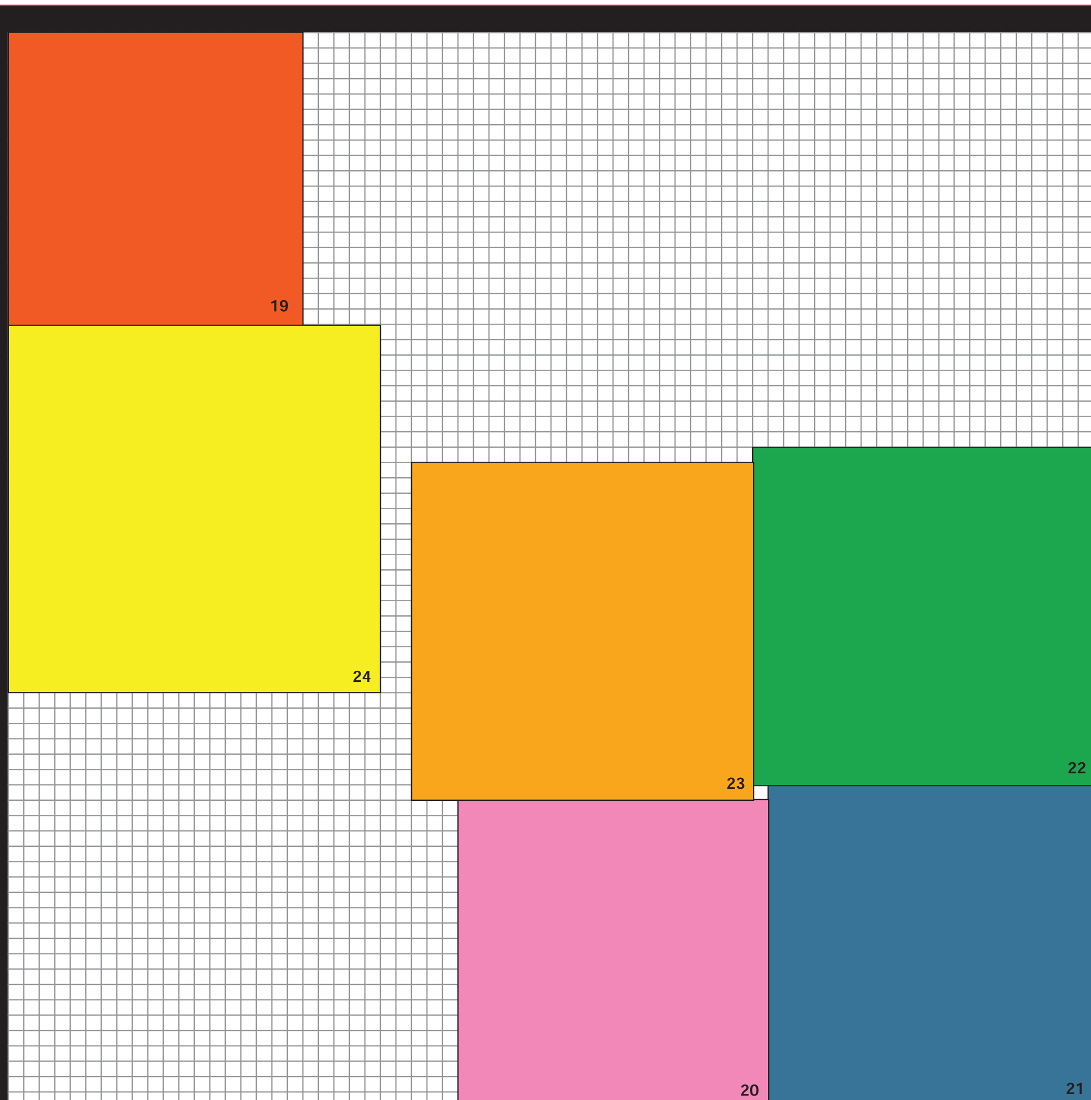
لعبة التفكير
486

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎ ✂
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

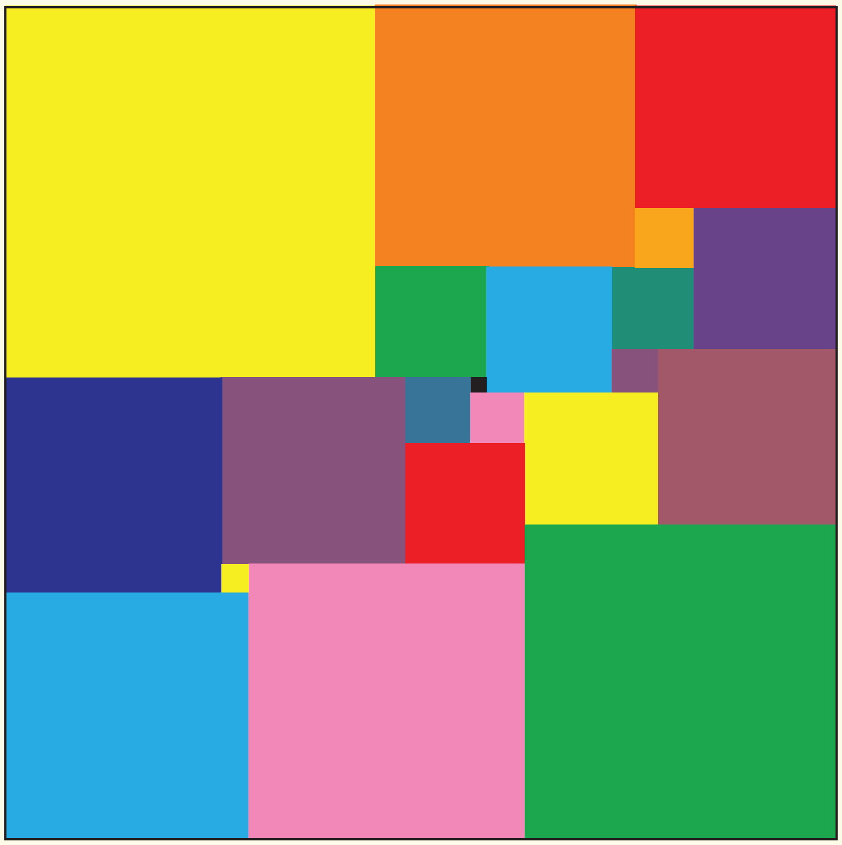
لامحدودية المربعات

تبلغ مساحة أربعة وعشرين مربعًا بأضلاع متتابعة تبدأ من 1 وحتى 24 وحدة، أربعة آلاف وتسع مئة وحدة مربعة. ويبين لوح الألعاب إلى اليسار مساحة قدرها 4،900 وحدة مربعة. هل تستطيع تغطية اللوحة بأربعة وعشرين مربعًا من دون تداخل؟ للحصول على مساعدة للبدء، وُضعت المربعات الكبرى.

هل يوجد عدد أقل من المربعات المتتالية يكون مجموعها مربعًا كاملًا؟



مربع المربعات

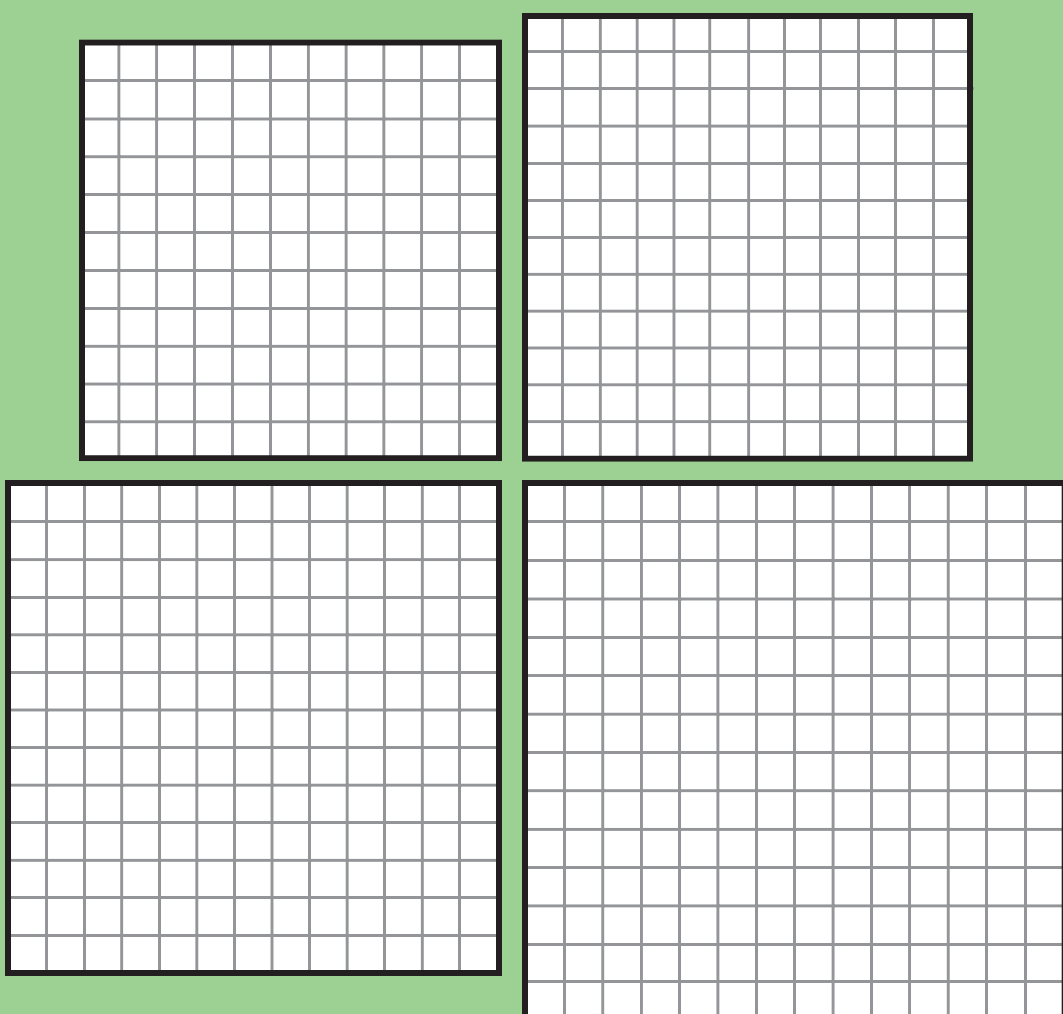


إنَّ المربـع الـذي يتكـون مـن مربَّعـات صغيـرة بحجـوم مختلفـة يطلـق عليـه اسـم مربع تـام. (يجب أن تكـون أطـوال أضـلاع المربعات الصغيـرة جميعها أعـدادًا صحيحـة). ويتكون أصغر مربـع تام من واحد وعشـرين مربعًا، وأضلاع هـذه المربعات هي 2، 4، 6، 7، 8، 9، 11، 15، 16، 17، 18، 19، 24، 25، 27، 29، 33، 35، 37، 42، و50 وحدة. يبيـن الرسـم هنـا كيـف توضـع هذه المربعات معًا لتكوين مربع واحد كبير ذي أضلاع من 112 وحدة.

لعبة التفكير
487

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المربع غير التام
(Imperfect Square)



يطلق على المربعات التي تقسم إلى مربَّعات أصغر، مع وجود مربعين أو أكثر لهما الحجم نفسه، مربَّعات غير كاملة؛ على سبيل المثال، من الممكن أن vيقسم مربـع 3×3 إلى مربع 2×2 وخمسـة مربَّعـات 1×1 بمجمـوع سـتة أقسـام. وربمـا تحـاول تقسـيم مربـع 4×4 إلى مربـع 3×3 وسـبعة مربَّعات 1×1، ولكن الحل الأدنى سـوف يتضمن فقط أربعة مربَّعات 2×2.

بوجـه عـام، مـن السـهل أن تكـون المربعـات التـي أطـوال أضلاعها أعداد زوجية مربعات غير كاملة، وتكون المربعات التـي أطـوال أضلاعها أعـدادٍ فردية معقدةً علـى نحو أكبر. ولمعرفـة كيـف يكـون الأمـر كذلـك، قسِّـم المربعـات التـي أضلاعهـا 11، 12، 13، 14 وحـدة، إلـى مربَّعـات غيـر تامـة (imperfect) بأقل عدد من القطع.

لعبة التفكير 488

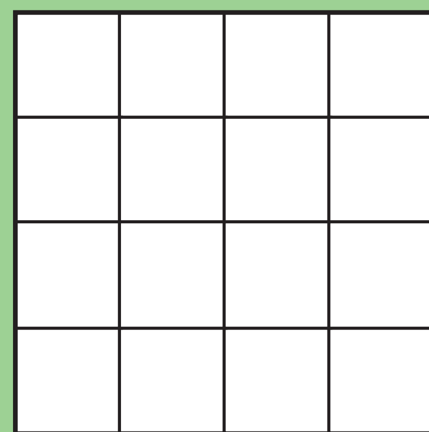
الصعوبة:

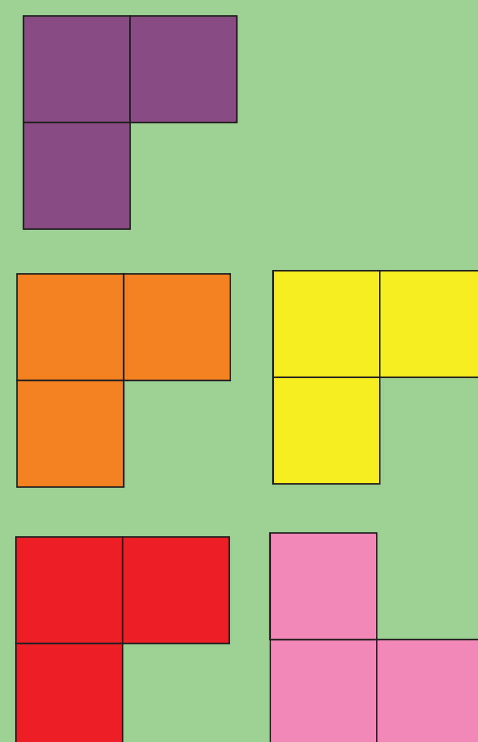
المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المربع المكشوف

إذا حاولت أن تضع الأشكال الخمسة المكوَّنة من ثلاث وحدات مربعة على لوحة مكونة من 4×4 وحدة، سوف يكون هناك دائمًا مربع مكشوف، وعلى كل حال فإن كل شكل من الأشكال الخمسة يغطي مساحة ثلاث وحدات، وتحتوي اللوحة على ست عشرة وحدة، ولكن هل من الممكن أن يكون هذا المربع المكشوف في أي مكان ما على هذه اللوحة؟





لعبة التفكير 489

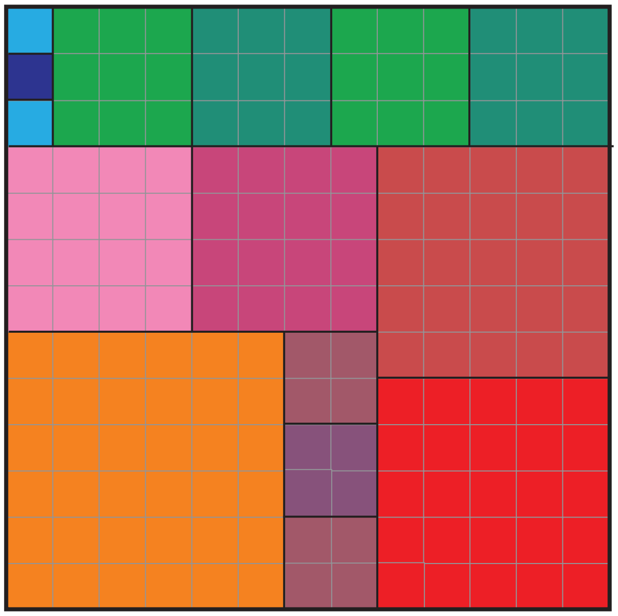
الصعوبة:

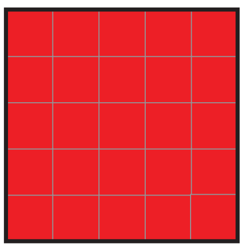
المطلوب:

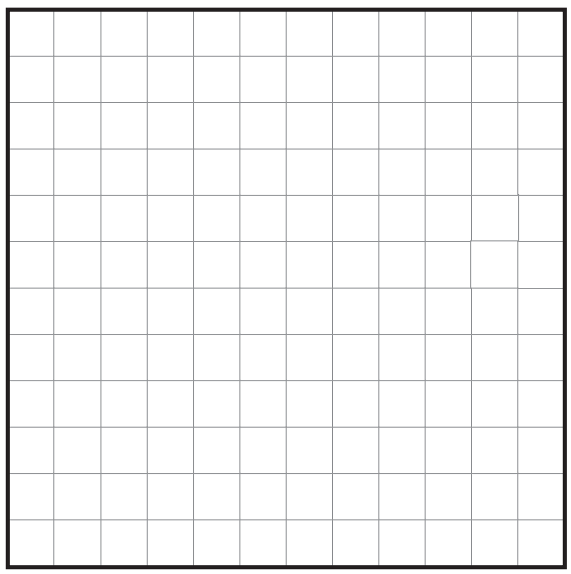
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تقسيم المربع غير التام

من الممكن أن خمسة عشر مربعًا مربعًا تُشكِّل غير تام يتكون من 13×13 وحدة، كما هو موضح هنا، فإذا أزلت أحد المربعات 5×5، فهل تستطيع إعادة تشكيل المربعات الباقية لتشكل مربعًا تامًّا مكونًا من 12×12 وحدة؟







لعبة التفكير 490

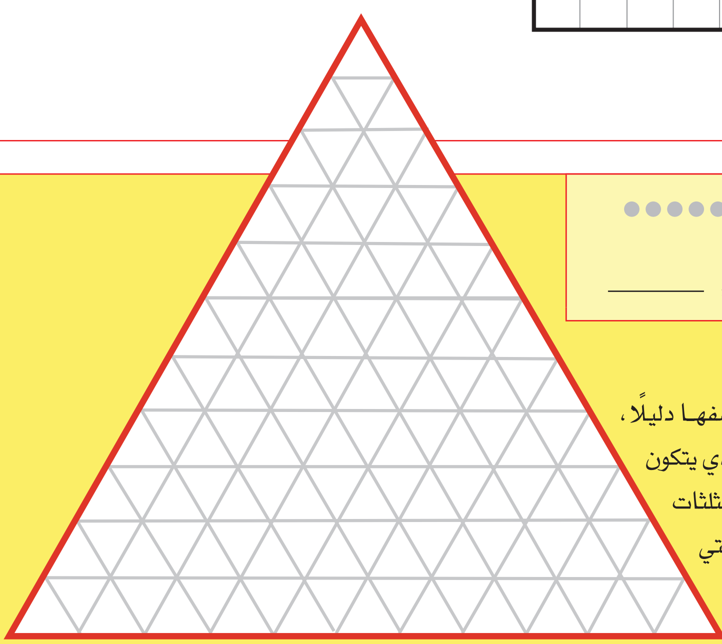
الصعوبة:

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مثلث غير تام

عن طريق استخدام شبكة المثلث بوصفها دليلًا، قسِّم هذا المثلث المتساوي الأضلاع الذي يتكون طول كل من أضلاعه من 11 وحدة إلى مثلثات أصغر. ما أصغر عدد لهذه المثلثات التي ستغطي الشكل على نحو كامل؟

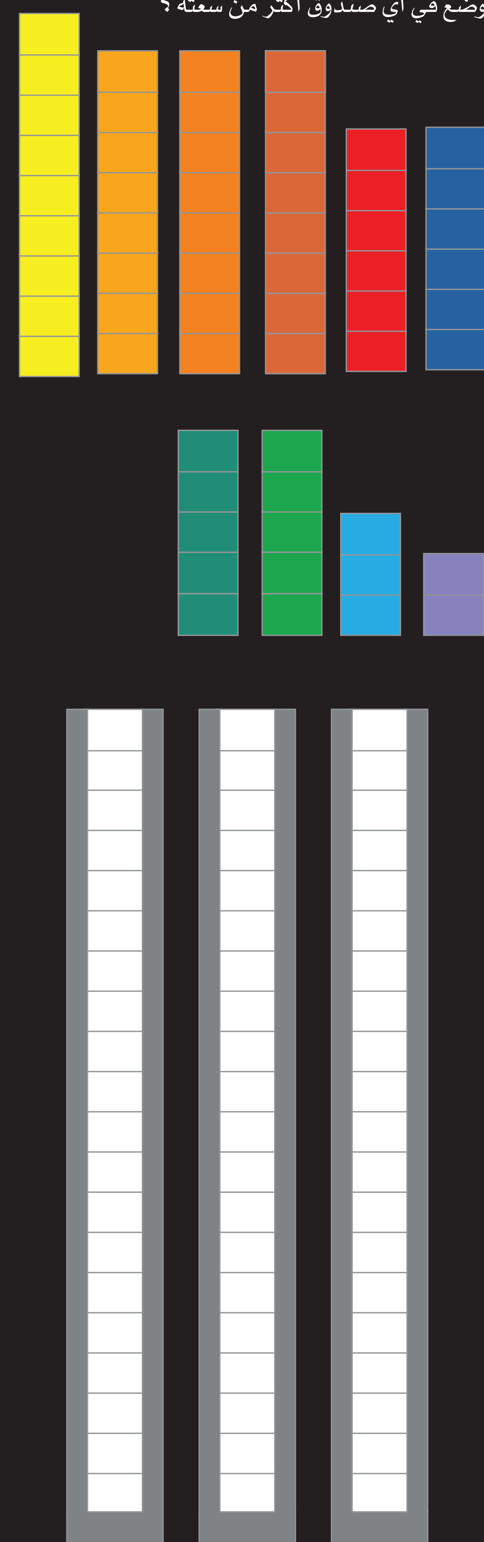


لعبة التفكير 491

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

ملء الصندوق

تشكل الطرود العشرة الملونة أدناه مساحة 60 وحدة مربعة. هل تستطيع رزم هذه الطرود في الصناديق الثلاثة الكبيرة البيضاء التي يتسع كل صندوق منها لعشرين طردًا، بحيث لا يسمح بتداخل الطرود، وألَّا يوضع في أي صندوق أكثر من سعته ؟

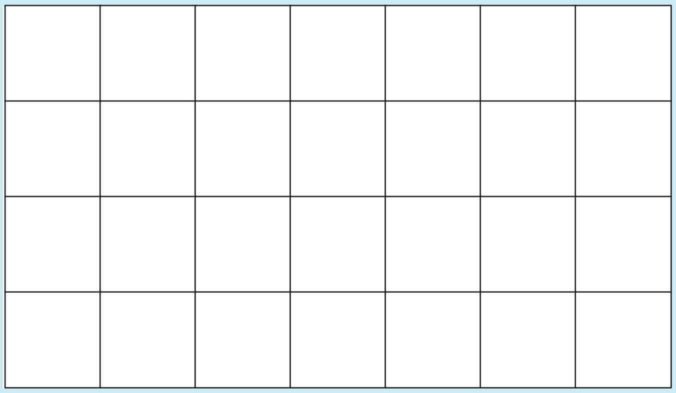


لعبة التفكير 492

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مسألة مخرج البندقية 1

كثير من المسائل المثيرة للاهتمام بنيت حول الوحدات التي تكون جوانبها، مثل الدومينو، بنسبة 2 إلى 1. وأحد هذه المسائل لغز مخرج البندقية؛ حيث لابد للمرء أن يجد طريقًا لبناء أكثر عدد من الفتحات بأطوال 1×1 عن طريق وحدات بأطوال 2×1. هل تستطيع ترتيب الوحدات العشرة ذات النسبة 2×1 على شبكة مكونة من 4×8 وحدة لتكوين 8 فتحات، كل منها 1×1 وحدة؟

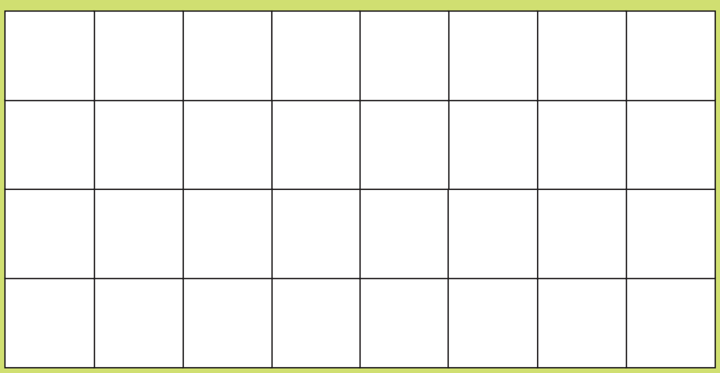


لعبة التفكير 493

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مسألة مخرج البندقية 2

هل تستطيع ترتيب قطع الدومينو الإحدى عشرة على لوحة 4×8 لعمل عشر فتحات؟

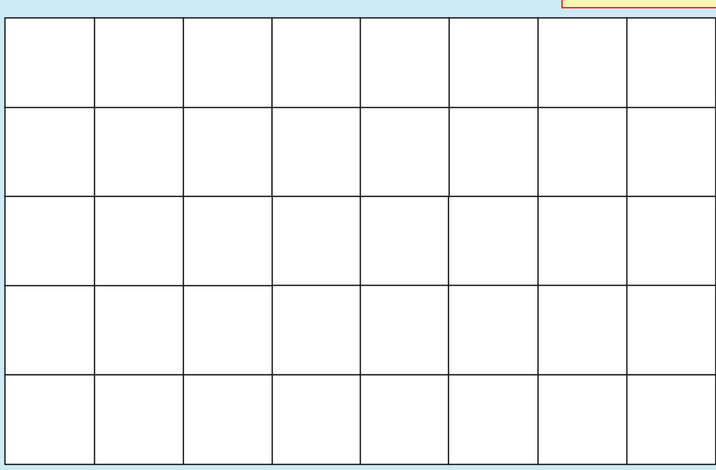


لعبة التفكير 494

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مسألة مخرج البندقية 3

هل تستطيع ترتيب قطع الدومينو الأربع عشرة على لوحة 5×8 لعمل اثنتيْ عشرة فتحة؟

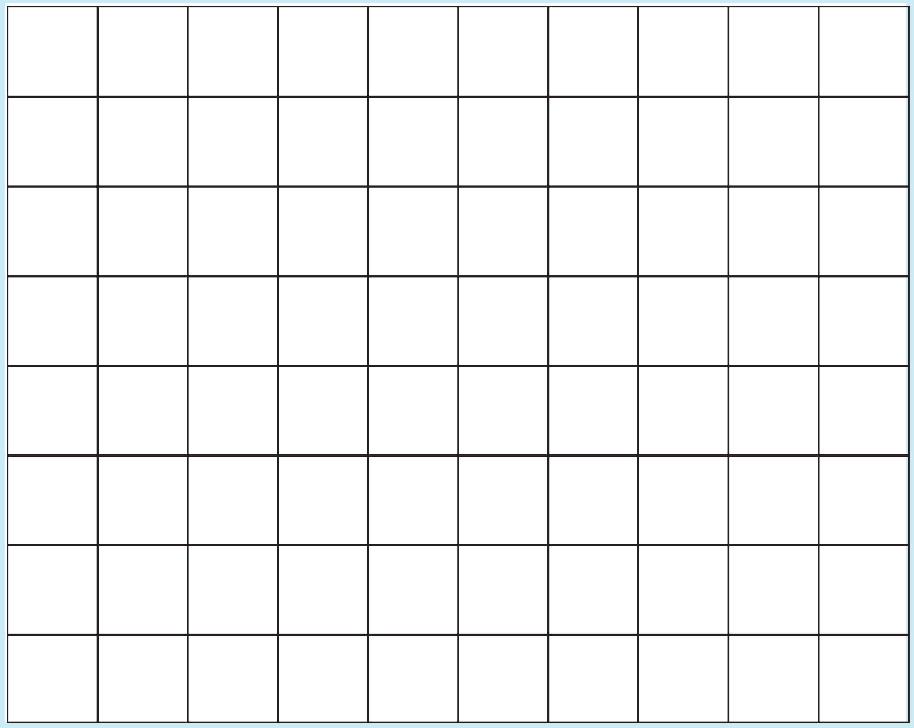


لعبة التفكير
495

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مسألة مخرج البندقية 4

هل تستطيع ترتيب قطع الدومينو السبع والعشرين على لوحة 8×10 لعمل ستٍّ وعشرين فتحة؟

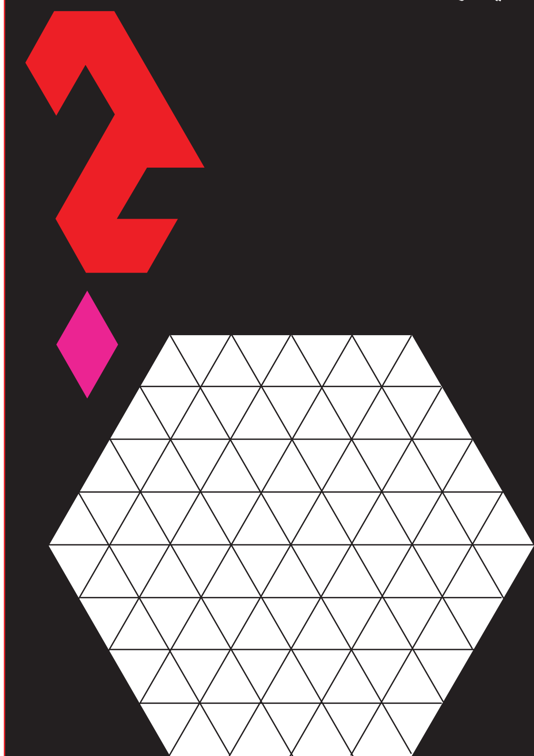


لعبة التفكير
496

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎ 🗐 ✂
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

ملء الشكل السداسي

هل تستطيع ملء شكل سداسي منتظم عن طريق استخدام ست نسخ من الشكلين الموضحين على اليسار؟



القطع المتلاشية

تفشل معظم الخدع البصرية والأوهام التصورية في جذب انتباهنا؛ لأنَّ سر هذا الخداع يصبح واضحًا إلى حد ما بسرعة، ولكن مجموعة رائعة من الصور المعروفة باسم (التناقضات الهندسية) تكون متقنة لدرجة أنها تستمر في الخداع والمفاجأة حتى بعد شرح طريقة عملها.

تتضمن التناقضات الهندسية تقسيم أجزاء مساحة كاملة وإعادة ترتيبها، وبعد إعادة تركيب الشكل فيما يبدو أنه كامل، يتبقى جزء من الشكل الأصلي.

يكمن التفسير فيما يطلق عليه عبقري الألغاز الأمريكي مارتن جاردنر (Martin Gardner) مبدأ التوزيع المخفي.

تملك العين قدرة تحمل عظيمة للتفاوت الكبير النسبة للتغييرات المخفية في النسخة التي أُعيد تركيبها، وعادة ما تسهى العين عن ملاحظة الزيادات الضئيلة في الفجوات بين الأجزاء أو في أطوال الأجزاء التي أُعيد تجميعها؛ لذلك يصدق الناس أن كليهما له المساحة أو الطول نفسه.

لقد كان سام لويد (Sam Loyd) مخترع الألغاز الأمريكي (ومخترع بارتشيسي Parcheei)، ومخترع أشهر لغز في هذه المجموعة واسمه الخروج من الأرض (اختلاف تستطيع أن تجربه، اللعبة 481)، وقد اخترعه في عام 1896م، ويتضمن قرصين متصلين في مركز مشترك. في أحد الاتجاهات يظهر القرصان ثلاثة عشر محاربًا يقفون على كوكب الأرض. ولكن عندما يدور القرص الأعلى قليلًا، يختفي أحد المحاربين. وقد سبب هذا اللغز اهتمامًا جماهيريًّا لدرجة أنه استخدم بوصفه جزءًا من الحملة الإعلامية لويليام ماكينلي (William McKinley) في ترشحه للانتخابات الرئاسية.

وبمرور السنوات أتقن مقدم الخدع البصرية الكندي ميلفيل ستوفر (Melville Stover) والكثيرون غيره هذا الفن، وابتكروا تغييرات مخفية للمبدأ والكثير من الألغاز المثيرة. واستخدم بعض مقدمي الخدع أيضًا طريقة التوزيع المخفي – لتحويل أربع عشرة فاتورة، قيمة كل منها 100 دولار أمريكي إلى خمس عشرة فاتورة عن طريق تقطيع كل منها إلى جزأين، ولصق أحد الجزأين بالتالي. وعلى الرغم من أن التأثير كان مخفيًّا، إلا أنه كان من الممكن ملاحظته – وكان غير قانوني تمامًا.

لعبة التفكير
497

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مستطيلات في مثلث

هذه أربعة أمثلة لمثلثات متساوية الساقين قائمة الزاوية مُلئت جزئيًّا بمربعات ومستطيلات موضحة في الأسفل. هل تستطيع أن تذكر في أي هذه المثلثات تغطي الأشكال الملونة أكبر جزء من المثلث، فقط عن طريق النظر إليها؟

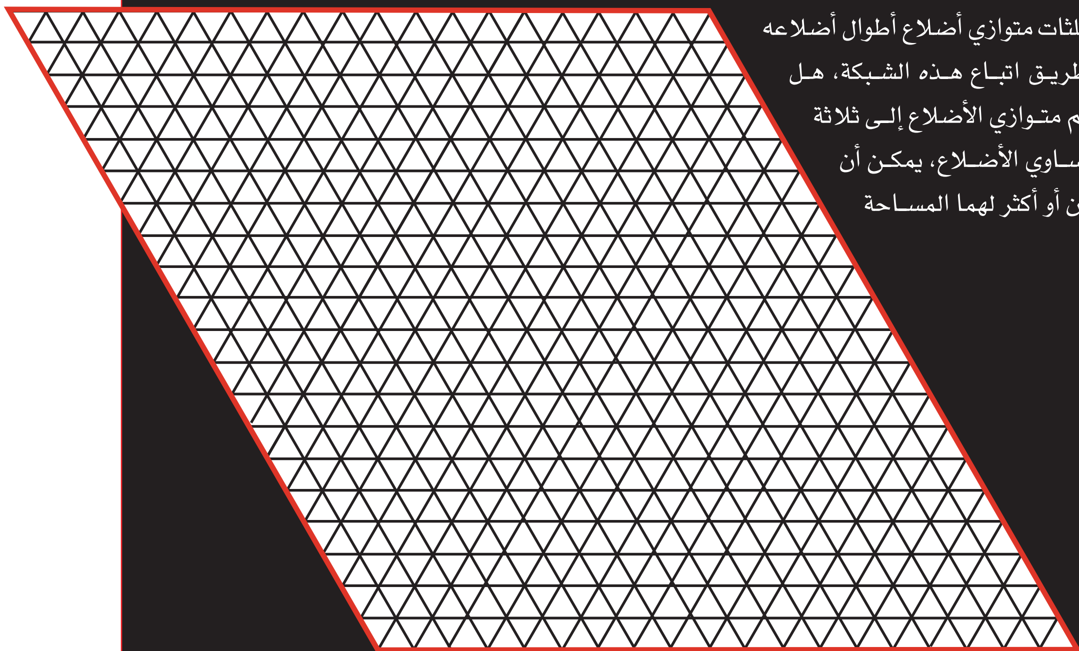


لعبة التفكير
498

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

متوازي أضلاع غير تام

غطت شبكة مثلثات متوازي أضلاع أطوال أضلاعه 19×20. عن طريق اتباع هذه الشبكة، هل تستطيع تقسيم متوازي الأضلاع إلى ثلاثة عشر مثلثًا متساوي الأضلاع، يمكن أن يكون فيها مثلثان أو أكثر لهما المساحة نفسها؟



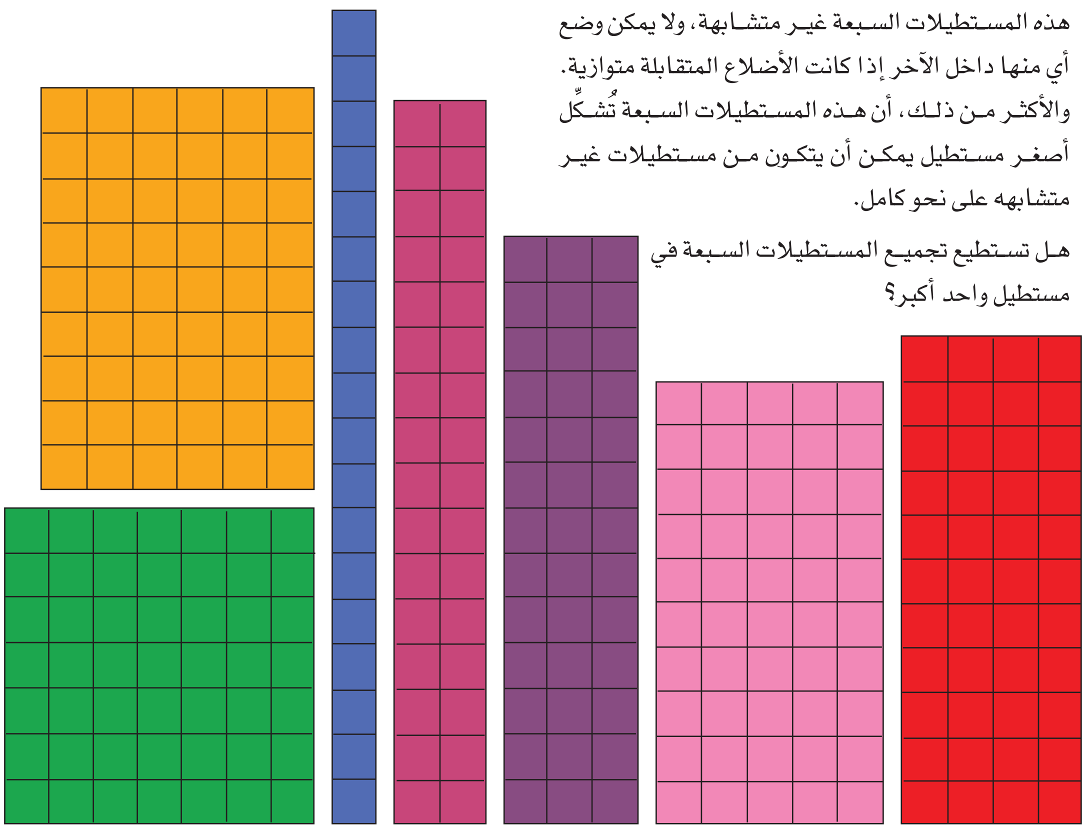
لعبة التفكير
499

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎ 🗐 ✂
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مستطيلات غير مكتملة

هذه المستطيلات السبعة غير متشابهة، ولا يمكن وضع أي منها داخل الآخر إذا كانت الأضلاع المتقابلة متوازية. والأكثر من ذلك، أن هذه المستطيلات السبعة تُشكِّل أصغر مستطيل يمكن أن يتكون من مستطيلات غير متشابهة على نحو كامل.

هل تستطيع تجميع المستطيلات السبعة في مستطيل واحد أكبر؟



قطع الدومينو المتعددة (Polyminoes)

البوليمينوز (قطع الدومينو المتعددة) لعبة من القرون القديمة تتألف من أجزاء أو بلاطات متعددة للعب، وتتكون البلاطات من وحدتين مربعتين ترتبطان بمحاذاة ضلع مشترك، ويتميز كل مربع بعدد مستقل من النقاط، ولكن علماء الرياضيات ـ والترفيهيون وغيرهم ـ طوَّروا شكل الدومينو الأساسي عن طريق إضافة المزيد من هذه الوحدات المربعة على نحو متتابع.

وكانت النتيجة هي قطع الدومينو الثلاثية ذات المربعات الثلاثة، وقطع الدومينو الرباعية ذات المربعات الأربعة، وقطع الدومينو الخماسية ذات المربعات الخمسة، وهكذا ـ والتي تعرف جميعها بالبوليمينوز (Polyminoes) (قطع الدومينو المتعددة).

ظهرت أول مسألة قطع الدومينو المتعددة في عام 1907م، والآن لا يمكننا ذكر الرياضيات التوافقية والألغاز من دون الإشارة إلى قطع الدومينو المتعددة وخاصة قطع الدومينو الخماسية التي ألفت عنها كتب كثيرة.

تعود شهرة هذه الأشكال إلى كونها ترفيهية وتعليمية إلى رجلين هما: سولومون جولومب (Solomon Golomb) الذي اخترعها في عام 1953م، ومارتن جاردنر (Martin Gardner) الذي قدم ألغازًا وألعابًا ومسائل رائعة اعتمادًا على هذه الأشكال لجمهور عريض.

من الممتع التفكير في قطع الدومينو المتعددة المختلفة التي يمكن بناؤها من عدد محدد من الوحدات المربعة؛ على سبيل المثال، قطعة الدومينو لها شكل واحد ممكن، وقطعة الدومينو الثلاثية لها شكلان فقط. ولكن توجد 5 أشكال لقطع الدومينو الرباعية و 12 شكلًا لقطع الدومينو الخماسية، وكذلك 12 شكلًا لقطع الدومينو السداسية (قطع الدومينو المكونة من ستِّ وحدات مربعة)، ومع ذلك ارتفع العدد تدريجيًّا: 108 أشكال لقطع الدومينو السباعية الشكل و368 شكلًا لقطع الدومينو الثمانية .

لعبة التفكير 500

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

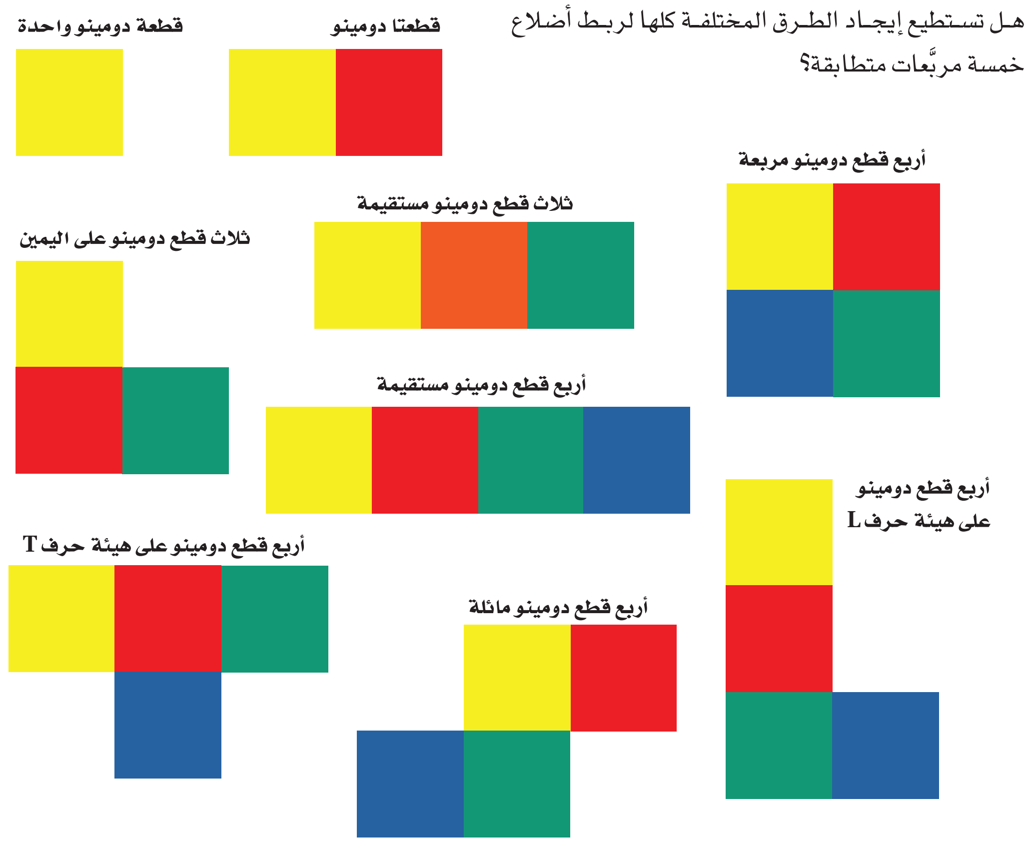
المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

قطع الدومينو المتعددة الحدود

يوضح الشكل أدناه تسع طرق مختلفة لربط أربعة مربَّعات متماثلة لتتقابل أضلاعها على نحو تام.

هل تستطيع إيجاد الطرق المختلفة كلها لربط أضلاع خمسة مربَّعات متطابقة؟



لعبة التفكير 501

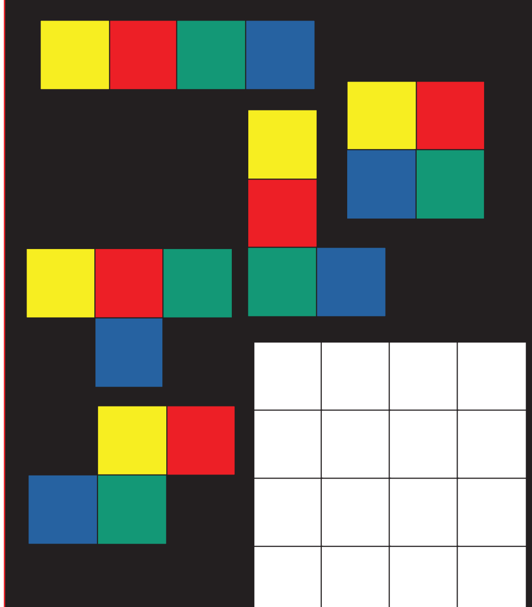
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

قطع المكعَّبات المتطابقة الحدود الأربعة

تم توضيح 5 قطع دومينو رباعية ممكنة. بكم طريقة مختلفة يمكنك وضعها على مربع 4×4؟ (عمليات التدوير والانعكاس لا تعدُّ اختلافًا).

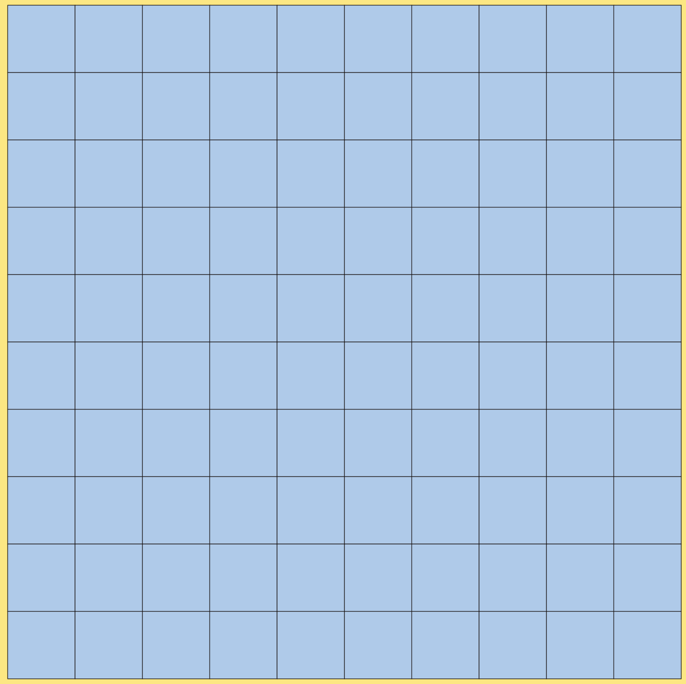


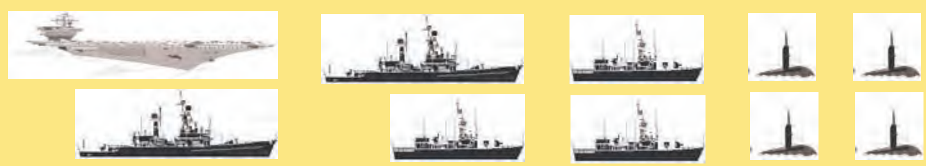
لعبة التفكير
502

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

السفن الحربية

في لعبة السفن الحربية الكلاسيكية، يُغطي أسطول من عشر سفن شبكةً مكونة من عشرة في عشرة مربَّعات. يتكون الأسطول من: أربع غواصات (كل واحدة منها في مربع)، وثلاث مدمرات (كل واحدة منها في مربعين)، وطوافتين (كل واحدة منها في ثلاثة مربَّعات)، وبارجة حربية واحدة (في أربعة مربَّعات). ضع السفن الحربية على الشبكة بحيث لا تلمس بعضها، ولا تتلامس أيضًا زوايا مربعاتها. الآن، هل تستطيع ترتيب السفن التسع الصغيرة على الشبكة بحيث يكون من المستحيل وضع البارجة الحربية في أي مكان على هذه الشبكة؟





لعبة التفكير
504

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

إدخال المثلث

ما عدد الأشكال الصغيرة التي تستطيع وضعها في الشكل الأكبر من دون تداخل؟



لعبة التفكير
503

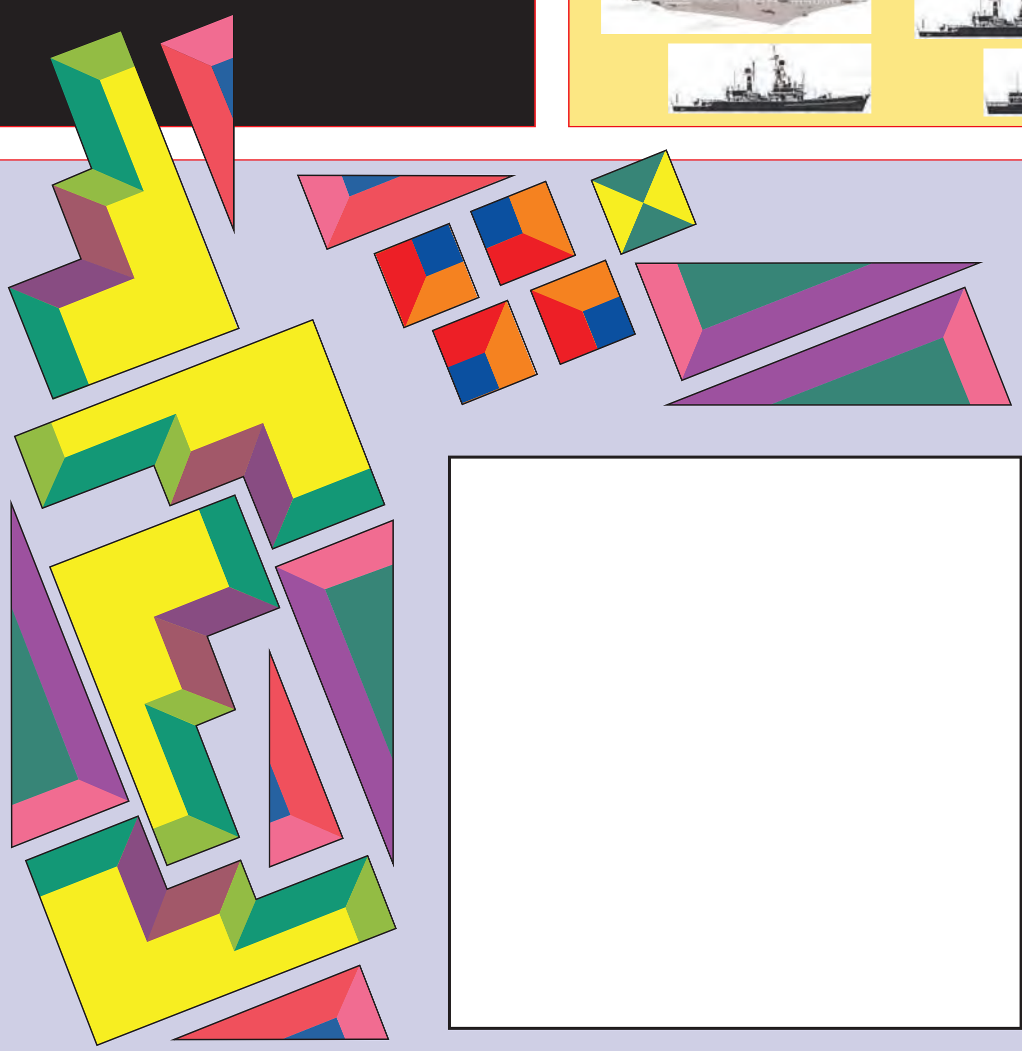
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الغموض: لغز المربع المختفي

هل فكرت من قبل في كونك محور الاهتمام، فقط لتجد أنَّ أحدًا لم يلاحظ غيابك؟ يقدم هذا اللغز التأثير الغريب نفسه في صورة هندسية: يمكنك إزالة جزء مركزي من القطع، ولن تلاحظ أبدًا أنه غير موجود.

لا تعدُّ خفة اليد أو التنويم المغناطيسي أمرًا ضروريًّا لنجاح هذ الخداع الهندسي؛ ببساطة انسخ الأجزاء السبعة عشر وقطِّعها كلَّها. استخدم الأجزاء كلها لتغطي المربع الأبيض إلى اليمين على نحو كامل، ثم أزل المربع الأصفر والأخضر الصغير، وأعد تجميع الأجزاء المتبقية على المربع الأبيض. سوف تجد أنه يمكنك تغطية المساحة مرة أخرى عن طريق النموذج نفسه على نحو فعلي.

لماذا لم يشكل المربع الزائد فارقًا؟



لعبة التفكير
505

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎ 🗐 ✂
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

ألغاز قطع مكعّبات الحدود الخمسة- البنتومينو (Pentomino) 6 – 1

عن طريق استخدام قطع الدومينو الخماسية الملونة التي يمكنك إيجادها في لعبة 508، هل تستطيع إيجاد كل أشكال قطع الدومينو الخماسية الاثنتي عشرة في كل شبكة مكونة من 8×8 وحدة؟ (المربعات التي لم يتم تغطيتها موضحة باللون الأسود). لاحظ أنَه مسموح بانعكاسات الأجزاء. وعندما تجد المواقع كلّها، ارسم خطًّا حول قطع الدومينو الخماسية كلها.

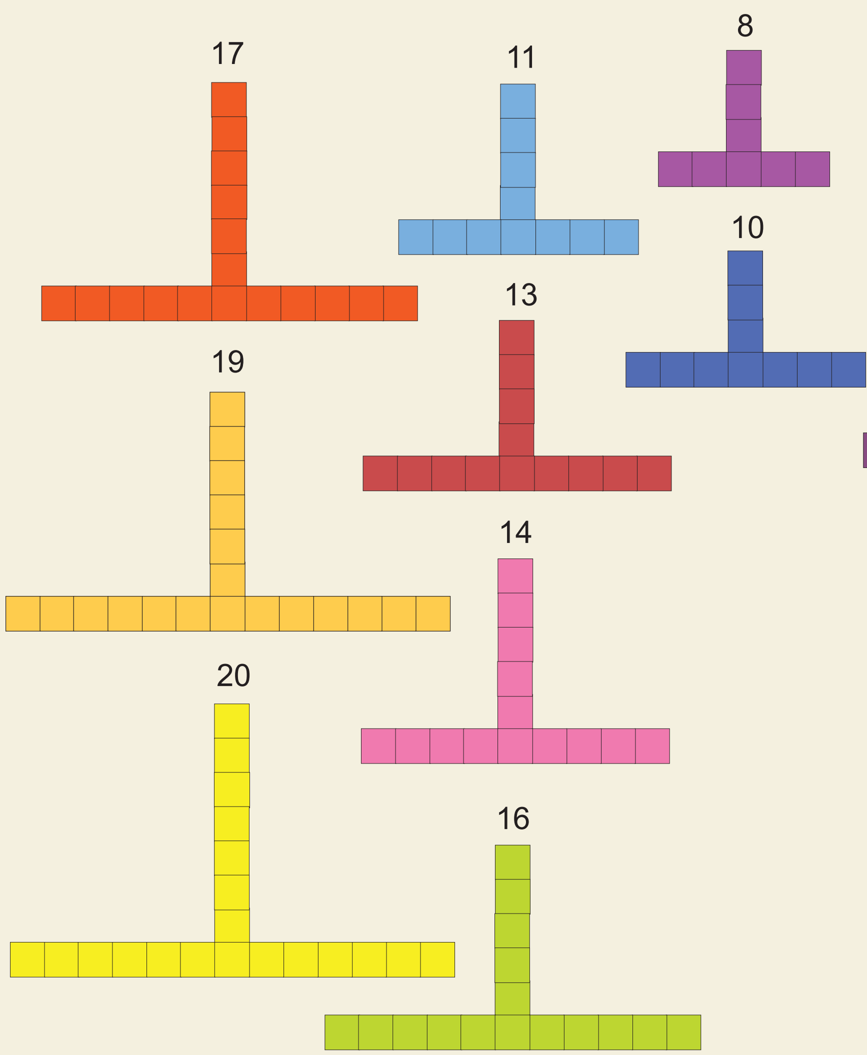


لعبة التفكير
506

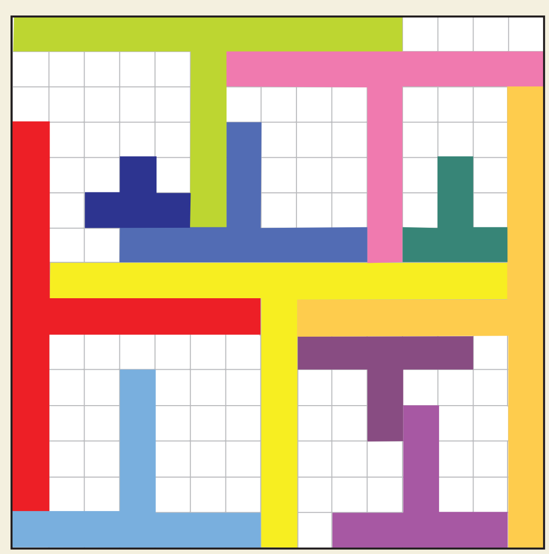
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎ 🗐 ✂
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

البلاط على هيئة حرف T

البلاط على هيئة حرف T هو شكل متماثل يتكون من وحدات المربعات المرتبطة جنبًا إلى جنب. والشكل الأصغر له أربعة مربَّعات؛ أحدها مرتبط بثلاثة أضلاع المربع المركزي. والمربعات الأكبر تبنى في ثلاثة اتجاهات بدءًا من هذا الارتباط: عن طريق إضافة مربع لكل طرف من الجوانب، أو عن طريق إضافة مربع للذراع العمودي.



إن أول اثنتيّ عشرة بلاطة على هيئة حرف T وغير المتماثلة موضحة هنا. هل تستطيع تطبيقها كلها في شبكة مكونة من 15×15 من دون تداخل؟ موضح هنا مثال لمحاولة فاشلة لوضع مربع ذي ثلاث عشرة بلاطة.

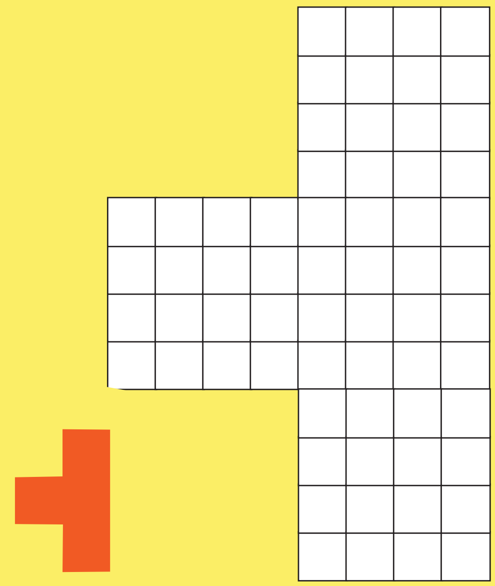


لعبة التفكير 507

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مضلع متطابق

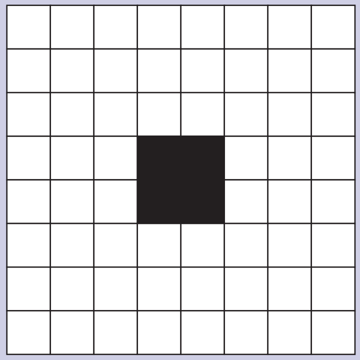
هل يمكنك حساب عدد البلاطات الأصغر ذات المربعات الأربعة الحمراء التي تلزم لملء نسخة مطابقة أكبر بصورة تامة؟ وكيف ستطبق؟



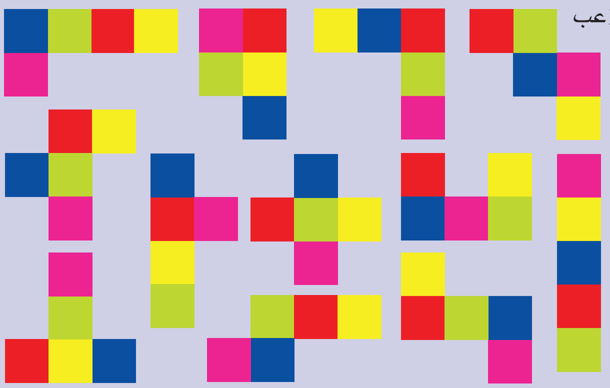
لعبة التفكير 508

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎ 🗐 ✂
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لعبة ألوان قطع مكعَّبات البنتومينو خماسية الحدود



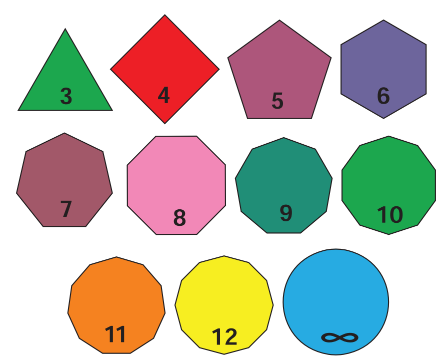
إن إضافة نمط لوني لأشكال قطع الدومينو الخماسية التقليدية يفتح الباب لألعاب وألغاز جديدة ممكنة، مثل لعبة الألوان التي يلعبها شخصان. توضع قطع الدومينو الخماسية الملونة بالتناوب على لوحة شطرنج بها أربعة مربَّعات مغلقة في المنتصف. وكل قطعة دومينو خماسية يتم اللعب بها لا بدَّ أن توضع بحيث يتلامس –على الأقل– ضلع منها مع ضلع المربع الذي له اللون نفسه. واللاعب الأخير الذي يكون قادرًا على وضع القطعة طبقًا لهذه القواعد يكون هو الفائز. وهناك لعبة بديلة مختلفة قليلًا؛ حيث يكون من الممكن أن يضع اللاعبون القطع بهذه الطريقة بحيث تشكل القطع المتجاورة شكلًا لقطع الدومينو الخماسية ذات لون واحد.



بوصفه تمرينًا، هل تستطيع وضع قطع الدومينو الخماسية الاثنتي عشرة على هذه اللوحة؟

لعبة التفكير 509

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



الفسيفساء المنتظمة

الأشكال المنمنمة المنتظمة هي فسيفساء مكونة من مضلعات منتظمة متماثلة تملأ بصورة كاملة سطحًا مستويًا، ويوجد عدد لا نهائي من المضلعات المنتظمة – من المثلثات متساوية الأضلاع والمربع وصولًا إلى الدائرة التي قد تعدُّ مضلعًا منتظمًا ذا عدد لا نهائي من الأضلاع. فهل تستطيع حساب عدد هذه المضلعات المنتظمة القادرة على نمنمة السطح المستوي؟

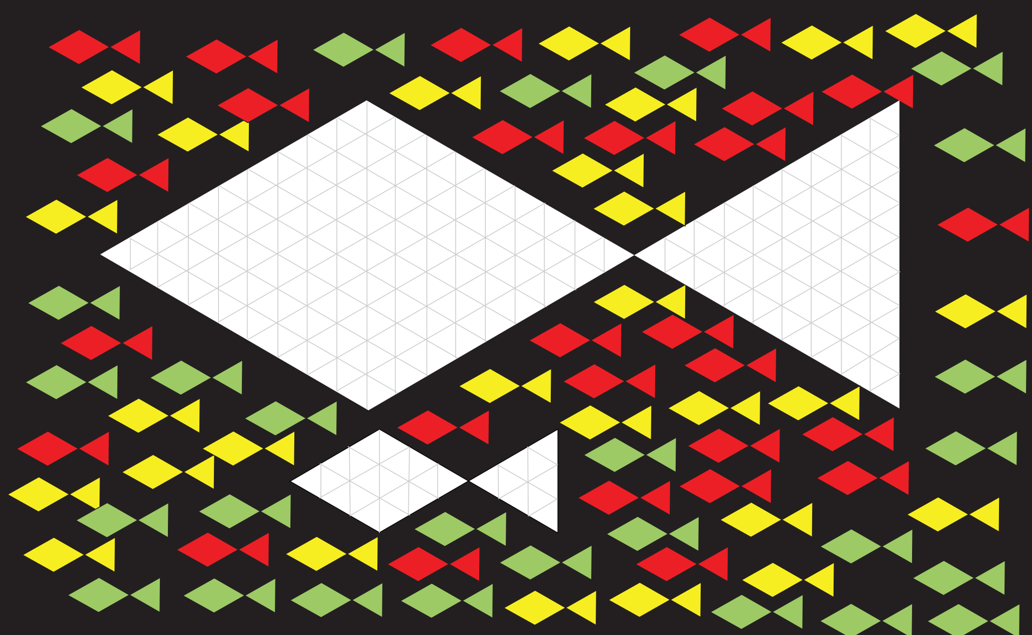
لعبة التفكير 510

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

السمكة الصغيرة – السمكة الكبيرة

كما يقول القول الدارج فإن السمك الكبير يأكل السمك الصغير. ولمعرفة مدى صحة هذه المقولة، حاول ملء شكل السمكة المتوسطة الحجم عن طريق السمك الصغير الأصفر والأخضر والأحمر من دون تداخل. ما عدد الأسماك التي ستناسب ذلك؟ ثم، ما عدد الأسماك المتوسطة الحجم التي سوف تناسب السمكة الكبيرة من دون تداخل. ما عدد الأسماك التي سوف تحملها؟

يوجد واحدة وثمانون سمكة حمراء وخضراء وصفراء صغيرة – هل ستناسب كلها لملء السمكة الكبيرة؟





9

الأعداد

الأعداد والمتتاليات

كشفت الأعداد عن أنماط الكون عند القدماء، ولا تزال تفعل: فقد وضع عالم الفلك البريطاني مارتن ريس (Martin Rees) عنوانًا لكتابه المتميز الذي يصف فيه السعي للنظرية النهائية في الفيزياء **ستة أعداد**.

الطبيعة هي الرياضيات، انظر إلى الحلزونيات والنسبة الذهبية في الجزيئات والجدول الدوري للعناصر، فغالبًا ما يمكن وصف الطبيعة بمعادلة بسيطة، ليس لأن الإنسان قد ابتكر الرياضيات للقيام بذلك، ولكن بسبب وجود بعض جوانب الرياضيات المخفية للطبيعة نفسها.

وتُعدُّ الأعداد أيضًا رموزًا ـ طريقة سريعة لكتابة الأشياء أو الحديث عنها، بدلًا من إظهار أصابع اليد والقول: «أريد قدر هذا»، وجد قدماء البشر أنه من الأسهل قول: «أريد خمسة» ـ ولا سيما عندما أرادوا الإشارة إلى أشياء أكثر مما يستطيعون عدها بأصابع اليد وأصابع القدم.

وعلاوة على ذلك، تُعدُّ الأعداد مثل الأشياء التي يمكن أن تمثلها، إذ يمكن أن تشكل الأعداد أيضًا أنماطًا، في الواقع وعلى الرغم من أن الأعداد تُعدُّ في كثير من الأحيان مدخلات فردية، فإنه يمكن تقديمها على أنها متتالية تمكننا من مراقبة اتجاهات النمط بصورة كلية. ساعدت الأعداد عبر القرون علماء الرياضيات والعلماء على تفسير أنماط وجدت في الطبيعة، مثل متوالية فيبوناتشي (Fibonacci) الشهيرة (انظر اللعبة 551)، وهي إبداع رياضي خالص وجد فيما بعد أنه يناسب العديد من الأشكال في الطبيعة.

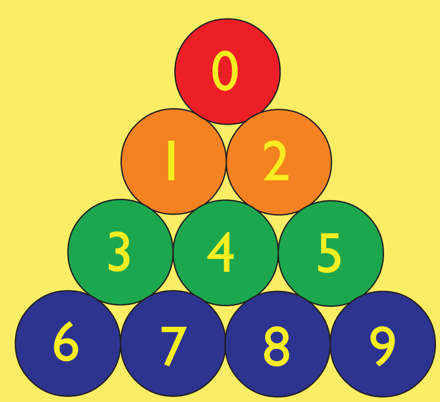
وبصورة مشابهة، وعلى الرغم من أنَّ الرياضيات كان ينظر إليها أصلًا على أنها دراسة الأعداد، فإنها تُعرف الآن على أنَّها علم الأنماط، سواء أكانت مكونة من أعداد، أو ألوان، أو أشكال أو أي شيء آخر. إن أبسط نوع من الأنماط هو المتتالية، وهي مجرد قائمة من الأعداد تتبع ترتيبًا معينًا، ويطلق على متتالية الأكثر تقدمًا (سلسلة)، وهي مجموع الأعداد في المتتالية. إن إدراك النمط فيما وراء المتتالية أو السلسلة يمكِّنك من معرفة كل عنصر آخر في المجموعة، ولكن لنرى النمط، فلابد أولًا من فهم كيف تُنظَّم الأشياء.

لعبة التفكير
511
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الرباعيات (TETRAKTYS)

(وباليونانية: τετρακτυ)، أو الرباعيات، وهو شكل ثلاثي يتكون من عشر نقاط مرتبة في أربعة صفوف: واحد، اثنان، ثلاث، وأربع نقاط في كل صف، وهو التمثيل الهندسي للعدد الثلاثي الرابع.

عد عشرة أشياء تكونت منها هذه الرباعيات من رقم 0 وحتى رقم 9 الموجودة في الشكل. هل تستطيع معرفة ما عدد الطرق المختلفة التي يمكن من خلالها ترتيب الأشياء دون اعتبار عمليات الانعكاسات أو التدوير؟

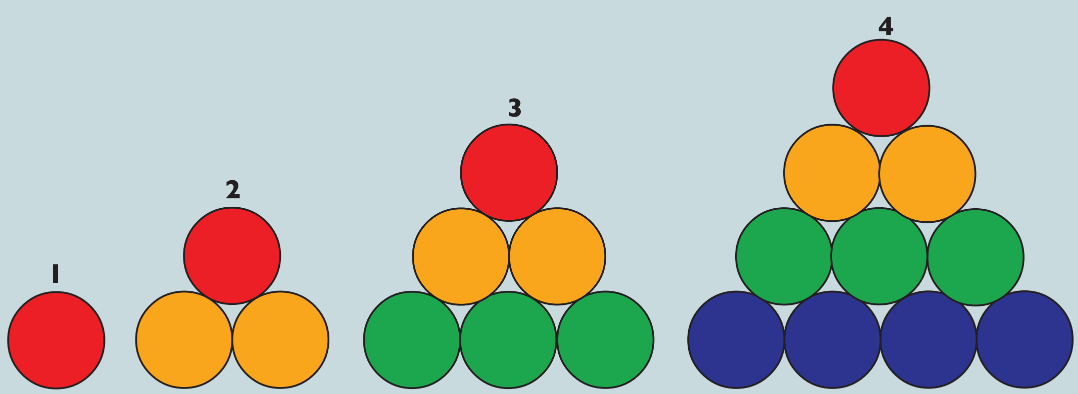


لعبة التفكير
512
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الأرقام المثلثية

من الممكن إيجاد الأرقام المثلثية عن طريق وضع مجموعة من الأشياء في صورة مثلثية متساوية الجوانب ـ يوضع شيئان تحت شيء واحد، وتوضع ثلاثة أشياء تحت الشيئين الموضوعين تحت شيء واحد وهكذا. وكان فيثاغورس وأتباعه قد أطلقوا على العدد المثلثي الرابع ـ 10 ـ اسم الرباعيات (TETRAKTYS).

ما الشيء المميز في النمط المثلثي؟ هل تستطيع حساب عدد الأشياء الموجودة في العدد المثلثي الثامن عشر؟



لعبة التفكير 513

الصعوبة: ●●●●●●○○○○
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

التسعات

هل تستطيع أن تجد طريقة للتعبير عن العدد 100 مستخدمًا الرقم 9 تسع مرات؟

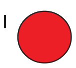


لعبة التفكير 514

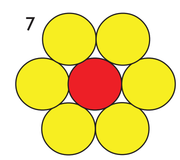
الصعوبة: ●●●●●●●○○○
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

أعداد الشكل السداسي

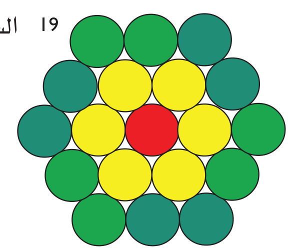
1



7

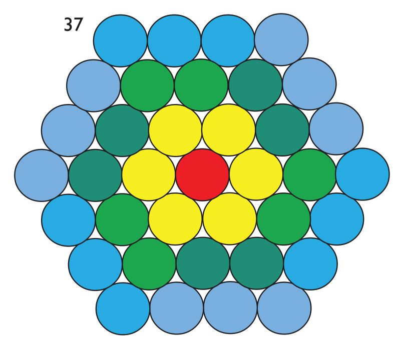


19



في هذا النموذج وُضِّحت أول أربعة أعداد لأشكال سداسية . تبدأ سلسلة الأعداد هذه بالعدد 1 و 7 و 19 و 37. من خلال دراسة العلاقة بين أعداد الأشكال السداسية المتعاقبة، هل تستطيع اكتشاف العدد الشكل السداسي الآتي؟

37

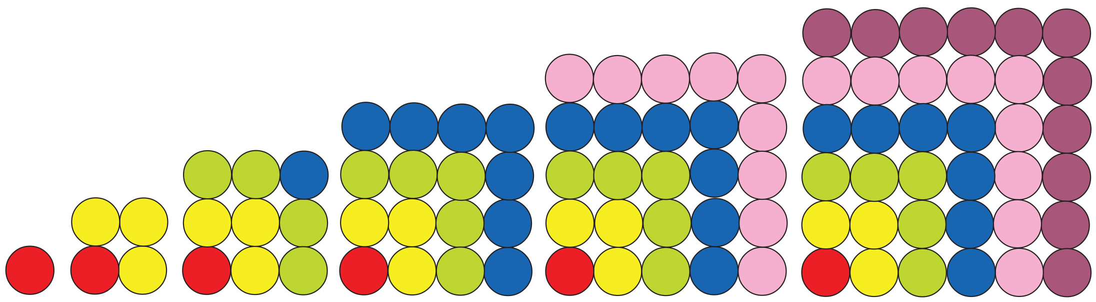


لعبة التفكير 515

الصعوبة: ●●●●○○○○○○
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الأعداد المربعة

إن العدد الذي يضرب نفسه يسمى مربع. وتظهر هنا أول ستة أعداد مربعة في الأسفل على هيئة أشكال، هل تستطيع الاستمرار في المتتالية عن طريق فحص الاختلاف في القيمة بين المربَّعات المتتالية؟ ما المربع السابع؟

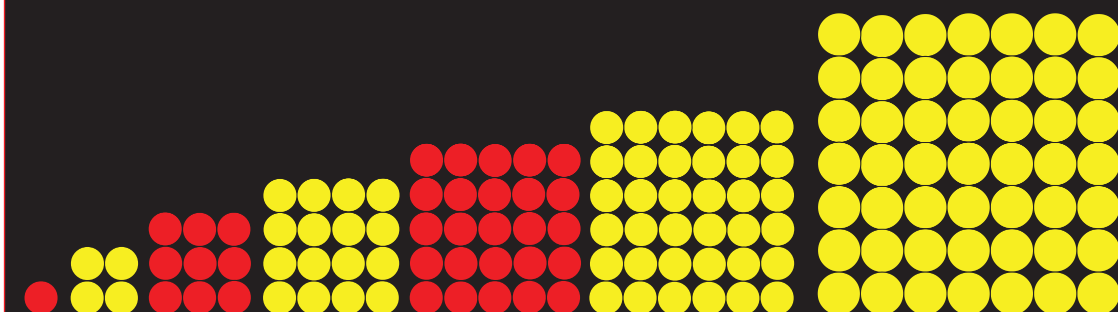


لعبة التفكير 516

الصعوبة: ●●●●○○○○○○
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

أرقام المربع المثلثي

العدد المربع السابع وهو 49، عن طريق دوائر توجد إلى يمين المخطط. إذا كان كل عدد مربع هو مجموع عددين مثلثين متتاليين، هل تستطيع حساب ما العددين المثلثين اللذين يكونان العدد 49؟



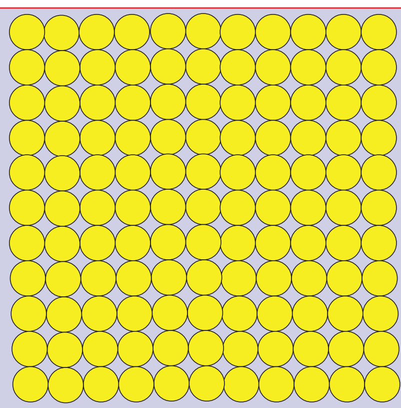
لعبة التفكير 517

الصعوبة: ●●●●●○○○○○
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الأعداد المثلثية - المربّعات الفردية

تنتمي دراسة أشكال الأعداد إلى فرع من نظرية الأعداد يطلق عليه (التحليل التفاضلي)، وهو مجال متخصص في إيجاد الحلول الصحيحة للمعادلات. اشتُق اللغز الآتي من مجال ذلك المجال.

يمكن وصف عدد المربع الحادي عشر بالعدد 121 من الأشياء من خلال مصفوفة من الرتبة 11×11. ويوضح التحليل التفاضلي أن لكل عدد مربع فرد يساوي ثمانية أضعاف الرقم المثلثي + 1. هل تستطيع حساب الرقم المثلثي الذي يوضع في المعادلة ليكون 121؟



لعبة التفكير
518

الصعوبة: ●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت:________

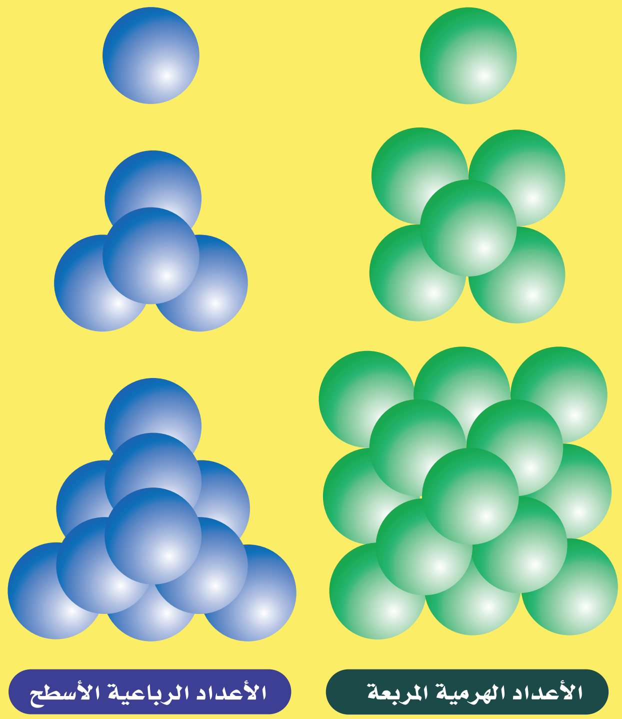
الأعداد ذات الأشكال ثلاثية الأبعاد

توجد نظائر ثلاثية الأبعاد بالنسبة إلى أعداد. ويمكن إيجاد مثل هذه الأعداد عن طريق حزم الأجسام الكروية في صورة أهرامات ثلاثية الأبعاد: تعطي الأهرامات ثلاثية الأضلاع أعدادًا رباعية، وتعطي الأهرامات رباعية الأضلاع أعدادًا هرمية مربعة.

أول ثلاثة أعداد رباعية السطح هي 1 و 4 و 10.

أول ثلاثة أعداد هرمية مربعة هي 1 و 5 و 14.

افحص الاختلافات في كلتا السلسلتين. هل تستطيع إكمال كليهما؟



لعبة التفكير
519

الصعوبة: ●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت:________



عدُّ الأغنام

دون القيام بعد الأغنام، هل تستطيع أن تخمن ما إذا كان العدد الأكبر من الاغنام يتجه نحو اليمين أم نحو اليسار؟

لعبة التفكير
520

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت:________

المجموع أربعون

بالنظر إلى الأعداد من 1 إلى 40 على نحو شامل، تخيل محاولة التعبير عن كل عدد من هذه الأعداد على أنه مجموع من الأعداد الأخرى التي تُضاف أو تُطرح معًا ــ على سبيل المثال العدد 3 من الممكن أن يكون 1+2، أو يمكن أن يكون 4 ــ 1.

هل تستطيع العثور على أربعة أعداد يمكن أن تعبر عن كل عدد من الأعداد من 1 إلى 40 سواء أكانت مفردة أو مجمعة مع بعض أو الأعداد الثلاثة الأخرى كلها؟ ومع ذلك، ففي كل تجميع لأي عدد محدد يمكن أن يظهر فقط مرة واحدة ــ على سبيل المثال، 5+5 غير مسموح به. وللتحقق من إجابتك، املأ الجدول الآتي بمختلف التجاميع.

21	=	1	=
22	=	2	=
23	=	3	=
24	=	4	=
25	=	5	=
26	=	6	=
27	=	7	=
28	=	8	=
29	=	9	=
30	=	10	=
31	=	11	=
32	=	12	=
33	=	13	=
34	=	14	=
35	=	15	=
36	=	16	=
37	=	17	=
38	=	18	=
39	=	19	=
40	=	20	=

لعبة التفكير
521

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:————

عملية جاوس (Gauss) الحسابية

عندما كان كارل فريدرك جاوس (F.Gauss) في سن السادسة (عام 1783م) طلب معلم المدرسة من الطلاب جمع الأعداد من 1 إلى 100.

ولسوء حظ المعلم الذي كان يأمل في إشغال الطلاب في الفصل الدراسي، لم يستغرق الطفل غاوس سوى بضع ثوانٍ للإجابة عن هذا السؤال؛ فقد قام غاوس بعمل نمط متتالٍ وتمكن من الإجابة عن السؤال عبر إجراء عملية حسابية بسيطة في عقله، بطبيعة الحال مع عقلية كعقلية غاوس، لم يطل الوقت به حتى أصبح واحدًا من أكثر العلماء والرياضيين شهرة في ألمانيا.

هل يمكنك معرفة العملية الحسابية التي قام بها غاوس للتوصل إلى الإجابة الصحيحة؟



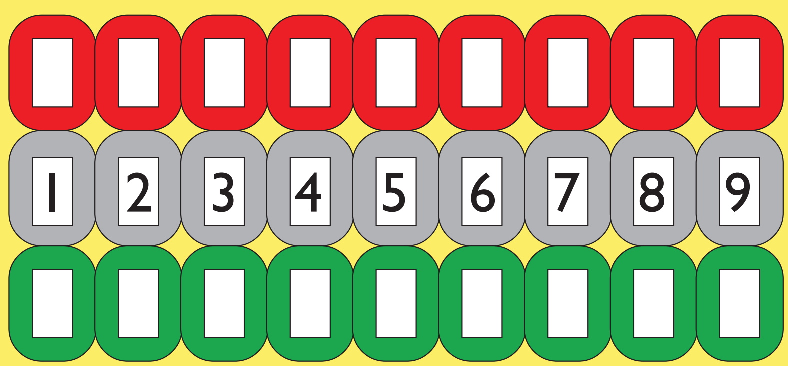
لعبة التفكير
522

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:————

المجموع خمسة عشر

في هذه اللعبة يختار كل لاعب لونًا (الأحمر أو الأخضر)، ثم يأخذ دوره في تلوين عدد واحد في كل دور. واللاعب الذي يلوِّن ثلاثة أعداد يكون مجموعها 15 بالضبط أولا يُعد هو الفائز.

هل تستطيع استنباط أفضل إستراتيجية لهذه اللعبة؟

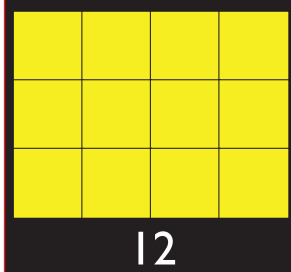


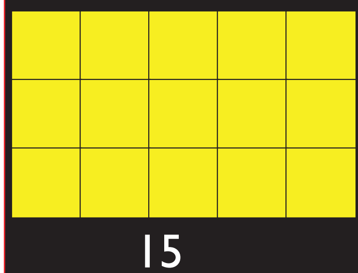
لعبة التفكير
523

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:————

نظرية لاجرانج

تقول نظرية مشهورة عن الأعداد أنه يمكن التعبير عن كل عدد صحيح بوصفه مجموعًا، في الغالب، لأربعة أعداد مربعة. وهذا ما يمكن توضيحه عن طريق الرسم البياني: افحص هذين المستطيلين، حيث يتكون أحدهما من 12 وحدة مربعة ويتكون الآخر من 15 وحدة مربعة. هل تستطيع توضيح كيف يتكون كل مستطيل من هذه المستطيلات من أربعة مربعات صغيرة؟





لعبة التفكير
524

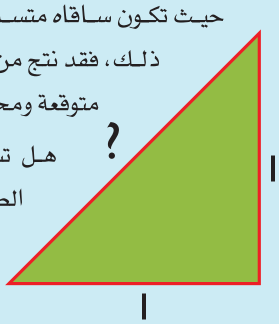
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:————

غير كسري

اعتقد قدماء اليونان أنه يمكن التعبير عن أي طول أو مساحة بوصفه جزءًا من عددين صحيحين. وحتى إن كان الرقم غير كسري مثل 1,000390625 الذي من الممكن كتابته ببساطة بوصفه كسرًا عشريًّا 2561/2560. ويطلق على مثل هذه الكسور الأعداد في الرياضيات الكسرية (النسبة).

انهمك فيثاغورس وأتباعه بالمثلثات قائمة الزاوية، وقادتهم دراستهم العميقة إلى محاولة قياس وتر المثلث القائم الزاوية الأبسط لهم جميعًا: وهو مثلث حيث تكون ساقاه متساويتين في الطول. ومع ذلك، فقد نتج من هذا البحث إجابة غير متوقعة ومحيرة.

هل تستطيع تحديد الطول الصحيح لوتر المثلث حيث يكون طول ساقي المثلث وحدة واحدة؟



هل تمكن أتباع فيثاغورس من قياس هذا الطول بالضبط؟

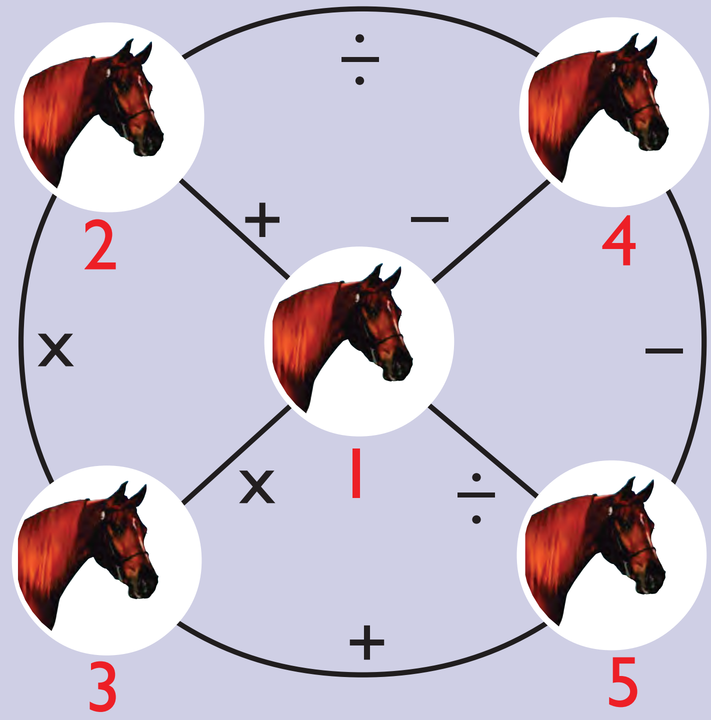
لعبة التفكير 525

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:________

عدُّ الخيول

لكل حصان قيمة رقمية تبدأ من 1 إلى 5، وترتبط هذه الأحصنة بمسارات من الخطوط يصاحب كل خط عملية حسابية: (+، –، ×، ÷).

المطلوب أن تبدأ من أحد الأحصنة وتمر بجميع مساراتها للعمليات الحسابية للحصول على أكبر مجموع؟ أحد الحلول الممكنة، 1 ÷ 5 + 3 × 2 – 4، تعطي مجموع 7، ولا يُعدُّ العدد الأكبر.



لعبة التفكير 528

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:________

الأعداد التامة

العدد التام هو مجموع عوامله كلها التي يقسم عليها دون باقٍ – بما فيها الرقم 1، ولكن لا تتضمن الرقم نفسه. وأول عدد تام هو 6، حيث يقسم على 2، 3، و 1 وهو مجموع 1، و2، و3.

وإلى حد بعيد تم إيجاد ثمانية وثلاثين عددًا تامًا. فهل تستطيع معرفة ما العدد التام الثاني؟

1+2+3=6

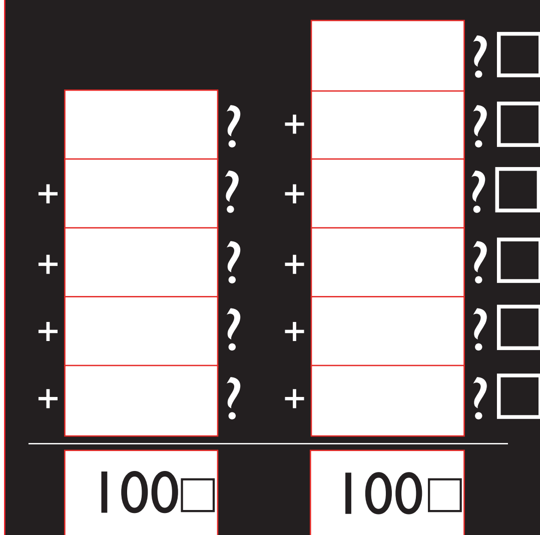
لعبة التفكير 526

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:________

مجموع الأعداد الفردية

هل تستطيع إيجاد خمسة أعداد فردية يكون مجموعها 100؟

ماذا عن ستة أعداد فردية مجموعها 100؟



لعبة التفكير 527

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:________

جامعو التفاح

إذا كان خمسة أشخاص من جامعي التفاح يستطيعون قطف خمس تفاحات في خمس ثوانٍ، فما عدد جامعي التفاح المطلوب لجمع 60 تفاحة في الدقيقة؟



لعبة التفكير 529

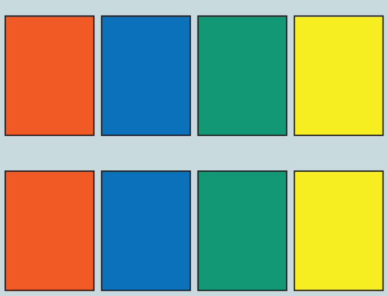
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:________

الترتيب المتراص

مطلوب منك ترتيب هذه الكتل الثمانية طبقًا لأربعة قواعد بسيطة:

1. يجب أن تقع كتلة واحدة فقط بين الكتلتين الحمراوين.
2. يجب أن تقع كتلتان بين زوج الكتل الزرقاء.
3. يجب أن تفصل ثلاث كتل زوج الكتل الخضراء.
4. يجب أن تفصل أربع كتل زوج الكتل الصفراء.

هل تستطيع أن تكتشف كيف ستقوم بذلك؟



لعبة التفكير
530

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

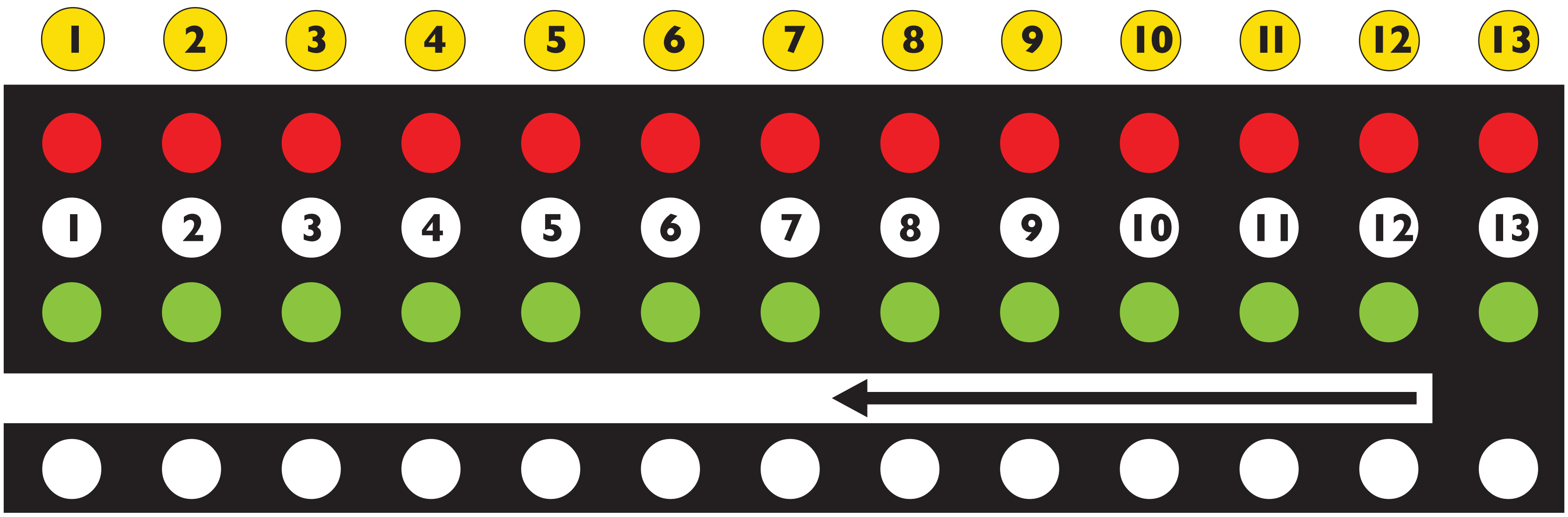
شريط الأعداد

■ **لعبة ذاكرة لشخصين**

وهنا لعبة بسيطة لاختبار ذاكرتك بالنسبة إلى الأعداد.

وزِّع ثلاث عشرة بلاطة عشوائيًا مقلوبة على الجزء العلوي من لوحة اللعبة. تبدأ اللعبة بالبحث عن الرقم (1)، وتستمر على التوالي. يختار اللاعبان اللون الأحمر أو الأخضر، ثم يتناوبون التقاط البلاط في كل مرة. إذا طابق الرقم على البلاط الرقم الذي يبحث عنه اللاعب (أي، 1 يتبعه 2، ويتبعها 3، إلخ)، يتم قلب البلاطة ووضعها على الدائرة المقابلة على جانب شريط اللاعب. (وبعبارة أخرى، ضع البلاطة على الدائرة الحمراء الصغيرة إذا كنت اللاعب الأحمر، أو على الدائرة الخضراء الصغيرة إذا كنت اللاعب الأخضر). إذا كانت البلاطة المحددة ليست متطابقة، فتوضع البلاطة مقلوبة إلى أسفل في أول خانة فارغة في الصف الأسفل، ابتداء من اليمين.

في كل مرة يحقق اللاعب تطابقًا، يلعب مرة أخرى، ويلتقط البلاط إما من الأعلى أو الأسفل ـ ودائمًا يبحث عن العدد المتطابق التالي. واللاعب الذي يطابق أكثر الأعداد يفوز.



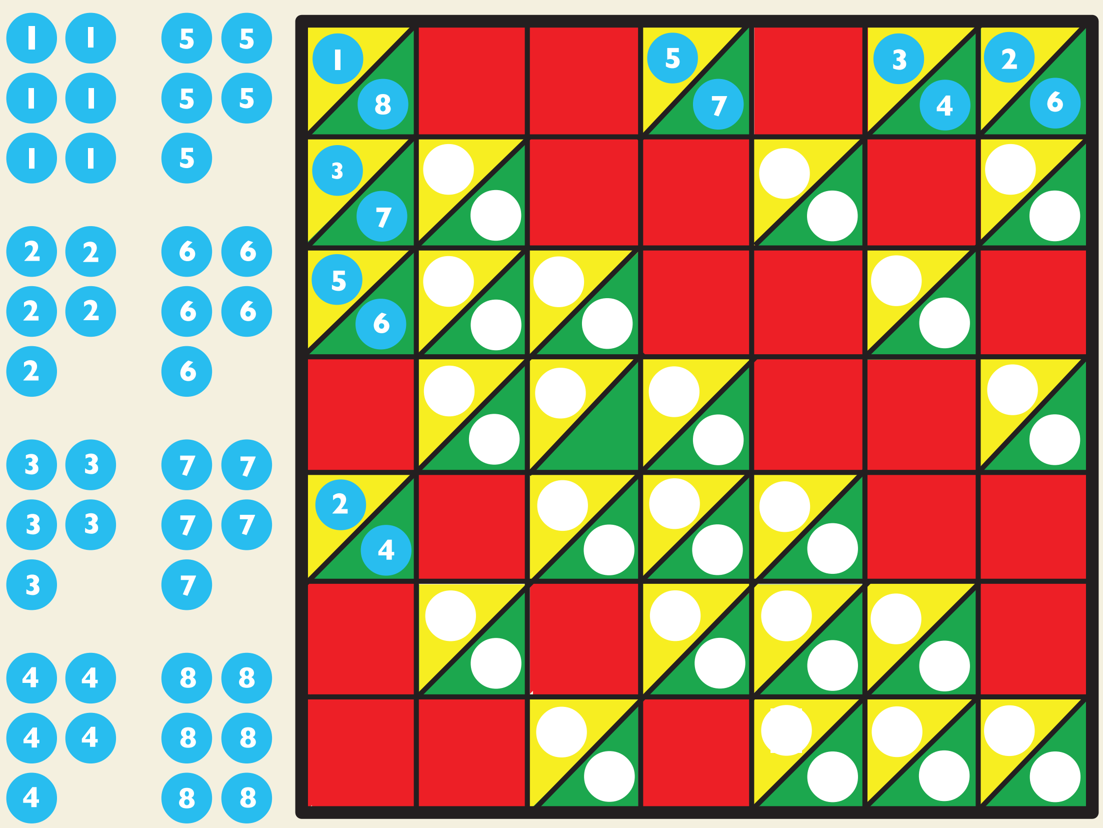
لعبة التفكير
531

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

لعبة الحقول المقترنة

يجب توزيع الأرقام من 1 إلى 8 على الشبكة، يمكن أن يظهر كل رقم مرة واحدة فقط في كل صف وعمود، ويمكن إدخال الأرقام فقط في الخلايا الصفراء والخضراء. (الخلايا الحمراء يجب أن تظل فارغة). قاعدة واحدة إضافية: وهي أن كل زوج محدد من الأرقام يجب أن يظهر مرة واحدة فقط على الشبكة؛ لأن الزوج 1ـ8 استُخدام في الركن العلوي على اليسار، ولا يمكن استخدام الزوج 1 ـ 8 أو الزوج 8 ـ 1 مرة أخرى.

وقد ملئ الصف العلوي والعمود الأيسر لك، فهل تستطيع تكملة الشبكة؟



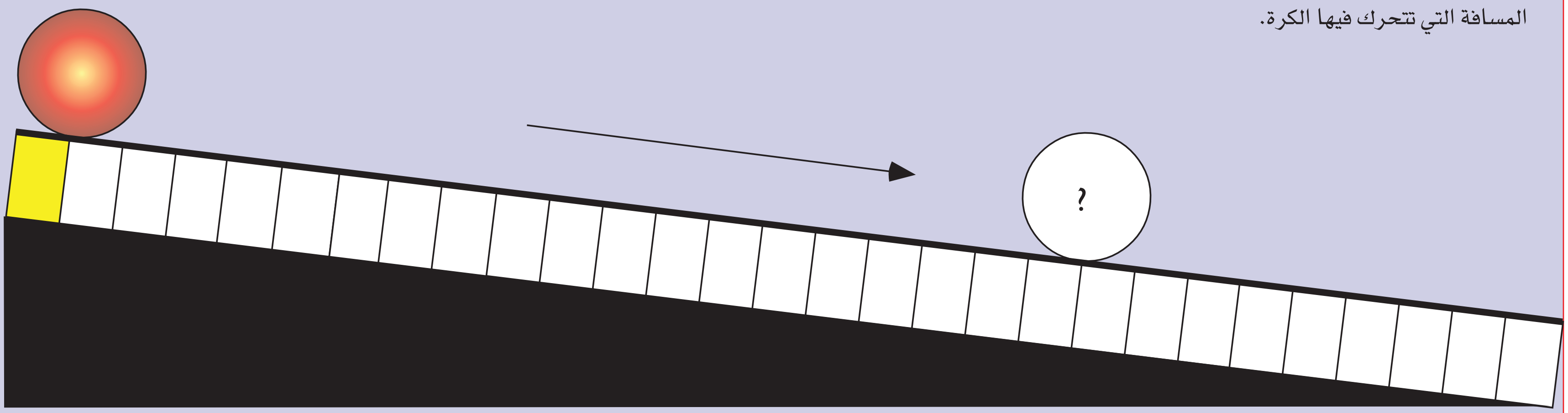
لعبة التفكير
532

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ———

المتتالية التنازلية

ضع كرة على الجزء العلوي من سطح مستوٍ مائل، كما هو مبين في الشكل. اترك الكرة وسجل وقت نزولها؛ بعد ثانية واحدة، حدِّد موضع الكرة. حدِّد باقي اللوحة في مضاعفات المسافة التي تتحرك فيها الكرة.

إذا تركت الكرة مرة أخرى للحركة لثانيتين، ثلاث ثوان، أربع ثوانٍ، وخمس ثوانٍ لكل حركة، هل تستطيع معرفة إلى أين ستتحرك الكرة في كل حالة؟



الأعداد التامة

لقدْ كان أتباع فيثاغورس مهووسين بوضع ترقيم للمعايير الأخلاقية؛ فبالنسبة إليهم كان العدد التام يُمَثِّل مجموع الأعداد الأصغر كلها التي ينقسم عليها دون باقٍ، بما في ذلك (1) ولكن باستثناء العدد نفسه. وكان من الميسور إيجاد العدد الكامل الأول، فعوامل العدد 6 (باستثناء العدد 6 نفسه) هي 1، 2، 3، ومجموعها 6.

والقليل جدًّا من الأعداد هو الذي يتمتع بهذه الخاصية؛ فعوامل العدد 12 على سبيل المثال، هي (1، 2، 3، 4، 6)، و 12، ومجموع تلك الأعداد باستثناء العدد 12، هو 16؛ لذلك فإن العدد 12 ليس عددًا تامًا. وفي الواقع اكتشف الإغريق الأعداد الأربعة الأولى فقط من تلك الأعداد النادرة، ألا وهي: 6، 28، 496، و 8128.

ومرَّ أكثر من ألف عام قبل اكتشاف خامس الأعداد الكاملة – وهو 33،550،336 – في عام 1460م. وقدْ وجد يولر (Euler) عددًا كاملًا آخر، مُكَوَّنًا من تسع عشرة خانة وكان كذلك في عام 1782م. والمفارقة هي أننا نعرف الكثير جدًّا من الأعداد التامة اليوم بفضل صيغة معادلة اكتشفها إقليدس (Euclid).

ففي كتابه **العناصر** أثبت إقليدس أنه إذا كان ($2^n - 1$) هو عددًا أوليًّا، فإن ($2^n - 1$) 2^{n-1} هو عدد تام. وصيغة معادلة إقليدس لا تعطي سوى أعداد تامة زوجية، ومن غير المؤكد وجود أي أعداد فردية تامة. وهكذا لم يُعثر على أي منها وصولًا حتى القيمة (10^{200}).

وهناك العديد من الخصائص الغريبة الأخرى التي تتسم بها الأعداد التامة؛ فالأعداد التامة كافة على سبيل المثال، هي أعداد ثلاثية الزوايا. والخانات الأخيرة من الأعداد التامة تُمَثِّل لغزًا محيرًا؛ لأن كُلَّ عدد تام معروف إما ينتهي بالرقم 6 أو 28، مسبوقًا برقم فردي. وتسلسل الخانات الطرفية للأعداد التامة الثلاثة والعشرين المعروفة هو [6–8–6–8–6–6–8–6–6–6–8–8–6–8–8–8–8–6–6–8–6–8–8–6–6–6].

ويحتوي التسلسل على تلميحات مثيرة للاستغراب بشأن الترتيب؛ فعلى سبيل المثال، إذا قسَّمنا التسلسل إلى ثلاثيات، بدءًا من جهة اليسار، فلن نجد أي ثلاثية تحتوي على ثلاثة أعداد من النوع نفسه، فهل تحاول هذه الأعداد أن تخبرنا شيئًا ما، أم أن هذا ليس إلا محض صدفة في انتظار الكشف عن زيفها؟

الأعداد التي يكون مجموع عواملها أقل منها تُسمَّى الأعداد الناقصة، أما الأعداد التي يكون مجموع عواملها أكبر منها فتسمى الأعداد الوافرة أو الزائدة، وأصغر الأعداد الوافرة هو 12.

وينسب علماء الأعداد أهمية خاصة للأعداد التامة، وقد ذُكر أن أول عددين تامين هما جزء لا يتجزأ في بنية الكون؛ حيث خلق الله الكون في ستة أيام، ويدور القمر حول الأرض كُلَّ ثمانية وعشرين يومًا.

لعبة التفكير
533

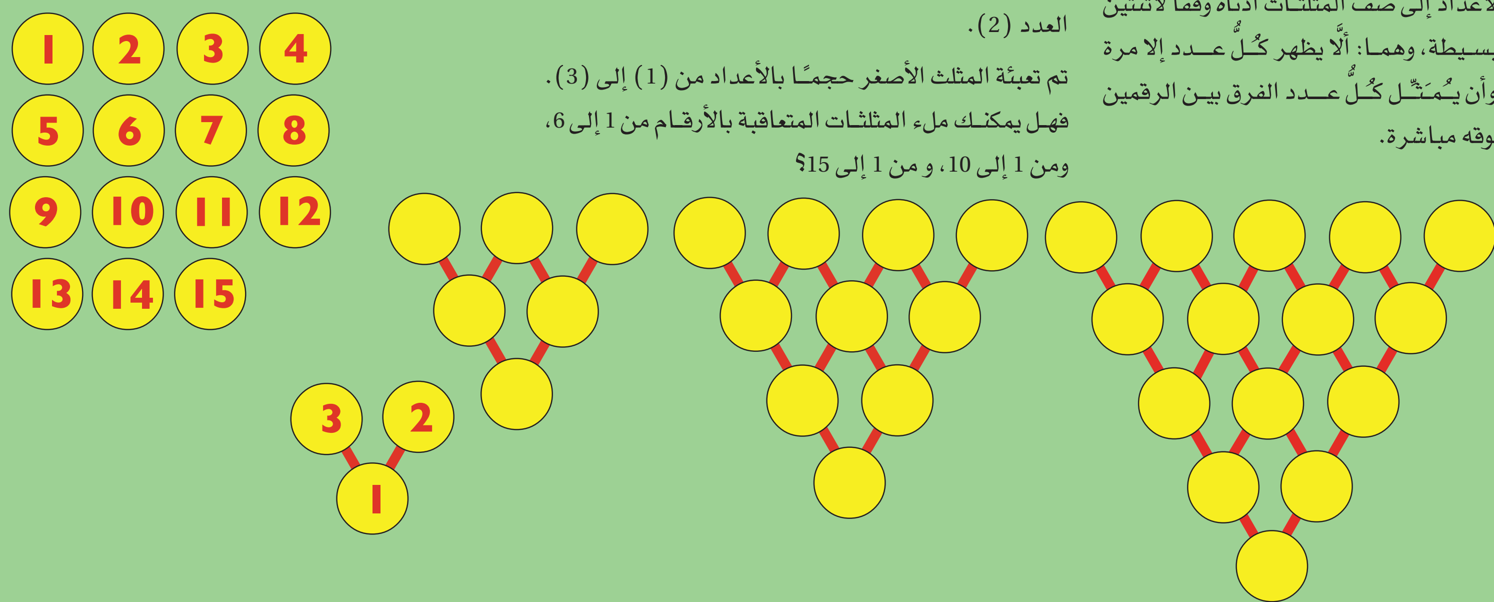
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

مثلثات فروقية

يتعين إدخال الأعداد إلى صف المثلثات أدناه وفقًا لاثنتين من القواعد البسيطة، وهما: ألَّا يظهر كُلُّ عدد إلا مرة واحدة فقط، وأن يُمَثِّل كُلُّ عدد الفرق بين الرقمين اللذين يأتيان فوقه مباشرة.

على سبيل المثال، إذا ظهر العددان (6) و (4) على سطر واحد، فإن العدد الذي يتعين أن يأتي أسفلهما مباشرة هو العدد (2).

تم تعبئة المثلث الأصغر حجمًا بالأعداد من (1) إلى (3). فهل يمكنك ملء المثلثات المتعاقبة بالأرقام من 1 إلى 6، ومن 1 إلى 10، و من 1 إلى 15؟



لعبة التفكير
534

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

بقع ظهر الدعسوقة

تقوم ابنتي بتربية حشرات الدعسوقة، وتشتمل مجموعتها على ثماني دعسوقات على ظهر كل منها بقع حمراء، وواحدة خالية من البقع. فإن كان 55% من الدعسوقات لها بقع ظهر صفراء، فما أصغر عدد ممكن لمجموعتها؟



لعبة التفكير
535

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

البطاقات الثمانية

هل تستطيع أن تجعل مجموع أرقام العمودين متساويًا وذلك من خلال تبديل بطاقتين فقط.

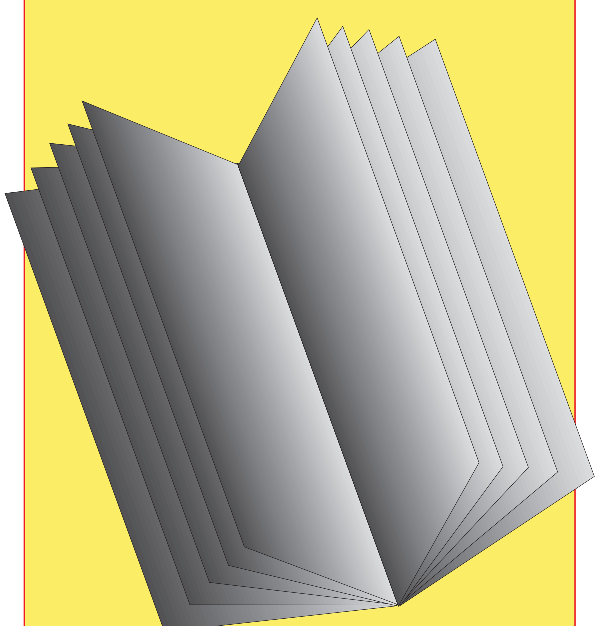


لعبة التفكير
536

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

أرقام الصفحات

إذا قمت بسحب ورقة من جريدة، وتبين لك أن الصفحتين رقم 8 و 21 موجودتان في الورقة نفسها. من خلال ذلك، هل تستطيع أن تحدد عدد الصفحات الموجودة في هذه الجريدة؟



بطاقات الأعداد:

بطاقات الأعداد تشبه العائلات إلى حد بسيط؛ فكُلُّ فرد مميز بذاته، ومع ذلك، كُلُّ فرد له سمة مشتركة بقوة مع الآخر، ففي كُلِّ مجموعة من بطاقات الأعداد يظهر كُلُّ عدد مرتين من غير أن يظهر أي زوج من الأعداد سويًّا لأكثر من مرة واحدة. وأبسط مجموعة بطاقات أعداد تتكون من ثلاث بطاقات كل منها يحتوي على رقمين. وتُوزَّع الأعداد إلى 3_2 ,3_1 ,2_1.

وعلى الرغم من أن كُلَّ عدد لا يظهر سوى مرتين، فإننا نجد أن كُلَّ بطاقة تحتوي على رقم واحد مشترك مع أي بطاقة أخرى. وعليه، نجد في مجموعة من أربع بطاقات أعداد، أن كُلَّ بطاقة لها ثلاثة أعداد، بحيث إنَّ كُلَّ عدد من الأعداد الموجودة على كُلِّ بطاقة واحدة تُوزَّع على كُل بطاقة من البطاقات الثلاث الأخرى.

افحص الأعداد المستخدمة في المجموعات المكونة من أربع، وخمس، وست بطاقات والموجودة في الألغاز الآتية. هل يمكنك فهم لماذا عمل مجموعة من سبع بطاقات يتطلب استخدام اثنين وأربعين عددًا؟

لعبة التفكير 537

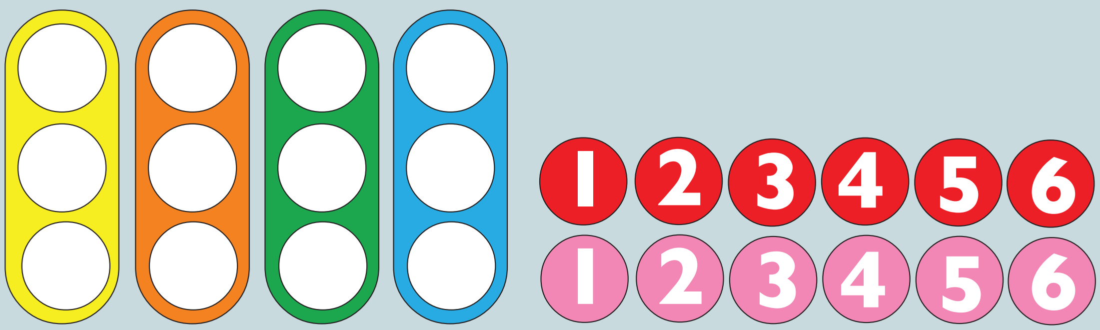
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: □ الوقت: ______

بطاقات الأعداد 1

هل تستطيع أن تملأ الفراغات الثلاثة في كل بطاقة من البطاقات الأربع مستخدمًا الأرقام من 1 إلى 6، بحيث إنَّ أي زوج من البطاقات يشترك في رقم واحد فقط؟



لعبة التفكير 538

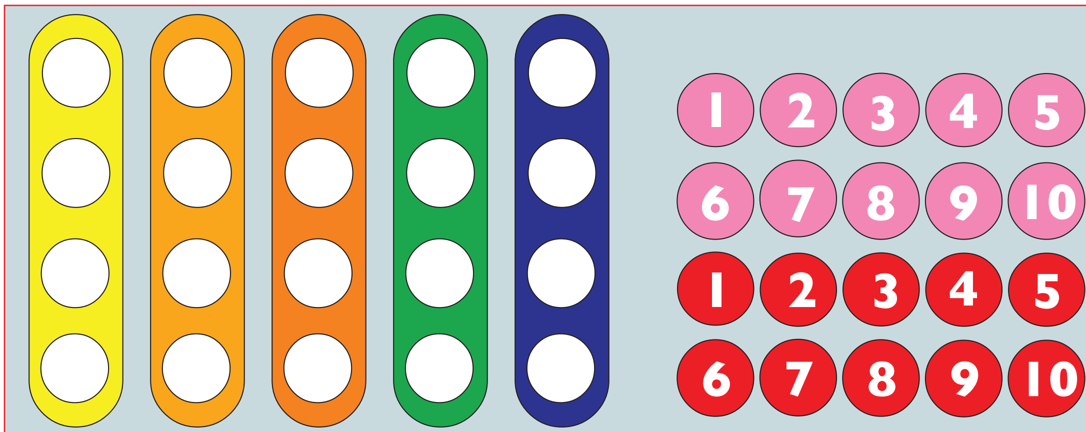
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: □ الوقت: ______

بطاقات الأعداد 2

هل يمكنك ملء كُلِّ واحد من الفراغات الأربعة البيضاء الموجودة في البطاقات الخمس كلها بعدد ما بين 1 و10 بطريقة لا تجعل أي رقم يظهر سوى مرتين اثنتين فقط، ويكون هناك رقم واحد فقط مشترك تمامًا بين كل زوج من البطاقات؟



لعبة التفكير 539

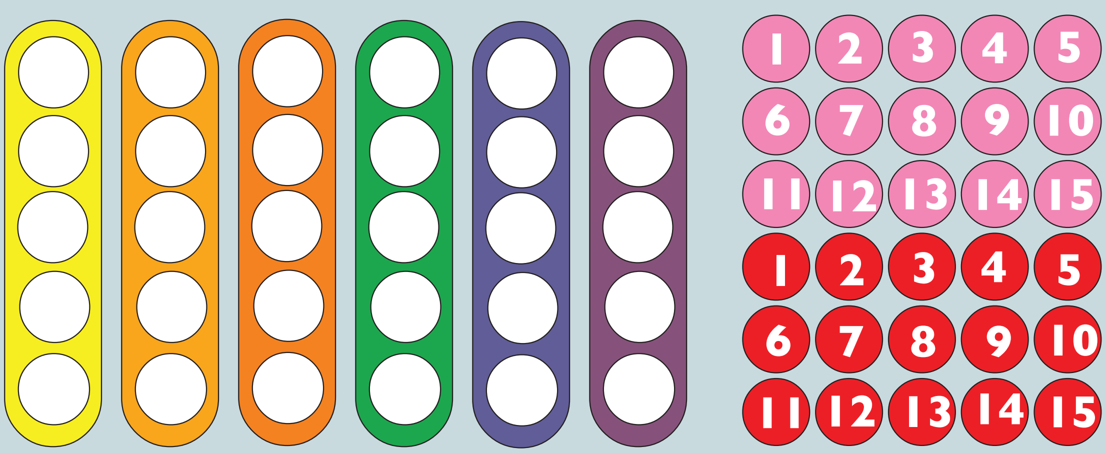
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: □ الوقت: ______

بطاقات الأعداد 3

هل يمكنك ملء كُلِّ واحد من الفراغات على البطاقات الست بعدد من 1 إلى 15 بطريقة تجعل كُلَّ عدد يظهر مرتين اثنتين فقط، وأن يكون هناك رقم واحد فقط مشترك تمامًا بين كل زوج من البطاقات؟



لعبة التفكير 540

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مربَّعات الجمع

رتبت الأعداد التسعة الأولى في أحد المربعات على النحو المبين أدناه، بحيث يمكن جمع العدد في الصف الأول مع العدد في الصف الثاني ليكون مجموعهما العدد في الصف الثالث. هل يمكنك عمل مربع آخر يتم الجمع فيه بالطريقة نفسها؟

	2	1	8
+	4	3	9
=	6	5	7

لعبة التفكير 543

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

ثبات الأعداد

إحدى خصائص الأعداد هي ثباتها (دوامها). لنأخذ العدد 723 كمثال، فإذا ضربت الأعداد 7، و 2، و3 مع بعضها، يكون الناتج 42، ثم بضرب 4 و 2 مع بعضها يكون الناتج 8. ولأن تلك العملية تستغرق خطوتين للوصول إلى عدد أحادي الخانات (المنازل)، وبالتالي فإن معامل ثبات العدد 723 هو 2.

ما أصغر عدد ثبات؟ وما أصغر الأعداد التي تؤدي إلى معاملات الثبات 2، و3، و4؟

723

7x2x3=42

4x2=8

لعبة التفكير 544

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مربع الحساب السحري

هل يمكنك ملء الفراغات بأرقام من 1 إلى 9 بحيث تنتج معادلة حسابية صحيحة؟ (تتم قراءة العمليات من اليسار إلى اليمين ومن أعلى إلى أسفل).

	+		÷		=	2
+	■	+	■	+	■	+
	×		−		=	2
÷	■	−	■	−	■	+
	+		÷		=	1
=	■	=	■	=	■	=
2	+	0	+	3	=	5

1 2 3 4 5

6 7 8 9

لعبة التفكير 541

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الأعداد ذات العشر خانات

ما عدد الأعداد المختلفة ذات العشر خانات التي يمكن توليفها من الأعداد من 0 إلى 9؟ (غير مسموح بدء العدد بالرقم 0).

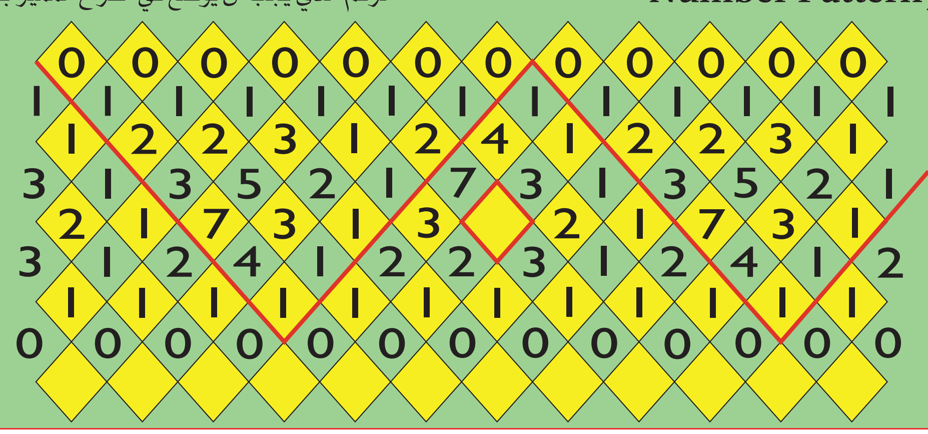
1,234,567,890

لعبة التفكير 542

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

نمط الأعداد الإفريزية (Frieze Number Pattern)

أمعن النظر عن كثب في نمط الأعداد في الأسفل. هل تستطيع أن تكتشف القاعدة البسيطة التي وَلَّدت النمط؟ ما الرقم الذي يجب أن يوضع في الفراغ المميز باللون الأحمر؟



لعبة التفكير 545

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مصفوفة الأعداد

ادرس المصفوفة أدناه جيدًا، هل يمكنك كتابة العدد المفقود؟

1	1	1	1
1	3	5	7
1	5	13	25
1	7	25	?

لعبة التفكير 546

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

سحر العدد (4)

يعود تاريخ هذه المسألة إلى أكثر من 100 عام، وتم إحياؤها بصور عديدة مختلفة.

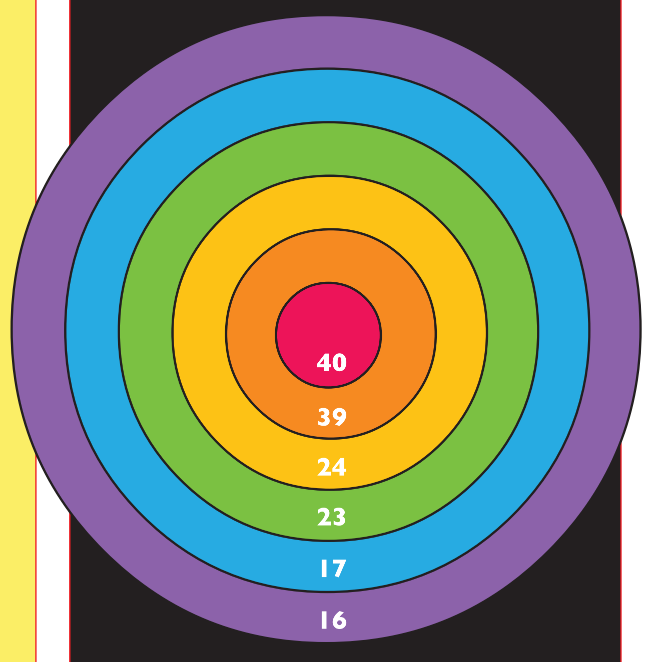
هل يمكنك التعبير عن كُلِّ رقم من 0 إلى 10 باستخدام توليفات من الرقم 4 فقط؟ يسمح لك استخدام أي من العمليات الحسابية الرياضية الأساسية (كالجمع، والطرح، والضرب، والقسمة، والحصر بالأقواس)، ويجوز لك استخدام قدر ما تحتاج من الرقم 4، لكن حاول أن تجد أكثر التعبيرات الرياضية إيجازًا لكُلِّ رقم.

لعبة التفكير 548

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

ممارسة التصويب على الهدف

ما عدد الأسهم اللازمة لتحقيق نتيجة 100 بالضبط؟



لعبة التفكير 547

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المجموع (20)

هناك إحدى عشرة طريقة مختلفة يمكن من خلالها كتابة العدد (20) على صورة جمع لثمانية أعداد فردية، هل يمكنك إيجادها كلها؟

20 = + + + + + + +
20 = + + + + + + +
20 = + + + + + + +
20 = + + + + + + +
20 = + + + + + + +
20 = + + + + + + +
20 = + + + + + + +
20 = + + + + + + +
20 = + + + + + + +
20 = + + + + + + +
20 = + + + + + + +

لعبة التفكير 549

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

أشرطة الأعداد

هل يمكنك إعادة ترتيب الأشرطة السبعة بحيث يحتوي كُلّ صف على عبارة رياضية صحيحة؟ لاحظ أن الأشرطة التي تحتوي على عمليات رياضية يمكن عكسها إذا لزم الأمر.

13	5	2	16	÷	+	−
10	15	3	2	+	÷	x
4	7	14	11	=	=	+
6	8	9	12	=	x	=

لعبة التفكير 550

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

إجمالي المجموع

كلا المجموعتين أدناه مكونة من نفس عدد الخانات نفسه من 1 إلى 9. وكلاهما يمثل عملية جمع، فهل يمكنك معرفة أي المجموعتين هي الأكبر؟

	1	2	3	4	5	6	7	8
+	1	2	3	4	5	6	7	8
+	1	2	3	4	5	6	7	
+	1	2	3	4	5	6		
+	1	2	3	4	5			
+	1	2	3	4				
+	1	2	3					
+	1	2						
+	1							

	9	8	7	6	5	4	3	2	1
	+	8	7	6	5	4	3	2	1
		+	7	6	5	4	3	2	1
			+	6	5	4	3	2	1
				+	5	4	3	2	1
					+	4	3	2	1
						+	3	2	1
							+	2	1
								+	1

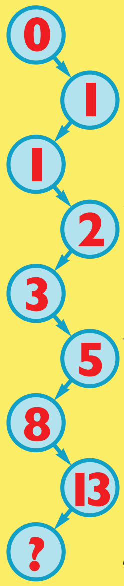
لعبة التفكير 551

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

متتالية فيبوناتشي (Fibonacci)

هذه السلسلة هي بداية متتالية أعداد فيبوناتشي الشهيرة. اكتشف هذه المتتالية عالم الرياضيات الإيطالي (ليوناردو فيبوناتشي Leonardo Fibonacci) في القرن الثالث عشر، وهي تتجلى في مجالات الطبيعة جميعها من حولنا؛ فأنماط النمو العضوي في أزهار الأقحوان، وأزهار دوَّار الشمس، ومحارات النوتر البحري جميعها تتبع التسلسلات الحلزونية التي تصفها المتتالية.

ادرس المتتابعة المبينة إلى اليسار. هل يمكنك أن تعرف العدد المفقود؟



لعبة التفكير 552

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الخانات (المنازل) غير المتتالية

كم عدد الأرقام ثنائية الخانات (المنازل) التي لها خانات غير متتالية؟

10, 11, 13, 14, . . .

لعبة التفكير 553

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الحلقات المفقودة

الأرقام المبينة أدناه هي جزء من معادلة حذفت منها علامات الجمع والطرح كلها. والأكثر من ذلك أنَّ اثنتين من الخانات هي في الواقع جزء من عدد ثنائي الخانات. هل يمكنك إيجاد الصيغة الصحيحة للمعادلة؟

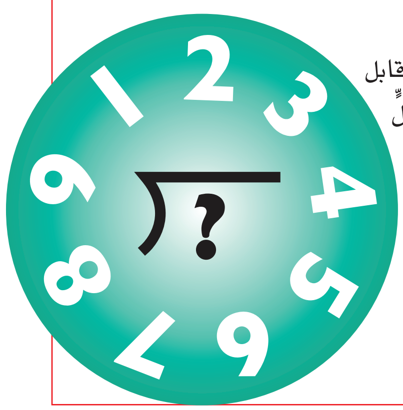
1 2 3 4 5 6 7 8 9=100

لعبة التفكير 554

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

القسمة

ما أصغر عدد قابل للقسمة على كلٍّ من 6,5,4,3,2,1, 9,8,7؟



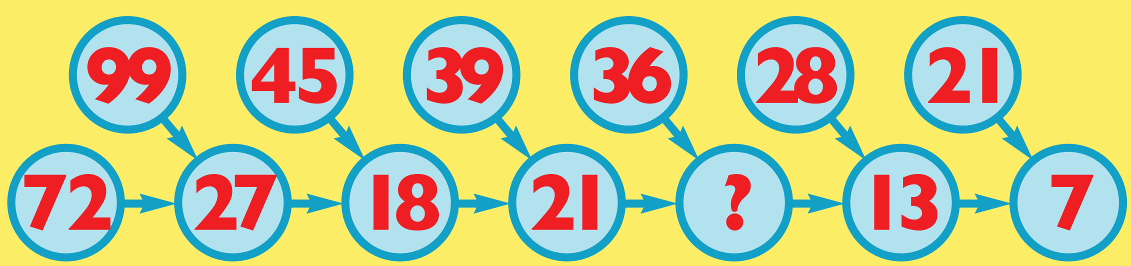
لعبة التفكير 555

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

متتالية (نوب Nob) الخادعة

اكتشف نوب يوشيجاهارا الياباني (Nob Yoshigahara) متتالية الأعداد الجميلة هذه، وليس هناك من خطأ مطبعي، إذ يجب أن تحتوي الدائرة الأخيرة على الرقم (7) وليس الرقم (8).

هل يمكنك التوصل إلى المنطق المتبع في هذه المتتالية وكتابة العدد المفقود؟



لعبة التفكير 556

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

متتالية الأعداد (1)

ادرس تسلسل الأعداد. هل يمكنك التوصل إلى المنطق المتبع فيها وكتابة العدد التالي في المتتالية؟

1 ← 11 ← 21 ← 1211 ← 111221 ← ?

لعبة التفكير 559

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

شموع أعياد الميلاد

في كُل ميلاد لي منذ ولادتي، كنت أحظى بكعكة مزدانة بالعدد اللازم من الشموع. وقدْ قمت بإطفاء 210 شمعة حتى الآن، فكم عمري الآن؟

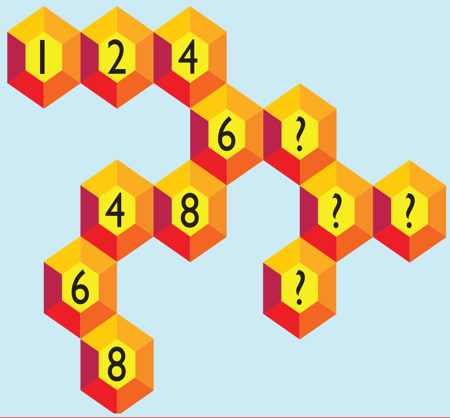


لعبة التفكير 560

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

عد أقراص العسل

ما الأرقام الأربعة المفقودة في أقراص العسل؟



لعبة التفكير 557

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

متتالية الأعداد (2)

هل يمكنك اكتشاف المنطق وراء هذا التتابع وكتابة الرقم التالي في المتتالية؟

2 ← 4 ← 7 ← 11 ← 16 ← ?

لعبة التفكير 561

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الفوارق العمرية

لدي صديق أصبح عالم رياضيات محترف لأكثر من 45 عامًا، وذلك بعد وقت قصير من ولادة ابنه. أخبرني مؤخرًا أنه إذا عكس موقع الرقمين في عمره كان العدد الناتج عمر ابنه، فإذا كان عمره يزيد عن عمر ابنه 27 عامًا، فكم عمر كلٍ منهما الآن؟



لعبة التفكير 558

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

متتالية الثبات

ادرس المتتالية أدناه. هل يمكنك اكتشاف المنطق الكامن وراءها وملء العدد الأخير؟

77 ← 49 ← 36 ← 18 ← ?

لعبة التفكير 562

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

عن الوقت

إحدى ساعات الحائط الرقمية الذكية للغاية بها خطأ برمجي أظهره النمط الموضح أدناه حين كان الوقت الفعلي هو 9:50، هل يمكنك نقل إشارة الناقص إلى موضع يساعد على إظهار الوقت الصحيح؟

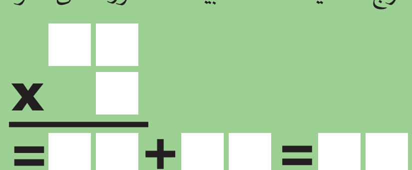
- 101010

لعبة التفكير 563

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الأرقام المفقودة

يجب ملء المربَّعات التسعة الفارغة هذه بأرقام من 1 إلى 9. فهل يمكنك أن تستنتج طريقة وضع الأرقام بحيث تخرج العمليات الحسابية المذكورة على نحو صحيح؟



لعبة التفكير
564

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

إضافة عدد

هل تستطيع أن تجد الرقم الذي إذا أضيف الى كلٍ من 170 و 30 كانت نسبة ناتجي الجمع لكلا المعادلتين تبلغ 1 :3 ؟

$$170 + X = Y \qquad 30 + X = Z$$

$$\frac{Y}{Z} = \frac{3}{1} \qquad X = ?$$

لعبة التفكير
565

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المعادلة الصحيحة

هل يمكنك تحريك رقم واحد من موضعه إلى موضع جديد بحيث تصبح المعادلة أدناه صحيحة؟ (غير مسموح تحريك علامات العمليات الحسابية).

$$62 - 63 = 1$$

لعبة التفكير
566

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لغز الصور المقطوعة

يتألف لغز الصور المقطوعة من 100 قطعة. وإحدى الخطوات هي وصل تجميعتين من القطع أو وصل قطعة واحدة إلى تجمع واحد. ما أقل عدد من الخطوات اللازمة لإتمام حلّ اللغز.

لعبة التفكير
567

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مسألة الكهف

ضَع الأرقام من 0 إلى 9 في المربَّعات الخارجية في الشبكة المبينة. يجب أن يحتوي كل مربع أحمر على الرقم نفسه؛ ويجب أيضًا أن يحتوي كُل مربع أصفر على الرقم نفسه؛ ويجب أن يكون مجموع الأرقام على كُل جانب (تسعة). ما عدد الحلول المختلفة التي يمكنك إيجادها، من دون أن تشمل الحل المبين بالشكل؟

3	3	3
3		3
3	3	3

لعبة التفكير
568

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تقسيم أكواب العصير

هناك أربعة عشر كوب عصير على المائدة؛ سبعة منها ممتلئة، وسبعة منها نصف ممتلئة. من دون تغيير كمية العصير في أي كأس، هل يمكنك تقسيم الأكواب إلى ثلاث مجموعات بحيث تكون لكُل مجموعة الكمية الإجمالية نفسها من العصير؟



لعبة التفكير
569

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تصفيات كرة القدم

يشارك ثمانية وخمسون فريقًا في دوري تصفية بخروج المغلوب لكرة القدم، فما عدد المباريات التي يتعين ترتيبها في هذا الدوري؟



لعبة التفكير
570

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الأزهار الحمراء والأرجوانية



فـي حديقـة يوجـد أربعون زهـرة حمراء وأرجوانية اللون، وبصرف النظر عن أي زهرتين تقطفهما، فسوف تكون إحداهما على الأقل أرجوانية، هل تستطيع أن تجد عـدد الأزهار الحمـراء الموجودة في هذه الحديقة؟



لعبة التفكير
571

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الزهور أرجوانية، وحمراء، وصفراء

هنـاك زهور أرجوانية، وحمـراء، وصفراء في حديقة. فـي أي وقت تقتطف فيـه ثلاث زهرات، تكـون واحدة علـى الأقل حمراء، وواحدة على الأقل أرجوانية اللون. مـن تلـك المعلومـات، هـل يمكنك أن تسـتنبط عـدد الزهور الموجودة؟



لعبة التفكير
572

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

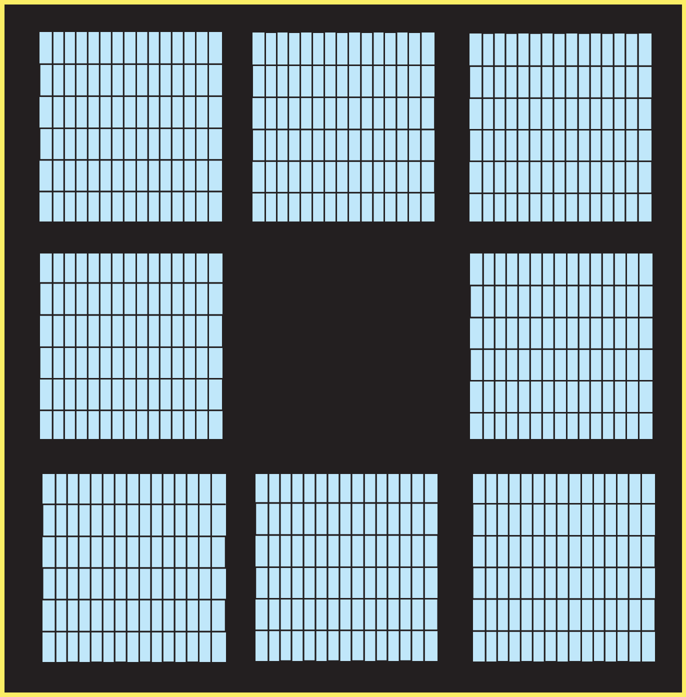
الهـروب من السـجن

يقوم آمر أحد السـجون بإدارة سجن مـن طابقيـن بـه ثمانـي زنازيـن فـي كُـل طابق. ولتوفير مزيد من الأمن، يضـع قيـودًا صارمـة للغايـة على بقاء السـجناء فـي هـذه الزنازيـن علـى النحو الآتي:

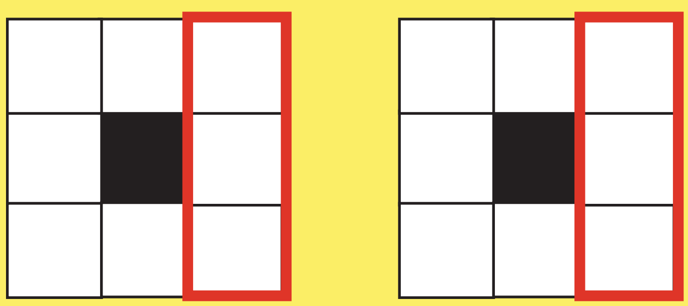
1. يجـب أن يكـون هنـاك دومًـا سجناء في الطابق العلوي ضعف عـدد السـجناء فـي الطابـق السفلي.
2. يجـب ألا تُتـرك أي زنزانـة غيـر مشغولة.
3. يجـب أن يكون هناك دومًـا أحد عشـر سجينًا في الزنازين الست التـي تمتـد بمحـاذاة أي حائـط خارجي (المظلـل بالخط الثقيل فـي الرسـم للطابقيـن العلـوي والسفلي).

وذات ليلـة تمكـن تسـعة مسـاجين مـن الفـرار، ومـع ذلـك فـي صبـاح اليـوم التالي، عندمـا كان الآمر يقوم بجولاتـه المرورية، كانـت الزنازيـن كافـة مشـغولة وفقـًا لقواعـده. فهل يمكنـك أن تسـتنتج عــدد السـجناء الذيـن كانـوا موجوديـن فـي البداية، وكيف أعادوا تنظيم أنفسـهم لإخفاء هروبهم؟

مخطط سجن



الطابق السفلي الطابق العلوي



لعبة التفكير
573

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

عد الحيوانات

ذهبـت إلـى حديقة الحيوان ورأيت الجِـمال والنـعـام. فإذا رأيت خمسة وثلاثين رأسـًا وأربعًا وتسعين قدمًا، فما عـدد الجِمال والنـعـام التي رأيتها؟

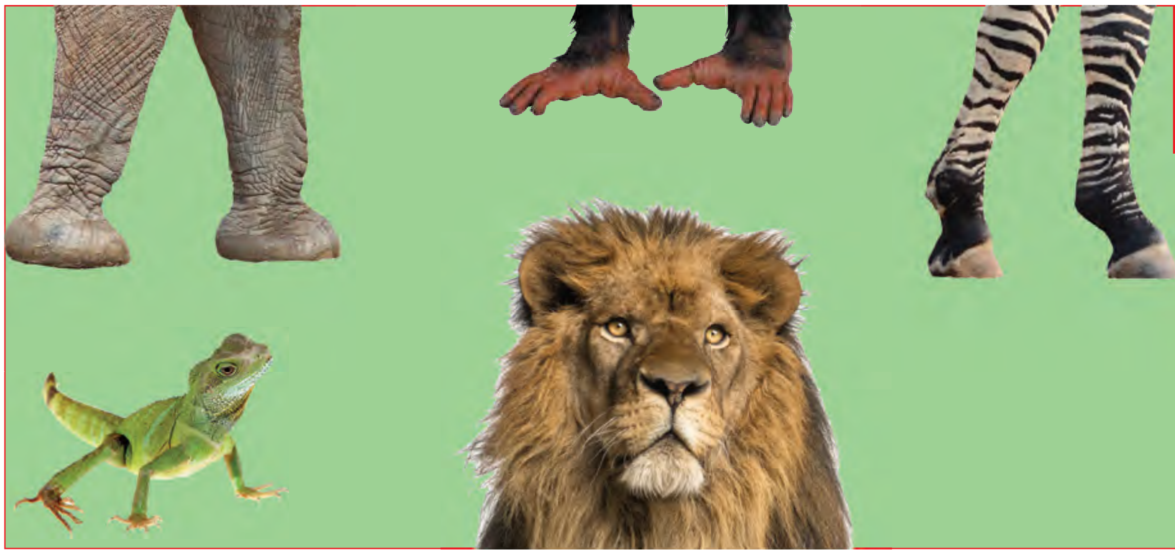


لعبة التفكير 574

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

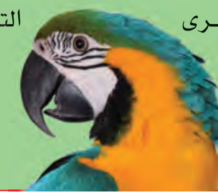
المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ______



مزيج حديقة الحيوان

في رحلة أخرى إلى حديقة الحيوان، أحصيت ستة وثلاثين رأسًا من رؤوس الحيوانات ومئة قدم. فهل تستطيع أن تعرف ما عدد الطيور، وما عدد الحيوانات الأخرى التي رأيتها؟



لعبة التفكير 575

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ______



ثنائي الأرجل – ثلاثي الأرجل

كان في إحدى قاعات المطالعة بإحدى المكتبات العديد من المقاعد ثلاثية الأرجل، والكراسي رباعية الأرجل، وجميعها مشغولة. فإن تسنى لك عدُّ تسع وثلاثين من الأرجل في القاعة، فهل يمكنك أن تستنبط عدد المقاعد والكراسي والأشخاص الموجودين؟

لعبة التفكير 576

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

وفرة الجِراء

تمتلك إحدى السيدات عشرة كلاب من الإناث. وكان لكُل واحدة من تلك الكلاب الإناث جرو صغير، واحد، ولكن أيًّا منها لم يبلغ مجموع عدد جرائها عشرة، هل يعني ذلك أن اثنتين على الأقل من تلك الكلاب الإناث لديها العدد نفسه من الجراء؟



لعبة التفكير 577

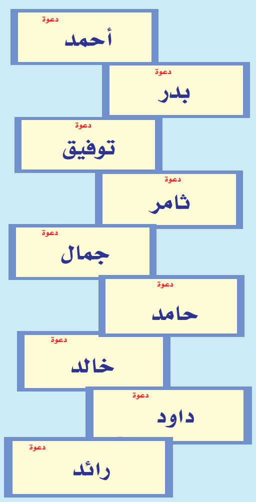
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مجموعة الثلاثات

هناك تسعة من الأشخاص ضمن دائرة أصدقائك، وترغب في دعوتهم إلى تناول العشاء، بحيث تدعو ثلاثة في كُل مرة، على مدى أيام السبت الاثني عشر اللاحقة. فهل هناك من طريقة لترتيب الدعوات بحيث لا يقابل أي صديقين من الأصدقاء أحدهما الآخر على العشاء لديك سوى مرة واحدة فقط؟



لعبة التفكير 578

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

أرواح القطط

ما يأتي مقتبس عن لغز مصري قديم:

إحدى أمهات الهررة أهلكت سبعة من أرواحها التسعة، وبعض من هريراتها أهلك ستة أرواح، بينما بعضها الآخر أهلك أربعة أرواح فقط.

وتبقَّى للأم مع هريراتها عدد من الأرواح بلغ خمسًا وعشرين روحًا.

فهل يمكنك أن تذكر على وجه اليقين ما عدد الهريرات؟



لعبة التفكير 579

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

جهاز طبع الأرقام اليدوي

خلال عملية ترقيم كُل صفحة من صفحات أحد الكتب، طُبع 2929 رقمًا منفردًا بوساطة جهاز طبع الأرقام الآلي. فهل يمكنك معرفة عدد الصفحات التي يجب أن يحتوي عليها الكتاب؟

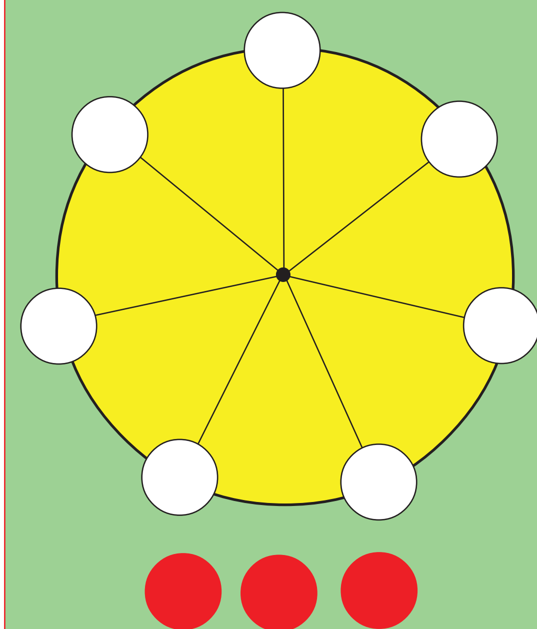


لعبة التفكير 580

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

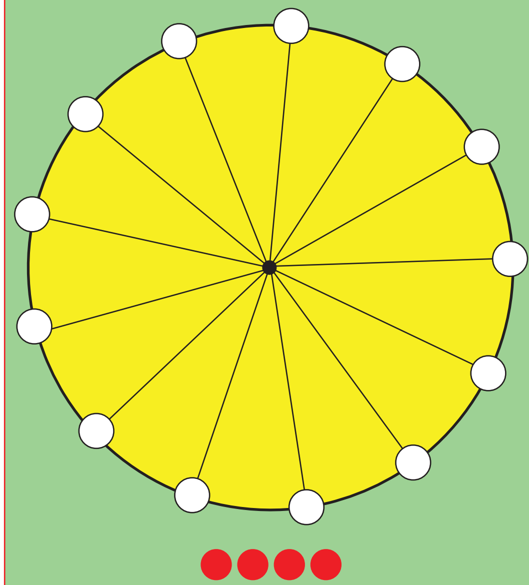
دائرة أدنى طول 1

قُسِّمَ المحيط الخارجي للدائرة الموضحة أدناه إلى سبع مسافات متساوية، فهل يمكنك وضع ثلاث نقاط على المحيط الخارجي بحيث يتطابق كُل واحد من الأعداد من 1 إلى 6 مع كُل جزء من أجزاء الدائرة المحصورة بين اثنتين من النقاط الثلاث التي وضعتها؟



لعبة التفكير 581

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



دائرة أدنى طول 2

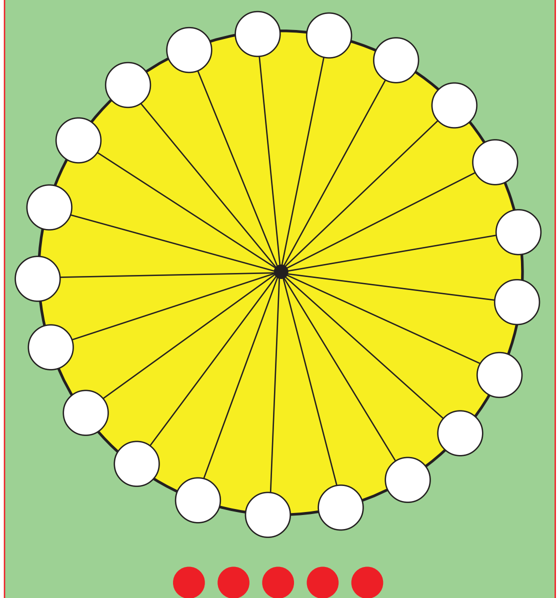
قُسِّمَ المحيط الخارجي لهذه الدائرة إلى ثلاثين قطاعًا لها أطوال متساوية. هل يمكنك وضع أربع نقاط على امتداد المحيط الخارجي بحيث يتطابق كُلُّ واحد من الأعداد من 1 إلى 12 مع كُل جزء من أجزاء الدائرة المحصورة بين اثنتين من النقاط الأربع التي وضعتها؟

لعبة التفكير 582

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

دائرة أدنى طول 3

قُسِّمَ المحيط الخارجي لهذه الدائرة إلى واحد وعشرين قطاعًا لها أطوال متساوية. هل يمكنك إيجاد طريقة للتعبير عن كُلِّ واحد من الأعداد من 1 إلى 20 بوصفه جزءًا من الدائرة ما بين اثنتين من النقاط على الدائرة؟ وهل من الممكن فعل ذلك بوضع خمس نقاط فقط على المحيط الخارجي للدائرة؟



لعبة التفكير 583

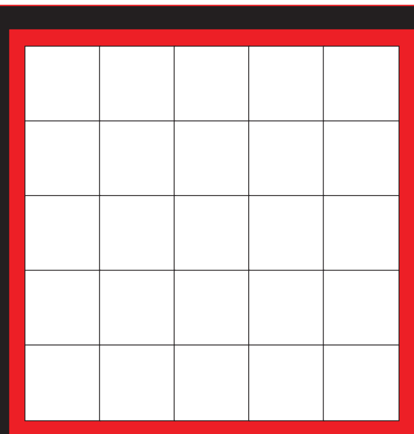
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لعبة بيرسيستو (Persisto)

إليك لعبة أعداد بالورقة والقلم مليئة بالتحدي، حيث يتبادل اثنان من اللاعبين الأدوار في إدخال الأعداد إلى خانات الشبكة المربعة. ويجوز للاعب الأول أن يُدخل العدد (1) في أي مكان من الشبكة. ويجب إدخال الأعداد التالية في العمود أو الصف نفسه الذي تم فيه إدخال العدد السابق، شريطة أن يكون للعدد الجديد «خط أفق» واضح مع العدد القديم. بعبارة أخرى، لا يجوز لأي لاعب أن (يقفز) متجاوزًا رقمًا سابقًا ملعوبًا.

وأي من اللاعبين يدخل العدد الأخير يحرز نقاطًا بقدر هذا العدد، ويستمر اللعب إلى أن يتجاوز أحد الطرفين نقطة المئة.

وهذه عينة على جولة لعب نتيجتها (18) كما هو موضح أدناه.



3	8	5		4
2		14	15	1
12		13	16	11
	9	18	17	10
	7	6		

لعبة التفكير 584

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المشي في السجن

تسعة مساجين مكبلين في ثلاث مجموعات في أثناء ممارسة التمارين الرياضية اليومية، فإن رغب آمر السجن في ترتيب المساجين بحيث لا يكبل اثنان من المساجين جنبًا إلى جنب لأكثر من مرة واحدة على مدار ستة أيام، فكيف يتسنى له تكبيلهم؟



لعبة التفكير
585

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الدكتور جيكل والمستر هايد (Jekyll and Hyde)

وزِّعت ست عشرة عملة معدنية على نحو عشوائي على رقعة لعب مقسمة إلى ستة عشر مربعًا. يظهر على أحد جانبي العملة (صورة جيكل بينما تظهر على الجانب الآخر صورة هايد).

وهدف اللعبة هو تقليب العملات إلى أن تظهر عليها جميعها صور جيكل فقط أو صور هايد فقط. تقلب العملات تبعًا لقاعدة واحدة بسيطة هي: أنه في كُلِّ مرة تقلب فيها العملة يجب عليك تقليب كل العملات التي في الصف، أو العمود، أو القطر نفسه. (وقد يكون القطر قصيرًا ــ فحتى الركن يُعد بوصفه قطرًا لعملة واحدة فقط).

أدناه اثنتين من تشكيلات البدء العشوائية، فهل يمكنك أن تكتشف ما إذا كان كُلُّ تشكيل بدء سوف يؤدي إلى الوصول إلى صور جيكل كلها، أو إلى صور هايد كلها أم لا؟



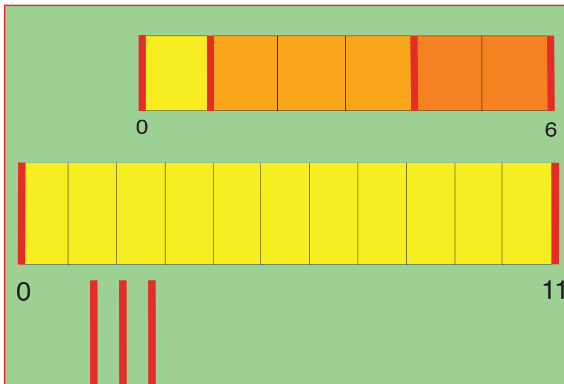


لعبة التفكير
586

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ✎ 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

أقصر طول لمسطرة

وضعت أربع علامات على الوجه العلوي للمسطرة بحيث يمكنك استخدامها في قياس كُلِّ رقم صحيح لوحدات المسافات من 1 إلى 6، فهل يمكنك وضع خمس علامات على الوجه السفلي للمسطرة بحيث يمكنك قياس المسافات العشر الممكنة ما بين 1 و 11 وحدة؟



وضعت العلامتان الطرفيتان الاثنتان، ومن ثَمَّ عليك وضع العلامات الثلاث الوسطى فقط.

لعبة التفكير
587

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ✎ 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

عائلة الدعسوقة

طار خُمس عائلة الدعسوقة إلى الحديقة ذات الزهور الصفراء، بينما طار ثُلث العائلة إلى زهور البنفسج، في حين طار ثلاثة أضعاف الفرق بين هذين الرقمين إلى أزهار الخشخاش حمراء اللون البعيدة، بينما ذهبت أم عائلة الدعسوقة إلى النهر لتقوم بأعمال الغسيل. عندما عاد أفراد عائلة الدعسوقة كلهم مرة أخرى إلى البيت، ما العدد الذي كان موجودًا هناك؟

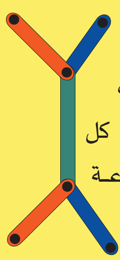


لعبة التفكير
588

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ✎ 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المسطرة ذات المفصلات 1

رُبطت خمس مساطر غير معلمة بمفصلات في نقطتين، كما في الشكل. ما طول كل مسطرة بحيث يمكن لمسطرة أو مجموعة من المساطر قياس وحدات المسافة من 1 إلى 15؟



لعبة التفكير
589

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ✎ 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المسطرة ذات المفصلات 2

عُلِّقت ثلاث مساطر غير معلمة بعلامات عند نقطة واحدة بوساطة مفصلة تعليق كما في الشكل. ما الأطوال الثلاثة التي يجب أن تكون عليها المساطر بحيث يكون بمقدورها منفردة أو مجتمعة أن تقيس كُلَّ طول يمتد من 1 إلى 8 وحدات؟



عندما لا تستطيع؟ حاول أن تشمل القياسات التي تكون المساطر فيها مثنية إلى الخلف مقابل إحداها الأخرى.

مبدأ التشابه (Gulliver's Travels)

في رواية رحلات جاليفر (Gulliver's Travels)، يصف المؤلف جوناثان سويفت (Jonathan Swift) بلاد بروبدينجناج، وهي أرض العمالقة، حيث طول كُلِّ شخص اثنا عشر ضعف طول الشخص الطبيعي، ولكن هل يمكن حقًّا لإنسان يبلغ طوله 70 قدمًا أن يدعي الوزن نفسه على الأقل؟ في الحقيقة لا؛ إذ يستحيل وجود مثل هؤلاء الأشخاص بدنيًا، إذ يجب أن التذكر، أن الزيادة الخطية (Linear) لجسم ما تؤدي إلى زيادة تربيعية لمساحته المقطعية، بينما يزداد حجمه تكعيبيًا. وعليه فإن تضاعف شخص ما بمقدار 12 مرة لأبعاده المختلفة سيؤدي إلى زيادة وزنه في هذه الحالة 12^3 أو 1728 مرة عن وزن الإنسان العادي، لكن عند زيادة مساحة عظامه وفق ذلك ستجعل زيادة قوة هذه العظام 144 مرة فقط، ومن ثم فإن أي من مواطني بروبدينجناج العمالقة يحاول الوقوف على قدميه ستنكسر ساقيه فورًا.

ومثل هذا النوع من المسائل يصادف أي شخص يحاول تصغير الأشياء أوتكبيرها عن طريق وضع مقياس لذلك؛ فتشييد مبنى إداري مُكوَّن من ثلاثين طابقًا لا يتم بالطريقة نفسها لتشييد منزل مُكوَّن من ثلاثة طوابق. وكلًّا من النموذج المثالي للطائرة، والطائرة النفاثة الحديثة يتم بناؤهما باستخدام أنواع مختلفة من الخامات. والكثير من أولئك الذين صاروا مخترعين قد أصابتهم خيبة الأمل بسبب جهلهم بتأثيرات التغيير في المقياس.

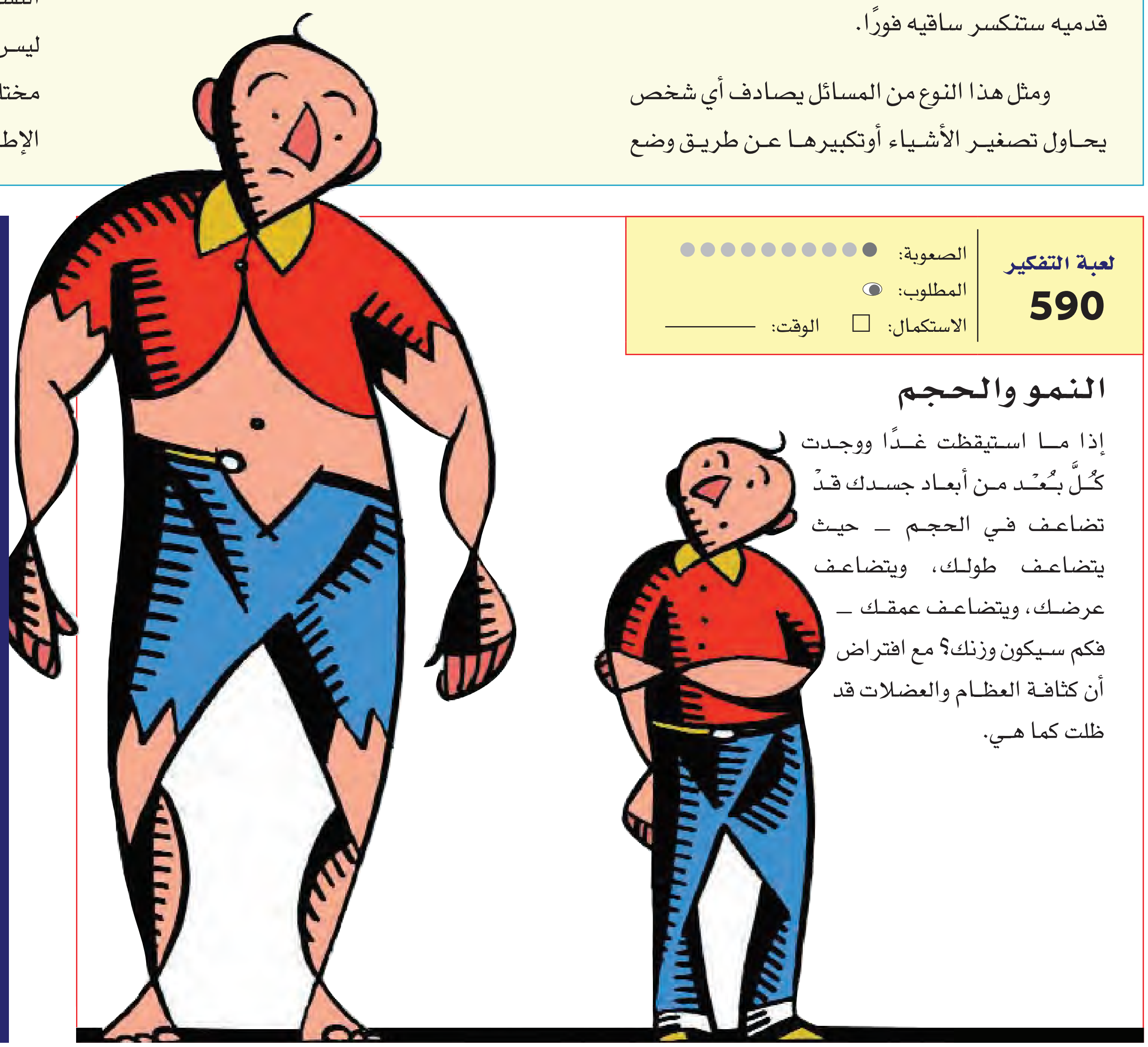
فالعالم (جاليليو) فسر بقانون التشابه خاصته السبب في أن الأجسام الأكبر حجمًا تعاني تشوهات بسبب قوة أوزانها نفسها بصورة أكبر نسبيًّا من الأجسام الصغيرة.

إذ ينُصُّ القانون على أن استقرار الأجسام ذات الشكل المتماثل يتناقص بصورة مباشرة مع الزيادة في الارتفاع؛ لأن قوة تشويه الجاذبية تزيد مع ازدياد الحجم، في حين لا تستطيع الضخامة، بسبب اعتمادها على المساحة المستعرضة، أن تظهر مثل هذه الزيادة؛ فالجسم الذي يزيد في أبعاده الخطية بمعامل مقداره 10 يزيد في الحجم بمعامل مقداره 1000.

وأيضًا نسبة مساحة السطح لكُلِّ وحدة من الحجم تكون أكبر بالنسبة إلى الجسم الصغير منها إلى الجسم الكبير، فالحيوانات الصغيرة تتسم بأنها عُرضَة على نحو خاص لفقدان الماء عن طريق التبخر؛ بسبب ما تتسم به من مساحة سطح كبيرة نسبيًا بالمقارنة مع غيرها، من ثَمَّ يساعد قانون التشابه على تفسير السبب في أنَّ الأفيال والفئران ليس فقط لهما مظهر مختلف لكن أيضًا لها سلوك مختلف، والسبب في أنه من غير المرجح لك على الإطلاق أن تقابل أحد عمالقة (بروبدينجناج).

«ليس المنطق بعلم مثلما أنه ليس بفنّ، إنه ليس إلاّ مراوغة».

- بنجامين جويت «Benjamin Jowett»



لعبة التفكير 590

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

النمو والحجم

إذا ما استيقظت غدًا ووجدت كُلَّ بُعْد من أبعاد جسدك قدْ تضاعف في الحجم – حيث يتضاعف طولك، ويتضاعف عرضك، ويتضاعف عمقك – فكم سيكون وزنك؟ مع افتراض أن كثافة العظام والعضلات قد ظلت كما هي.

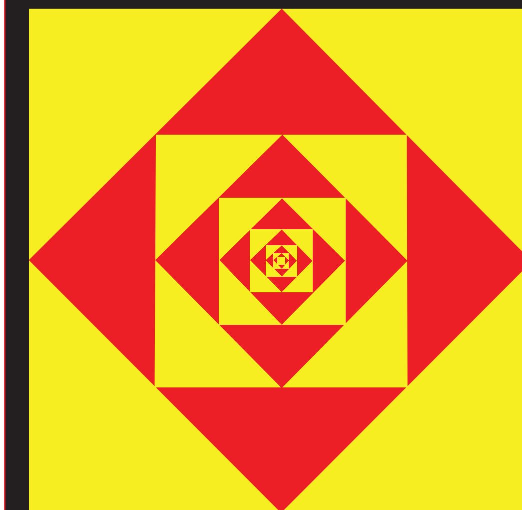
لعبة التفكير
591

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

متوالية (Progression) 1

تفحص هذه المتوالية الهندسية الرائعة.

هل تستطيع أن تحسب نسبة المساحة الإجمالية للمثلثات الحمراء بالنسبة إلى مساحة المربع الخارجي؟

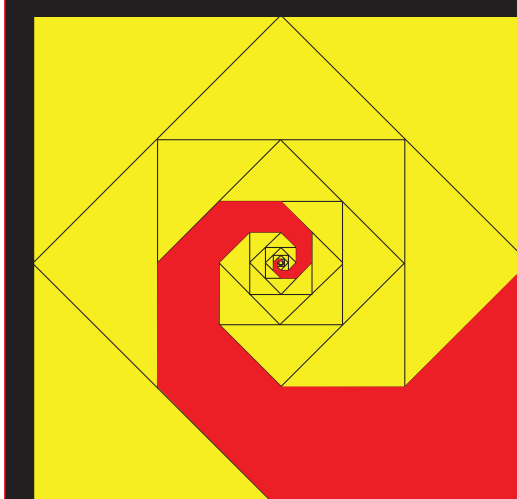


لعبة التفكير
592

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المتوالية الهندسية 2

ما مساحة الذراع الأحمر اللون بوصفه جزءًا من المربع الكامل؟



لعبة التفكير
593

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الصعود - الهبوط

هل يمكن ترتيب الأشرطة التسعة في صف واحد من اليسار إلى اليمين بحيث لا يمكن أن تجد أي أربعة منها مرتبة إما تصاعديًا أو تنازليًا حتى لو كانت متباعدة بين أشرطة أخرى، فمثلًا الترتيب الآتي يراعي الشرط الأول فقط: (3، 2، 6، 4، 9، 1، 8، 5، 7) لكنه يُعد خطأ، إذ يوجد فيه بين هذه الأرقام للصف التنازلي التالي: (2، 4، 5، 7).

هل تستطيع إيجاد ترتيب يحقق الشرطين معًا؟



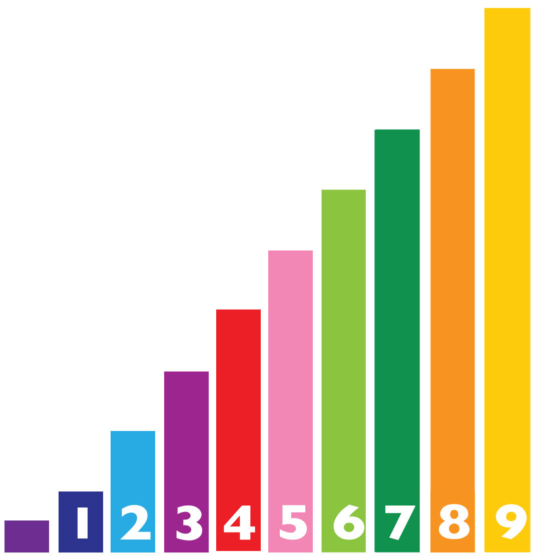
لعبة التفكير
594

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

التزايد - التناقص

هل يمكن ترتيب الأشرطة العشرة ذات الأطوال المختلفة في صف واحد من اليسار إلى اليمين بحيث أي أربعة منها مرتبة إما تصاعديًا أو تنازليًا حتى لو كانت متباعدة بين أشرطة أخرى، فمثلًا الترتيب الآتي: (1, 2, 8, 0, 3, 6, 9, 4, 5, 7) يحقق الشرط الأول، لكنه يُعد خطأ، إذ يوجد فيه بين هذه الأرقام الصف التصاعدي التالي: (1, 2, 8, 9).

هل تستطيع إيجاد ترتيب يحقق الشرطين معًا؟



لعبة التفكير
595

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

انقسام الأميبا

يمكن لخلية الأميبا (amoeba) الواحدة في دورق ماء أن تنقسم إلى خليتين في غضون دقيقة واحدة. وبعد دقيقة واحدة، تنقسم كُل واحد من خليتي الأميبا بدورها ليكون الناتج أربع خلايا أميبا، وفي نهاية مدة أربعين دقيقة أصبح الدورق ممتلئًا بالكامل.

ما عدد الدقائق اللازمة لامتلاء نصف الدورق فقط بخلايا الأميبا؟

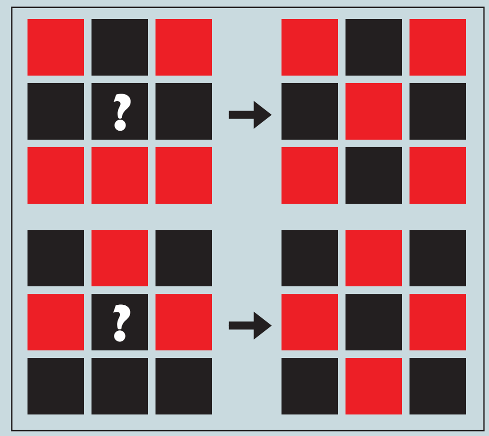


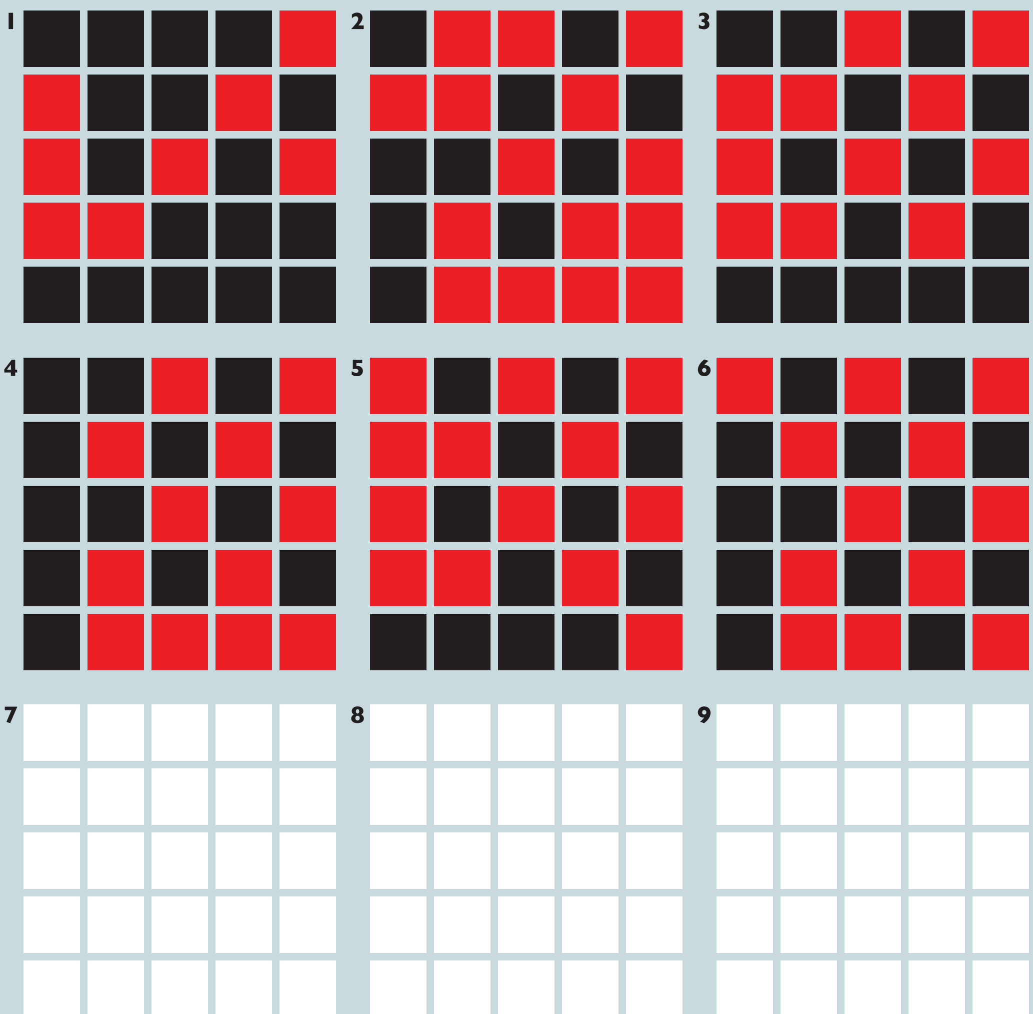
لعبة التفكير
596

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المربعات المتقلبة

في الشبكة رقم (1)، تُلوِّنت مربعاتها عشوائيًا باللونين الأحمر والأسود. وفيما بعد في الشبكات اللاحقة وفق تسلسلها، أصبح تحديد لون أي مربع فيها حسب ألوان المربعات المجاورة له في الشبكة السابقة. فمثلًا إذا كان المربع أسود محاطًا بأغلبية من المربعات السوداء فإن لونه ينقلب إلى الأحمر، وكذلك تؤدي الأغلبية من المربعات الحمراء المحيطة إلى قلبه إلى الأسود. وفي حالة تساوي عدد اللونين الأحمر والأسود المحيطين بالمربع فإنه يبقى محافظًا على لونه دون تغير. تَتبع التغيرات في الشبكات الست، ثم أكمل الشبكات الثلاث الأخيرة (7, 8, 9) بالطريقة نفسها.





وُضِّحت ست شبكات متولدة لهذا اللغز.

هل تستطيع أن تكمل الشبكات الثلاث التالية؟

لعبة التفكير
597

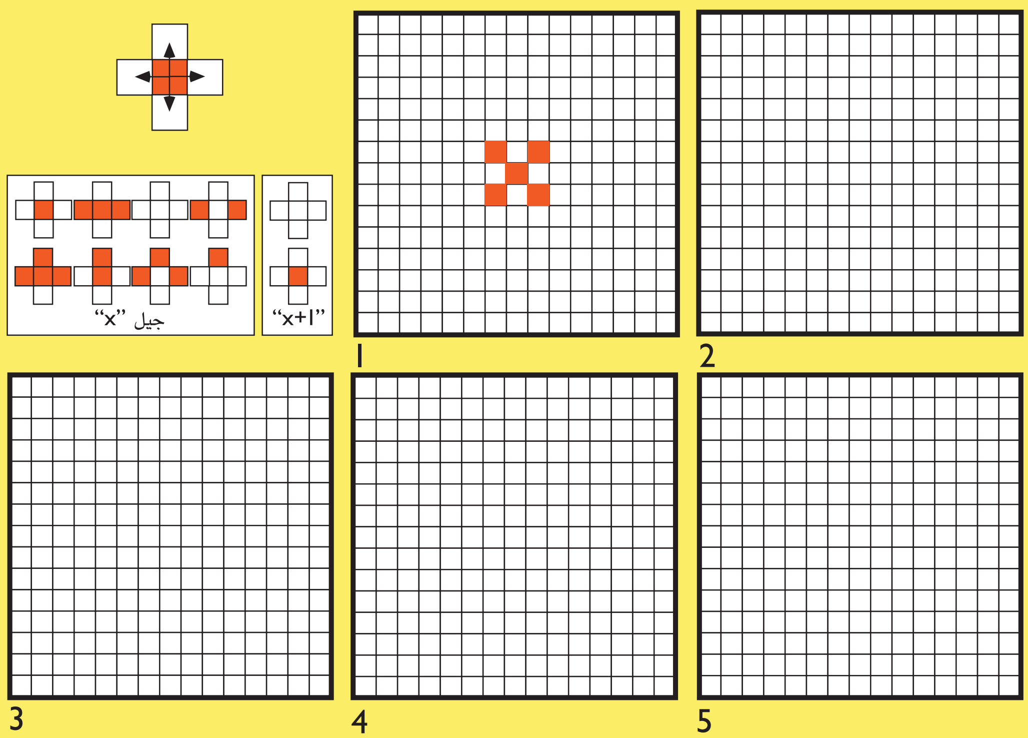
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

ميكانيكية (فريدكين) الخلوية

■ **آلية ثنائية الأبعاد ذاتية التوليد**

توجد خمس خلايا حمراء اللون مستقرة في وسط الشبكة (1)، تحمل كل شبكة متعاقبة توليفة جديدة من الخانات التي أُضيفت أو طرحت تبعًا لقاعدة بسيطة هي: إذا كان عدد الخانات الحمراء المجاورة أفقيًّا أو رأسيًّا للخانة هو عددًا زوجيًّا، يتعين أن تكون الخانة بيضاء اللون في التوليفة الجديدة، أما إذا كان عدد الخلايا الحمراء المجاورة عددًا فرديًّا، فيتعين أن تكون الخانة حمراء اللون في التوليفة الجديدة (انظر المجموعة الداخلية لتوضيح نمط النمو).

هل يمكنك تنفيذ نمو النمط عبر خمس توليفات؟ إن أمكنك ذلك فسوف ترى نتيجة تبعث على الدهشة.



لعبة التفكير
598

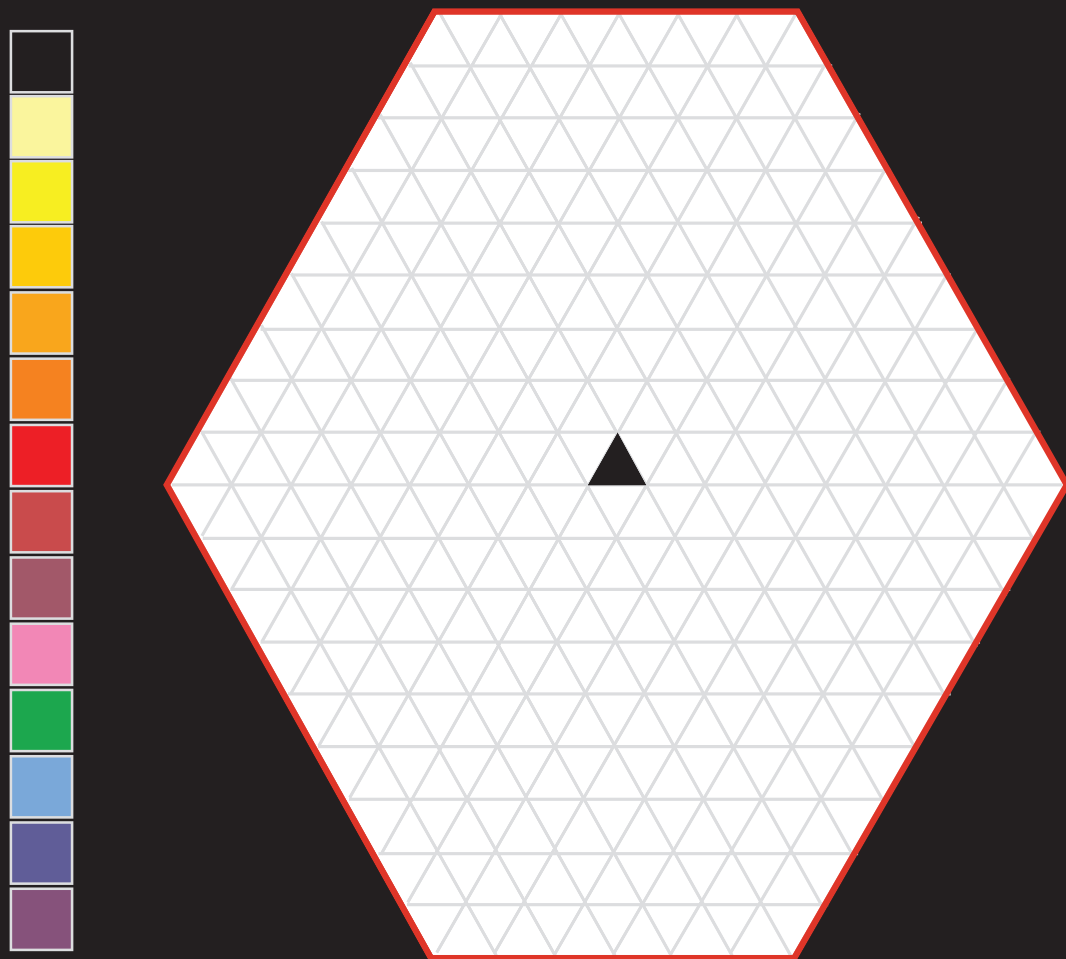
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مثلثات نمط النمو

الكثير من العناصر في الطبيعة – كالبلورات، ومستعمرات البكتريا، بل وحتى الغيوم التي تشكل النجوم – تُبدي أشكالًا هندسية متقدمة خلال نموها. وهذا اللغز يساعد على تسخير مثل هذا النمط لأغراض الفن.

ابدأ بمثلث واحد في وسط شبكة على النحو المبين في الشكل. أضف جيلًا واحدًا من المثلثات في كُل مرة متَّبعًا قاعدة واحدة بسيطة هي: أن كُل مثلث جديد يجب أن يلمس جانبًا واحدًا – وواحدًا فقط – من جوانب أحد مثلثات الجيل السابق له، ولجعل كل موجة نمو مميزة، استخدم لوحة الألوان لتلوين كُل جيل مثلثات، وبعد إتمام أربعة عشر جيلًا يمكن إعادة تكرار الألوان.

ما عدد المثلثات الموجودة في كُل جيل؟ وهل هناك أي انتظام في تتابع الأعداد؟



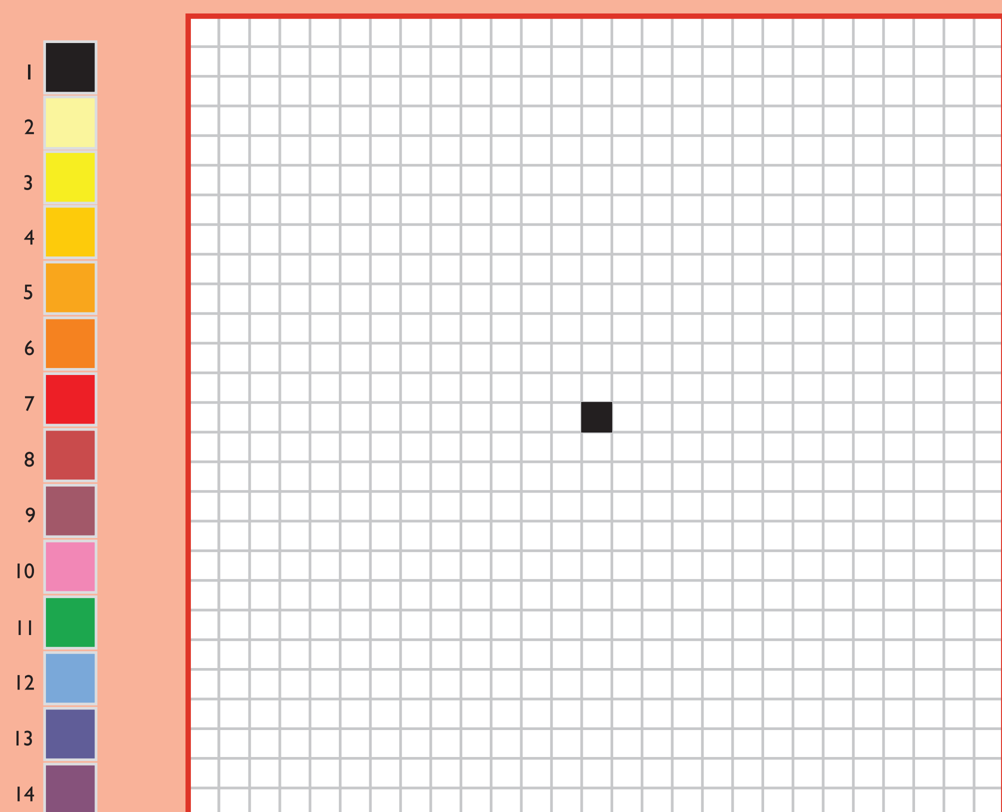
لعبة التفكير
599

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مربعات نمط التدرُّج

هناك مربع داكن واحد في مركز الشبكة. يمكن إضافة مربَّعات أخرى إلى الشبكة باتباع قاعدة نمو واحدة بسيطة وهي: إضافة جيل واحد من المربَّعات في كُلِّ مرة بحيث يلمس كُل مربع جديد جانبًا واحدًا – وواحدًا فقط – من جوانب أحد مربَّعات الجيل السابق له.

وللمساعدة على إظهار أنماط النمو، لوِّن كُلَّ جيل وفقًا للوحة تدريج الألوان المبينة إلى اليسار. هل يمكنك إيجاد عدد المربعات التي سوف تُضاف إلى كل جيل؟ وهل هناك نمط لعدد المربعات الجديدة في كُل جيل؟

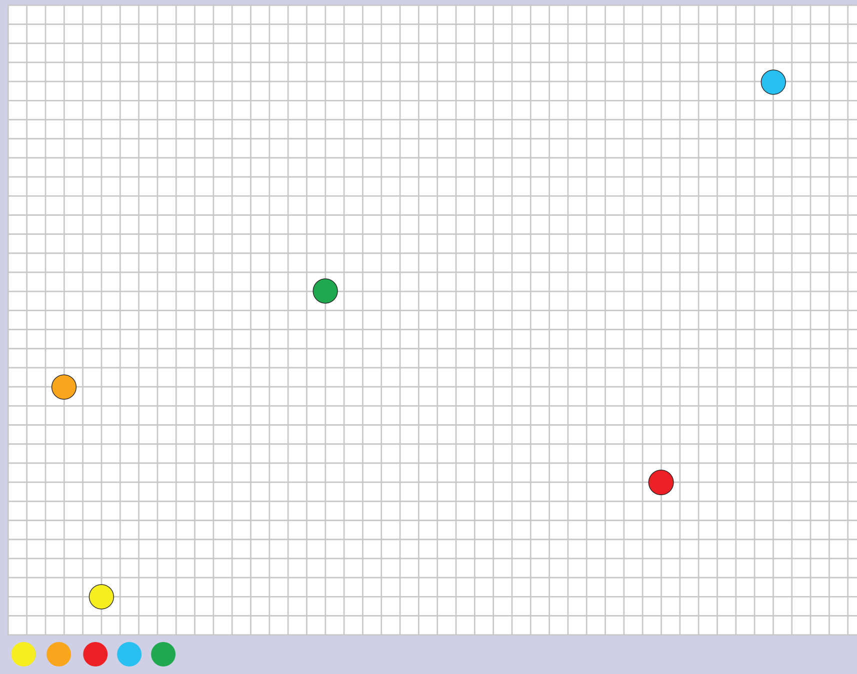


لعبة التفكير 600

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

نزهات الدعسوقة

تستند هذه الألعاب الخمس إلى سلسلة منتظمة من مسارات الدعسوقة والتفافاتها. ولنتخيل أن هناك خمس دعسوقات تتتبع الدوائر الموصوفة أدناه، هل سيعود أي منها إلى أماكن بدئها؟



اللعبة (1) ــ بدءًا من النقطة الصفراء، وازحف مسافة وحدة واحدة إلى الأعلى، ثُمَّ التف إلى اليمين، ازحف وحدتين، ثُمَّ التف إلى اليمين مرة أخرى، ثُمَّ ازحف 3 وحدات، وهكذا دواليك حتى تزحف 5 وحدات. وبعدها التف إلى اليمين ثُمَّ ابدأ التسلسل من جديد مرة أخرى بالزحف 1 وحدة.



اللعبة (2) ــ اللعبة (1) نفسها باستثناء أن التسلسل يتراكم حتى الزحف 6 وحدات قبل العودة للزحف 1 وحدة مرة أخرى.

اللعبة (3) ــ على النحو الوارد أعلاه، باستثناء أنه يتم التمديد هنا الزحف حتى 7 وحدات.

اللعبة (4) ــ على النحو الوارد أعلاه، باستثناء أنه يتم التمديد هنا الزحف حتى 8 وحدات.

اللعبة (5) ــ على النحو الوارد أعلاه، باستثناء أنه يتم التمديد هنا الزحف حتى 9 وحدات.

لعبة التفكير 601

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

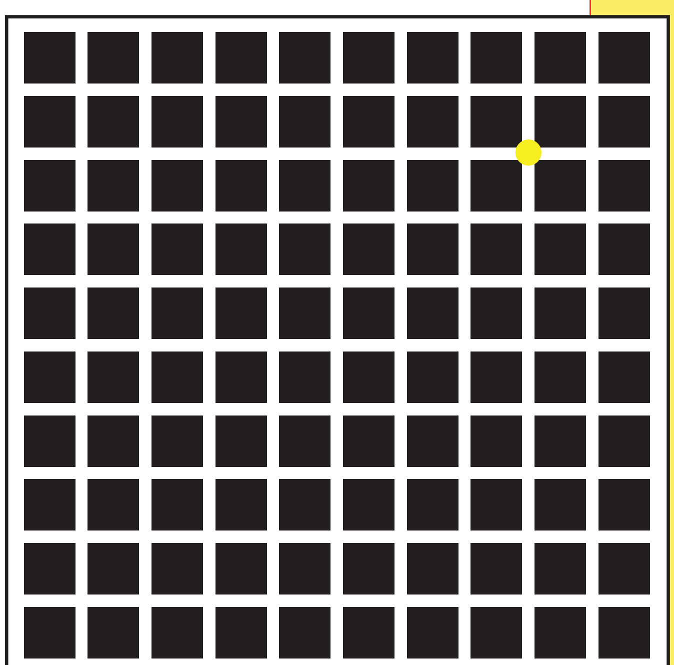
أشكال مضلع الجوليجون البيانية (Golygons)

■ **السير في مصفوفة مربعات.**

تصور عالم الرياضيات لي سالواس (Lee Sallows) من جامعة نجميجن (Nijmegen) في هولندا، المسألة الآتية.

ابدأ من النقطة الصفراء في الشبكة، واختر اتجاهًا ثُمَّ (سِر) مسافة وحدة مربعة واحدة، وفي نهاية الصف، انعطف يسارًا أو يمينًا ثُمَّ سِر مسافة وحدتين مربعتين، ثُمَّ انعطف يمينًا أو يسارًا ثُمَّ واصل السير مسافة ثلاث وحدات مربعة أخرى، ثُمَّ واصل على هذا المنوال، مع السير مسافة وحدة مربعة واحدة زائدة عن ذي قبل في كُل مرة، فإن عدت بعد عدد من الانعطافات إلى نقطة البدء، سيمثل المسار الذي اتخذته حدود شكل مضلع (جوليجون).

أبسط أشكال مضلع (جوليجون) له ثمانية أضلاع، بمعنى أنه يمكن تتبعه في ثمانية أجزاء. فهل يمكنك أن تجده؟

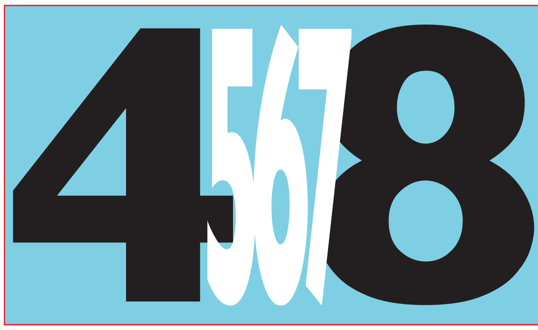


لعبة التفكير 602

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مضاعفات الأعداد الأولية

هل يمكنك دومًا إيجاد عدد أولي في أي مكان ما بين أي عدد وضعفه (باستثناء العدد 1 بالطبع)؟



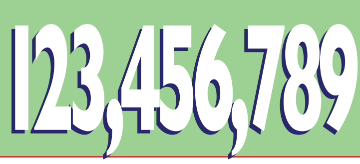
لعبة التفكير 603

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

التحقق من الأعداد الأولية

هناك (9!) أو 362880 عددًا مختلفًا ذا تسع خانات تظهر فيها الأرقام كافة من 1 إلى 9. والعدد (123،456،789) المبين أدناه هو مثال واضح على ذلك.

من بين تلك الأعداد البالغة 362880 عددًا، هل يمكنك معرفة كم منها سيكون عددًا أوليًّا ــ أي التي لا تقبل القسمة إلا على نفسها أو على الواحد الصحيح؟



منحنى ندف (رقائق) الثلج (Snowflake Curve)

أي نوع من الأشكال له طول لا نهائي (Infinite) بينما لا تزال له مساحة منتهية (Finite)؟ يبدو ذلك مستحيلًا، لكن المدهش أن هناك وجودًا لمثل هذه الأشكال، وأحدها هو منحنى ندف (رقائق) الثلج الجميلة.

هذا المنحنى هو في الأساس نمط نمو نشأ بوصفه سلسلة مضلعات، حيث يتكون منحنى رقائق الثلج على جوانب مثلث متساوي الأضلاع وفقًا لمبدأ تدرج بسيط للغاية، حيث يُضاف مثلث آخر متساوي الأضلاع على المثلث المركزي لكُل جانب، ويُنفَّذ هذا التدرج جيلًا بعد جيل بصورة لا نهائية.

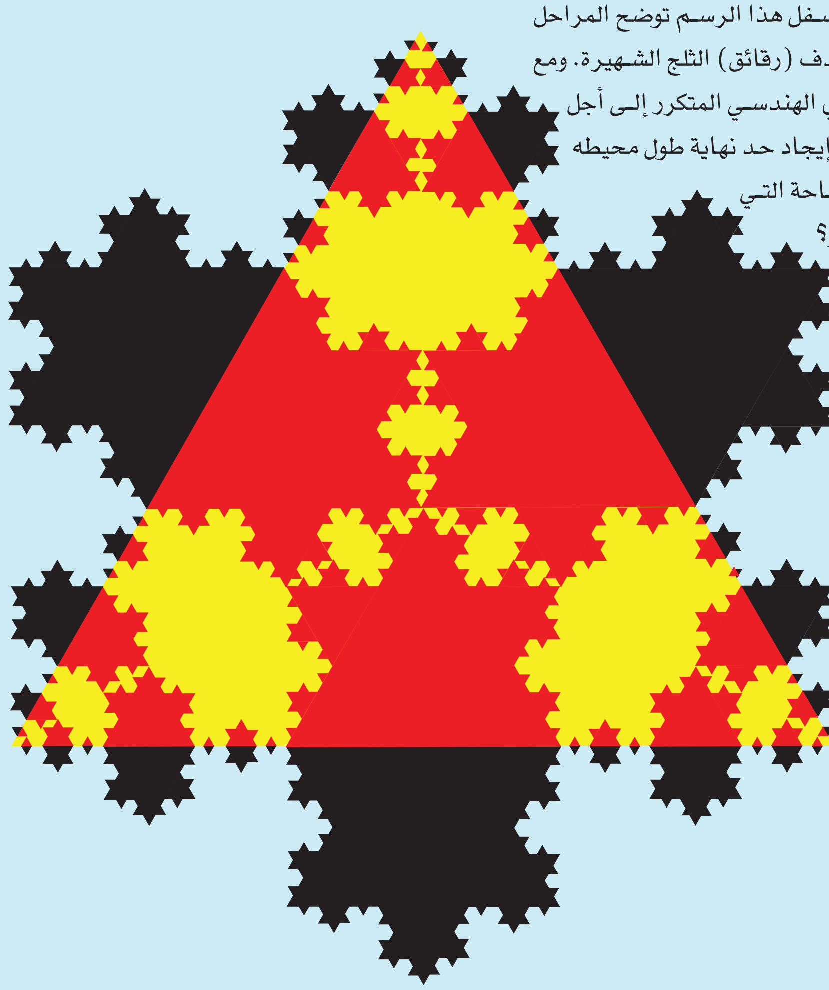
يُعدُّ منحنى ندف (رقائق) الثلج مقدمة أولى جيدة لفكرة الحدِّ و مفهوم الكسريات الهندسية (Fractals) المتكررة، إذ ليس من الممكن رسم منحنى حدِّي، ولكن يمكننا إنشاء المضلعات للتسلسل اللاحق فقط، ويترك المنحنى النهائي لمخيلة الناظر.

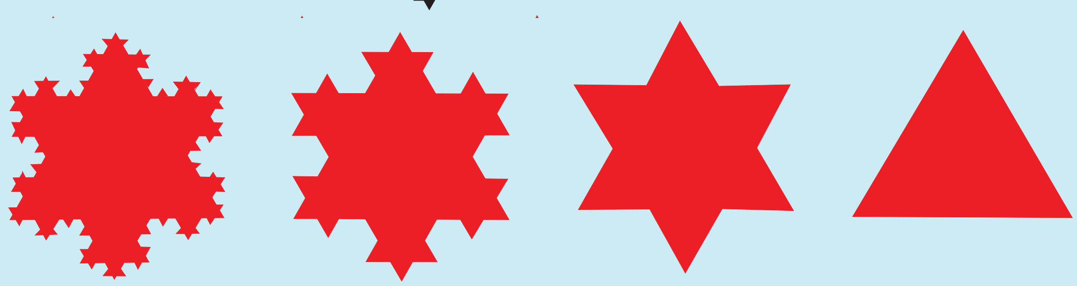
لعبة التفكير 604

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

منحنيات ندف الثلج ونقائضها

الأشكال حمراء اللون أسفل هذا الرسم توضح المراحل الأربعة الأولى لنمط ندف (رقائق) الثلج الشهيرة. ومع تواصل النمط الكسري الهندسي المتكرر إلى أجل غير مسمى، هل يمكنك إيجاد حد نهاية طول محيطه الخارجي وإيجاد المساحة التي سيغطيها في نهاية الأمر؟



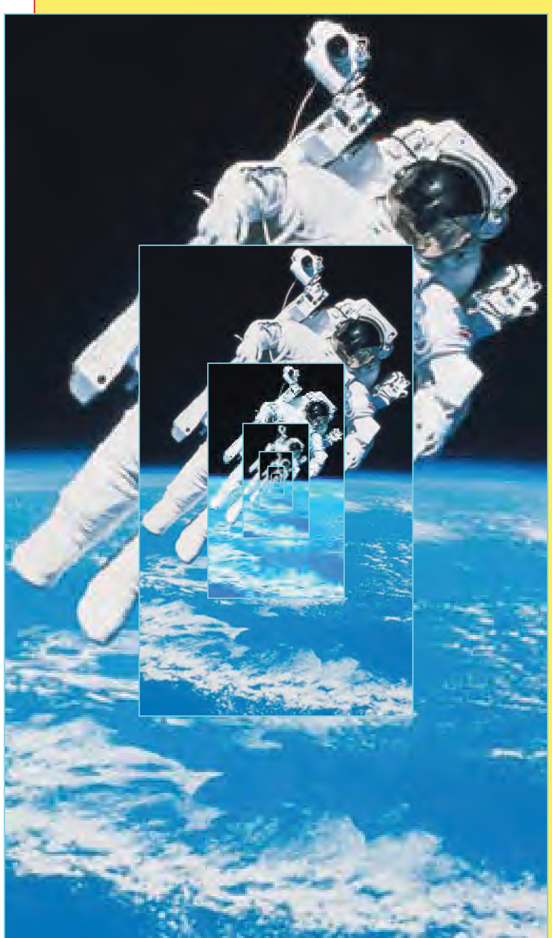


لعبة التفكير 605

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

اللانهاية والمحدودية (Infinity and Limit)

ارتفاع كُلِّ صورة هو نصف ارتفاع الصورة الموجودة فيها، فإن استمرار هذا النمط سيكون هناك عدد لا نهائي من الصور، وعوضًا عن وضعها واحدة داخل الأخرى، تخيل تكديسها فوق بعضها. فما طول البرج الذي سيتكون من هذه الصور؟



هندسة الكسريات (Fractal Geometry)

لقد ثار علماء الرياضيات في القرن العشرين ضد الرياضيات الكلاسيكية للقرون السابقة، وذلك حين اكتشفوا أن التراكيب والمنحنيات الرياضية لا تتلاءم مع الأنماط التي وضعها إقليدس (Euclid). وقدْ كان يُنظر إلى التراكيب والمنحنيات الجديدة في البداية على أنها سقيمة؛ لأنه يبدو أنها تزعزع المعايير الراسخة المعمول بها في ذلك الحين. هذا المصطلح (سقيم) يبدو مضحكًا حيث يتبيّن أن التراكيب الغريبة المجردة التي اخترعت للتحرر من القالب الإقليدي، موجودة في الكثير من الأشياء المألوفة.

والكسريات المتكررة هي أحد الأمثلة على ذلك.

قد لا يبدو أنَّ هناك الكثير من القواسم المشتركة ما بين الغابات، والسواحل البحرية، وتجمعات النجوم، والمسارات الذرية، لكن ذلك المفهوم الهندسي غير العادي يربط بينها جميعًا.

والكسريات الهندسية المتكررة تبدأ بالأنماط البسيطة. لنأخذ أقصر مسافة بين نقطتين؛ ألا وهي الخط المستقيم، ولنضف بعض المنعطفات والمطبات فيزداد طول هذه المسافة، إذ كلما صارت أكثر التواءً ازدادت طولًا؛ لذا إذا ما صار الخط غير منتظم بما فيه الكفاية، سيصبح طويلًا بصورة لا نهائية، ومن ثَمَّ يصبح لديك نمط كسري متكرر.

والساحل البحري هو مثال نموذجي هنا، فأيًّا ما كان مقدار تكبيرك لمقياس رسم الخارطة، فإن الساحل البحري سوف يعبر عن نمط الشكل المتعرج نفسه.

وقد اكتشف عالم الرياضيات البولندي بينوت ماندلبروت (Benoit Mandelbrot) في عام 1977م مجموعة كسريات هندسية متكررة أخرى تُعدُّ مثالًا آخر على نقطة التقاء البساطة مع التعقيد التي نجدها في هندسة الكسريات المتكررة.

ويمكن توليد مجموعة أنماط كسرية متكررة بوساطة بضعة أسطر من الرموز الحاسوبية، لكن ستكون هناك حاجة إلى قدر لا نهائي من المعلومات لوضع وصف كامل لشكل مخططها. والأنماط الكسرية المتكررة المشتقة من أعمال (ماندلبروت) استخدمها فنانو رسوم الحاسوب في إبداع مناظر طبيعية خيالية تبدو حقيقية بقدر حقيقة أي مناظر طبيعية نجدها على الأرض.

والأنماط الهندسية الكسرية المتكررة وضعت مسارًا فكريًّا جديدًا بشأن التركيب البنائي؛ فهذه الأنماط توضح أن عالم الرياضيات البحتة إنما يحتوي على كنز من الاحتمالات التي تذهب إلى ما هو أبعد من التراكيب البسيطة التي رآها العلماء الرياضيون السابقون في الطبيعة.

لعبة التفكير 606

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



الأعداد المتحابة

هل يمكن ألا تكون الأعداد مجرد أعداد تامة وإنما أعداد صديقة أو متحابة؟ ادرس العددين 220 و284، هل يمكنك اكتشاف العلاقة الخفية ما بينهما؟

لعبة التفكير 607

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

التحليل إلى العوامل

يمكن للأعداد الطبيعية أن تكون إما مركبة أو أولية. وتُعد الأعداد الأولية مثل قوالب الطوب التي تستخدم في بناء الأعداد المركبة. وفي الحقيقة، فإنه يمكن التعبير عن أي عدد طبيعي على نحو فريد من نوعه بوصفه ناتجًا من هذه الأعداد الأولية.

هل يمكنك إيجاد الأعداد الأولية التي تُمَثِّل عوامل العدد 420؟

420

لعبة التفكير 608

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

حلقة الرقص

يرقص أحمد برفقة أصدقائه من المملكة العربية السعودية ودولة الإمارات العربية في دائرة رقصة المزمار، أُعدت الدائرة بحيث يكون كل راقص بجانبه اثنين من الاشخاص من البلد نفسه، فكم عدد الفتيان الإماراتيين إن كان هناك اثنا عشر فتى سعوديًّا في الدائرة؟



الأعداد الكبيرة

مـا الرقم الذي يُعـد بالفعل رقماً كبيرًا؟ إن إحدى الأساطير الهندية تروي قصة الهدية التي منحها الملك شيرهان (Shirhan) إلى وزيره الذي كان قدْ اخترع لتوه لعبة الشطرنج، فالوزير الذي فكَّر في أقصى ما يستطيع أن يطالب به من دون أن يكون وقحًا، قال للملك: «أعطني حبة واحدة من القمح أضعها على المربع الأول من رقعة الشطرنج، وحبتي قمح على المربع الثاني، ولنواصل هذه المضاعفة لكُلِّ مربع تالٍ من المربعات الأربع والستين لرقعة الشطرنج». وافق الملك على الطلب على الفور، وهو ما كان خطأً كبيرًا من جانب الملك؛ إذ على الرغم من أن المربعات القليلة الأولى يمكن ملؤها بصورة يسيرة، فإن قوة المضاعفة سرعان ما جعلت طلب الوزير مستحيل التحقيق. فالمتتابعة التي تسمى متوالية هندسية، تسير على النحو الآتي:

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + 2^5 + 2^6 \dots$$

$$2^{62} + 2^{63} = 2^{64} - 1$$

فالكمية التي طالب بها هذا الوزير بلغ مجموعها أكثر من 10 مليارات مليار حبة قمح، وهو ما تبين كونه مساويًا لإنتاج القمح في العالم لمئات السنين. وعلى الرغم من أن ذلك رقم كبير لا يصدق تقريبًا، فإنه لا يزال رقمًا متناهيًا، ومع توافر الوقت الكافي –من الناحية النظرية فقط على الأقل– يمكن للمرء أن يحصيه إلى آخر خانة.

أما الأعداد اللانهائية من جهة أخرى، فهي أكبر من أي رقم يمكن لك تدوينه مهما طال الزمن الذي تكتب فيه. والكثير من الأفكار ذات الصلة بالأعداد اللانهائية تتسم بأنها باعثة على الدهشة وغير متوقعة بصورة تخالف البديهة؛ على سبيل المثال، من الممكن مقارنة اثنتين من مجموعات الأعداد اللا نهائية وتحديد أي المجموعتين هي الأكبر.

وقد تمكن عالم الرياضيات الألماني جورج كانتور (Georg Cantor)، والمعروف باسم مؤسس علِم حساب اللانهائية، من العثور على الإجابة؛ فقدْ خلص كانتور إلى أنه إذا جمع زوجًا من القيم الحسابية من المجوعتين اللانهائيتين بحيث يتحدان في قيمة واحدة تكون المجموعتان اللانهائيتان الاثنتان متساويتين وخلاف ذلك تكون إحدى المجموعتين اللانهائيتين أكبر من الأخرى.

تطبيق هذه القاعدة يؤدي إلى بعض النتائج المدهشة. قارن –على سبيل المثال– لا نهائية الأعداد الزوجية بلا نهائية الأعداد الفردية. فلا مشكلة هنا، فحدسك سيخبرك أن هناك أعدادًا زوجية بقدر ما هنالك أعداد فردية. ولكن ماذا عن المجموعة اللانهائية للأعداد الصحيحة كلها مقابل مجموعة الأعداد الزوجية فقط؟ بالتأكيد مجموعة الأعداد الصحيحة هي أكبر من مجموعة الأعداد الزوجية فقط، لأن الأعداد الزوجية هي محتواة داخل الأعداد الصحيحة. ولكن حين يبدأ المرء في عقد المقارنة بين المجموعتين فيجد أن :

1—2، 2—4، 3—6، 4—8، 5—10،

6—12، 7—14، 8—16 . . .

فلكل عدد صحيح هناك عدد زوجي، ولذلك فإن لا نهائية الأعداد الزوجية هي بالمقدار نفسه للانهائية الأعداد كلُها بالضبط. وهذه معضلة، ولكن أحد الأمور الغريبة بشأن التعامل مع المجموعات اللانهائية هو أن الجزء يمكن أن يساوي الكُلَّ.

فليست كُلُّ لا نهاية هي كالأخرى، فهناك الكثير جدًّا من النقاط الهندسية على خط أكثر مما هناك أعداد صحيحة أو أعداد كسرية؛ لأنه يستحيل وضع تطابق تتابعي واحد بواحد ما بين النقاط على خط والأعداد الصحيحة. لكن يتبع ذلك أيضًا أن عدد النقاط نفسه يوجد في خطوط 1 بوصة، أو 1 قدم، أو 1 ميل. غير أن كل عدد النقاط الهندسية، على الرغم من أنه أكبر من كل عدد الأعداد الصحيحة والأعداد الكسرية، ليس هو أكبر مجموعة لا نهائية معروفة لدى علماء الرياضيات، فعدد المنحنيات الهندسية هو أكبر من مجموع كل النقاط الهندسية على خط.

وقد قام كانتور بترميز مختلف المجموعات اللانهائية بالحرف العبري ألف ( )، لذلك فإن تسلسل الأعداد الكامل يبدو اليوم على النحو الاتي:

الأعداد الصحيحة، والأعداد الكسرية ($_1$)

النقاط على خط ($_2$)

مختلف المنحنيات الهندسية ($_3$)

برج هانوي (The Tower of Hanoi)

يعد لغز بابل (لعبة 609) أحد الألغاز التي نشأت من أجمل وأصعب لغز تم تأليفه، ألا وهو لغز برج هانوي الذي ابتدعه عالم الرياضيات الفرنسي إدوارد لوكاس (Edouard Lucas) في عام 1883م، وقد وضع لوكاس اللغز كأسطورة قديمة في معبد بينارس (Benares) وهذا اللغز عبارة عن لوحة نحاسية مستطيلة تم تثبيت ثلاثة مسامير كبيرة عليها بشكل عامودي وبينها مسافات متساوية على اللوحة (⊥⊥⊥)؛ وبعدها صنع لها 64 قرصًا ذهبيًا مثقوبًا في الوسط، حيث تختلف الأقراص في حجمها (◯،◯،...). قبل البدء في اللعب يتم رص هذه الأقراص فوق بعضها في عمود واحد فقط من الأعمدة الثلاثة التي على اللوحة بحيث تكون الأقراص مرتبة من الأكبر في الأسفل إلى الأصغر في الأعلى. الهدف من اللغز هو نقل جميع الأقراص (64) من هذا العمود إلى أحد العمودين الآخرين شريطة أن لا يوضع أي قرص من هذه الأقراص فوق قرص أصغر منه، ويجب استخدام الأعمدة الثلاثة فقط لنقل الأقراص فيما بينها. وقد حاول أحد كهنة هذا المعبد أن ينقل الأقراص ليل ونهار وفق هذه الشروط لحل اللغز لكنه لم يستطع. وحتى لو كانت هذه الأسطورة صحيحة وأن الكاهن يستغرق في كل نقلة ثانية واحدة فقط، فإنه سيحتاج إلى 600 بليون سنة لحل اللغز، أي 60 ضعف عمر الشمس. لحساب عدد النقلات (x) اللازمة لإتمام حل لغز برج هانوي لعدد محدد من الأقراص (n) نستخدم المعادلة الآتية: $x = 2^n - 1$ وهكذا، فإن قرصين يحتاجا إلى ثلاث نقلات وثلاثة أقراص تحتاج إلى سبع نقلات، وهلم جرا.

لعبة التفكير 609

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

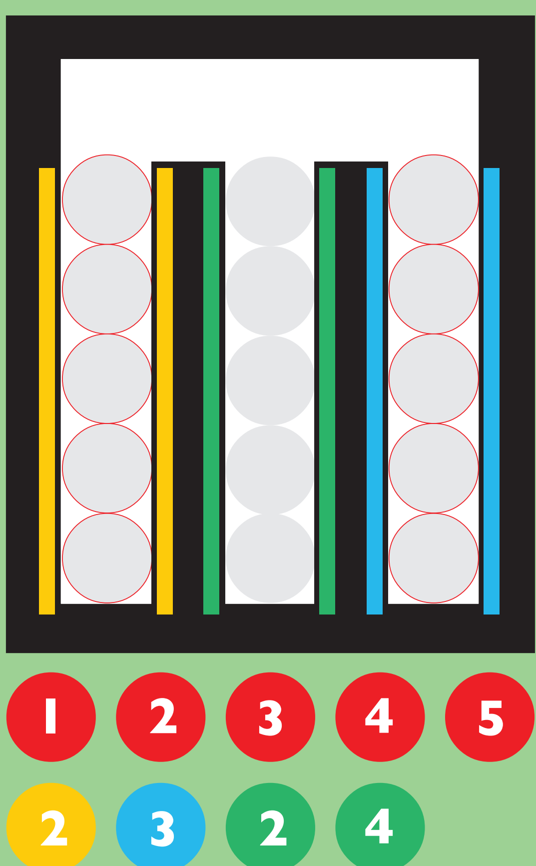
بابل (Babylon)

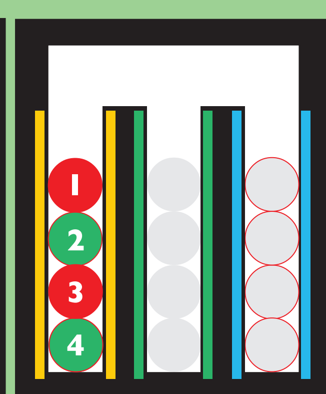
هذا اللغز هو أحد أنواع لغز برج هانوي المعروف. يمكن أن تلعبه بعدة مستويات من الصعوبة وبقواعد إضافية. يبدأ اللغز بمجموعة أقراص مرقمة في العمود الأيسر كما هو موضح في الأشكال أدناه. المطلوب هو أن تنقل الأقراص في كل لغز إلى العمود الأيمن بحيث تبقى الأقراص محتفظة بنفس الترتيب الرقمي الذي هي عليه. والقاعدة الأساسية في ذلك، هي أن لا تضع قرصًا فوق قرص آخر قيمته العددية أقل، كما يمكنك استخدام العمودين الأوسط والأيمن وكذلك الأيسر لنقل هذه الأقراص كما تشاء نقلة واحدة كل مرة وفق ذلك إلى أن تصل إلى الترتيب المطلوب في العمود الأيمن.

في الألغاز (4, 3, 2, 1) المشار إليها في الرسم الأيسر أدناه، المطلوب منك إيجاد أقل عدد ممكن من النقلات اللازمة لنقل 2 ثم 3 ثم 4 ثم 5 من هذه الأقراص من العمود الأيسر إلى العمود الأيمن على التوالي.

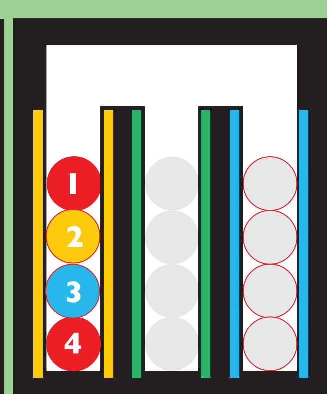
في اللغز 5 المشار إليه في الرسم الأوسط أدناه، المطلوب منك إيجاد أقل عدد ممكن من النقلات اللازمة لنقل 4 أقراص من العمود الأيسر إلى العمود الأيمن وفق شرط إضافي، وهو عدم وضع قرصين من نفس اللون فوق بعض، وهذا يعني أنه لا يمكن وضع القرص الأحمر رقم 1 فوق القرص الأحمر رقم 4.

وأخيرًا، في اللغز 6 المشار إليه في الرسم الثالث أدناه، المطلوب منك إيجاد أقل عدد من النقلات اللازمة لنقل 4 أقراص من العمود الأيسر إلى العمود الأيمن وفق شرط إضافي أيضًا، وهو عدم وضع قرصين من نفس اللون فوق بعض، وهذا يعني أنه لا يمكن وضع القرص رقم 1 فوق القرص رقم 3، ولايمكن وضع القرص رقم 2 فوق القرص رقم 4.

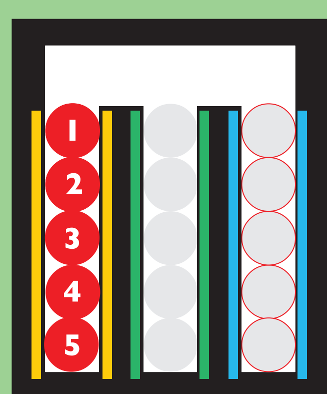




اللغز 6



اللغز 5



اللغز من 1–4

لعبة التفكير 610

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مركب للغاية (Highly Composite)

الأعداد المركبة هي حاصل ضرب عددين أو أكثر من الأعداد الأولية، ولكن للعدد (المركب للغاية) من العوامل أكثر من أي عدد أقل منه؛ على سبيل المثال 12 هو عدد مركب للغاية؛ لأنه لا يوجد عدد أقل من 12 ولديه ستة عوامل. ويتكون العدد 12 من 12، 6، 4، 3، 2، 1.

ما العدد المركب للغاية التالي؟ الجواب، بالطبع عدد له 8 عوامل.

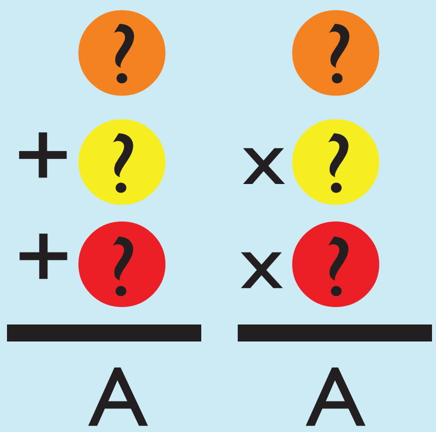


لعبة التفكير 611

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الجمع والضرب

ما هي الأرقام الثلاثة التي يكون مجموعها مساويًا لحاصل ضربها؟



لعبة التفكير 613

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

العملة السحرية الخفية

غالبًا ما تشرح إحدى الحيل للعملة الأكثر جمالًا بوصفها عملًا فذًّا من الإدراك ــ ولكنها في الواقع مثالٌ لمفهوم رياضي للتكافؤ.

اطلب إلى شخص رمي حفنة من النقود على الطاولة. بعد نظرة خاطفة سريعة على النتيجة، أدر ظهرك واطلب إلى شخص أن يقلب أزواج العديد من هذه العملات عشوائيًّا ــ كما يشاء هو أو هي. ثم اطلب إلى هذا الشخص أن يغطي عملة واحدة منها.

وعندما تواجهه مرة أخرى، يمكنك أن تخبره على الفور ما إذا كانت العملة المغطاة تظهر صورة أو كتابة.

هل يمكنك اكتشاف السر الرياضي في قلب هذه الخدعة؟



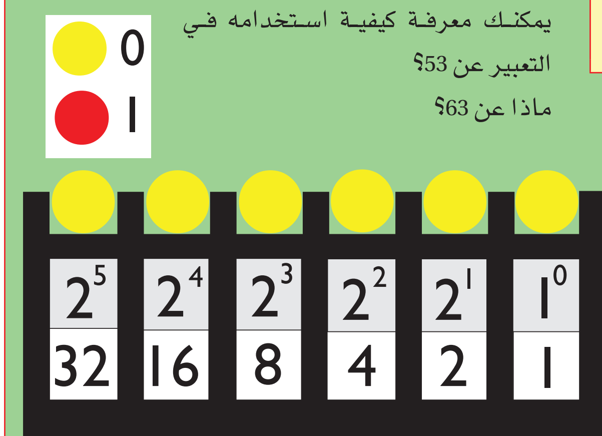
لعبة التفكير 612

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

العداد الثنائي (Binary Abacus)

يتكون قلب أجهزة الحاسوب ببساطة من مجموعة من المفاتيح الإلكترونية، والنظام الثنائي أو الأساس 2 هو لغة عصر المعلومات، وعلى الرغم من أن النظام الثنائي يستخدم الرقمين 1 و 0 فقط، فإنه يمكن أن يمثل أي رقم صحيح.

يستطيع العداد أدناه تمثيل الأعداد في شكل ثنائي. هل يمكنك معرفة كيفية استخدامه في التعبير عن 53؟ ماذا عن 63؟



البتات وأجهزة الحاسوب (Bits and Computers)

على الرغم من براعة الحواسيب في القيام بالعمليات الحسابية والتحكم في الآلات، فإنها ليست في الأساس أكثر بقليل من مجموعة من المفاتيح. ويستطيع كل واحد من الآلاف من الدوائر الإلكترونية في جهاز الحاسوب فتح الدائرة أو إغلاقها على نحو متقطع وسريع بشكل مذهل؛ فعندما تتدفق نبضة من الكهرباء من خلال الدائرة، يعمل الحاسوب؛ وعندما لا تتدفق الكهرباء، فإنه يتوقف. والدوائر التي تعمل تحمل القيمة 1؛ والدوائر التي لا تعمل تحمل القيمة 0.

تُعدُّ الأرقام 1 و 0 أساس النظام الثنائي (Binary Numbers) المستخدم في أجهزة الحاسوب، ويسمى كل رقم بتًّا (Bit)، اختصارًا للرقم الثنائي. وعادة ما تتعامل أجهزة الحاسوب مع سلاسل من ثمانية أو ستة عشر بت في المرة الواحدة. كل مجموعة من ثمانية بتات تسمى بايت (Byte).

يمكن جعل أربعة مفاتيح أن تعمل خلال 2^4، أو 16، طريقة مختلفة. ويمكن تمثيل هذه المفاتيح الأربعة بوساطة خلايا في مربع مكون من 2 × 2 وحدة، حيث تلون مفاتيح (فتح) باللون الأحمر ومفاتيح (الإغلاق) باللون الأصفر. وعند حساب الاحتمالات الثنائية كلها سنحصل على مجموعة من ستة عشر مربعًا نستطيع من خلالها اللعب وحل الألغاز.

لعبة التفكير 614

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
10	1010
11	1011
12	1100
13	1101
14	1110
15	1111

13	A	B	P	O
4	Y	G	T	H
9	A	K	S	E
6	G	A	B	R

5	L	E	A	N
10	A	I	C	N
6	I	H	E	S
10	U	E	C	A

10	A	T	O	F
11	O	N	A	B
4	E	C	D	U
10	F	I	B	O

13	M	I	U	D
4	A	E	N	D
4	C	U	A	T
11	V	N	J	K

الشبكات الثنائية (Binary Grid)

يوجد رسالة باللغة الإنجليزية مهمة جدًا لكنها مخفية في شبكات المربَّعات الأربعة المذكورة أعلاه. هل تستطيع استخدام مفاتيح حل اللغز الموجودة في الشبكة التي على اليسار والمعلومات الأخرى الموجودة في الصفحة للعثور على تلك الرسالة المخفية؟

عيِّنة رسالة

6	B			I
13			N	
10		A		R
11		Y		

لعبة التفكير 615

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎ 🗐 ✂
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

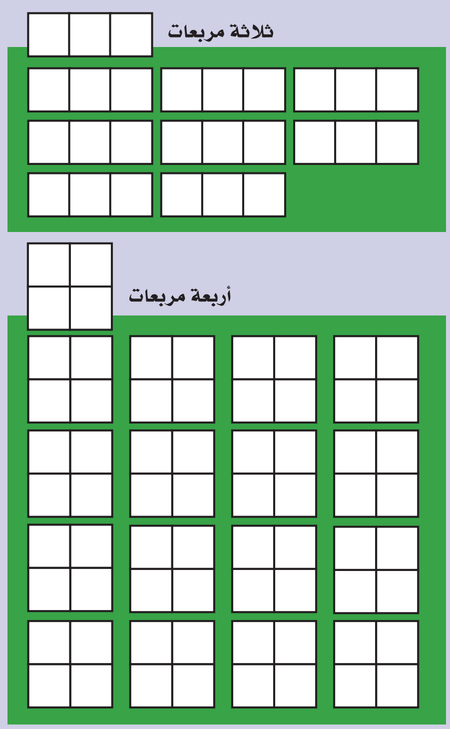
القطع الثنائية

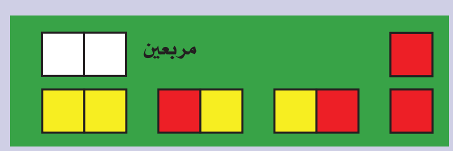
إذا كان هناك مربع واحد يتعين تلوينه بلون تختاره من بين لونين، فإنه من السهل معرفة مدى محدودية خياراتك.

أما إذا كان لديك مربعان ولونان فقط، فهناك أربعة احتمالات ممكنة لتلوينهما على النحو الموضح أدناه.

هل تستطيع أن تجد الاحتمالات الممكنة لتلوين شريط من ثلاثة مربَّعات. ماذا عن مصفوفة مربعة من الرتبة اثنين في اثنين؟

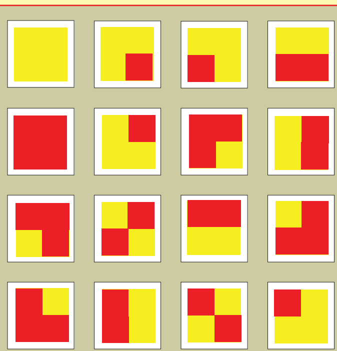
بمجرد قيامك بتلوين المصفوفات من الرتبة اثنين في اثنين بطريقة صحيحة، فسوف يكون لديك قطع اللعب المهمة للعب لعبة تركيب القطع (BITS_Q) (لعبة التفكير 616)

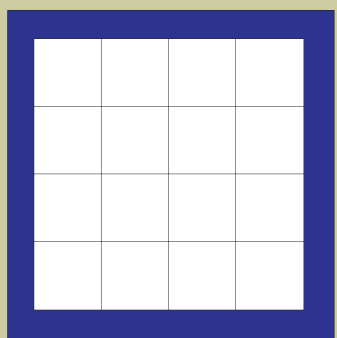




لعبة التفكير 616

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎ 🗐 ✂
الاستكمال: ☐ الوقت: ______





عدد (كمية) البتَّات (Q–Bits)

هناك العديد من الطرق المختلفة لترتيب البلاطات الستة عشر على شبكة مكونة من 4×4 مربعات. ولكن هل يمكن أن تفعلها بطريقة تكون معها ألوان المربَّعات المتجاورة متطابقة عند طول كل حافة؟

هذا هو الهدف من اللغز، واللعب من خلاله يكون بمفردك أو من خلال لعبة تنافسية.

وللعب بمفردك، غطِّ اللوح بالمربعات الستة عشر كلها من اللعبة 615 وفقًا لمبدأ لعبة الدومينو: مع تطابق الحواف المتلامسة. ما عدد الحلول المختلفة التي يمكنك أن تجدها؟ انسخ الحلول الخاصة بك على الشبكة، سترى أن بعضًا منها لديه شكل جماليٌّ جميل جدًّا.

وللعب تنافسيًّا مع شخص آخر، ابدأ من خلال خلط المربَّعات ووجهها إلى الأسفل. يختار اللاعبان بالتناوب المربعات ويضعانها على اللوحة. كما هو الحال في اللعب المنفرد، يجب على أي مربَّعات تتلامس أن تتطابق في ألوانها على طول حوافها. واللاعب الأخير الذي يمكنه وضع المربع وفقًا لهذه القواعد يُعدُّ هو الفائز.

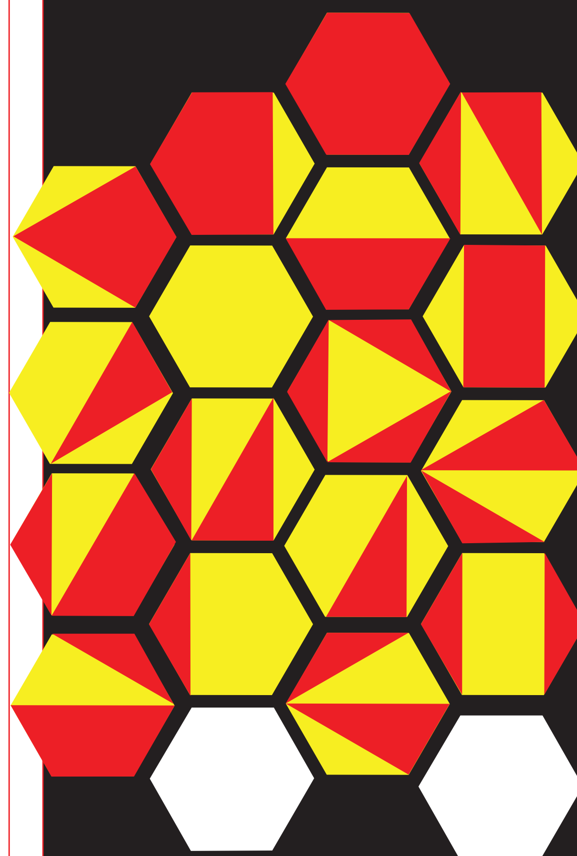
أطول لعبة تتألف من ست عشرة حركة، وسوف تملأ اللوحة. فهل يمكنك العثور على أقصر لعبة ممكنة، أي، أقل عدد من المربَّعات اللازمة لمنع المزيد من الحركات؟

لعبة التفكير
617

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

البتات السداسية 1

إذا قسَّمت شكلًا سداسيًّا بخطوط مرسومة بين رؤوسه، يمكنك ملء الأماكن المتناوبة بواحد من لونين من الألوان المختلفة، كما هو مبين. فإذا لم يحتسب الدوران ولا الانعكاس على أنه نمط مختلف، يوجد هناك، تسعة عشر نمطًا فريدًا فهل يمكن إنشاؤها بهذه الطريقة. لقد أعطيت سبعة عشر منها – هل يمكنك العثور على الاثنين الآخرين؟



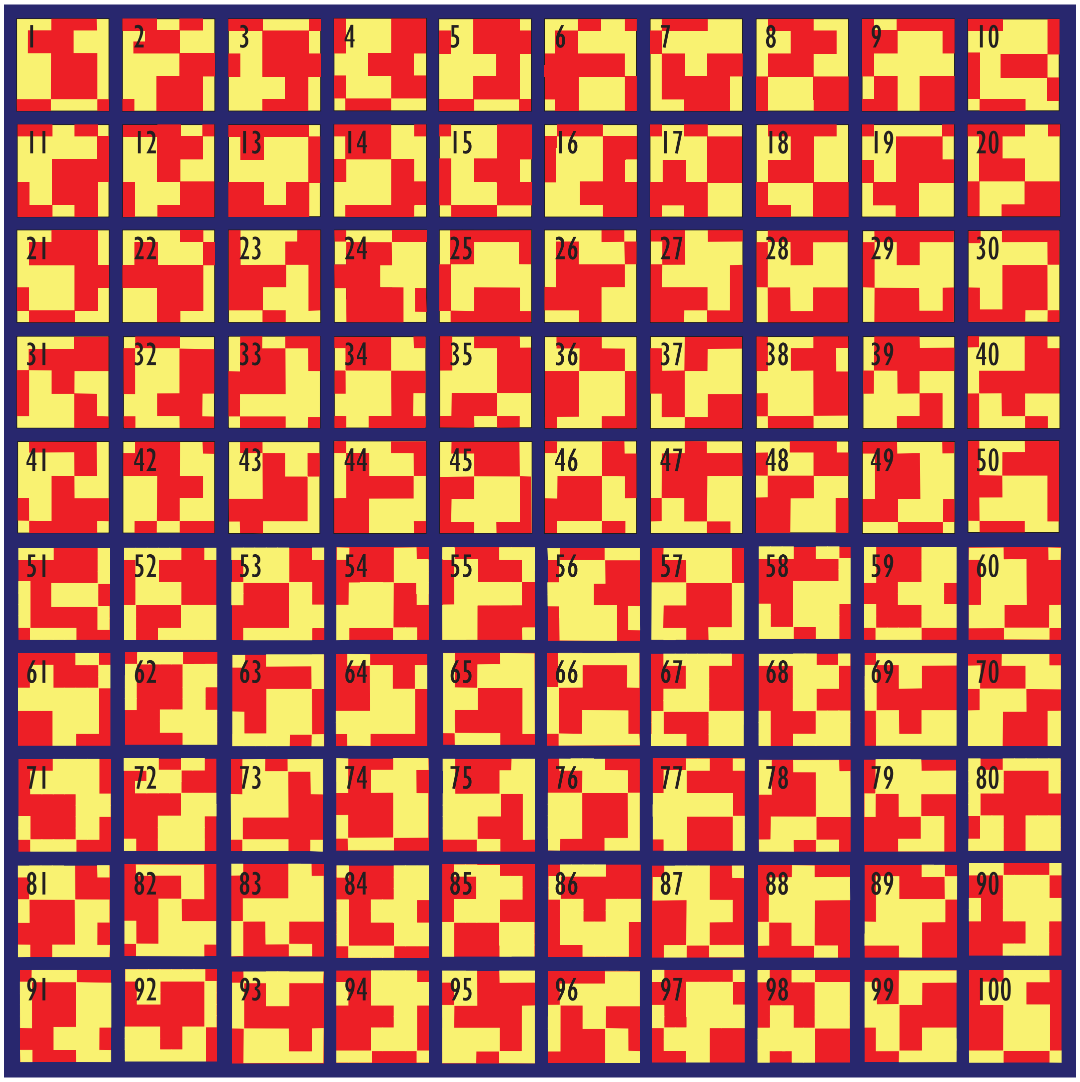
لعبة التفكير
618

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مطابقة الأزواج (Posi–Nega Q–Bits)

تظهر الحلول الخمسون للغز كيو – البتات (Q–Bits) أدناه، جنبًا إلى جنب مع تكرارات عند عكس ألوانها. ترقم المربَّعات 1 إلى 10 في الصف الأول، ومن 11 إلى 20 في الصف الثاني وهكذا. وكما تلاحظ، تكون المربَّعات 1 و 100 هي زوجًا معكوس اللون.

فكم الوقت الذي يستغرقك لمطابقة الأزواج الخمسين كلها؟



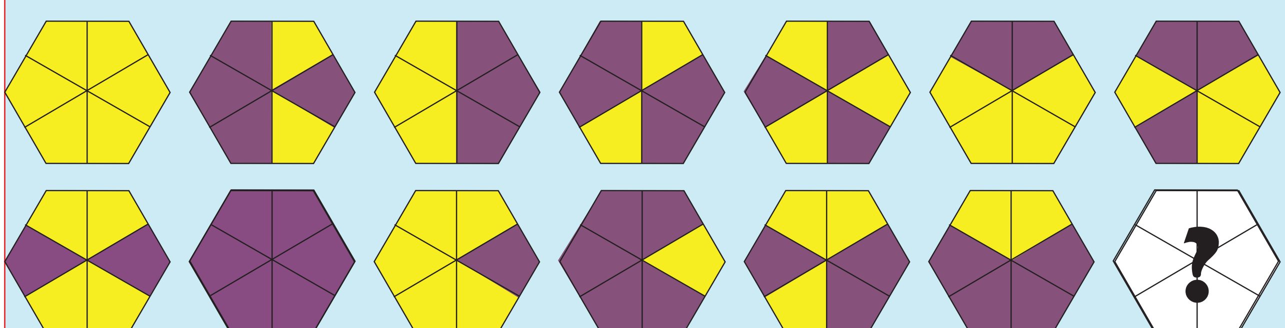
لعبة التفكير
619

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

البتات السداسية 2

إذا قَسَّمت شكلًا سداسيًّا إلى ست قطع على صورة إسفين، وعبَّأت كل قسم بواحد من لونين، فستحصل على ما يصل إلى أربعة عشر نمطًا فريدًا.

يظهر لك ثلاثة عشر منها. فهل يمكنك معرفة أيٍّ منها مفقود؟



لعبة التفكير
620

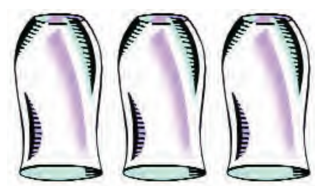
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

خدعة الأكواب الثلاثة



ضع ثلاثة أكواب على الطاولة، كما هو مبين أعلاه. هدفك وضع الأكواب الثلاثة في وضع رأسي معتدل في ثلاث خطوات، بحيث تقلب كوبين في وقت واحد. تجربة سريعة قد تظهر أن هذا سهلٌ في الظاهر، بعد أي عدد من الحركات يمكن إتمامها؟

بمجرد أن تنجح، أعد الأكواب الثلاثة جميعها إلى الوضع المقلوب كما هو مبين أدناه. ثم اطلب من أصدقائك تكرار السابق.



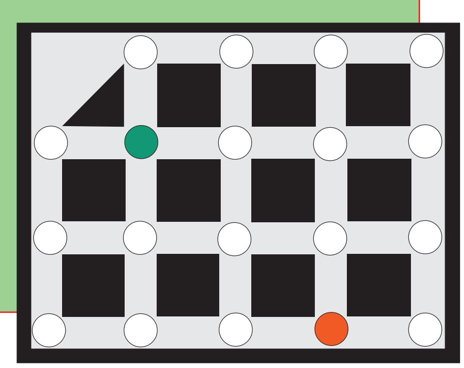
لعبة التفكير
622

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مطاردة الشرطة

يطارد في هذه اللعبة الشرطي (النقطة الخضراء) اللص (النقطة الحمراء). يتناوبان الحركات، وينتقلان من دائرة إلى دائرة مجاورة لها. يمسك الشرطي باللص إذا تمكن، عند انتقاله، من وضع نقطته الخضراء على النقطة الحمراء هل يستطيع الشرطي القبض على اللص في أقل من عشر حركات؟

هل يمكنك بعد ذلك وضع المثلثات الأربعة والعشرين جميعها في الشكل السداسي، بحيث يكون كل زوج من أضلاع المثلثات المتلامسة لهما اللون نفسه؟



لعبة التفكير
621

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مشكلة الأكواب الستة

ضع ستة أكواب على الطاولة، كما هو مبين. خذ أي زوج واقلبهما. إذا استمررت في قلب الأزواج بأي عدد من المرات، فكم من الوقت ستستغرق لتكون الأكواب الستة كلها مستقيمة؟ وماذا عن لو كانت الأكواب الستة المقلوبة؟

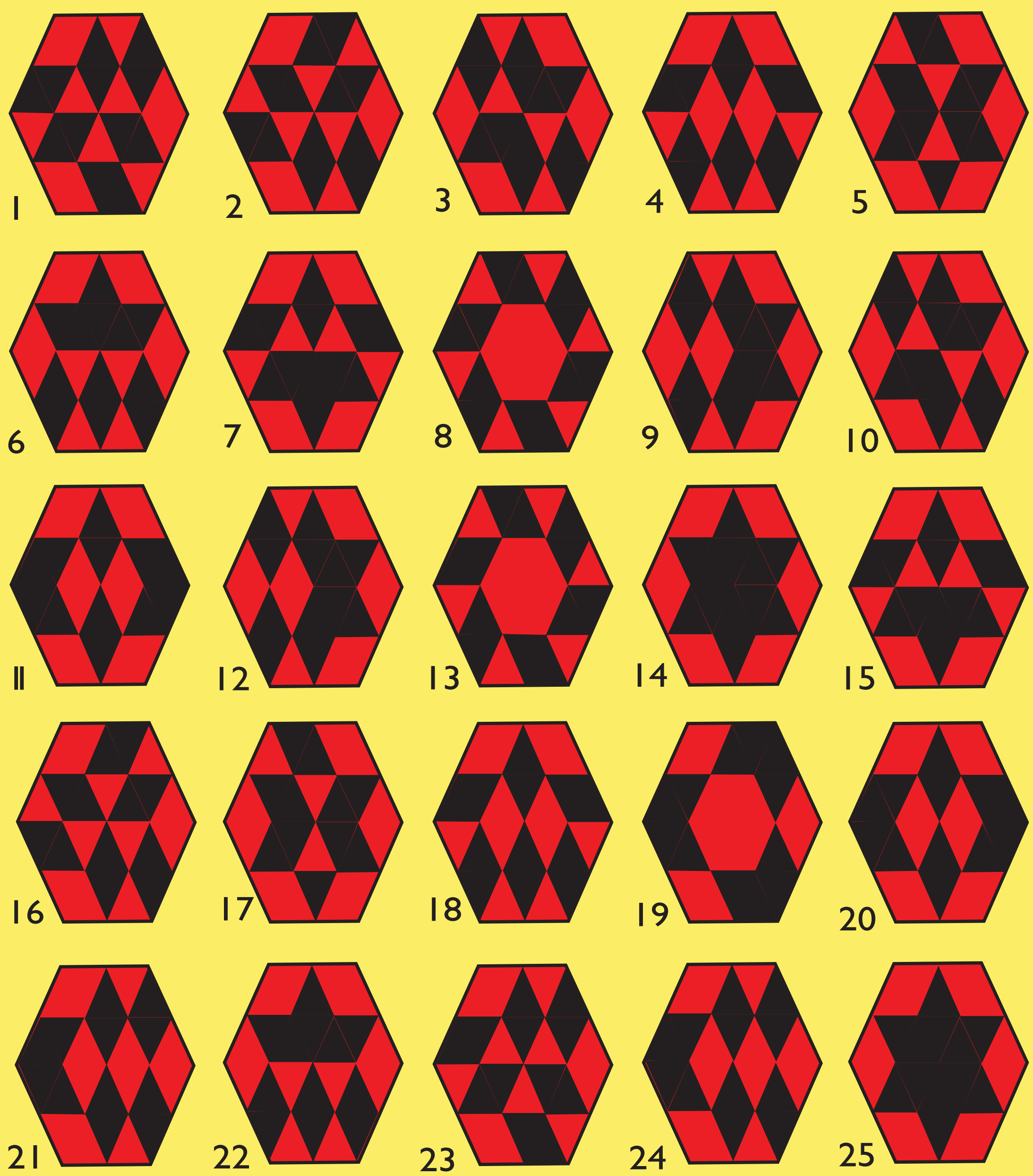


لعبة التفكير
623

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تكوين أزواج من السداسي

يوجد اثنا عشر زوجًا من الأشكال سداسية الأضلاع المتطابقة. ما الشكل السداسي المختلف عنها ؟



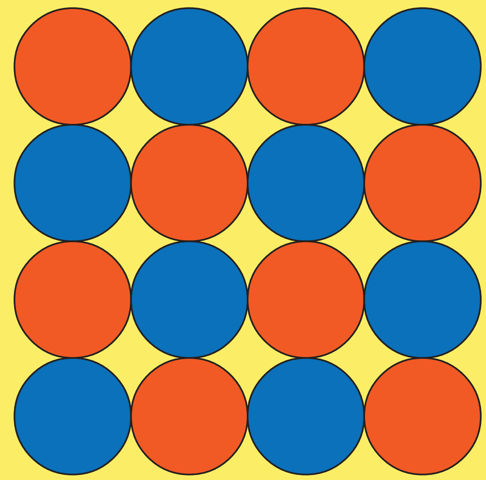
لعبة التفكير
624

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

نمط فيشات لعبة الورق

توضع ست عشرة فيشة على الطاولة في نمط متناوب الألوان، كما هو مبين.

فإذا كان مسموحًا لك أن تحرك اثنتين فقط من الفيشات إلى مواقع جديدة، فهل يمكنك أن تجد وسيلة لتحويل الترتيب في صفوف أفقية من لون واحد؟



لعبة التفكير
626

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مصباح في الغرفة العلوية

أحد هذه المفاتيح الثلاثة في الطابق الأرضي يضيء المصباح في الغرفة العلوية. وعملك هو معرفة أي من المفاتيح الثلاثة يضيء المصباح، ولكن يسمح لك الذهاب مرة واحدة فقط إلى الغرفة العلوية للتأكد من الضوء.

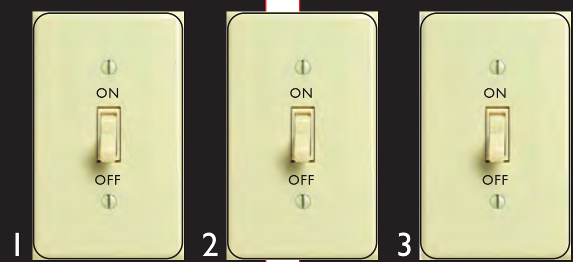
هل يمكنك اكتشاف أي من مفاتيح الإضاءة هو المفتاح الصحيح وفق هذا الشرط؟

لعبة التفكير
627

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المفاتيح العشوائية

أمامك ثلاثة مفاتيح إضاءة مرقمة (1, 2,3) كما في الشكل، أحدها ينير مصباح غرفة أخرى، لكنك لا تعرف أي هذه المفاتيح يضيء مصباح هذه الغرفة الأخرى، لذلك تضطر إلى فتحها جميعًا. إذا أردت معرفة أي المفاتيح الثلاثة يفتح مصباح هذه الغرفة من خلال زيارتك للغرفة مرة واحدة فقط، فهل ستنجح في ذلك؟

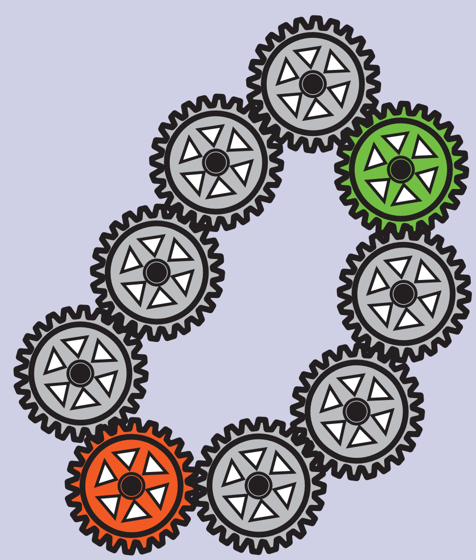


لعبة التفكير
625

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

سلسلة التروس المسننة

وضعت تسعة تروس في حلقة مغلقة، كما هو مبين أدناه. في أي اتجاه يجب أن يدور الترس الأحمر بحيث يدور الترس الأخضر في اتجاه عقارب الساعة؟

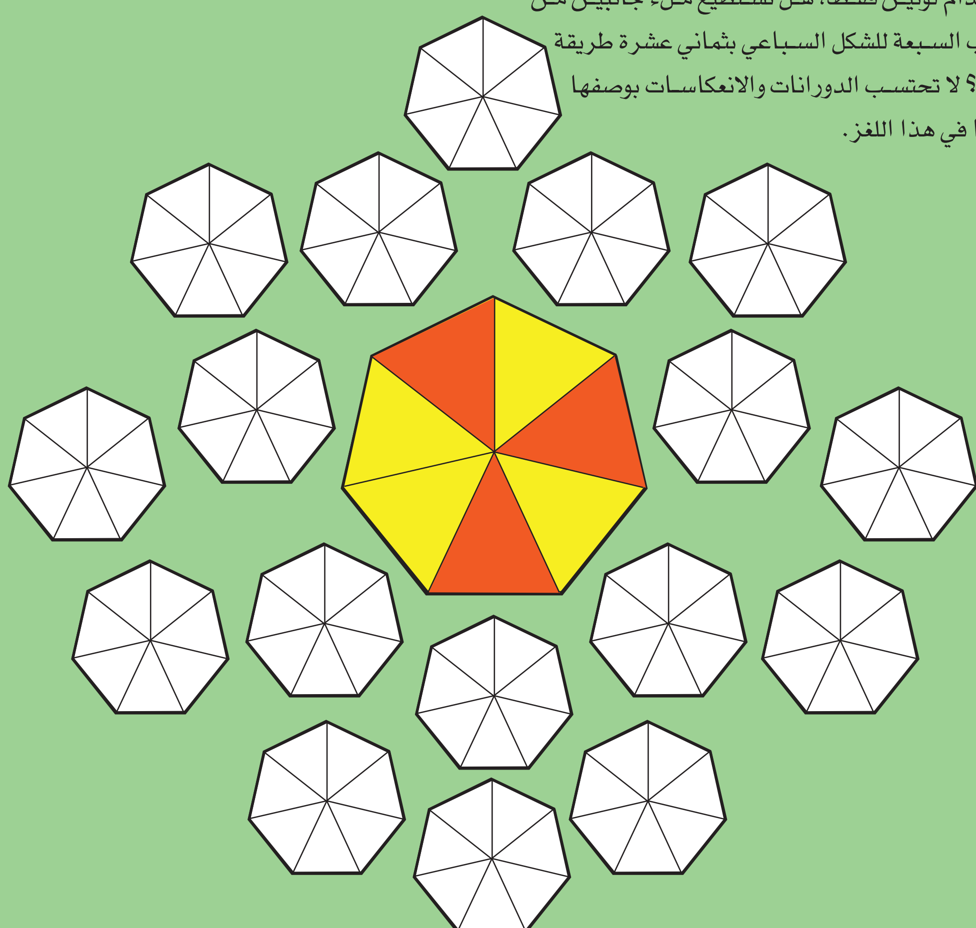


لعبة التفكير
628

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تلوين الشكل السباعي

باستخدام لونين فقط، هل تستطيع ملء جانبين من الجوانب السبعة للشكل السباعي بثماني عشرة طريقة مختلفة؟ لا تحتسب الدورانات والانعكاسات بوصفها اختلافًا في هذا اللغز.



لعبة التفكير
629

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

قلب الأكواب

يجب قلب الأكواب جميعها وجعل فوَّهتها إلى الأعلى، من خلال قلب ثلاثة أكواب في كل مرة. ما عدد الحركات التي ستستخدمها في ذلك؟



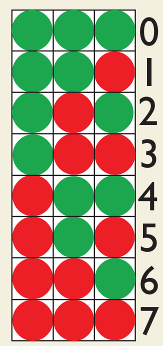
لعبة التفكير
630

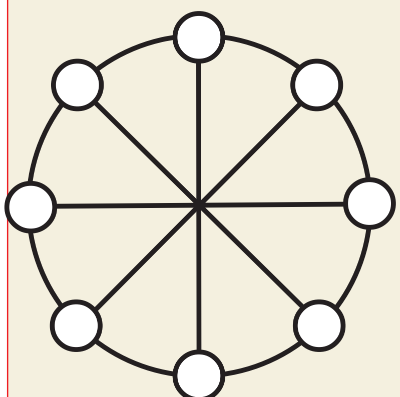
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الأعداد الثنائية أو عجلة الذاكرة 1

يمكن تجسيد الأوضاع الثلاثية الممكنة كلها من الأرقام 1 و 0 في ثلاثة مفاتيح بحيث قد تكون إما في وضع (فتح) أو (غلق). تمثل هذه الثلاثيات الأرقام الثمانية الأولى (بما في ذلك 0) من نظام الأعداد الثنائية. ومن المثير للاهتمام أن نلاحظ أنه توجد هناك حاجة إلى أربعة وعشرين مفتاحًا للتعبير عن الأعداد الثمانية الأولى في وقت واحد، كما هو مبين إلى اليسار.

في (الأعداد الثنائية) أو عجلة الذاكرة، يمكن وضع نفس الكمية من المعلومات فقط على ثمانية مفاتيح. ولتوضيح الكيفية، أمعن النظر في مخطط القلادة. هل يمكنك العثور على طريقة لاستخدام أربع حبات حمراء وأربع خضراء في مثل هذه الطريقة التي سوف تمثل الثلاثيات الثمانية كلها من الخرز على التتابع عندما تدور في اتجاه عقارب الساعة حول القلادة؟ وعلى الرغم من ضرورة أن تكون الحبات في الثلاثيات على التوالي، فيجب ألَّا تكون الثلاثيات متجاورة.



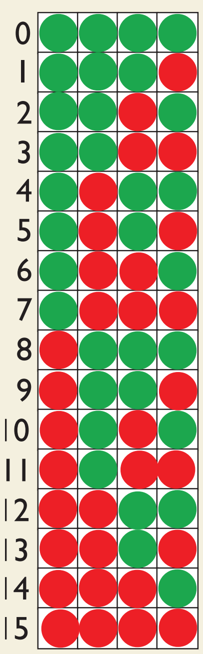


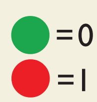
لعبة التفكير
631

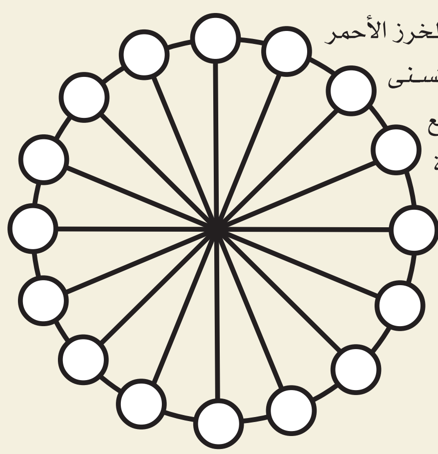
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الأعداد الثنائية أو عجلة الذاكرة 2

هل يمكنك عمل قلادة من ثماني حبات من الخرز الأحمر وثماني حبات من الخرز الأخضر؛ حتى يتسنى للمتواليات جميعها المكونة من الحبات الأربع (التي تجسد الأعداد الثنائية الستة عشرة الأولى، بما في ذلك 0)، ممثلة من خلال ثلاثيات الخرز المتتالية وأنت تتحرك في اتجاه عقارب الساعة حول القلادة؟



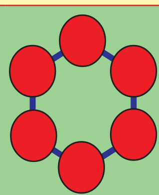


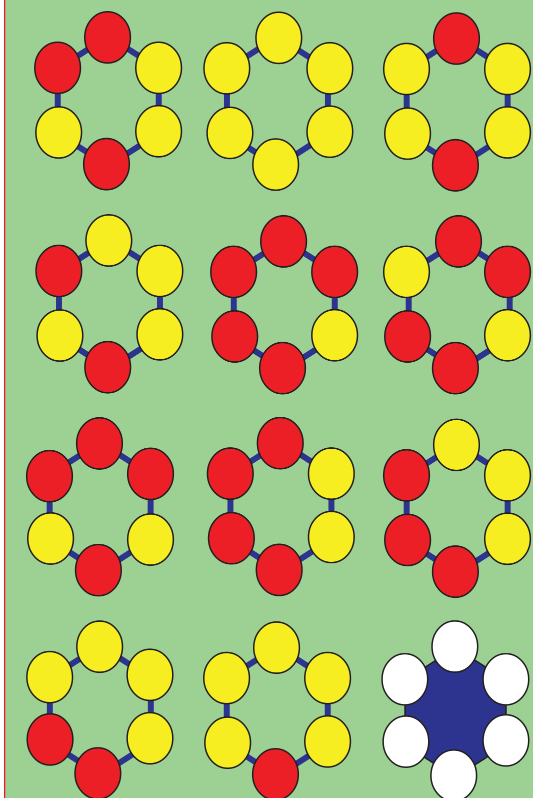


لعبة التفكير
632

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تلوين القلادة





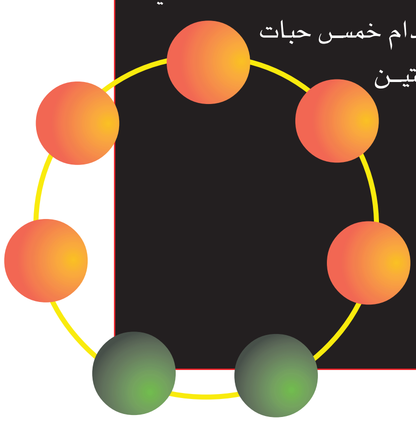
يوجد في كل قلادة ست حبات من الخرز، بعضها أحمر اللون والباقي أصفر. من خلال دراسة أشكال القلائد الاثنتي عشرة الموضحة في الشكل، هل تستطيع أن تكتشف نمط تلوين القلادة الثالثة عشرة؟

لعبة التفكير
633

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

القلادة

هل يمكنك أن تكتشف عدد القلادات المختلفة التي يمكن عملها باستخدام خمس حبات حمراء متطابقة وحبتين خضراء متطابقة؟



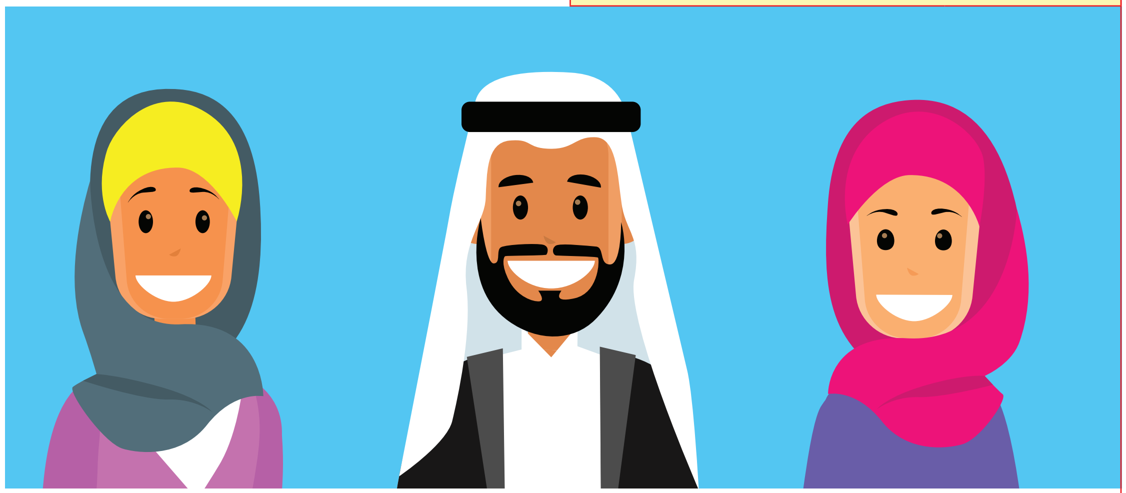


10

المنطق والاحتمالات

لعبة التفكير 634

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



التسلسل الهرمي

في المنطق، الشكل الأساسي للتفكير هو الاستنتاج، حيث يكون هو النتيجة المحددة التي يُتوصَّل إليها مبنية على أساس واحد أو أكثر، ويجب أن يكون الاستنتاج صحيحًا إذا كانت المعطيات المنطقية صحيحة، فيما يأتي مسألة تقليدية للاستنتاج توضح لك ما سبق.

في شركة معينة يتولى مناصب، الرئيس، والمدير، والسكرتير كل من، سلمان، وليلى، ومي، ولكن ليس بالضرورة على هذا الترتيب؛ السكرتير هو الشاب الوحيد، ويكسب الأقل. ومي المتزوجة من أخ سلمان، تكسب أكثر من المدير.

من هذه المعلومات، هل يمكنك معرفة وظيفة كلٍّ منهم؟

لعبة التفكير 635

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الببغاء

قرر محمد شراء ببغاء لتؤنسه، ولكنه أراد النوع الذي يتكلم. سأل محمد موظف متجر لبيع الحيوانات الأليفة: «هل تتكلم هذه الببغاء؟».

فأجاب البائع بوضوح. «هذه الببغاء تكرر كل كلمة تسمعها».

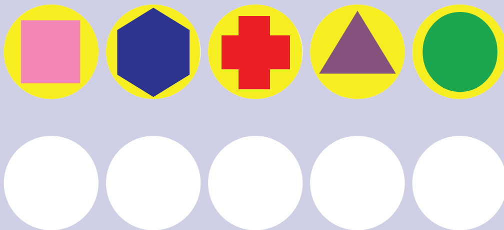
وكان ذلك الجواب مقنعًا لجعل محمد يشتري الطائر، ولكن بعد أشهر من محاولته تعليم الببغاء الكلام، قال إنه لم يسمع كلمة واحدة منها.

هل كان البائع كاذبًا؟ أم إن هناك جزءًا من المعلومات المهمة لم يُخبر محمد به؟



لعبة التفكير 636

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



التسلسل المنطقي

يختلف الصف السفلي من الأشكال المخفية في الدوائر البيضاء من حيث التسلسل عن الصف العلوي، وبالفعل يحقق الصف المخفي الشروط الآتية:

- لا تأتي إشارة الجمع، ولا الدائرة موجودة بجوار الشكل السداسي .
- لا تأتي إشارة الجمع، ولاالدائرة موجودة بجانب المثلث.
- الدائرة والشكل السداسي غير موجودين بجانب المربع.
- المثلث موجود على يمين المربع.

هل تستطيع أن تحدد تسلسل الأشكال المخفية؟

لعبة التفكير 637

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

فتاة – فتاة

لدى السيد عبدالرحمن والسيدة فاطمة طفلان، ويقولان لك إن واحدًا منهما على الأقل فتاة. على افتراض أن نسبة الفتيان والفتيات متساوية، ما احتمال أن يكون الطفل الآخر فتاة؟



لعبة التفكير 638

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مواجهة الجنوب

كيف يمكنك بناء منزل يحتوي على نافذة في كل جدار من جدرانه الأربعة، على أن تكون كل نافذة فيه تواجه الجنوب؟



لعبة التفكير 639

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

غوتي

قد تبدو الكلمة أدناه غريبة، ولكنها تنطق تمامًا مثل أي كلمة إنجليزية شائعة أخرى. حيث تُنطق الـ GH كما في كلمة (tough)، والـ (O) كما في كلمة (women) و (*ti*) كما في كلمة (emotion).

إذن، ما الكلمة الإنجليزية الشائعة الأخرى التي يبدو نطقها مثل (Ghoti)؟

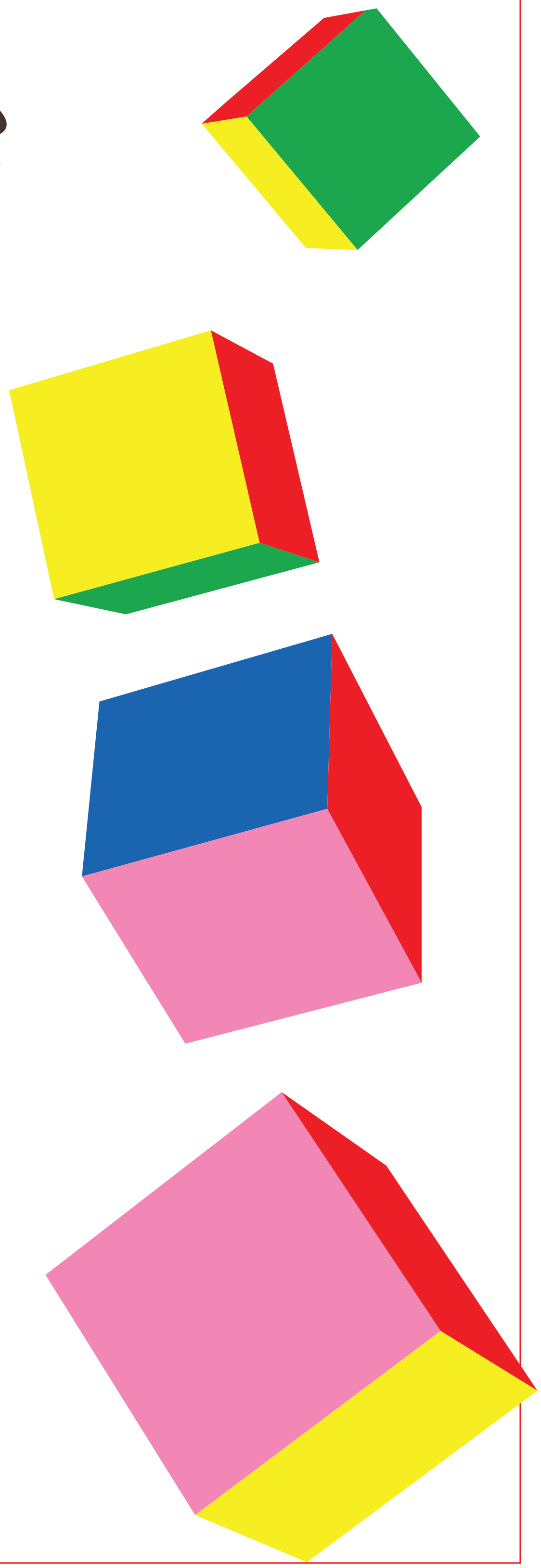
GHOTI

لعبة التفكير 640

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المكعب الملون

يظهر هذا المكعب نفسه في أربعة مواقع مختلفة. من هذه المعلومات، هل يمكنك معرفة لون الجزء السفلي (أو عكس) لجهة المكعب السفلية؟



لعبة التفكير 641

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الزواج

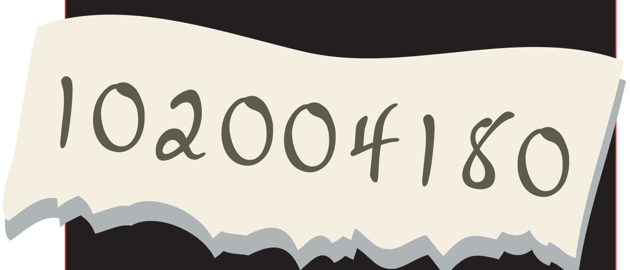
قبل سنوات عدة، تزوج رجل أخت أرملته. كيف فعل ذلك؟



لعبة التفكير 642

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

دفع الحساب



طلب رجل إنجليزي من مطعم فاخر في لندن طعامًا باهض الثمن، وعندما أحضروا له الطعام، نظر إليه ثم كتب الملاحظة أعلاه على الفاتورة.

وعندما رجع النادل إلى محاسب المطعم، قرأ الملاحظة وفهم ما أراد الزبون قوله فيها.

هل يمكن معرفة العبارة الإنجليزية التي كتبها الزبون؟

لعبة التفكير
643

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

الطيور الملونة



لدى أحمد عدد من الطيور الملونة، فإذا علمنا أن عدد الطيور الزرقاء منها يبلغ تُسع ($\frac{1}{9}$) عددها، وعدد الطيور الخضراء منها يبلغ رُبع ($\frac{1}{4}$) الباقي، وعدد الطيور الصفراء يبلغ ثُلث ($\frac{1}{3}$) ما تبقى من ذلك كله. فإذا علمنا أن المتبقي الأخير من تلك الطيور نصفه رمادي.

ما النسبة المئوية للطيور البيضاء؟

وما أقل عدد يحقق إجمالي عدد الطيور؟

لعبة التفكير
644

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

قول الصدق

أطفالنا الثلاثة هم إما كاذبون أو صادقون. هل يمكنك تحديد على وجه اليقين مَن منهم يقول الصدق؟



لعبة التفكير
645

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ________



سباق الخيل

تنص وصية رجل عجوز غريب الأطوار أن على ورثته الاثنين القيام بسباق للخيل، وصاحب الحصان الخاسر سيحصل على الميراث كله. أجري السباق عند الساعة المحددة له،، لكن عمل كلا الوارثيْن على ألا يعبر حصانه خط النهاية. وللخروج من هذا المأزق، فكر منفذ الوصية في تغيير طفيف على السباق، وبعدها تسابق الورثة الاثنان من جديد، والذي احتل المركز الأول فاز بالميراث.

كيف يمكن ذلك مع التزام الوارثان بتنفيذ وصية الرجل؟

لعبة التفكير 646

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

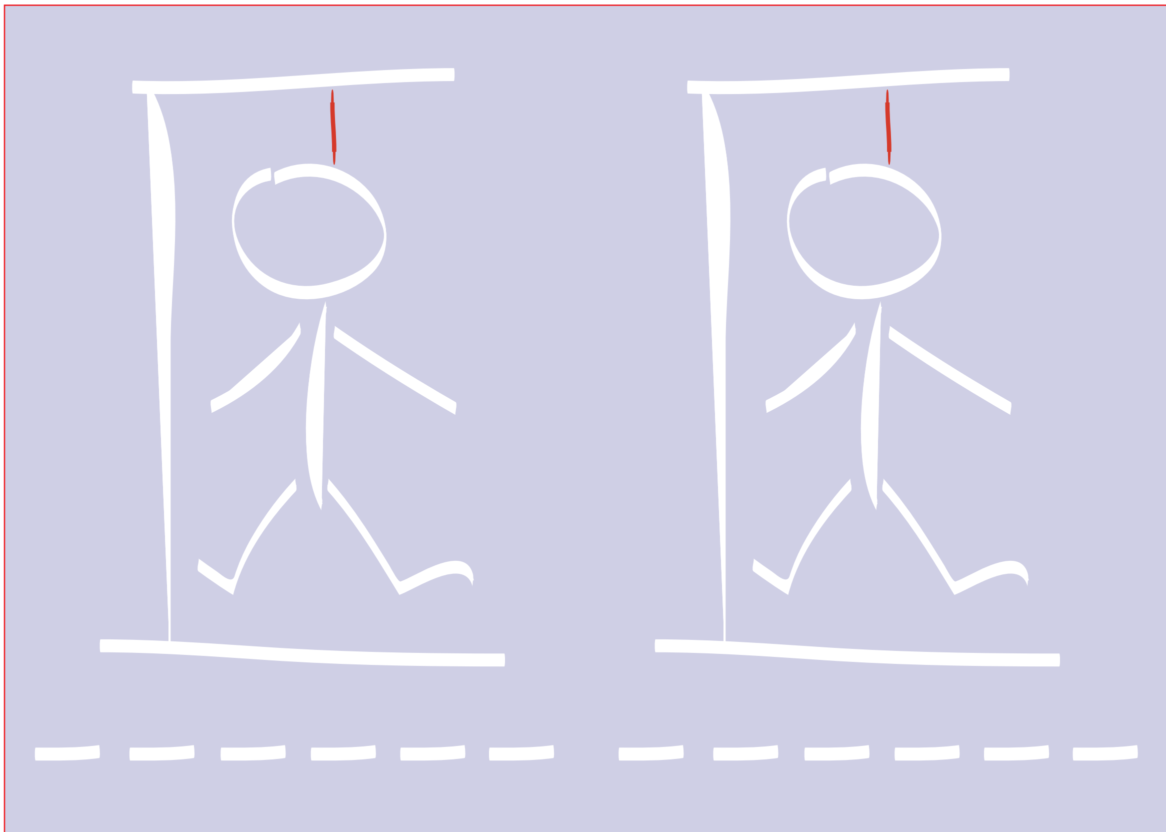
المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ——————

المشنقة (Hangman Game)

في هذا الإصدار من لعبة الكلمات التقليدية، يحصل كلا اللاعبين على المشنقة، حيث يفكِّر كلاهما في كلمة من ستة حروف، ويدخل عددًا من الشرطات على لوحة الخصم مساوية للحروف في الكلمة السرية.

يتبادل اللاعبان نطق الحروف حرفًا واحدًا في كل مرة؛ فإذا كان الحرف جزءًا من الكلمة السرية، فتُدخَل فوق الشرطة المناسبة (وإذا كان الحرف مكررًا أكثر من مرة واحدة، فيجب أن يُدخَل بعدد المرات نفسه التي ورد فيها). وإذا كان التخمين غير صحيح، يبدأ اللاعب الآخر برسم الأجزاء الموضحة في كل مرة، حيث يبدأ بالحبل، ثم الأجزاء الستة للرجل المحكوم عليه، وإذا نطق لاعب سبعة حروف غير صحيحة، سيتم شنق رجله. يمكن لعب هذه اللعبة باللغتين العربية أو الإنجليزية، كما يمكن أن يتفق اللاعبان على شروط إضافية.



لعبة التفكير 647

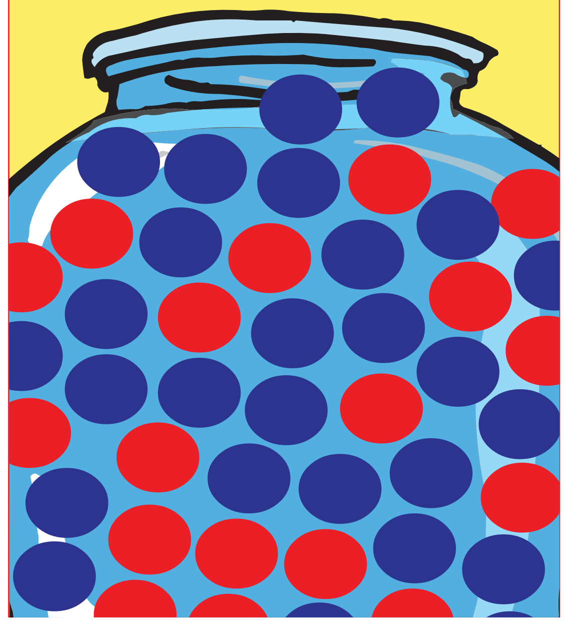
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ——————

سحب الكرات الملونة

يحتوي وعاء على عشرين كرة حمراء وثلاثين كرة زرقاء، فإذا سحبت كرة من دون النظر إليها، ما احتمال أن تكون الكرة حمراء؟



لعبة التفكير 648

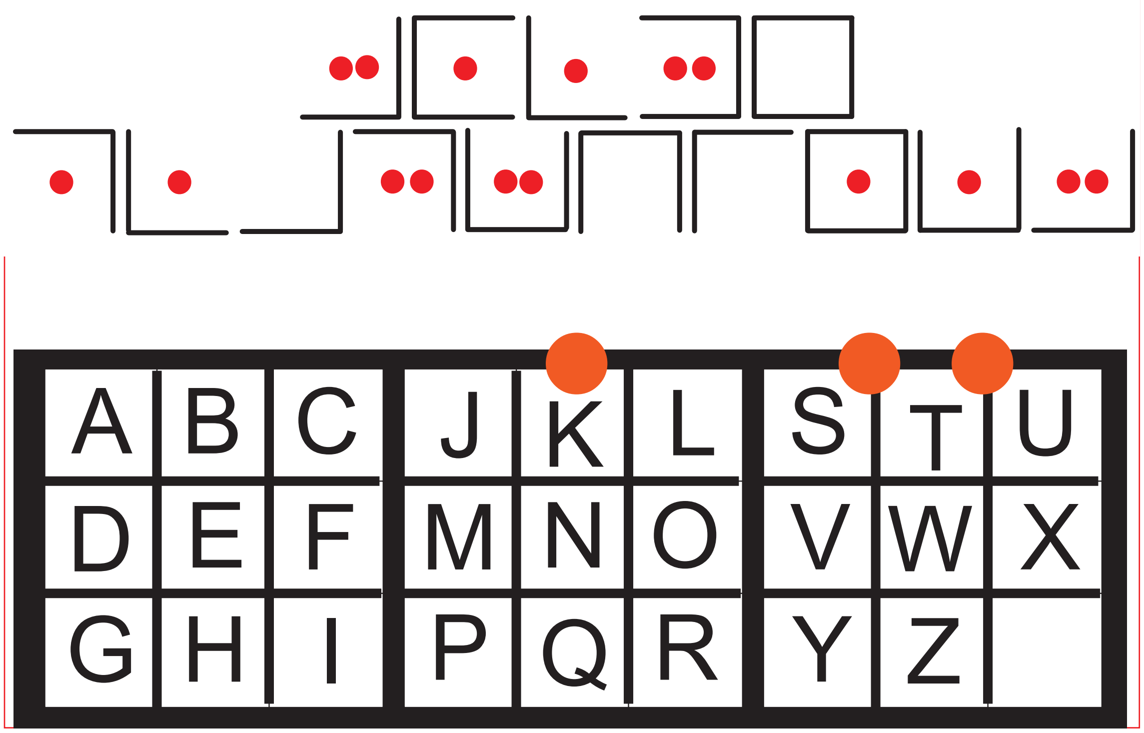
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ——————

المربع الأبجدي

إن المفتاح الذي في الأسفل سيفك شيفرة الرسالة الإنجليزية التي في الأعلى. فهل يمكنك فك شيفرة هذه الرسالة؟



المصادفة (Chance)

يميل المنطق التقليدي والرياضيات في المدرسة الثانوية إلى العمل في عالم غير واقعي من اليقين المطلق، حيث يمكن الإجابة عن كل سؤال بكلمة (نعم) أو (لا)، وكل قرار هو إما (صحيح) أو (خطأ).

ولكن العالم الحقيقي مكان مختلف تمامًا؛ حيث إنَّ القليل من الإجابات والقليل من القرارات صحيحة كليًّا أو خطأ كليًّا. يخضع الكون المادي كله لبعض القوانين. الترتيب الظاهري للظواهر على نطاق واسع في بعض الأحيان هو متوسط نتائج الملايين من الأحداث الابتدائية العشوائية.

هذا لا يعني أن أي إجابة أو قرار هو مجرد أمر على درجة مساوية للآخر؛ فمعظم الأحداث تتبع قوانين الاحتمال، وإذا علمنا تلك القوانين، تصبح فرصنا في العثور على الإجابات الأرجح والقرارات الواعدة أكبر. هناك درجات متفاوتة من المعقولية أو الاحتمالية لكل بديل، حيث يمكن مقارنتها من حيث موثوقيتها الثابتة، ويمكن القيام عندها بالتقديرات المفيدة الناتجة من الاحتمالات النسبية؛ فهذا هو نوع المنطق الذي طوِّر في نظرية الاحتمال.

> **«اسم أشهر المخترعين هو المصادفة»**
>
> مارك توين (Mark Twain)

لعبة التفكير 649

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

فحص القبعة

خلع ستة رجال قبعاتهم عند باب المسرح. وخلط البواب المهمل أوراق التسليم؛ لذلك، عندما عاد الرجال الستة بعد العرض، تسلموا القبعات على أساس عشوائي.

فإذا تحداك شخص على أن واحدًا على الأقل من الرجال قد حصل على قبعته الصحيحة، فهل تقبل التحدي؟ وبعبارة أخرى، هل تعتقد أن احتمالية أن يحصل واحد من هؤلاء الرجال الستة على قبعته الخاصة هي أكبر من (0,5)؟



لعبة التفكير 650

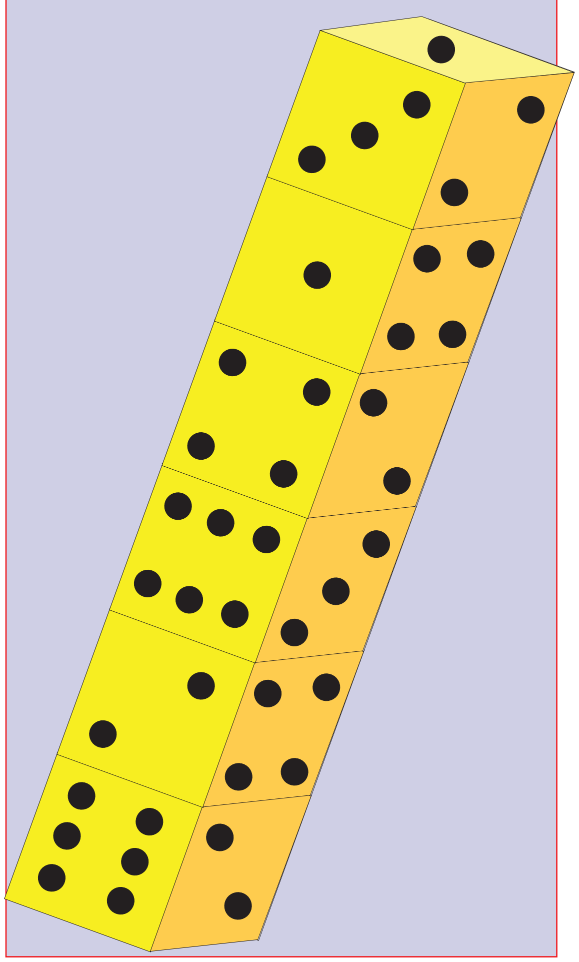
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

كومة مكعَّبات الأرقام

هل تستطيع جمع الأرقام كلها على الجوانب المخفية من مكعَّبات الأرقام الستة أدناه؟



الاحتمال (Probability)

الاحتمالية هي إمكانية أن يحدث حدث ما. وتتناول دراسة الاحتمال الأسئلة التي تمت الإجابة عنها، بالمصطلحات العامة مثل (ربما)، (أحيانًا)، (في كثير من الأحيان) أو (دائمًا تقريبًا).

وخلافًا لعدم وضوح (ربما)، يمكن قياس الاحتمالات وحسابها، أو إذا كان الحساب مستحيلًا فيتم تقديره، والنتيجة هي قيمة رقمية. واحتمالية (1) تتوافق مع اليقين المطلق. بينما تعني القيمة (0) أن النتيجة مستحيلة. أما القيم التي تقع فيما بينهما فتعطي تقديرًا لاحتمال: (0.7) أن هذا الشيء مرجح إلى حد ما، والقيمة (0.1) تعبر عن شيء نادر إلى حد ما، والقيمة (0.5) تشير إلى حدث عشوائي بحت، مثل رمي عملة واحدة (وجه أو كتابة).

مثل الأعداد جميعها، يمكن مقارنة الاحتمالات. يستخدم الباحثون الأحداث الماضية في حساب احتمال أحداث مماثلة تحدث في المستقبل، مثل هذه الحسابات لها دور مهم في الاستعدادات لمواجهة الكوارث الطبيعية؛ ففي الأماكن التي يكون فيها احتمال مرتفع لحدوث الإعصار وبالمقابل احتمال حدوث الزلزال منخفض، يمكن تدريب عمال السلامة المحلية على أساليب الإنقاذ التي تختلف عن تلك الموجودة في المناطق التي يحدث فيها عكس تلك الأخطار. وعلى نحو عام يتم تعريف احتمال وقوع الحدث بوساطة المعادلة:

$$P=\frac{h}{N}$$

حيث (N) هو العدد الإجمالي للنتائج المحتملة المتساوية، و (h) هو عدد النتائج المحددة التي تُحتسب الاحتمالات عليها.

في كثير من الألعاب، يكون من المعتاد التحدث عن احتمالات مع (أو ضد) هذه النتيجة، بدلًا من احتمالية وقوعها. تُحتسب الاحتمالات مثل (h) إلى (N–h)، ذلك لحدث يحتمل حدوثه بنسبة (1/5)، تكون الاحتمالات هي (1) من كل (4).

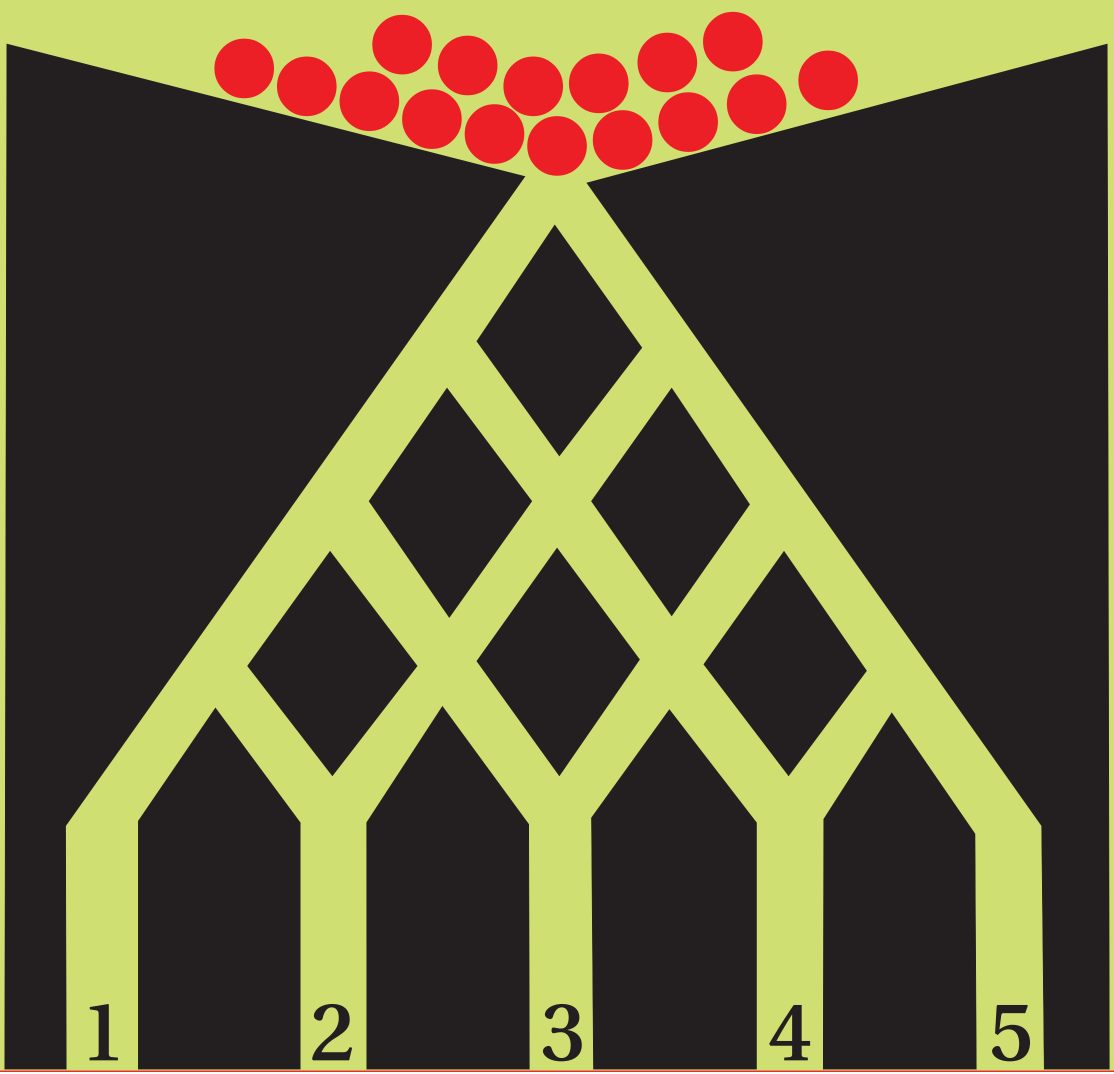
لعبة التفكير
651

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:————

ماكينة الاحتمال

أُطلقت ست عشرة كرة من أعلى القادوس، في المتوسط، ما عدد الكرات التي ستسقط في نهاية المطاف داخل واحدة من الغرف الخمس، وفقًا لقوانين الاحتمال؟

يعتمد هذا اللغز على آلة الاحتمال الشهيرة المصممة في القرن التاسع عشر من قبل فرانسيس غالتون (Francis Galton)؛ إذ على الرغم من أنك لن تكون قادرًا على تأكيد كيفية وقوع أي كرة فردية، فإنك قادر على التنبؤ بكيفية توزيع عدد كبير من هذه الكرات. من الصعب التنبؤ بوقوع حدث عشوائي واحد، لكن عددًا كبيرًا من الأحداث العشوائية تلتزم عمومًا بقوانين الاحتمالات، وحتى هذا العدد القليل نسبيًا من الكرات في هذه الظاهرة يعطيك فكرة عن كيفية عمل هذه الآلة.



لعبة التفكير
652

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________



فرصة القتال (Brontosaurus)

أنت تشارك في لعبة الواقع الافتراضي حيث تعطى فرصة قتال ديناصور برونتوصورس واحد أو ثلاثة ديناصورات ستيجوسورس (Stegosaurs) أصغر في صف واحد.

فإذا كنت تعرف مسبقًا أن فرصة هزيمة الديناصور برونتوصورس هي واحدة من سبعة، في حين أن احتمال هزيمة واحدة من ستيجوسورس هو 1/2.

فأي بديل عليك اختياره؟

لعبة التفكير
653

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________



قذائف البحرية

رُويت قصة في زمن الحرب القديمة عن بحار وضع رأسه ــ في أثناء معركة ضارية ــ من خلال فتحة في جانب سفينته نتجت من قذيفة العدو. وكانت فكرته أن احتمالات أن تهبط قذيفة أخرى في المكان نفسه ضعيفة جدًّا.

هل كان تفكيره صحيحًا؟

لعبة التفكير
654

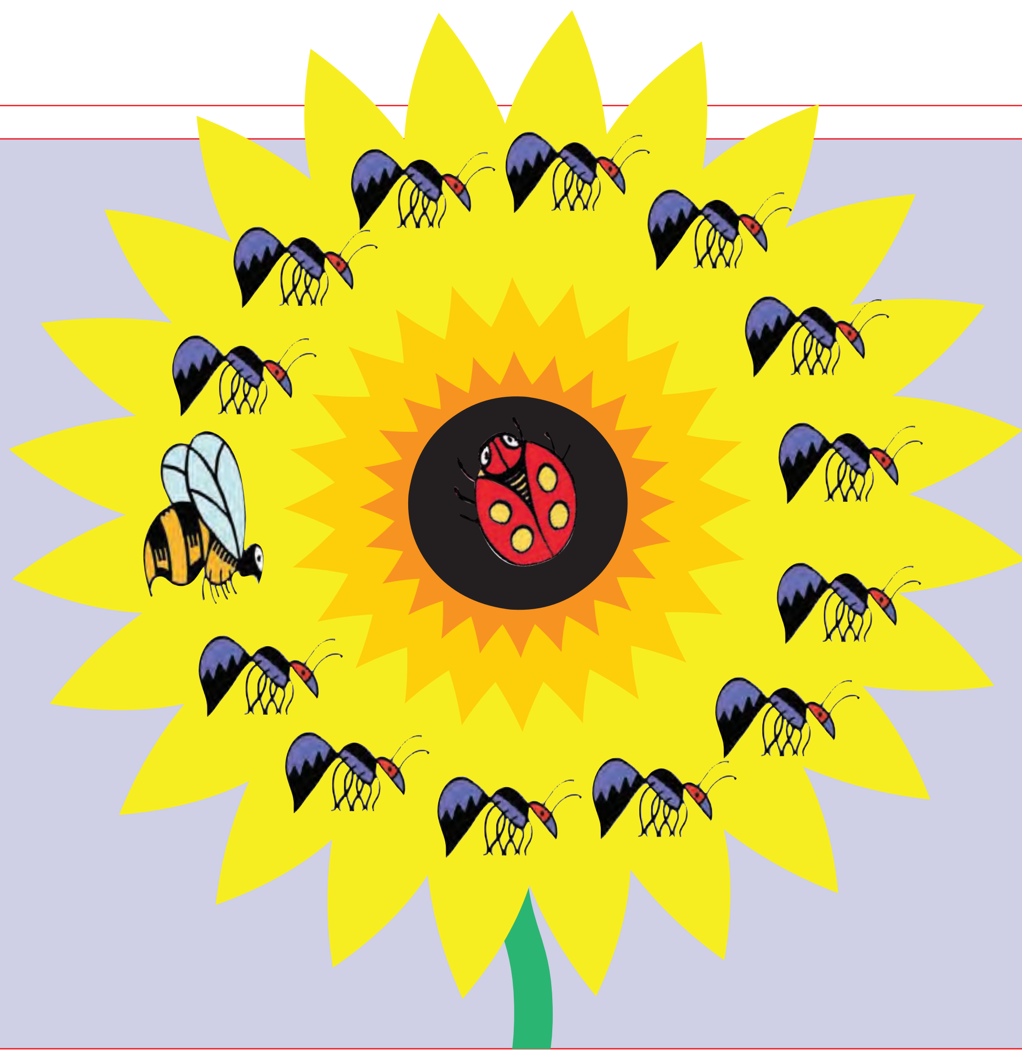
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

الدعسوقة الشرهة

وقفت دعسوقة شرهة داخل زهرة وهي محاطة بثلاث عشرة حشرة تدور حولها، جميعها من حشرات المن عدا واحدة فهي زنبور لاسع.

قررت الدعسوقة أن تأكل كل حشرة ترتيبها 13، لكنها تخشى أن يلسعها الزنبور.

فمن أي حشرة من دائرة هذه الحشرات يجب عليها أن تبدأ لتتمكن من أكل الحشرات (12) كلها، وتتجنَّب الزنبور وفق طريقة أكلها؟



لعبة التفكير
655

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

البريد السريع بين الكواكب



لـدي وظيفـة (فـي حلمـي) بوصفـي عامـل البريـد السـريع بيـن الكواكب فـي المحطة الفضائية ألفا سـنتوري (Alpha Centauri)، وهـو ما يعني أني مسـؤول عن نقل الركاب من الميناء الفضائي إلى السفينة الفضائية في مدار يبعد عدة زيـركات (Zerks) فوقنا. يمكن لمكوكي الفضائي أن يحمل شـخصين فقـط في وقت واحـد: الراكب وأنـا، وأيضًا يجب علـى الـركاب جميعهـم الانتظار فـي غرفة معادلـة الضغط بالسفينة الفضائية حتى وصول الراكب الأخير.

عمومًـا، هذه المهمـة خالية من المتاعـب، ولكنها كانت في إحدى المرات كابوسًا حقيقيًّا؛ حيث كان ثلاثة ركاب بانتظار نقلهـم؛ نـادر، وماهر ومخلـوق غريب المظهر رباعي يسـمى المخلوق الفضائي، وقد تسبب في أنواع المشكلات كلها؛ أولًا، كان نـادر وماهر في حالة حـرب؛ لذلك تركُهما وحدهما في غرفة معادلة الضغط يمكن أن يسـبب حادثًا بين المجرات. وعلى عكس نادر النباتي، كان ماهر آكل لحوم شره، وإذا ترك وحده مع المخلوق الفضائي، التهم هذا المخلوق التعس في ثانية واحدة.

اسـتغرقني الأمر لحظة، ولكنني وجدت طريقة لنقل الركاب حتـى مكـوك الفضـاء مـن دون أي (حـوادث). كان على أحد الركاب مرافقتي أكثر من مرة، ولكن في النهاية كان الثلاثة قادرين على الخروج بسـلام من غرفـة معادلة الضغط. هل يمكنك معرفة كيف فعلت ذلك؟

لعبة التفكير
656

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الحُبُّ و الكراهية

تظهـر الصـورة أدنـاه أعضـاء جماعـة أنتمي إليها تناقش الأغذيـة المفضلة لديهـم. هل يمكنك معرفـة ماذا يفضل كلٌّ منهم؟



لعبة التفكير
657

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

ظاهرة العملات الثلاث المتناقضة

افترض أن لديـك ثـلاث عمـلات: واحـدة بالصـورة والكتابـة، وواحـدة بصورتيـن وواحـدة كتابـة مرتين، وقد وضعت جميعها في قبعة. إذا سحبت عملة واحدة مـن القبعـة ووضعتهـا بصورة مسـطحة علـى الطاولة مـن دون النظر إليها، فما احتمـالات أن يكون الجـانب المخفي لهذه القطعة مثل الجانب الذي تراه؟



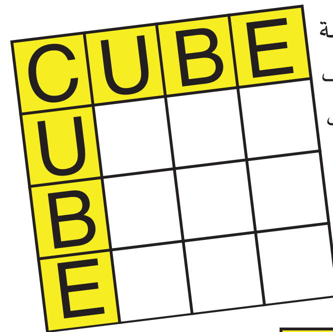
لعبة التفكير 658

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مربَّعات الحروف الأبجدية الإنجليزية

مربَّعات الكلمات هي المصفوفات التي تظهر فيها المجموعة نفسها من الكلمات أفقيًّا وعموديًّا.

هل يمكنك إضافة المزيد من الحروف لتشكيل مربع الكلمات المتقاطعة قياسه 4 × 4؟





لعبة التفكير 659

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

التحيات المقسمة

يكوِّن كلٌّ من القرصين الشفافين نصف تحية إنجليزية خاصة. إذا وضعت أحد الأقراص على الآخر، فهل يمكنك معرفة الرسالة؟



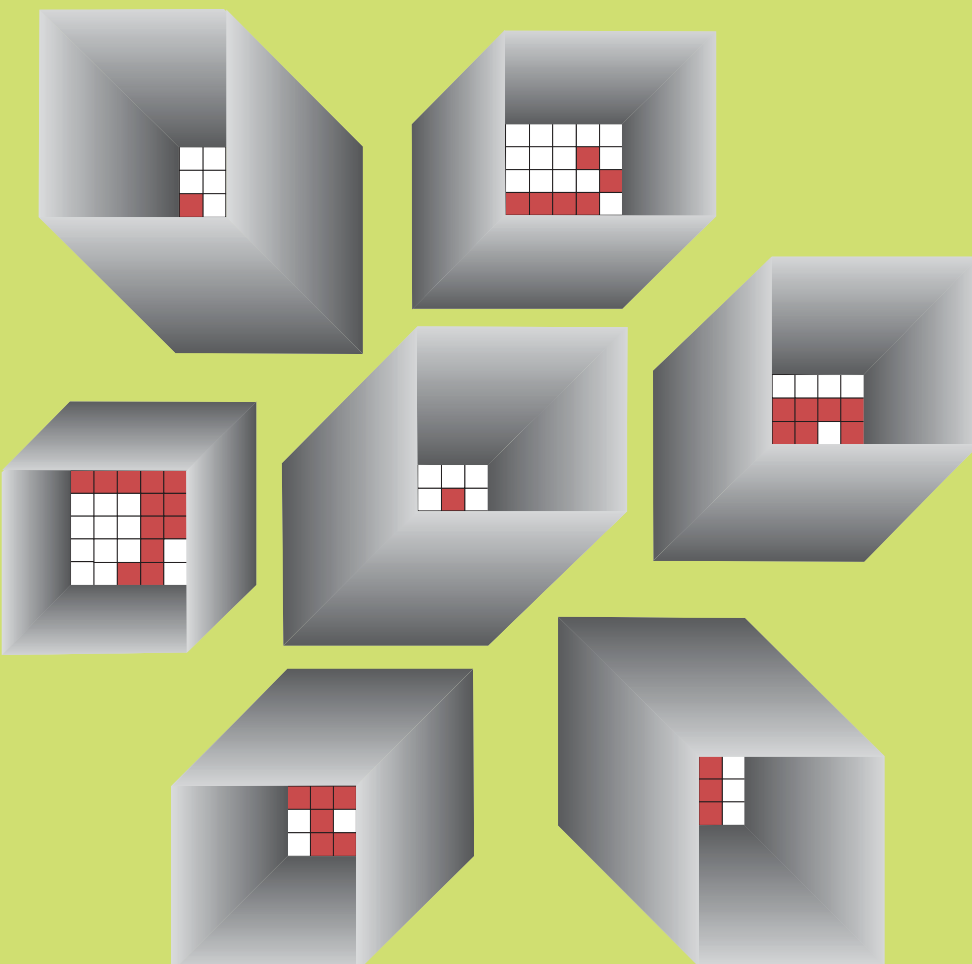
لعبة التفكير 660

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المكعب الأجوف رقم 1

تخيل أنك تحدق النظر داخل مكعب أجوف في أسفله قطعة فسيفساء بُعداها ثمانية في ثمانية مربعات، ومع ذلكلا ترى في كل مرَّة تحدِّق فيها قطعة الفيسفساء كاملة، بل ترى أجزاء منها فقط. ينطوي النمط على شيء من التناظر الثنائي؛ لذلك فمن الممكن استنتاج الإجابة من المعلومات البصرية المعطاة.

هل تستطيع أن تستنتج شكل قطعة الفسيفساء كاملًا من خلال القطع التي تراها في هذه الأشكال؟



لعبة التفكير
661

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



روليت (Roulette)

ما السبيل الوحيد للفوز في لعبة الروليت؟

لعبة التفكير
662

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

اللغز الذي يُمثَّل بالصور والحروف

هل يمكنك حل لغز العبارتين الإنجليزيتين الموضحتين أدناه؟

ME JUST YOU

TIMING TIM ING

لعبة التفكير
664

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الكرات المتدحرجة

عثمان وعمر متساويان في مهارة اللعب بالكرات الزجاجية، فإذا كان لدى عثمان كرتان ولعمر كرة واحدة، فهل يمكنك معرفة احتمال فوز عثمان؟ للفوز، يجب أن تصل الكرات قرب نقطة ثابتة متفق عليها.

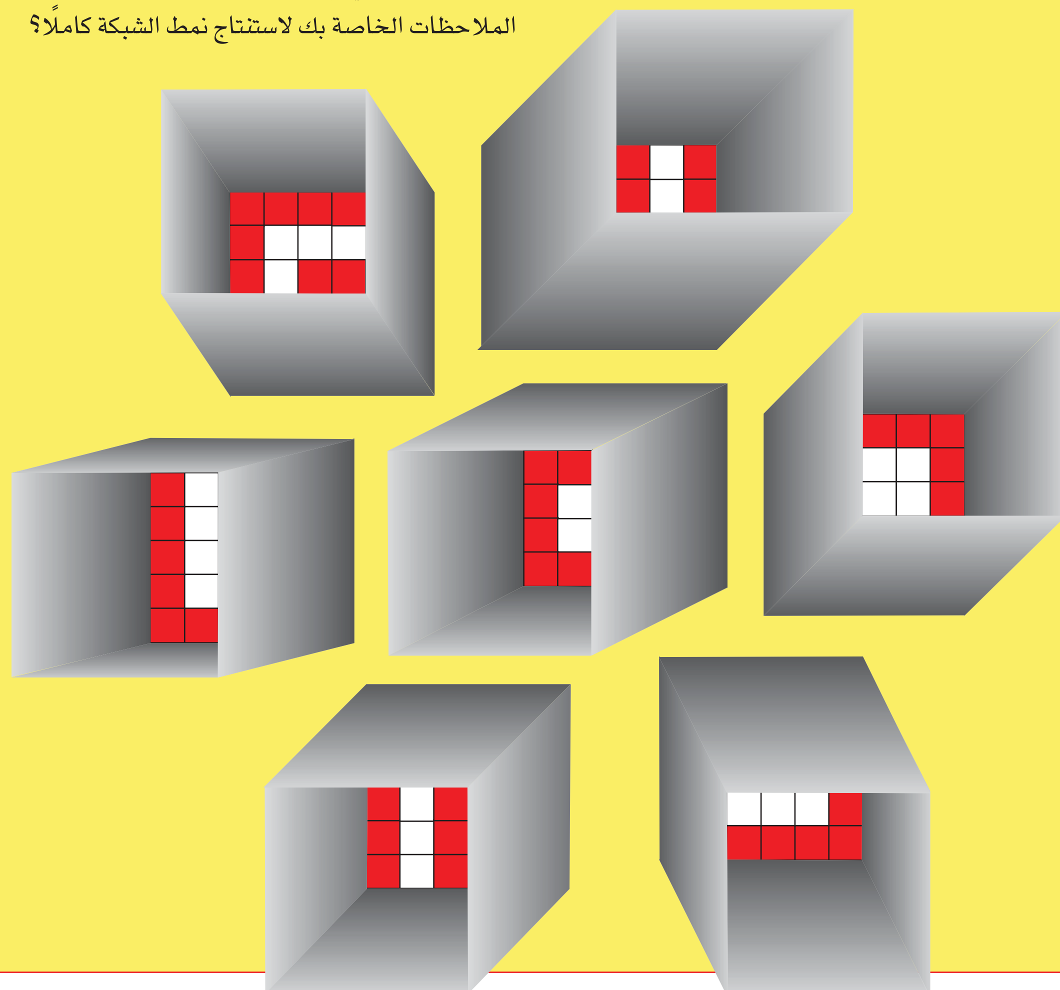


لعبة التفكير
663

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المكعب الأجوف 2

تخيل أنك تنظر إلى الجزء السفلي من مكعب أجوف يحتوي على صورة لشبكة مكونة من وحدات الفسيفساء المربعة من الرتبة 6 × 6 عند قاعدته. يمكن رؤية أجزاء فقط من النمط في أي وقت من الأوقات. هل يمكنك تجميع الملاحظات الخاصة بك لاستنتاج نمط الشبكة كاملاً؟



لعبة التفكير
665

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الأخطاء الثلاثة

توجد ثلاثة أخطاء في الرسالة أدناه. هل يمكنك اكتشاف كل منها؟

What are the tree mistake
in this sentence?

لعبة التفكير
666

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

إعادة ترتيب الأحرف (Anagram)

فـي ترتيب مختلف للحروف R ،G ،A ،N وE يمكنك أن تشـكل كلمة إنجليزية ذات معنى. هناك احتمالان. هل يمكنك العثور عليهما معًا؟



لعبة التفكير
667

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

العد

توجد كلمة إنجليزية سـرية مخبأة في هذه المصفوفة من الأحرف. هل يمكنك اكتشافها؟

R	V	E	O	V	C
S	I	O	V	R	D
V	E	R	C	V	O
R	O	V	E	S	E
E	R	S	C	R	I
C	E	R	E	O	R

لعبة التفكير
668

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

عالم صغير

اختيـار أي اثنيـن من 284 مليون شـخص يعيشـون في الولايـات المتحـدة. إذا أردت ربط هـذين الشـخصين بوسـاطة سلسـلة مـن معارفهمـا (صديـق لصديـق لصديـق...)، فكم من النـاس (أو الروابط) قد تحتاج في المتوسط؟



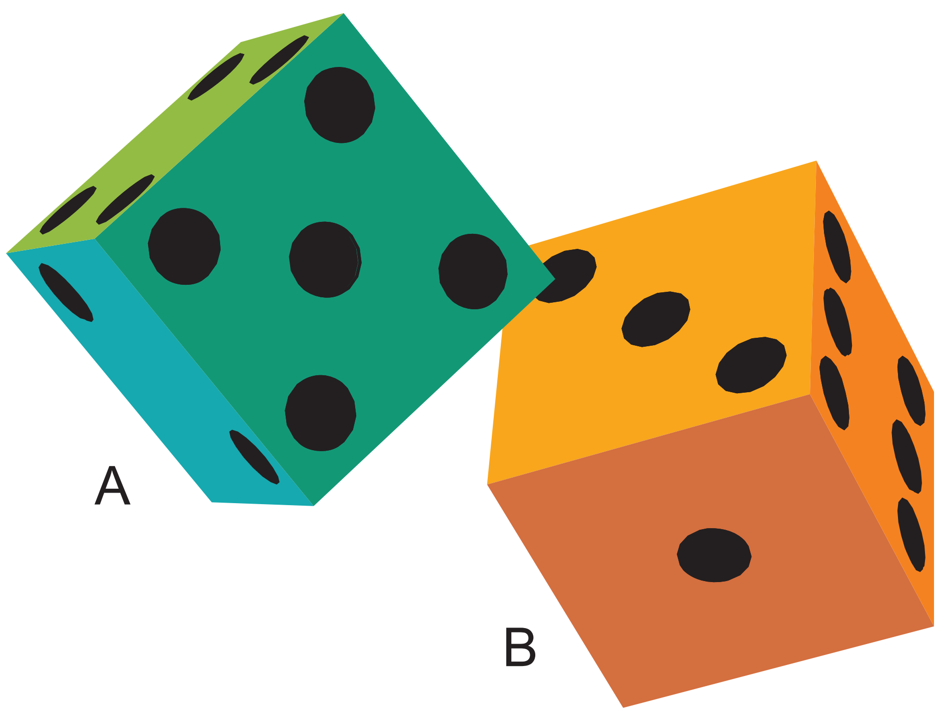
لعبة التفكير
669

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

حجر النرد الفائز

يمضـي اثنان من السـجناء أحكامًا بالسـجن مـدى الحياة وقتهمـا بلعبة رمي النـرد، ولكل واحد منها نرد قديم يظهر فقـط ثلاثـة أوجـه مقـروءة حيـث مسـحت ثلاثـة جوانب. وتظهر الجوانب الثلاثة المقروءة لكل منها في الأعلى.

إذا كانـت جوائـز اللعبـة للاعـب الـذي يظهـر أعلـى عدد، فمَـن اللاعب الذي سـيفوز في معظم الأحيـان على المدى الطويل؟ (لا تُحسب اللعبة إذا كان أحد الجوانب الممسوحة هبط على الأرض مكشوفًا).

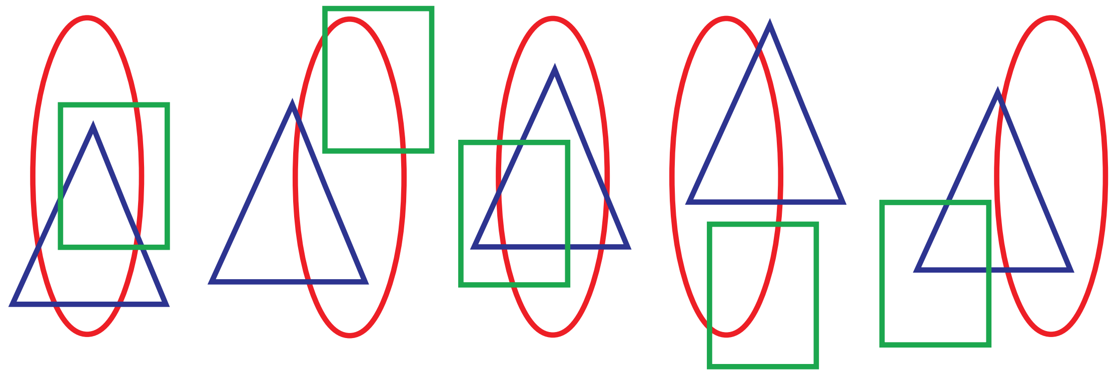


لعبة التفكير
670

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الأشكال الأساسية

في الأشكال الموضحة هنا، توجد خمسة أشكال متداخلة يتكون كل منها من مثلث ومستطيل وشكل بيضوي؛ هل تستطيع أن تجد الشكل الشاذ بينها؟



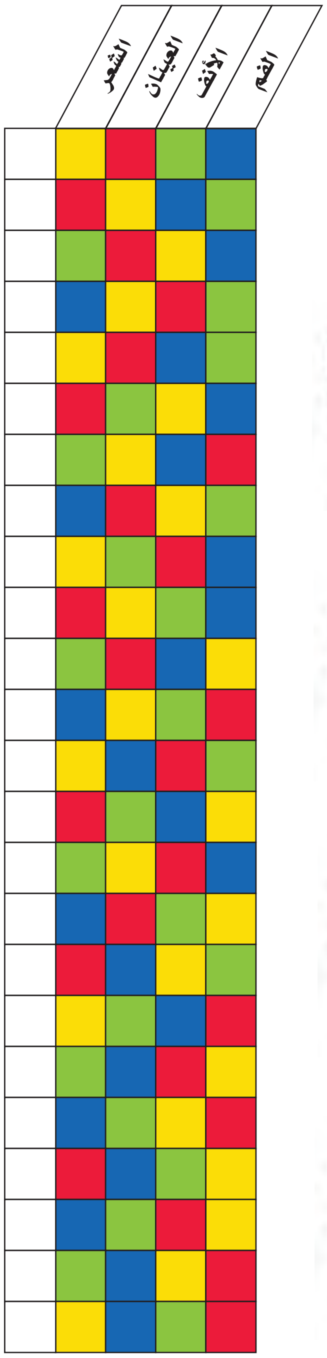
لعبة التفكير
671

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

هبوط الكائنات الفضائية

هبط أربعةٌ وعشرون من الكائنات الفضائية للتو على الأرض. إنهم يبدون متطابقين باستثناء لون شعرهم والعينين والأنف والفم، إذ تأتي فيهم أربعة ألوان بتركيبات مختلفة.

يحمل كل كائن فضائي حرفًا أو فراغًا لرسالة باللغة الإنجليزية، ولكنها ليست بترتيب صحيح. هل يمكنك استخدام مفتاح اللون أدناه لوضع الكائنات الفضائية في الترتيب الصحيح وتوضيح رسالتهم المهمة؟





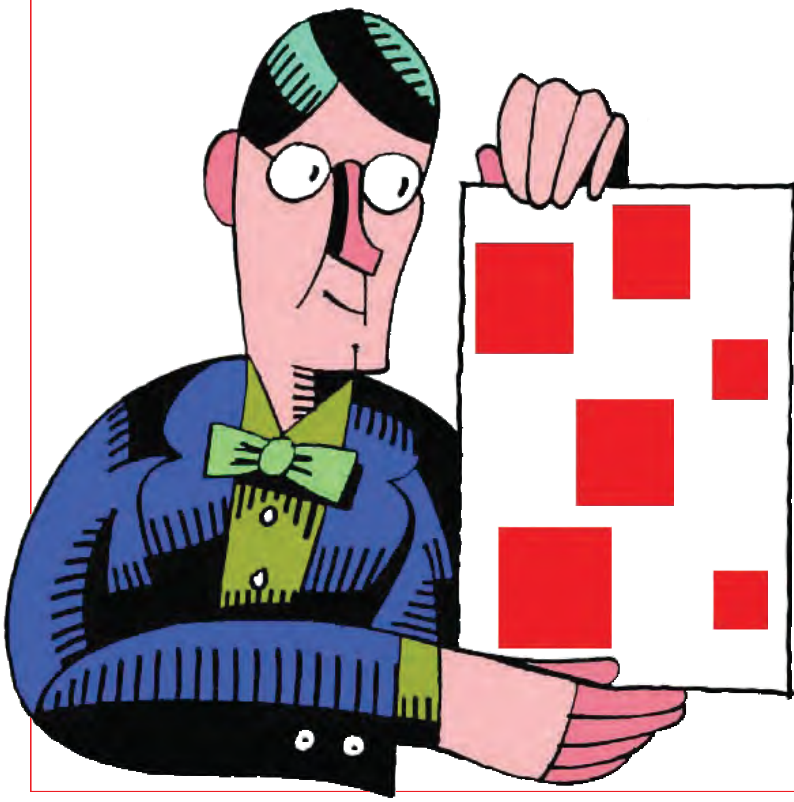
لعبة التفكير 672

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

عدُّ المربَّعات

رفع المعلم قطعة من الورق، وسأل تلاميذه الصغار عن عدد المربَّعات التي يرونها، أجاب التلاميذ (ستة)، وهي إجابة صحيحة.

رفع المعلم الورقة مرة أخرى، وسأل تلاميذه عن عدد المربَّعات التي يرونها، فأجابوا (ثمانية)، وكانت الإجابة صحيحة مرة أخرى؛ لذا ما عدد المربَّعات الحقيقي في هذه الورقة؟ ستة أم ثمانية، أم ماذا؟



لعبة التفكير 673

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

العبارة الصحيحة

أي من العبارات الثلاثة أدناه صحيحة؟

1) **عبارة واحدة غير صحيحة.**
2) **عبارتان غير صحيحتين.**
3) **ثلاث عبارات غير صحيحة.**

لعبة التفكير 674

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

نفق المرور

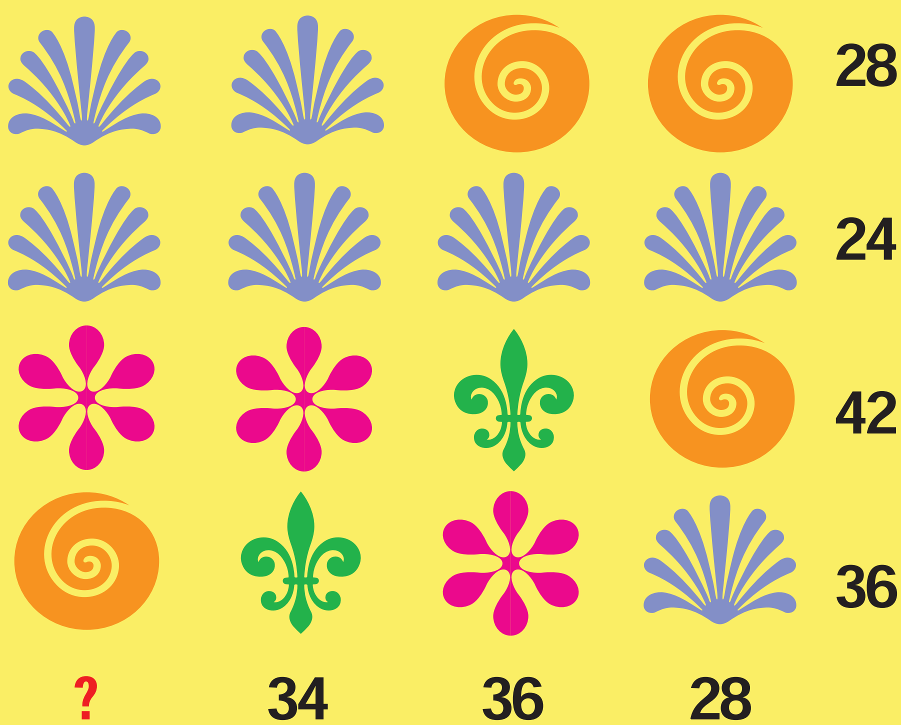
جلس ثلاثة رجال أمام نافذة مفتوحة في قطار بخاري عبر من خلال نفق، فغطى الدخان الأسود وجوههم جميعهم، وعندما رأى المسافرون الثلاثة هذا الأمر، جلسوا يضحكون على بعضهم، ومن ثم توقف أحدهم عن الضحك فجأة؛ ما الذي أدركه؟

لعبة التفكير 675

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

النمط المنطقي

يمثل كل من هذه الرموز في المصفوفة عددًا، أُعطي المجموع الإجمالي لكل صف ولثلاثة أعمدة من أربعة. من هذه المعلومة، هل بإمكانك أن تجد قيمة كل رمز؟



الصدفة

ذكر أرسطو (Aristotle) مرة أنَّ الأشياء غير المحتملة هي متوقعة للغاية، ولكن عندما ينظر الفرد إلى الصدفة الغريبة التي تحدث أسبوعيًّا أو حتى بصورة يومية، فمن السهل استنتاج أن العديد من الصدف غير المتوقعة ولا يمكن شرحها بالقوانين المعروفة.

حذَّر لويس فوغين (Lewis Vaughn) المتخصص في علم النفس الغيبي في مجلة (Skeptics) من أخطار تجربة التنبؤ بالأحداث المتزامنة عن طريق سردها بوصفها حالة موضحًا رأيه بالقصة الآتية:

كان ترتيب رجل السابع بين إخوته من أبوين، كان كل من الأبوين ترتيبهما سبعة بين إخوتهم، والرجل مولود في يوم السبت (وهو اليوم السابع) وفي الشهر السابع عام 1907م، طوال مدة حياته كان العديد من الأشياء الغريبة تحدث له وكلها متعلقة بالرقم سبعة الذي أصبح رقم حظه، ففي عيد ميلاده السابع والعشرين، ذهب إلى مضمار السباق ورأى حصانًا اسمه ريح الصحراء مسجلًا بالقائمة على أنه سيتسابق من البوابة السابعة من الشوط السابع، وكانت احتمالات فوزه سبعة لواحد، وراهن أصدقاءه على أن هذا الحصان سوف يفوز، لكن جاء الحصان في المرتبة السابعة.

ومثل قصة الرجل، يمكننا تطوير مفاهيم ذاتية تقودنا إلى استنتاجات غير صحيحة. لأجل ربط الأمور بالصدفة بشكل عقلاني، علينا تعلم استيعاب قوانين الفرص التي غالبًا مايكون فيها جانب التوقع قويًّا.

لعبة التفكير
676

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

سحب الكرات

يحتوي كيس من القماش إما على كرة حمراء أو كرة زرقاء، اسقطت كرة حمراء ثانية في هذا الكيس الذي أصبح يحتوي الآن على كرتين حمراوين، قام شخص ما بالسحب، فسحب كرة حمراء من الكيس، هل بإمكانك حساب احتمالية أن تكون الكرة المتبقية حمراء أيضًا؟



لعبة التفكير
677

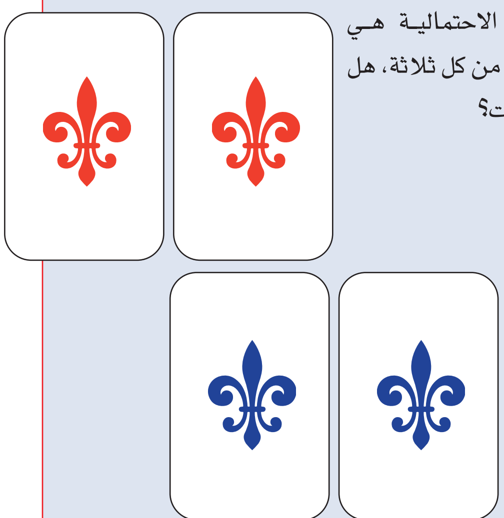
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

خلط أوراق اللعب الأربعة

ابدأ اللعبة بأربعة أوراق من أوراق اللعب، على ورقتين منها أشكال باللون الأحمر وعلى الاثنتين الأخريين أشكال باللون الأزرق، ولجميعها جانب فارغ.

اخلط أوراق اللعب وضع وجوهها نحو الأسفل، إن اخترت بطاقتين عشوائيًّا، ما احتمالية أن تكون البطاقتان من اللون نفسه؟

يحاول صديقك أن يقنعك بأن نسبة احتمالية هذه الفرصة هي ⅔، من خلال هذا المنطق، هناك ثلاثة احتمالات: كلاهما أحمر، أو كلاهما أزرق، أو واحد من كل لون – وإن كان اثنان من نفس من اللون نفسه، فإن الاحتمالية هي اثنان من كل ثلاثة، هل اقتنعت؟



لعبة التفكير
678

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المبارزة الثلاثية

أراد أحمد وسعيد وعبدالله معرفة الأكثر مهارة بينهم من خلال رمي الكرات في حفرة، أجرى ثلاثتهم قرعة ليقرروا من سيرمي الكرة أولًا، ومن ثم يرمي كل واحد منهم كرة واحدة إلى أن يفوز واحد منهم.

إن رميات أحمد وسعيد لا تخطئ أبدًا، ولكن عبدالله قد يصيب الهدف بنسبة 50% في كل مرة يرمي بها الكرة، من هذه المعلومة هل بإمكانك استخلاص من الشخص الذي سيفوز باللعبة؟



لعبة التفكير 679
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

آخر واحد على قيد الحياة

تخيل أنك أصبحت للتو إمبراطور روما، وكان أول واجباتك الحكم بالإعدام على ستة وثلاثين سجينًا على أن تأكلهم الأسود في الساحة. تستطيع هذه الأسود أن تأكل ستَّ ضحايا فقط في اليوم الواحد، وهناك ستة أعداء مكروهين تود أن ترسلهم على الفور، ولكنك تريد أيضًا أن تكون محايدًا.

الطريقة الرومانية التقليدية لاختيار السجناء لتنفيذ حكم الإعدام بهم هي الطريقة العشرية؛ أي اختيار كل شخص عاشر. إذا كان السجناء لديك واقفين في دائرة، فهل هناك طريقة لزرع أعدائك في أماكن معينة بحيث يكونون أول ستة يتم اختيارهم للموت؟



قرعة العملات المعدنية

على الرغم من أنه لا أحد يمكنه أن يعرف على وجه اليقين نتيجة عملية قرعة واحدة لعملة معدنية، إلا أن نتيجة ملايين قرعات العملات تكون سهلة التنبؤ بها: نصف مليون صورة ونصف مليون كتابة، أو يكون الفرق في حدود 2% من كل عملية. وهذا في جوهر الأمر، هو أساس نظرية الاحتمالات.

هناك قانونان يكمنان وراء الاحتمالية: قانون «كلاهما – و»، المستخدم لحساب احتمال حدثين من الأحداث كل منها يحدث، وقانون «إما – أو»، يستخدم لحساب احتمال واحد أو آخر من حدثين اثنين. قانون كلاهما – وينص على أن فرصة حدوث حدثين مستقلين في آن واحد يساوي احتمال حدث واحد يحدث مضروبًا في احتمال حدوث حدث الآخر؛ على سبيل المثال، إن فرصة رمي قطعة نقدية معدنية واحدة لتظهر على شكل صورة تساوي $(\frac{1}{2})$، بينما فرصة رمي قطعتين من هذه النقود ليظهر كلاهما على شكل صورة تساوي $(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{4})$، أي $(\frac{1}{4})$ فقط. أما قانون إما – أو فينص على أن فرصة أي حدث من حدثين هي احتماليْن مستقلين تمامًا، وتساوي مجموع هذين الاحتماليْن؛ فمثلًا إن فرصة رمي قطعة نقدية معدنية لتظهر إما صورة أو كتابة تساوي فرصة الحصول على صورة زائد فرصة الحصول على كتابة $(\frac{1}{2}+\frac{1}{2})$ أي (1) كيقين مطلق.

لعبة التفكير 680
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

حيلة رمي العملة المعدنية

اطلب من أحد الأصدقاء أن يرمي عملة معدنية 200 مرة، وسجل النتيجة. عندما تعطى النتائج، وأردت أن تتأكد ما إذا كان صديقك حقًّا رمى العملة المعدنية هذا العدد كله أم زوَّر. كيف يمكنك التأكد من أن النتائج كانت حقيقية؟

لعبة التفكير 681
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

قذف العملات المعدنية

ما عدد النتائج المختلفة الممكنة عند رمي قطعتين من العملة في الوقت نفسه؟



لعبة التفكير 682
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

كلمة واحدة

هل يمكنك إعادة ترتيب الحروف لتشكيل كلمة إنجليزية واحدة في المكان المخصص؟

أعد ترتيب الكلمتين

N	E	W		D	O	O	R

لتشكيل كلمة واحدة

لعبة التفكير 683

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

حجر النرد- عدد زوجي أم عدد فردي

قال لويس باستير (Louis Pasteur) ذات مرة، «الفرصة تفضل العقل المستعد فقط». دعنا نعرف إن كنت مستعدًّا لهذا اللغز. عندما ترمي حجري نرد، ما فرص أن يكون العدد الظاهر زوجيًّا؟

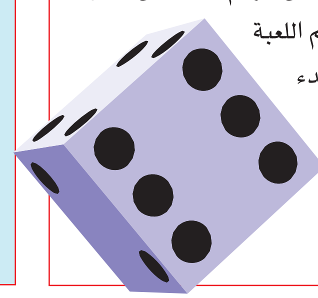


لعبة التفكير 684

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

رمي حجر النرد للحصول على رقم ستة

في العديد من الألعاب تحتاج إلى الحصول على الرقم ستة للبدء، عادة ما تكون رمية واحدة غير كافية للحصول على الرقم ستة. في الحقيقة، في بعض الألعاب الجديدة يتم إعطاؤك عدد رميات متتابعة لمحاولة الحصول على الرقم ستة على الأقل مرة واحدة. إذا كان تصميم اللعبة إعطاء الأعداد الفردية البدء في الجولة الأولى، فما أقل عدد للرميات التي يجب أن يقوم بها اللاعبون؟



لعبة التفكير 685

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لغز تاريخ الميلاد

تود إقامة حفلة ميلاد بحيث يلتم فيها على الأقل اثنان لهما تاريخ الميلاد نفسه، الشهر واليوم نفسهما، ولكن ليس بالضرورة العام نفسه. فإذا كنت لا تعرف تاريخ ميلاد أي من ضيوفك، فكم شخصًا عليك دعوتهم بحيث تكون احتمالية تقاسم اثنين منهم تاريخ الميلاد نفسه أكثر من (0.5)؟

كم شخصًا تحتاج إلى دعوتهم ليكون تقاسم اثنين منهم تاريخ الميلاد نفسه يقينًا؟



لعبة التفكير 686

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الكلمات الملونة

إلى أي مدى تؤثر الكلمات في الإدراك؟

حاول قراءة أربعة سطور من الكلمات الملونة على نحو صحيح ــ ولكن بدلًا من أن تقول الكلمات، قل لون كل كلمة. هل يمكنك أن تقول أكثر من خمسة على التوالي من دون ارتكاب خطأ؟

اخضر ازرق اصفر احمر
احمر اخضر ازرق اصفر
ازرق اصفر احمر اخضر
اصفر احمر اخضر ازرق

لعبة التفكير 687

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

رمي حجري نرد للحصول على ستة في كليهما



تحتاج إلى رمي حجري نرد والحصول على رقم ستة في كليهما في آن واحد، وذلك من خلال رمي الحجرين معًا 24 رمية. هل احتمالات ذلك في صالحك؟

لعبة التفكير 688

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

عرض اللعبة



تخيل أنه تم اختيارك للمشاركة في عرض لعبة، تقدم لك فرصة للفوز بسيارة جديدة ثمينة جدًا. توجد السيارة خلف واحدمن ثلاثة أبواب، وتقبع قردة خلف البابين الآخرين.

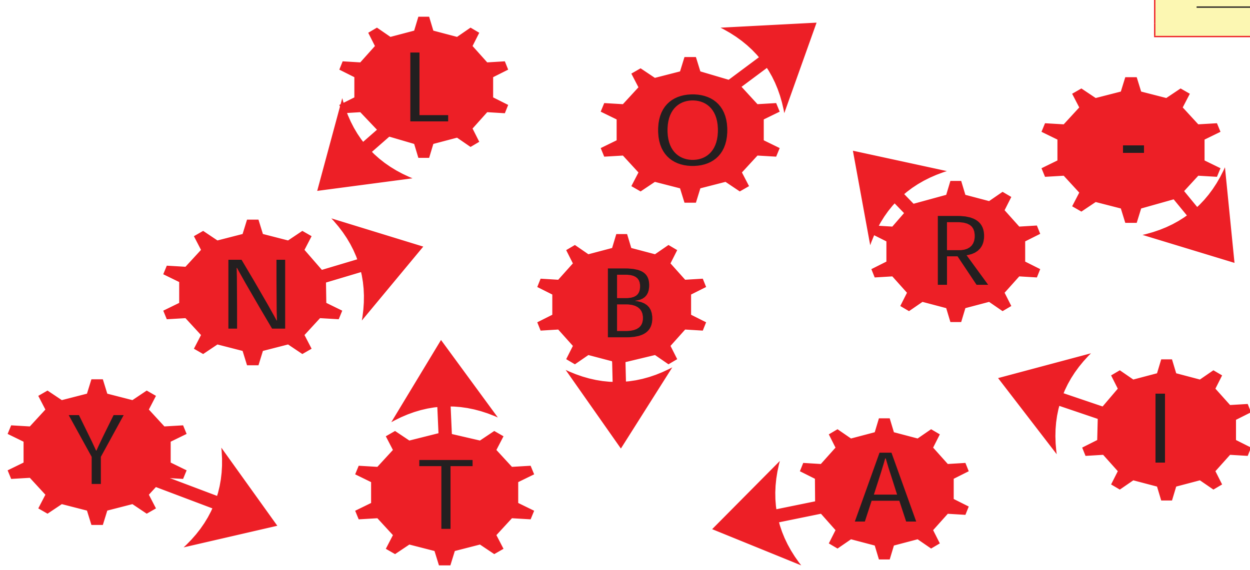
تختار بابًا، ويفتح المذيع واحدًا من البابين المتبقيين، فيكشف عن وجود قرد خلفه، حينها يقدم المذيع لك خيارًا: الإبقاء على اختيارك الأول، أو التبديل إلى الباب الآخر حيث لايزال الباب مغلقًا. هل ستلتزم باختيارك، أم ستقبل بعرض المذيع؟

لعبة التفكير 689

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

رسمة سهام

هذه رسومات بيانية، عندما تعلم كيف تعمل، سوف تكتشف اسم رجل إنجليزي مشهور.



لعبة التفكير 690

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

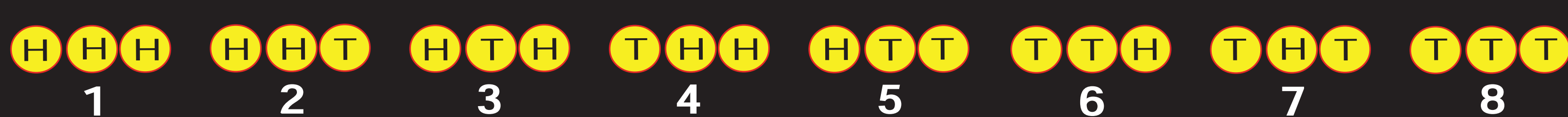
ثلاث عملات معدنية

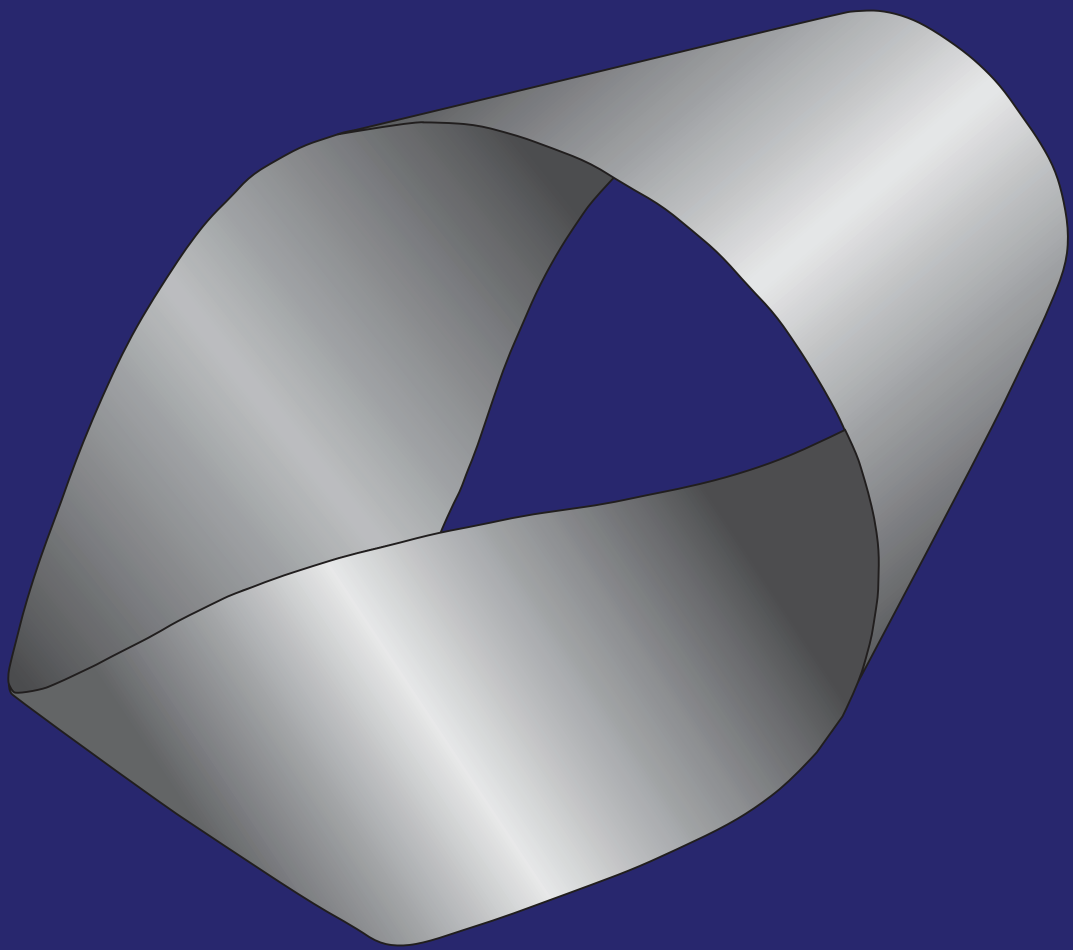
هناك ثمانية احتمالات لرمي ثلاث قطع نقدية معدنية كما هو موضح أدناه. الآن أقدم لك لعبة بسيطة.

اختر أي احتمال من هذه الاحتمالات الثلاثية، ثم أختار أنا احتمالًا ثلاثيًّا آخر مختلفًا.

بعدها نبدأ برمي القطع الثلاث مرات عدة إلى أن يحصل أحدنا على الاحتمال الذي اختاره.

إذا وافقت على اللعب، ما احتمالات أن تفوز؟





11

الطبولوجيا

ما الطبولوجيا (Topology)؟

يُعد علم الهندسة الإقليدية (Geometry) علمًا واضحًا:

حيث يختلف المثلث تمامًا عن الدائرة التي لديها القليل من الخصائص المشتركة مع شبه المنحرف، ولكن ليس كل نوع من الرياضيات يمكن أن ينسب إلى تلك الحدود. لنتأمل الطبولوجيا: لا يكون التركيز في الطبولوجيا على الزوايا أو المنحنيات ولكن على الأسطح، حيث يدرس هذا العلم تلك الخصائص لشكل ما يبقى على حاله في ظل التشويه.

نجا القليل من علم الهندسة التقليدية من منظور الطبوغرافية، فمن وجهة نظر عالم الطبولوجي، عدد أضلاع المثلث وزواياه غير مهم؛ حيث يمكن للمرء بسهولة تشويه مثلث لجعل زواياه تتغير، وبالمثل لا تعدُّ أطوال الجانبين ذات أهمية خاصة، في الواقع وحتى مع عدم امتلاك المثلث خاصية طوبوغرافية، ولكن من خلال إدخال منعطف في جانب واحد منَّ المثلث، يمكن تشويه الشكل وتحويله إلى مستطيل. وفي الواقع، بالنسبة إلى علماء الطبولوجيا، يعدُّ المثلث نفسه مربعًا، ومتوازي أضلاع، وحتى دائرة.

يدرس علماء الطبولوجيا الأسطح، ويأخذ علم الطبولوجيا بالحسبان الاستمرارية من سطح إلى آخر. وحقيقة أن للمثلث داخلًا وخارجًا، وأنه من المستحيل أن نمر من واحد إلى الآخر من دون العبور بحافة المثلث؛ تلك هي الخصائص الطبوغرافية، علاوة على أن لأنبوب السيارة الداخلي ثقبًا في المنتصف ذا خاصية طوبوغرافية، وما إذا كانت حلقة أو سلسلة معقودين هي خاصية طوبوغرافية.

يعدُّ شكلان متعادلين طوبوغرافيًّا إذا أمكن تشويه أحدهما وتعديله باستمرار ليصبح كالآخر (التعديل المستمر يعني أن الشكل يمكنه الالتواء، الانحناء، المط أو أن يكون مضغوطًا)؛ لذلك فالمكعب والجسم الكروي متعادلان طوبوغرافيًّا، كما هي الحال في رقم 8 والحرف باللغة الإنجليزية B.

هناك مشكلة أساسية في الطبولوجيا وهي تقسيم الأجسام إلى فئات من الأشياء التي تعدُّ متكافئة طوبوغرافيًّا.

وتشمل المفاهيم الأساسية للطبولوجي العديد من الأفكار التي نتعلمها في طفولتنا: الدواخل والخوارج، اليمين واليسار، الأنصاف، الربط، العقد، الترابط والانقطاع، في الواقع تعدُّ بعض المفاهيم أساسيه للغاية حيث أطلق على علماء الطبولوجيا علماء الرياضيات الذين لا يعرفون الفرق بين فنجان القهوة و الكعك المحلي، لكن الطبولوجيا أصبحت حجر الزاوية في الرياضيات الحديثة، وخلال الأربعين سنة الماضية طُبِّقت على مسائل عمليًّا في مجالات العلوم جميعها.

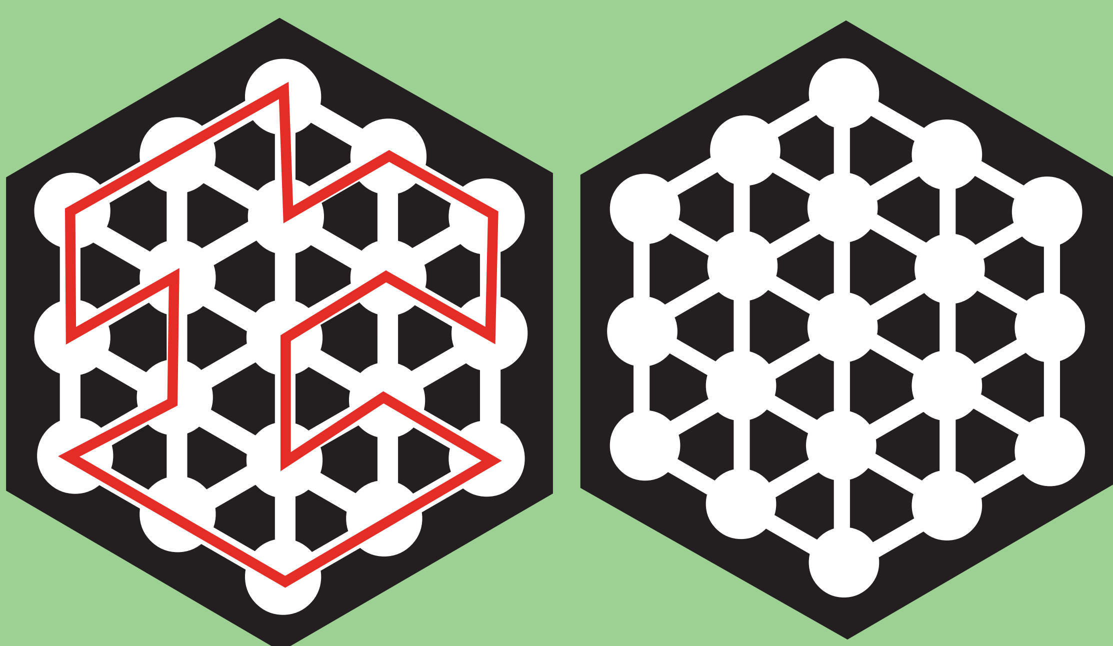
ولأن الطبولوجيا تتعامل مع المساحة، والأسطح، والمواد الصلبة، والمناطق والشبكات، ولأنها مليئة بالمستحيلات والتناقضات، فهي تعدُّ مادة غنية بموضوعاتها المختلفة والممتعة، للألعاب، وللألغاز ولحل المسائل.

لعبة التفكير
691

الصعوبة: ●●●○○○○○○○
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

نقطة الالتواء

يمكن لأي شخص توصيل النقاط التسعة عشرة جميعها في مسار مغلق، مستمر، ولكن هل يمكنك العثور على المسار الذي يمتلك معظم الالتواءات؟ المسار المبين في الرسم إلى اليسار له سبع عشرة زاوية. هل يمكنك إيجاد مسار آخر لديه سبع عشرة زاوية؟

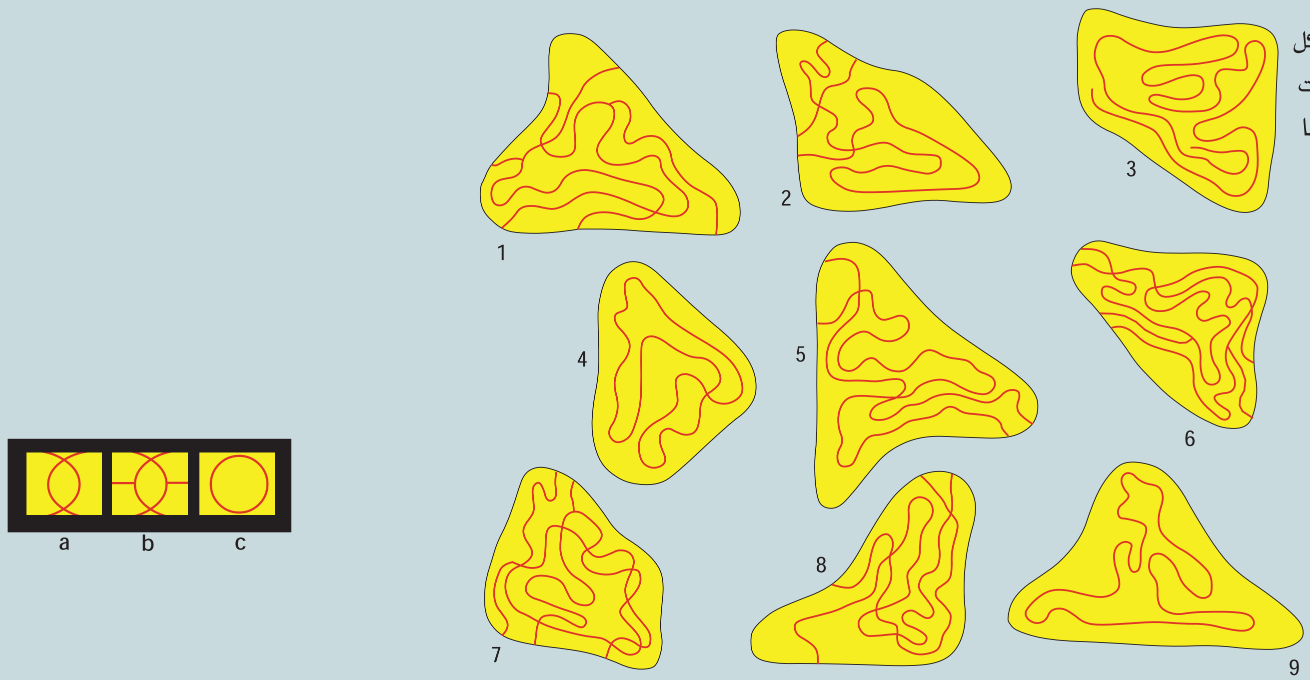


لعبة التفكير
692

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:________

التكافؤ الطبولوجي 1

الأشكال المرقمة (a, b, c) حيث حُوِّل كل شكل طبولوجي إلى واحدة من التشكيلات التسعة المرقمة. هل يمكنك إيجاد ما يعادلها طبولوجيًّا؟

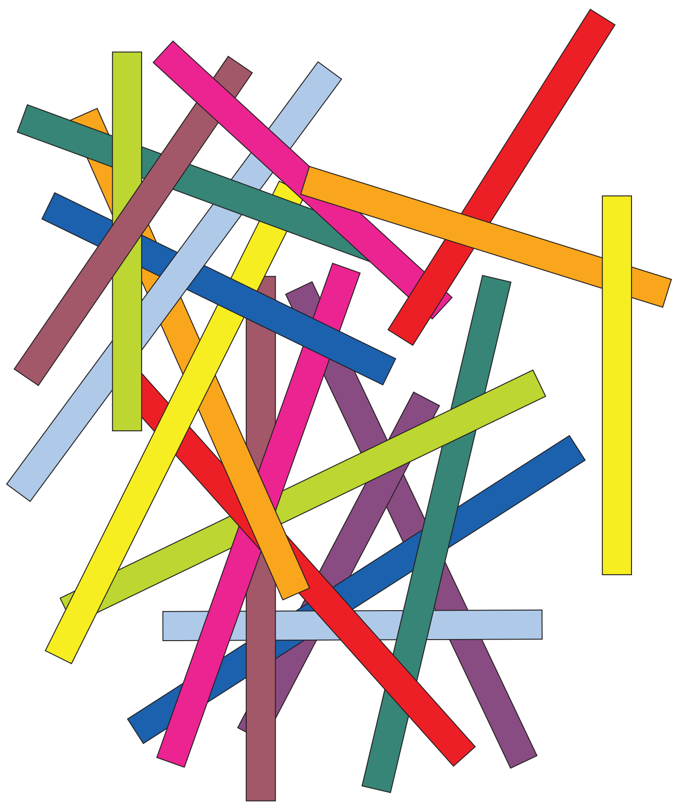


لعبة التفكير
693

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:________

التقاط العصا 2

في هذا اللغز يمكن التقاط كل عصا فقط إذا لم تكن هناك عصا أخرى موضوعة فوقها. هل يمكنك القيام بذلك التسلسل بحيث تلتقط العشرين عصا جميعها؟ أيضًا، ما عدد الأطوال المختلفة الموجودة؟



لعبة التفكير
694

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎ 🗐 ✂
الاستكمال: ☐ الوقت:________

البطاقة الفائقة

■ **الطيَّة المستحيلة**

هل يمكنك إنشاء هذا الهيكل الثلاثي الأبعاد من قطعة مستطيلة عادية من الورق المقوى، عن طريق القص ثلاث مرات متتابعة وطيها مرة واحدة؟



نظرية الألوان الأربعة (The Four-Color Theorem)

حتى وقت قريب كانت هناك مسألة طويلة الأمد في الطبولوجيا وهي التعامل مع تلوين الخرائط.

في منتصف القرن التاسع عشر كان رجل إنجليزي يدعى فرانسيس غوثري (Francis Guthrie) يملأ خارطة إنجلترا – من خلال تلوين المقاطعات بحيث لا يكون لأي مقاطعتين متجاورتين اللون نفسه، وقد تساءل كم لونًا سيكون ضروريًّا لاستكمال المهمة. شكلت هذه الحيرة مسألة رياضية بقيت قائمة لأكثر من قرن من الزمان. بسط علماء الرياضيات السؤال الكبير لجعله أكثر عمومية. فتساءلوا: ما عدد الألوان التي تعد ضرورية، بحيث إن أي خارطة يمكن أن تكون ملونة بمثل هذه الطريقة، ولا يكون للمناطق المتجاورة (التي يجب أن تكون على طول الحافة لحدود، وليس فقط في نقطة) لها اللون نفسه؟ من السهل أن توضح أن هناك ما لا يقل عن أربعة ألوان كافية لذلك؛ ففي عام 1879م، وبعد بضع سنوات من طرح غوثري مسألة الألوان الأربعة، نشر عالم رياضيات إنجليزي اسمه ألفريد براي كيمبي(Alfred Bray Kempe) دليلًا على أنه لا توجد خارطة يلزمها خمسة ألوان، ولكن في عام 1890م عُثر على خطأ دقيق ولكنه حاسم في برهانه: حيث أظهر في الواقع أنه لا توجد خارطة تتطلب ستة ألوان.

تعامل علماء الرياضيات مع هذه المسألة لمدة قرن تقريبًا.

لم يجد أحد خارطة تحتاج فعلًا إلى خمسة ألوان، بالمقابل لم يستطع أحد أن يثبت أنه لا يوجد مثل هذه الخارطة. أصبحت مسألة الألوان الأربعة سيئة السمعة بوصفها واحدة من أبسط المسائل الرياضية المتبقية من دون حل، مما جعل الأمر أسوأ في إطار الجهود المبذولة للإجابة عن مثل هذا السؤال البسيط، فالتعامل مع مسائل مماثلة ذات أسطح أكثر تعقيدًا قد حُلَّت بصورة قاطعة؛ على سبيل المثال، خارطة على حلوى الدونات يمكن دائمًا تلوينها بسبعة ألوان. والغريب أن سطحًا واحدًا يسمى قارورة (Klein Bottle) يتطلب ستة أو أكثر من الألوان لملء المناطق الممكنة جميعها.

لقد احتاج الأمر إلى حاسب آلي عملاق (Super Computer) استخدمه عالما الرياضيات هاكن وأبل (Wolfgang Haken and Kenneth Apple) من جامعة إلينوي (Illinois) في حلِّ مسألة الألوان الأربعة، حيث جزء المسألة إلى مجموعة من المسائل الفرعية، فأمكن حلها بوساطة هذا الحاسب الآلي. وبحلول عام 1976م وجدا حلًّا لهذه المسألة التي سميت بنظرية الألوان الأربعة.

لعبة التفكير
695

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ———

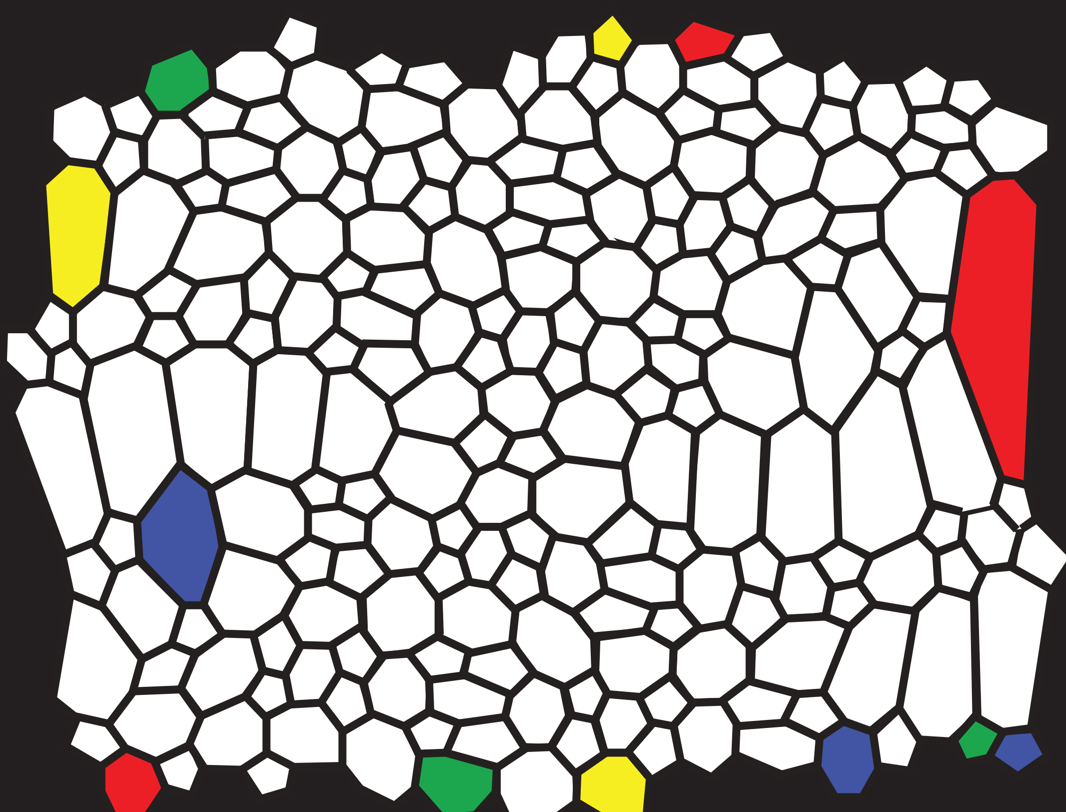
لون الطريق المسدود

■ **تلوين خارطة من 210 بلدان**

هل يمكنك ملء هذه الخارطة باستعمال أربعة ألوان فقط؟ إذا بدأت في ملء المناطق، قد تتورط قريبًا في المشكلات. إن الصعوبة هي تجنب الوقوع في طريق مسدود فاستخدام الألوان للمناطق التي تم شغلها في إنشاء المجالات التي لا يمكن استخدام الألوان الأربعة بها، هو ما يجعل هذا اللعبة لشخصين فيها الكثير من المرح.

يختار اللاعب الأول منطقة ويشغلها بواحد من الألوان الأربعة: ■ ■ ■ ■

يلون اللاعب الثاني المنطقة المجاورة، وهذا مبدأ ألعاب الدومينو– حيث لا يمكن لمنطقتين متلامستين استخدام اللون نفسه. اللاعب الآخير الذي يمكنه ملء المنطقة يفوز عند اتباع هذه القواعد.

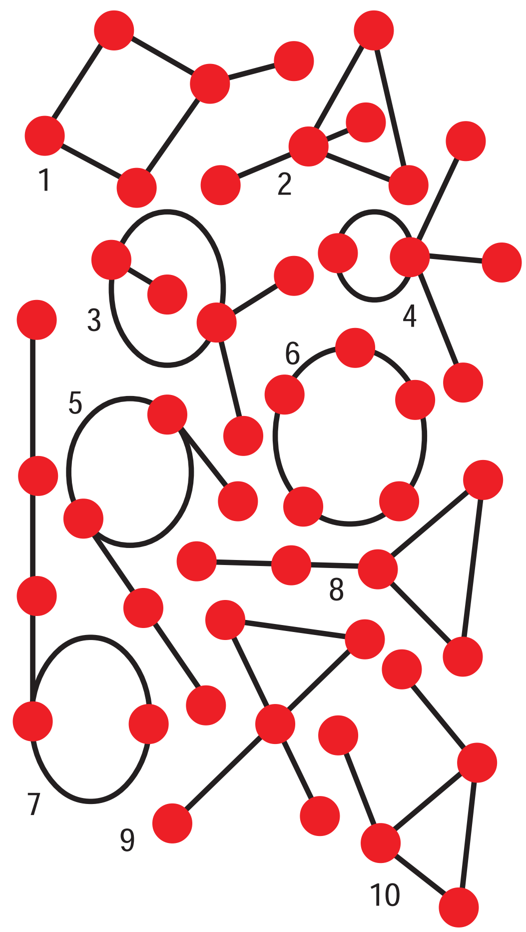


لعبة التفكير
696

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:———

التكافؤ الطبولوجي 2

افترض أن هذه التراكيب مصنوعة من الأربطة المطاطية والخرز. هل يمكنك أن تعلم أيًّا منها يُعدُّ متكافئًا طوبوغرافيًّا؟



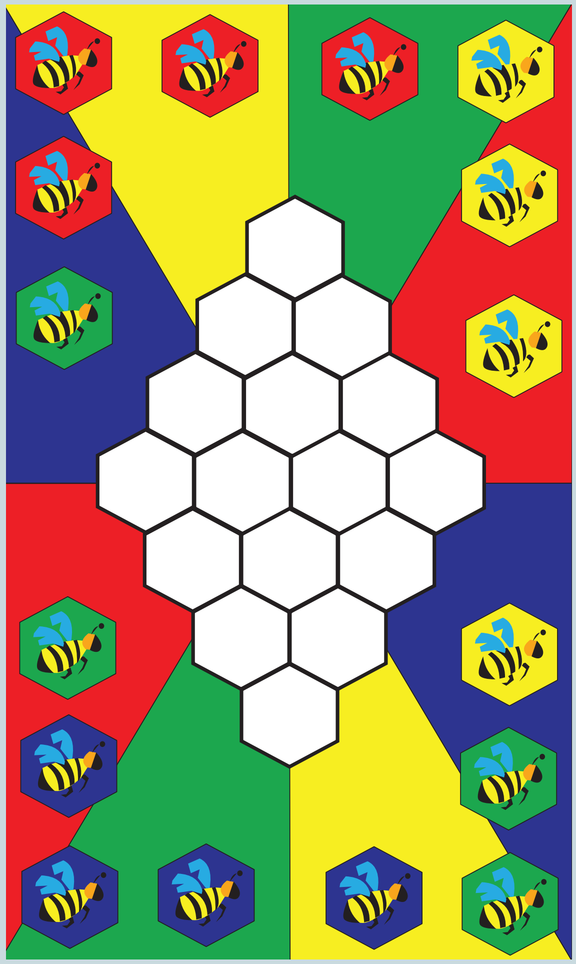
لعبة التفكير
697

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎ 🗐 ✂
الاستكمال: ☐ الوقت:———

قرص العسل ذو الألوان الأربعة

■ **لعبة طوبولوجية**

هذه اللعبة لشخصين، وتختبر قدرتك على توقع ما يسمى بلون الطريق المسدود. انسخ الأشكال السداسية الستة عشر الملونة واقطعها، ثم ضع أوجهها نحو الأسفل على الطاولة. يختار اللاعب الأول شكلًا سداسيًّا ويضعه على أي مساحة على اللوحة البيضاء، حيث لا تتشارك بحافتها مع منطقة لها اللون نفسه. ثم يقوم اللاعبان بالتناوب باختيار الأشكال السداسية ووضعها على المساحات التي لا تقع على الحدود مع منطقة الحدودي أو شكل سداسي له اللون نفسه. آخر لاعب يتمكن من وضع الشكل السداسي يُعدُّ الفائز.

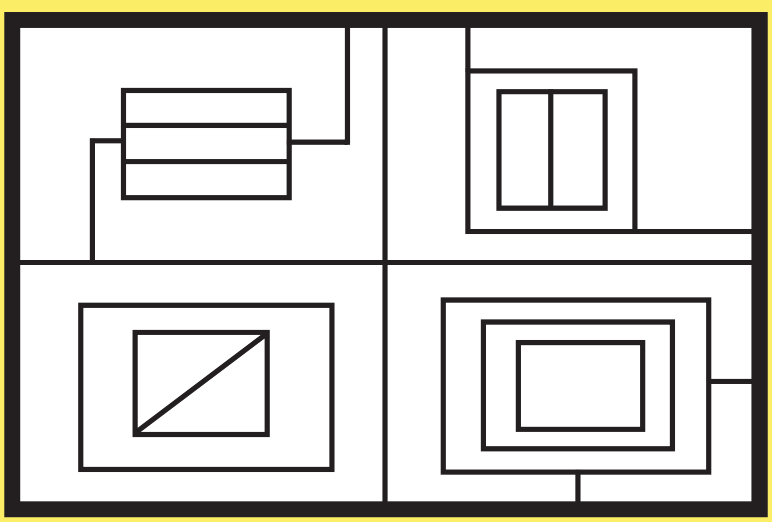


لعبة التفكير
698

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:———

تلوين النمط

لنفترض أنك ترغب في تلوين النمط المبين من دون استخدام اللون نفسه في منطقتين متجاورتين. فما الحد الأدنى لعدد الألوان التي تحتاج إليها؟



«إنَّ أول اكتشافات الطفل الهندسية هي طبولوجية، فإن سألته أن ينسخ مربعًا أو مثلثًا، فسيرسم لك دائرة مغلقة».

جين بياجيت (Jean Piagt)

نظرية اللونين (The Two-Color Theorm)

على الرغم من أن هناك حاجة إلى أربعة ألوان للخرائط العادية، فإن الخرائط المرسومة بطريقة خاصة قد لا تحتاج إلى هذا العدد كله، وهناك حالة واحدة فريدة تنطوي على رسم خرائط باستخدام خطوط مستقيمة فقط. وتشير ورقة مسودة صغيرة إلى أن اثنين من الألوان قد يكونا كافيين. هل هذا صحيح؟

الدليل على ذلك يتطلب القليل من الجهد لفهمه؛ ببساطة أضف خطوطًا واحدًا تلو الآخر إلى خارطة، وكلما أضفت كل خط، بدِّل بين اللونين على المناطق جميعها التي تقع على جانب واحد من الخط الجديد. المناطق الملونة التي تبقى مختلفة عبر الحدود القديمة، في حين أنها تختلف عبر الحدود الجديدة بفضل تبادل اللونين. يمكن تعميم الإثبات نفسه على الخرائط التي تكون حدودها إما المنحنيات الفردية تمر عبر المسطح بأكمله أو العروات المغلقة.

الخرائط ذات اللونين تملك عددًا زوجيًّا من الحواف التي تلتقي عند أي تقاطع. يجب أن يكون ذلك صحيحًا لأي خارطة يمكن تلوينها بلونين فقط؛ لأن المناطق حول تقاطع أو ركن يجب أن تكون لها لونان متناوبان. بالإضافة إلى ذلك يمكن إثبات إمكانية تلوين أي خارطة على سطح مستوٍ بلونين فقط إذا وإذا فقط كان لتقاطعاتها عددًا زوجيًّا من الحواف. وهذه هي نظرية اللونين (The Two_Color Theorm).

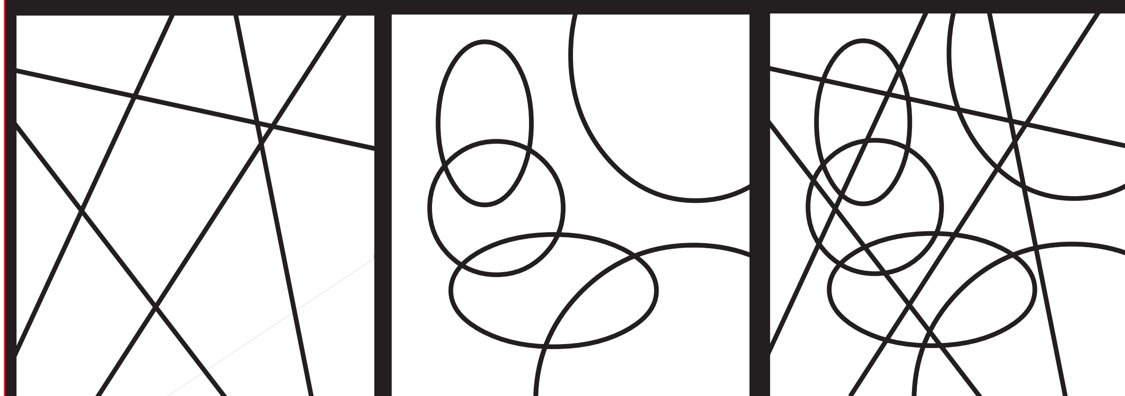
لعبة التفكير
699

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:

تلوين الخارطة 1

هل يمكنك ملء المناطق على هذه الخرائط باستخدام أقل عدد من الألوان؟

يمكن للمناطق من اللون نفسه أن تجتمع في نقطة، لكنها لا يمكن أن تشترك في الحدود.



> «الطبولوجي شخص لا يعرف الفرق بين كعكة (الدونت) وفنجان القهوة».
>
> جون كيلي (John L.Kelley)

لعبة التفكير
700

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:

القلادة المتعددة الأضلاع

صُنعت هذه القلادة من ثماني وصلات، كل وصلة منها على شكل مضلع منتظم، وهذه المضلعات هي من مثلث إلى مضلع عَشري الأضلاع. هل تستطيع أن تحدد ترتيب ترابط المضلعات الموصولة؟

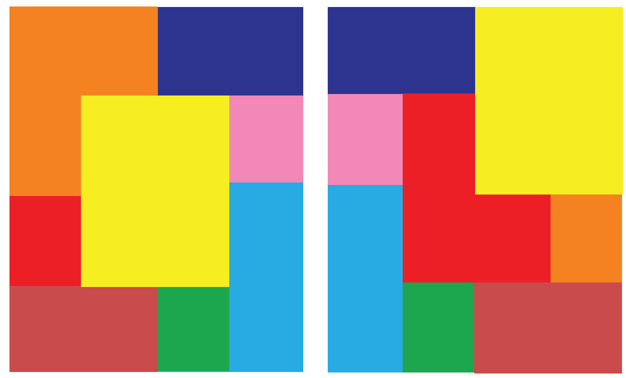


لعبة التفكير 701

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:________

البطاقات المتداخلة

ثماني أوراق لعب بألوان مختلفة مكدسة في نمطين متداخلين، كما هو موضح هنا. هل يمكنك معرفة الترتيب الذي اتبع عندما وضعت البطاقات فوق بعضها؛ حيث تكون البطاقة 8 في الأسفل إلى البطاقة 1 في الأعلى لكلا الكومتين؟



لعبة التفكير 702

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:________

لعبة أربعة في صف واحد

يمكن أن يلعب هذه اللعبة الإستراتيجية ما يصل إلى أربعة أشخاص. يبدأ اللعب بأن يضع كل لاعب 10 أقراص ورقية أو بلاستيكية جميعها بلون واحد خاص به. يبدأ اللاعبون بالتناوب في وضع أقراصهم العشرة الملونة على دوائر اللوحة، وبعد وضع الأقراص جميعها على اللوحة، يبدأ كل لاعب بالدور في تحريك قرص من أقراصه من دائرة معينة إلى دائرة مجاورة متصلة بها بخط، فإذا أدت النقلة التي قام بها إلى أن يكون عدد أقراصه التي في صف واحد أكثر من عدد أقراص منافس له، فعندها فعليه إزالة قرص واحد من منافسه في هذا الصف. يستمر اللعب إلى أن يستطيع أحد اللاعبين من تحريك أربعة أقراص من أقراصه في صف واحد، فيكون هو الفائز باللعبة.

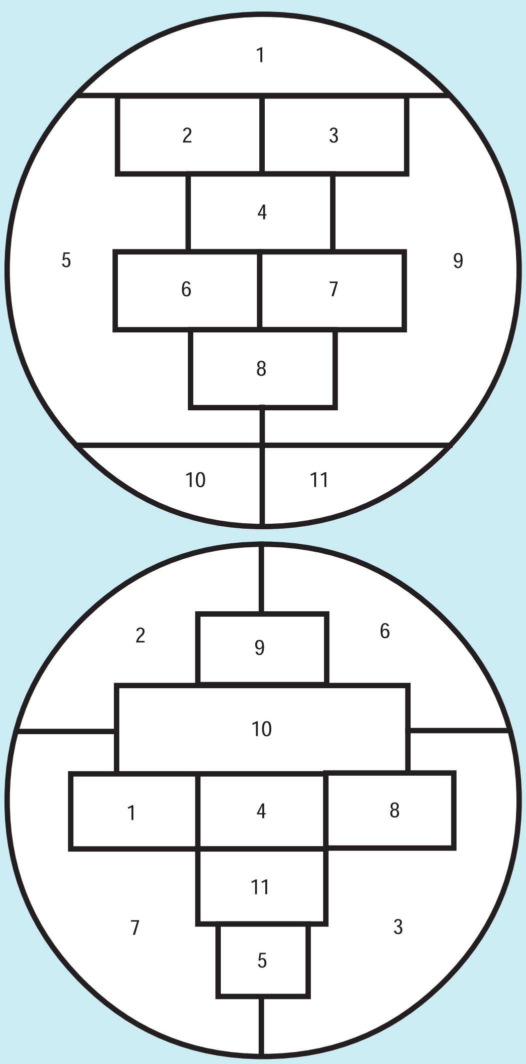


لعبة التفكير 703

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:________

مستعمرة المريخ

اقترح عالم الرياضيات الألماني جيرهارد رينجل (Gerhard Ringel) مسألة هذه الخارطة في عام 1950م. تخيل أن الدول الإحدى عشرة الكبرى على الأرض قد حجزت أراضٍ لها على سطح المريخ لاستعمارها؛ توجد منطقة واحدة لكل دولة. وللمساعدة في الحفاظ على وضوح الفوارق السياسية، تصر الدول أن تلون خرائط مستعمرات المريخ بالألوان نفسها المستخدمة في البلدان الأم على خرائط الأرض. باستخدام اللون نفسه للمناطق التي لها العدد نفسه، هل يمكن ملء الخرائط كلها بحيث لا توجد مناطق متجاورة تشترك في اللون نفسه؟ ما عدد الألوان التي سوف تحتاجها؟

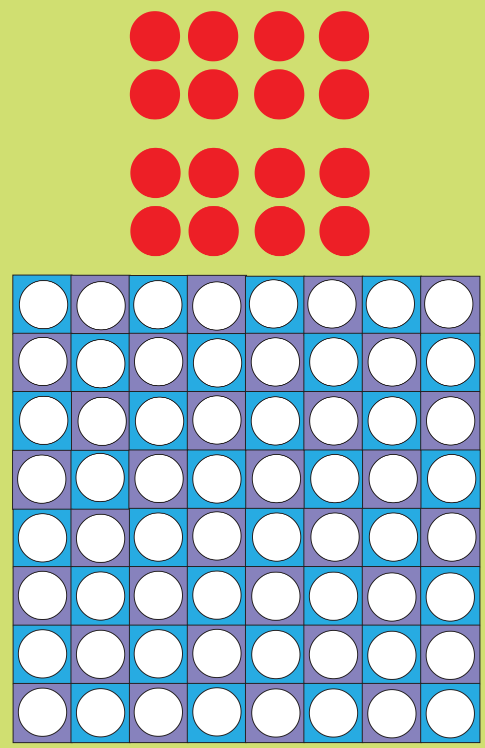


لعبة التفكير
704

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:———

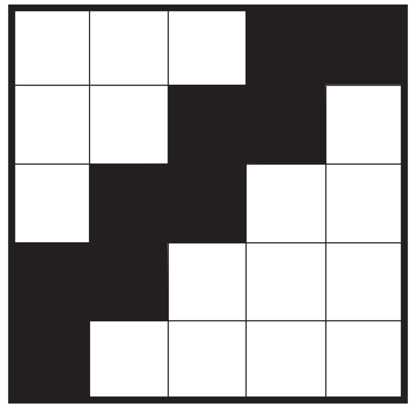
مواجهة الوزراء

1. هل يمكنك وضع عشرة وزراء على رقعة الشطرنج بحيث يستطيع كل وزير أن يهاجم وزيرًا. وآحدًا آخر فقط؟
2. هل يمكنك وضع أربعة عشر وزيرًا بحيث يستطيع كل وزير أن يهاجم بالضبط وزيرين آخرين من الوزراء؟
3. هل يمكنك وضع ستة عشر وزيرًا على رقعة الشطرنج بحيث يستطيع كل وزير أن يهاجم ثلاثة وزراء آخرين ؟
4. للعلم، يتحرك الوزير في الشطرنج أفقيًا وعموديًّا ومائلًا قطريًّا لأي مربع يشاء، ويسمى هذا النوع من الألغاز الشطرنج الخيالي (Fairy Chess)



لعبة التفكير
705

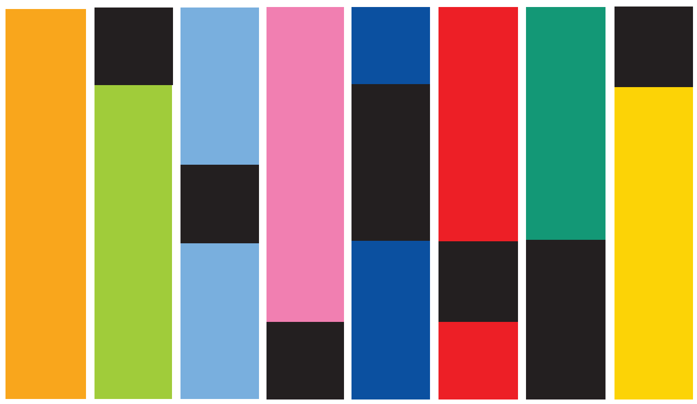
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:———



التداخل المتعرج

هل يمكنك وضع الشرائط الثمانية في شبكة 5×5 مربَّعات؛ ليتسنى لك رؤية الشريط الأسود المستمر والمار قطريًّا على اللوح، كما هو مبين؟

ما التسلسل الذي يجب وضع هذه الشرائط من خلاله ؟

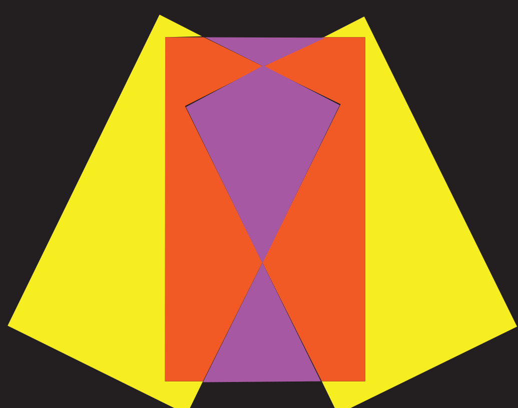


لعبة التفكير
706

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:———

التداخل

ثلاثة إطارات مستطيلة متطابقة وُضِعت واحدة فوق الأخرى، كما هو مبين. نتج من التقاطعات بينها سبع مناطق. هل يمكنك إيجاد وسيلة للحصول على خمس وعشرين منطقة من تقاطع المستطيلات المتداخلة نفسها؟

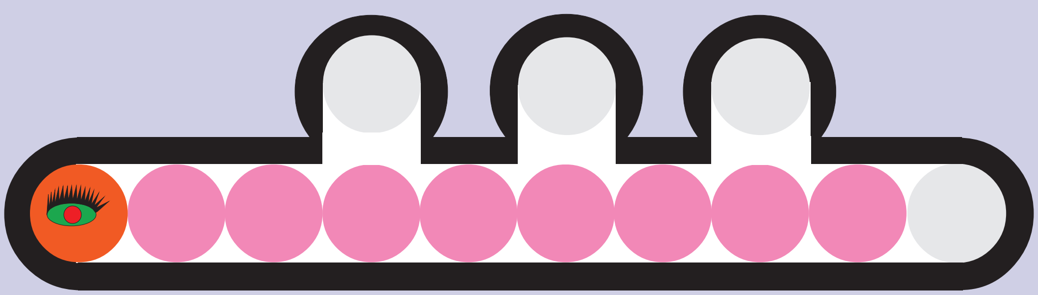


لعبة التفكير
707

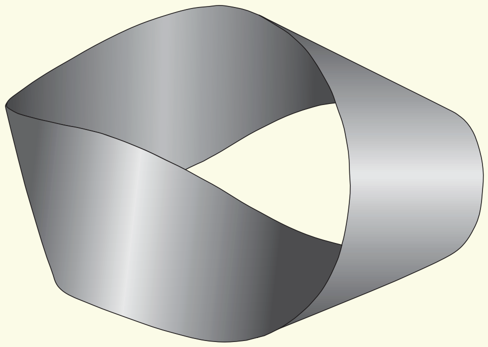
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:———

الثعبان

رتبت تسعة أقراص كما هو مبين، مع عين الثعبان إلى اليسار، والهدف مــن هذا اللغز هو نقل العين إلى الطرف الآخر في أقل عدد ممكن من التنقــلات. (في هذا اللغز تعد النقلة مثل وضــع قرص في واحدة من إحدى المساحات الثلاث التي في جانب الثعبان).



شريط موبيوس (Möbius Strip)



الأشكال العجيبة والصلات الغريبة تجعل الرياضيات مثيرة للاهتمام، وليس هناك ما هو أكثر روعة من غرابة وبساطة وطبولوجيا شريط موبيوس. اكتشف عالم الرياضيات الألماني أ.ف موبيوس (A. F. Möbius) في القرن التاسع عشر أنه يمكن إعداد سطح له جانب واحد فقط، وحافة واحدة. وعلى الرغم من أن مثل هذا الجسم يبدو من المستحيل تخيله، فإن صناعة شريط موبيوس أمرًا بسيطًا جدًّا: خذ شريطًا من الورق العادي ولفَّ نهاية واحدة، ثم ألصق الطرفين معًا. إذا بدأت برسم خط على طول أسفل الشريط، ستعود بعد دورة كاملة إلى النقطة نفسها التي بدأت منها – ولكن على (الجانب) الآخر من الشريط، وعند رسم خط من خلال دورة كاملة أخرى تجد نفسك مرة أخرى عند نقطة البداية.

شرائط موبيوس ممتعة للعب، ولكن وجد المهندسون الصناعيون استخدامًا جيدًا للشكل أيضًا؛ إذ غالبًا ما تُصمَّم السيور الناقلة على شكل شرائط موبيوس حتى لا تتآكل السطوح بسرعة.

لعبة التفكير 708

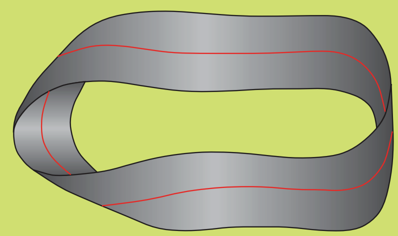
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✂

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

شريط موبيوس 1

إذا قصصت شريط موبيوس بصورة طولية أسفل المركز حتى تصل إلى نقطة البدء، هل يمكنك معرفة ما سيحدث للشريط؟



لعبة التفكير 709

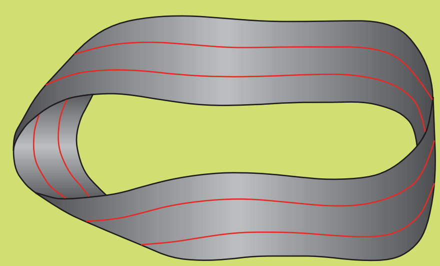
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✂

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

شريط موبيوس 2

إذا قصصت شريط موبيوس بصورة طولية إلى الثلثين، كل ثلث من الحافة، هل يمكنك معرفة ما سيحدث للشريط؟



لعبة التفكير 710

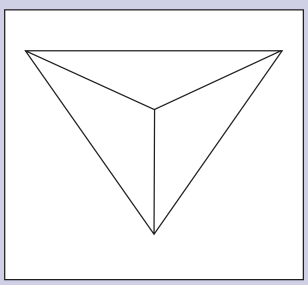
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

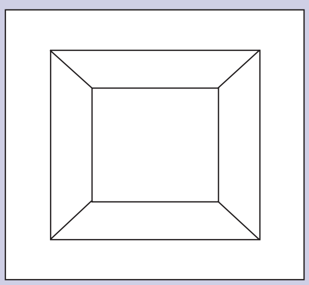
المطلوب: 👁 ✎

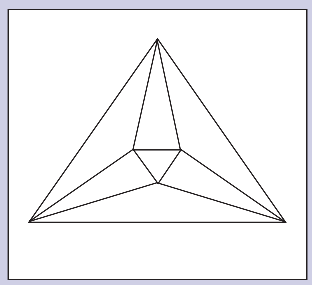
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

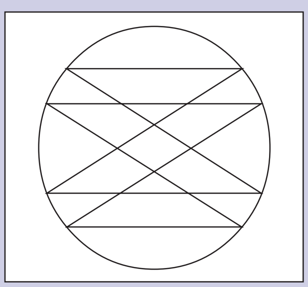
تلوين الخارطة 2

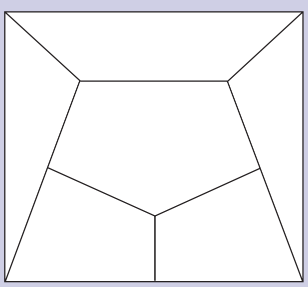
استخدم مهارات تلوين الخارطة في تلوين هذه الألغاز الثمانية أدناه. يجب تلوين أي منطقتين متجاورتين بلونين مختلفين. ما أقل عدد من الألوان نحتاج إليه لتلوين كل خارطة من الخرائط الثمانية؟

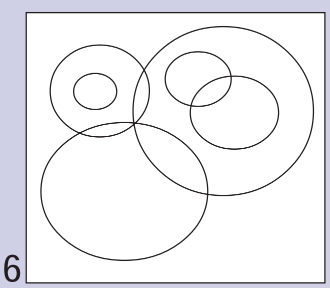

1

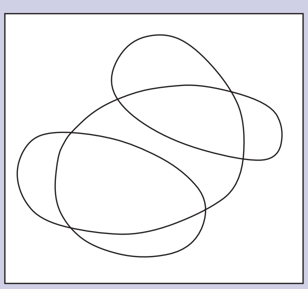

2

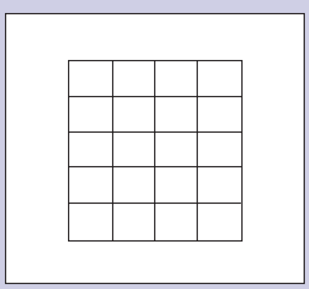

3


4


5


6


7

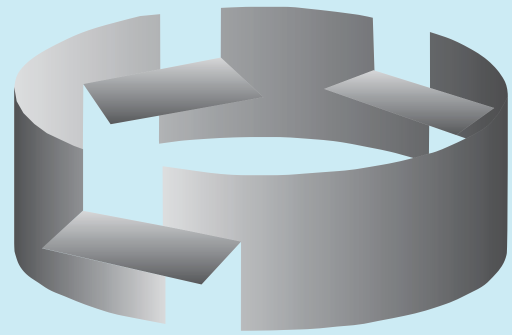

8

لعبة التفكير 711

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

حلقة البطاقة الفائقة

يوضح هذا الرسم قطعة غريبة من الأثاث المصنوع من قطعة واحدة من الخشب الرقيق. كما ترى، إنها دائرية، مع اثنين من المقاعد داخل الحلقة ومقعد واحد في الخارج. هل يمكنك بناء نموذج لهيكل من شريط واحد من الورق؟ عندما تصنع هذا النموذج، هل يمكنك أن ترى كيف يمكن استخدامه في إظهار تكوين معاكس للمقاعد، أي اثنين في الخارج وواحد في الداخل؟



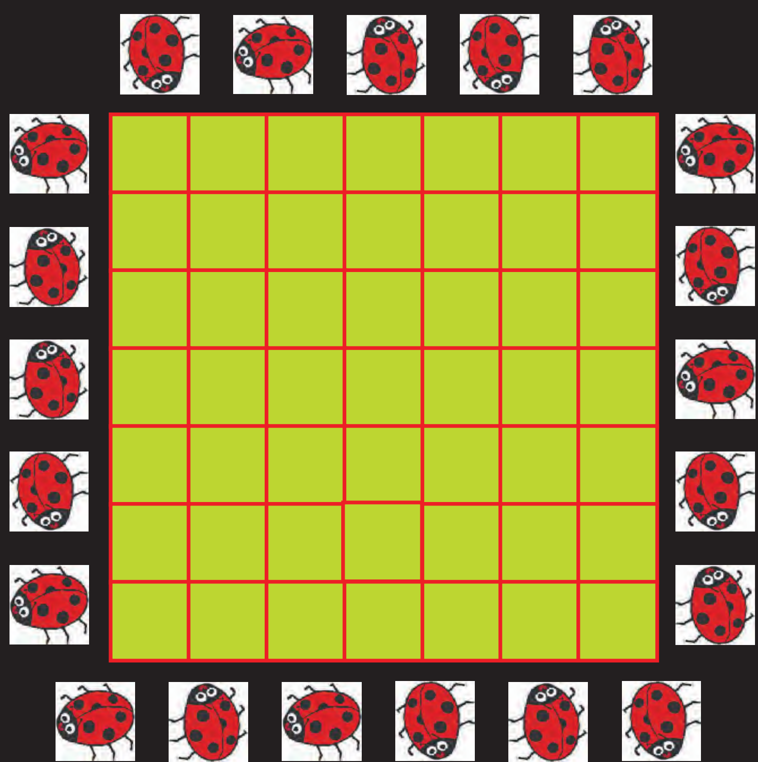
لعبة التفكير 712

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لعبة الدعسوقة

■ **مسألة ثلاثة في صف واحد**

لديك 21 دعسوقة تحيط بحوض مربع من الزهور مكون من 7×7 مربعات. هل يمكن توزيع هذه الدعسوقات لتكون كل ثلاث منها فقط في صف أفقي أو عمودي واحد، وألّا يتجاوز أكثر من دعسوقتين منها في الصف الأفقي أو العمودي الواحد؟ يمكن أن يلعب هذه اللغز شخصان؛ حيث يتبادل اللاعبان وضع الدعسوقات بالشروط نفسها، واللاعب الذي يضع آخر دعسوقة يفوز في اللعبة.

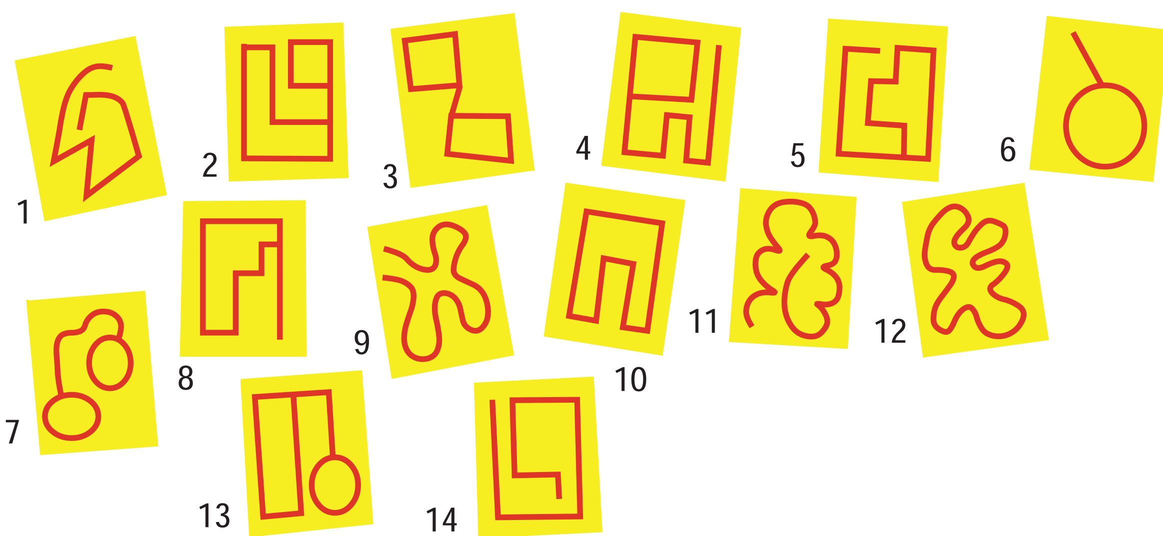


لعبة التفكير 713

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

التكافؤ الطبولوجي 3

تتضمن هذه الرسومات الأربعة عشر ثلاثة رباعيات وزوجًا واحدًا من الأشكال المتكافئة طبولوجيًّا. هل يمكنك تحديد الزوج الانفرادي وسط هذه الرباعيات؟



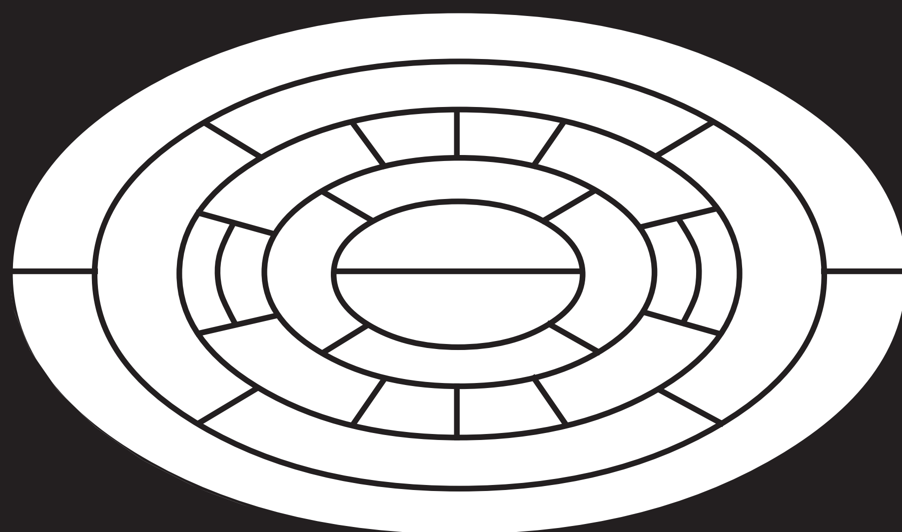
لعبة التفكير
714

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

لعبة تلوين الإمبراطورية (M–Pire)

تُعد مسألة الألوان الأربعة اللغز الأكثر شهرة في ألغاز الخرائط، ولكـن هناك مسـألة أخرى تماثلها في التحدي وهي تشـمل السـماح لمناطق عدة مختلفة من الخارطة أن تنتمي لنفس أي الإمبراطورية (Empire) ليكون لها اللون المشترك نفسه، فإذا كان لـكل إمبراطورية عدد مـن المناطق (M)، فإنها تسمى في هذه الحالة مسألة (M–Pire).

تبدأ المسألة الأولى في منطقة واحدة (1–Pire) ثم مسألة منطقتان (2–Pire) حيث تعتمد هذه المسألة على خارطة فيها زوجان من المناطق لكل إمبراطورية من الإمبراطوريتين ولكل إمبراطورية ألوان مميزة تلون فيه مناطقها شريطة ألا يكون لأي منطقتين متجاورتين اللون نفسه. على ضوء ذلك، هـل يمكن معرفة الحـد الأدنى لعدد الألـوان التي نحتاجها لتلوين الخارطة أدناه والمكونة من إمبراطوريتين (2–Pire) مقسمة على عدد المناطق فيها بالتساوي؟



لعبة التفكير
715

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

طبولوجيا الحروف الأبجدية الإنجليزية

يعد اثنان من الأشـكال متكافئيـن طبوغرافيًّا إذا أمكن تشكيل واحد منهما باستمرار لتكوين الآخر؛ فالمثلث في عيون علماء الطبولوجيا، لا يختلف عن المربع أو حتى عن الدائرة.

فالحـرف E، في الأحرف المبينة أدناه، يعادل طبوغرافيًّا خمس حروف أخرى منها. فهل يمكنك معرفة أي منها؟

ABCDE
FGHIJ
KLMNO
PQRST
UVWXYZ

لعبة التفكير
716

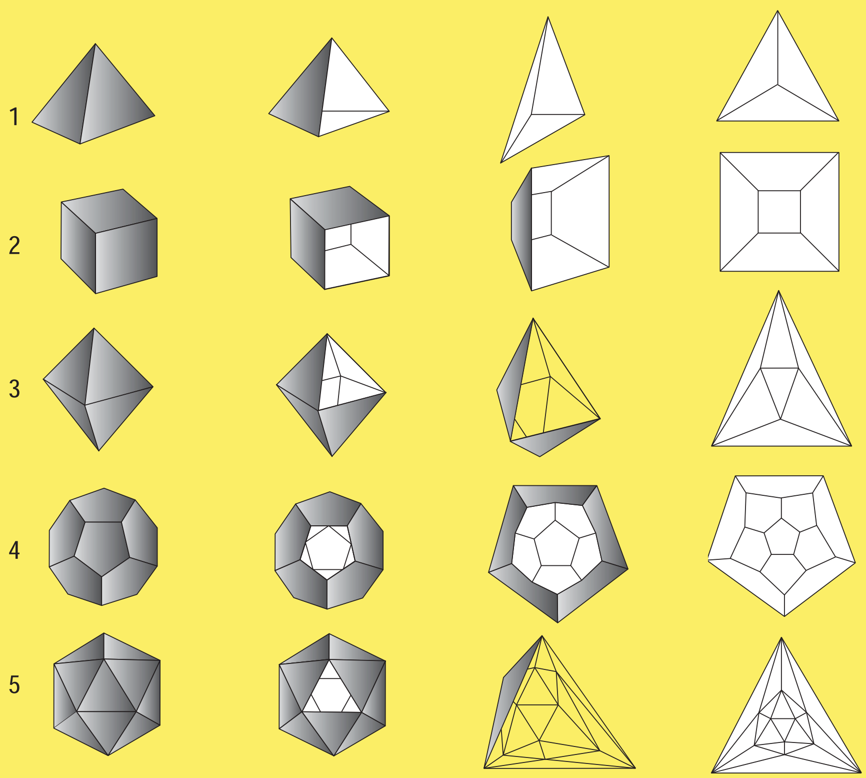
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

تلوين متعدد الوجوه

هناك خمسة مواد مجسمات منتظمة، أو متعددة الأوجه: الرباعي الأوجه (أربعة وجـوه)، المكعـب (سـتة وجوه)، المجسـم الثماني (ثمانية وجوه)، الاثنا عشـري (اثنا عشـر وجهًا)، والعشروني الوجوه (عشـرون وجهًا). لمساعدتك على تلوين كل وجـه، يمكنـك التفكيـر فـي كل متعـدد الوجوه بوصفـه خريطة علـى كرة، على الرغم من أنها منحنية المجال نوعًا ما ومتعرجة.

وللمسـاعدة علـى التلوين، تم تغطية المجسـمات الخمس المنتظمـة المبينة إلى اليمين بصفائح مطاط، وهذا يسـمح لنا بتحديد الأشـكال لإنشاء رسوم مسطحة يمكن تلوينها بسـهولة. باستخدام هذه الرسوم بوصفها دليلًا، هل يمكنك معرفة عدد الألوان المطلوبة لملء الوجوه للأشكال المنتظمة الخمسة؟

تذكر، إن المناطق الواقعة خارج حواف الرسم تُعد جانبًا إضافيًّا.



لعبة التفكير 717

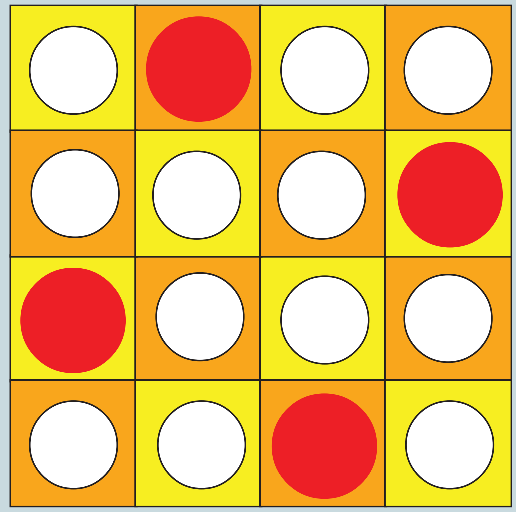
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

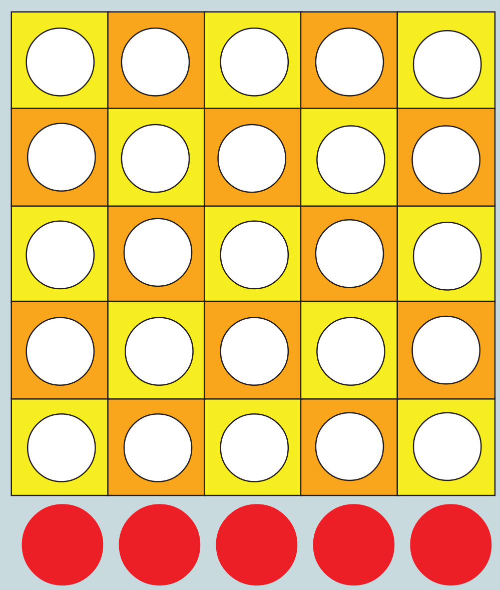
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لا يتوافر اثنان في الصف نفسه 1

■ **مواجهة وزراء الشطرنج**



توضع الأقراص الحمراء الأربعة على الرسم البياني العلوي في مصفوفة 4×4، بحيث لا يقع اثنان منها على الخط العمودي أو الأفقي أو القطري نفسه. فهل يمكنك وضع خمسة أقراص على لوحة خمسة في خمسة بالشروط نفسها؟



لعبة التفكير 718

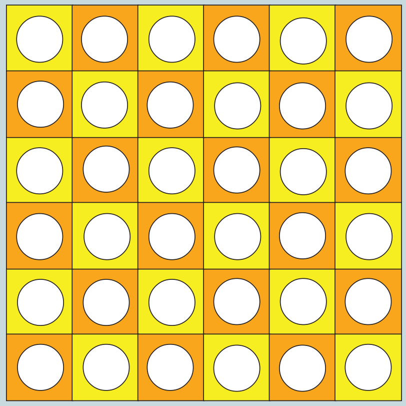
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

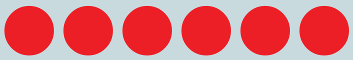
المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لا يتوافر اثنان في الصف نفسه 2

هل يمكنك وضع ستة أقراص على لوحة الستة في ستة بحيث لا يوضع قرصان على أي من الخطوط العمودية، أو الأفقية أو القطرية نفسها؟





لعبة التفكير 719

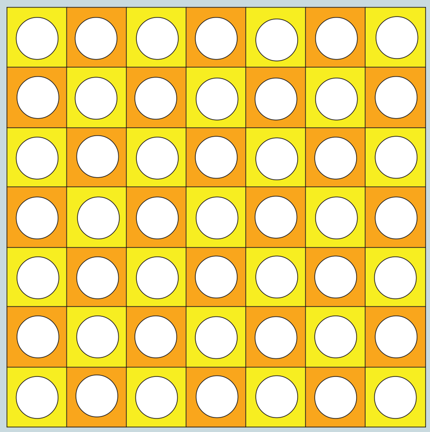
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لا يتوافر اثنان في الصف نفسه 3

هل تستطيع وضع سبعة أقراص على لوحة مكونة من سبعة في سبعة مربَّعات، بحيث لا يوضع قرصان على أي من الخطوط الأفقية أو العمودية أو القطرية نفسها؟





لعبة التفكير 720

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

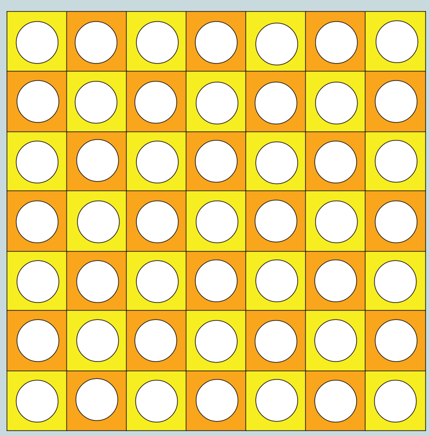
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لا يتوافر اثنان في الصف نفسه 4

■ **لغز الثمانية وزراء**

هل يمكن وضع ثمانية أقراص على لوحة 8×8. بحيث لا يقع أي قرصين على الخط العمودي أو الأفقي أو القطري نفسه؟

هذا اللغز مثل لغز توزيع الوزراء الثمانية على رقعة الشطرنج المشهور، بحيث لا يهاجم أي وزير وزيرًا آخر من الاتجاهات كافة. فهل يمكنك أن تعثر على اثني عشر حلًّا مختلفًا؟





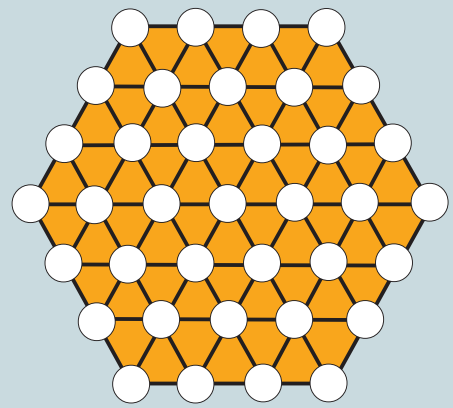
لعبة التفكير
721

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لا يتوافر اثنان في الصف نفسه 5

■ **الشبكة الثلاثية**

هل يمكن وضع سبعة أقراص على الدوائر، بحيث لا يكون اثنان منها على خط الشبكة نفسه في أي اتجاه؟





لعبة التفكير
722

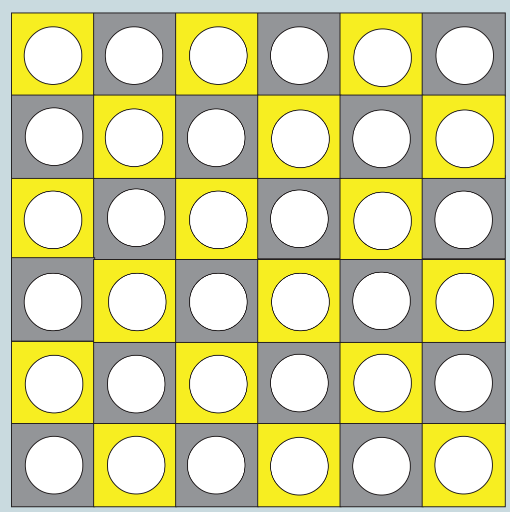
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مواجهة لون وزراء الشطرنج 1

اختلاف مثير للاهتمام حول مسألة الوزراء الشهيرة (القرن 19) التي تتضمن وضع ثمانية وزراء بألوان مختلفة.

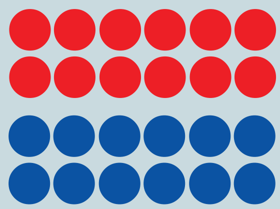
والسؤال: ما عدد الوزراء من لونين مختلفين يجب وضعهم على الرقعة أدناه (6×6)، بحيث لا يمكن أن يُهاجم أي وزير من اللون الآخر (أي يجب ألّا أي وزيرين مختلفي اللون في صف واحد سواء كان أفقيًّا أو عموديًّا أو قطريًّا). يمكن زيادة ألوان الوزراء إلى أكثر من لونين. لكن هل يمكن توزيع الوزراء العشرة (حمر وزرق) أدناه على هذه اللوحة وفق ذلك؟

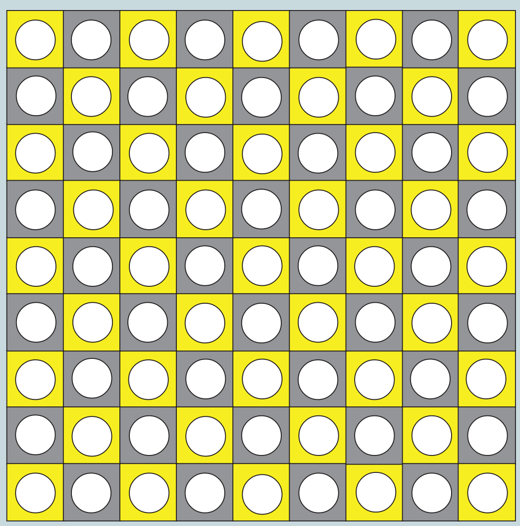




لعبة التفكير
723

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______





مواجهة لون وزراء الشطرنج 2

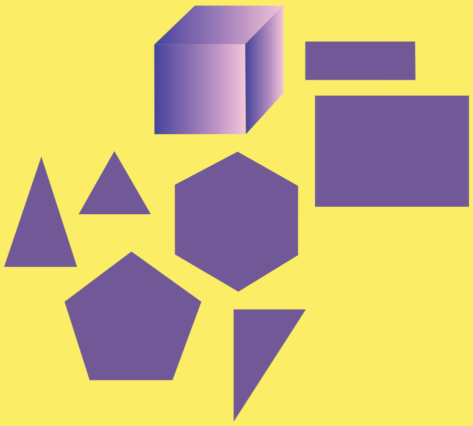
هل يمكنك وضع الوزراء الحمر والزرق (24) جميعهم على رقعة الشطرنج (9×9) أعلاه، بحيث لا يمكن لأي وزير مهاجمة أي وزير من لون آخر؟

لعبة التفكير
724

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

قطع المكعب

ما عدد الأشكال المبينة أدناه التي يمكن عملها بقصة واحدة من سكين حادة في المكعب؟

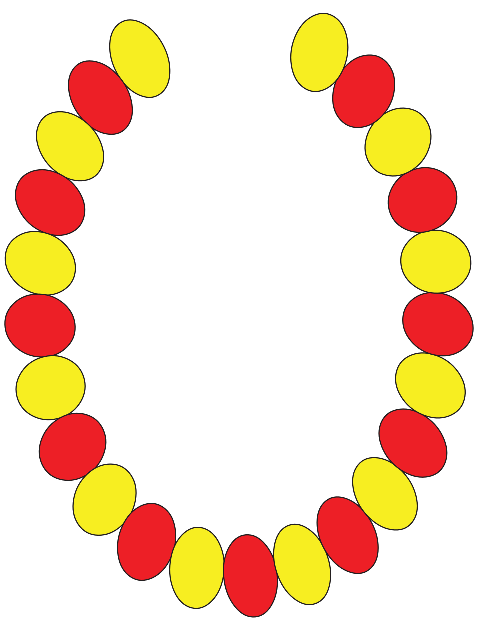


لعبة التفكير
725

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الحد الأدنى من القطعات

قلادة ذات ثلاث وعشرين حبة خرز مبينة أدناه. فإذا رغبنا في فصل الحبات الفردية لهذه القلادة إلى أطوال صغيرة، بحيث يمكننا بعد ذلك إعادة وصلها لتشكيل كل طول ممكن من واحد ـ إلى ثلاث وعشرين حبة خرز. فما عدد القطعات اللازمة لتحقيق ذلك (1، 2، 3، 4، ...) وعدد كل منها؟



العقد (Knots)

أي شخص يستطيع ربط حذائه يفهم قليلًا عن العقدة، ولكن علماء الرياضيات حوَّلوا العقدة إلى حقل للدراسة الطبوغرافية العميقة، فلا تتوقع أنّ تفك عقدة رياضية، فكلا طرفيها متصلان ليكونا حلقة لا نهاية لها. مثل هذه الهياكل الخطية التي تمتد لتصبح ثلاثية الأبعاد هي أبسط تمثيل للمنحنيات في الفراغ لثلاثي الأبعاد. (أكثر المفاهيم الطبوغرافية تقدمًا هي الأسطح والمجسمات متعددة الأبعاد المعروفة باسم المنطويات).

هذا هو السؤال الأول في نظرية العقدة: هل يمكن لسلسلتين مغلقتين مصنوعتين من مادة قابلة للتوسع ولكن غير قابلة للاختراق أن تتغير من خلال التحول المستمر إلى صور من صور السلاسل المنسجمة والمتطابقة؟ وعلى الرغم من أن العقد هي ذات بُعد واحد، لكنها أصعب من الأسطح. ويطرح حلها مشكلات كبيرة، وكثير منها لا تزال من دون إجابة، حتى أبسط هذه الحالات، فتأكيد البرهان مهمة شاقة. إن علم طبولوجيا العقدة ليس مجرد اهتمامات ترفيهية لعلماء الرياضيات المحترفين؛ فلذلك العلم أهمية كبيرة في فروع عديدة من العلوم، ولا سيما علم الأحياء الجزيئي الذي تم فيه توضيح بنية جزيء DNA وعدد كبير من البروتينات مطوية التعقيد؛ حيث ساعد هذا العلم على الإجابة الرياضية عن السؤال: كيف يمكن فك عقدة ثلاثية الأبعاد طويلة جدًّا؟

لعبة التفكير 726

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

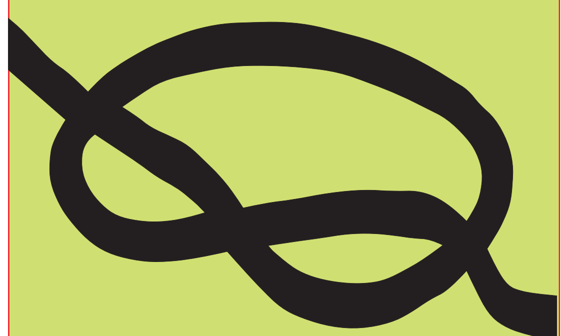
المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

عقدة الظل

قطعة من الحبل، مطروحة على الأرض أمامك، والمكان مظلم للغاية لا تعرف ما إذا كانت فروع الحبل تمر فوق الحلقة أو تحتها في نقاط التقاطع الثلاث. واعتمادًا على كيفية وضع الحبل، فقد يتسبب سحب طرفيه في شد عقدة في الحبل.

هل هذا ممكن؟ إذا علمنا أنَّ طريقة وضع الحبل عشوائية بحتة، فهل يمكن معرفة احتمال أن يكون هذا الحبل معقودًا بدلًا من كونه ملفوفًا فوق بعضه؟



لعبة التفكير 727

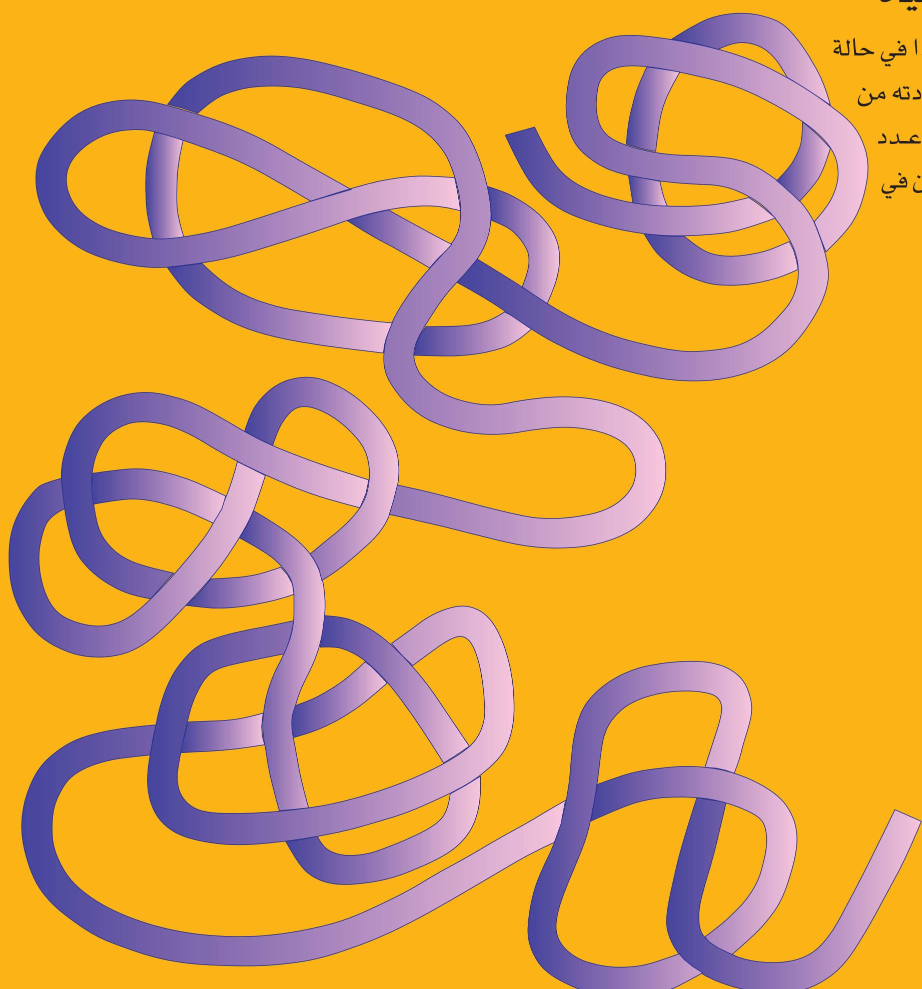
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

خرطوم المياه

خرطوم المياه هذا في حالة فوضوية. إذا شددته من كلا طرفيه، ما عدد العقد التي ستتكون في الخرطوم؟



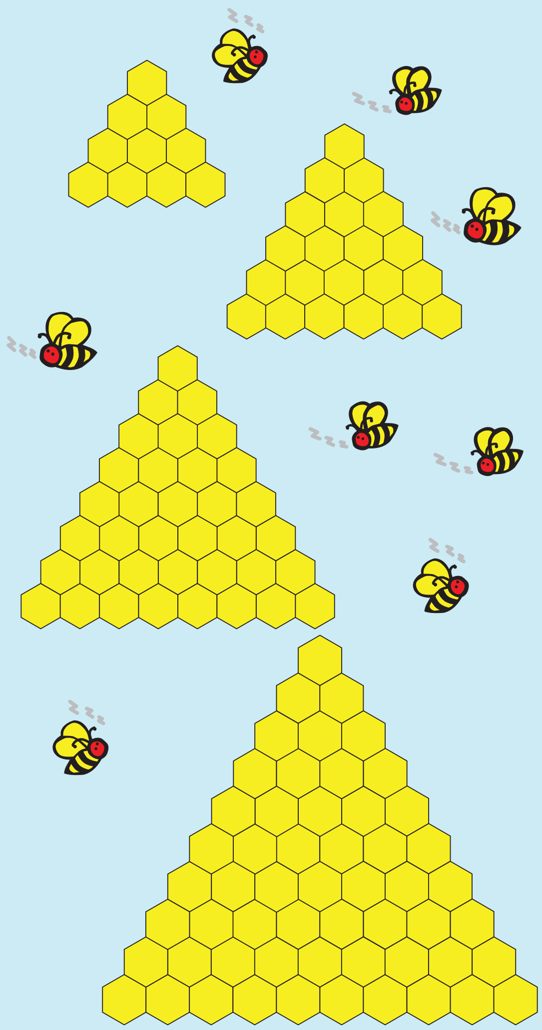
لعبة التفكير
728

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

حرَّاس النحل

حقَّق عالم الرياضيات هربرت تايلور (Herbert Taylor) في مبدأ عدم المهاجمة الموجود في ألغاز مواجهة وزراء الشطرنج (اللغزان رقم 723 و 722) على مصفوفات سداسية ومثلثة، وهذا لغز مبني على أساس النتائج التي توصل إليها؛ سيهاجم النحل بعضه إذا اشترك في الصف أو العمود الثلاثي نفسه في الشبكة السداسية. مع أخذ ذلك في الحسبان، هل يمكنك معرفة أكبر عدد من النحل الذي يمكن وضعه على كل من الشبكات الأربع الموضحة هنا؟

هل يمكنك معرفة الحد الأدنى لعدد النحل اللازم لحراسة الشبكات الأربع التي توضع، بحيث إنَّ إضافة نحلة واحدة من شأنه أن يؤدي إلى هجوم؟



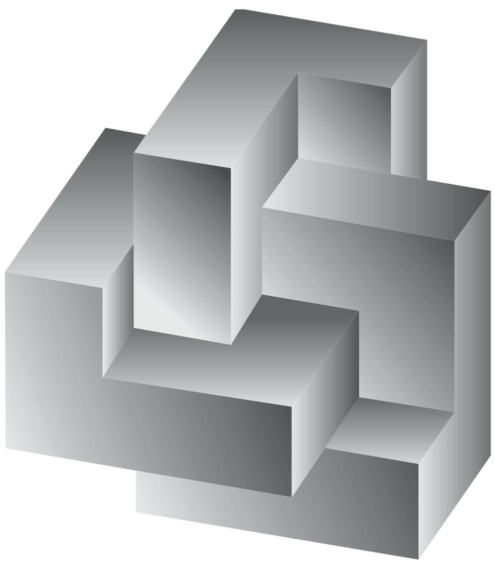
لعبة التفكير
729

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

عقدة ثلاثية الأبعاد

يوضح الشكل عقدة ثلاثية الأبعاد مكونة من أقل عدد ممكن من وحدات مكعبة لها الحجم نفسه، وتلتصق المكعَّبات ببعضها من خلال وجوهها الكاملة، ولا توجد أي نهاية مفكوكة.

هل تستطيع أن تحدد عدد المكعَّبات اللازمة لتكوين هذا الشكل؟



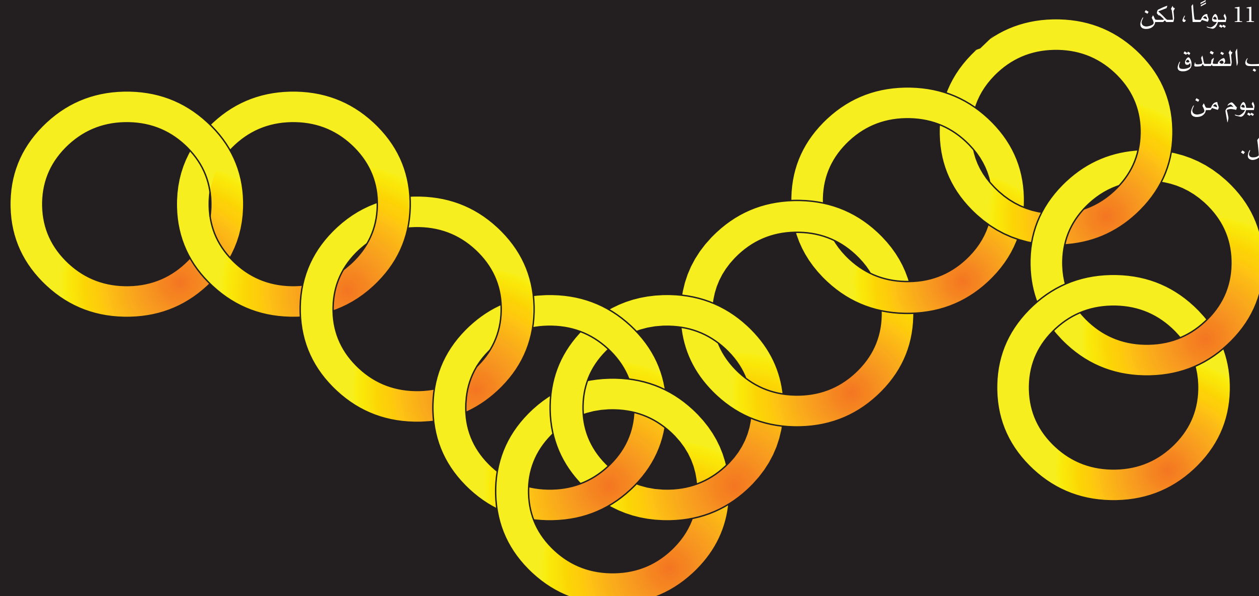
لعبة التفكير
730

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

حلقات الذهب

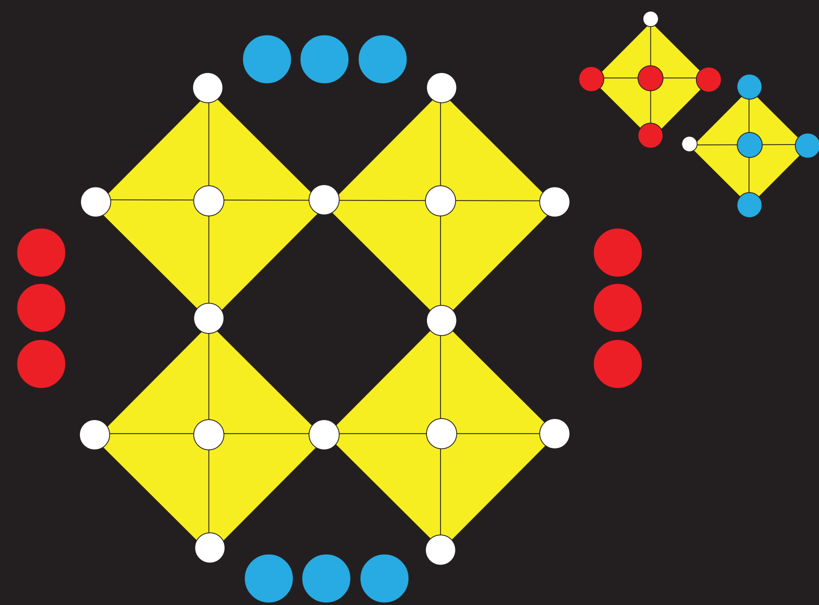
أراد رجل السكن في فندق ريفي لمدة 11 يومًا، لكن ليس لديه نقود يدفعها، فاتفق مع صاحب الفندق أن يعطيه حلقة ذهب واحدة عن كل يوم من حلقات الذهب الموجودة في هذا الشكل.

فما أقل عدد من القطعات التي يجب أن ينفذها ليتمكن من دفع الأجرة بشكل يومي من أول يوم إلى اليوم الحادي عشر؟



لعبة التفكير
731

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



لعبة الانقلاب

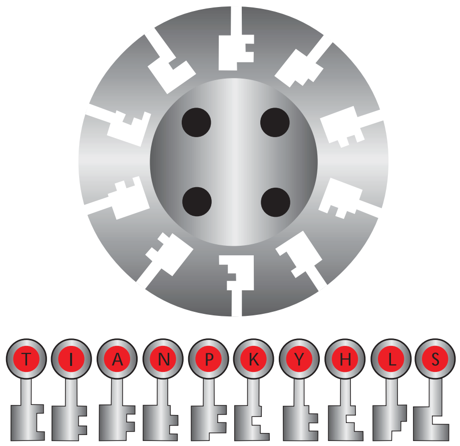
يوجد في هذه اللعبة الإستراتيجية حيلة: حيث يمكنك تحييد خصمك واللعب بقطعه. يحصل كل لاعب على ستة أقراص لها وجهان إما حمراء أو زرقاء على جانب واحد وسوداء على الجانب الآخر. عندما تنقلب قطعة على جانبها الأسود، عندها يمكن نقلها من قبل أي لاعب.

يبدأ اللعب بوضع كل شخص قطعة واحدة على اللوحة بالتناوب. ثم يتناوب اللاعبان اللعب بنقلة واحدة من إحدى النقلات الثلاث، تحريك القرص إلى دائرة مجاورة فارغة، أو القفز فوق قرص إلى دائرة فارغة مجاورة له، أو قلب وجه القرص (من لون إلى آخر).

يفوز اللاعب الذي يستطيع تكوين مثلث بأربعة أقراص من أقراصه الخاصة (حمراء أو زرقاء)، ولا تحسب الأقراص المحايدة (أي المقلوبة أسود)، كما هو موضح في أعلى الشكل.

لعبة التفكير
732

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



القفل الرقمي التوافقي

لخزانة عشرة أقفال تتطلب عشرة مفاتيح، يحمل كلٌّ منها حرفًا إنجليزيًّا مختلفًا؛ تُفتح الخزانة فقط عندما تدخل المفاتيح العشرة جميعها في الأقفال.

يوجد هناك 3.6 ملايين من التوليفات الممكنة، ولكن لحسن الطالع، لديك مخطط للأقفال من الداخل التي تظهر الأشكال المناسبة للمفاتيح.

هل يمكنك معرفة الترتيب الصحيح للمفاتيح؟

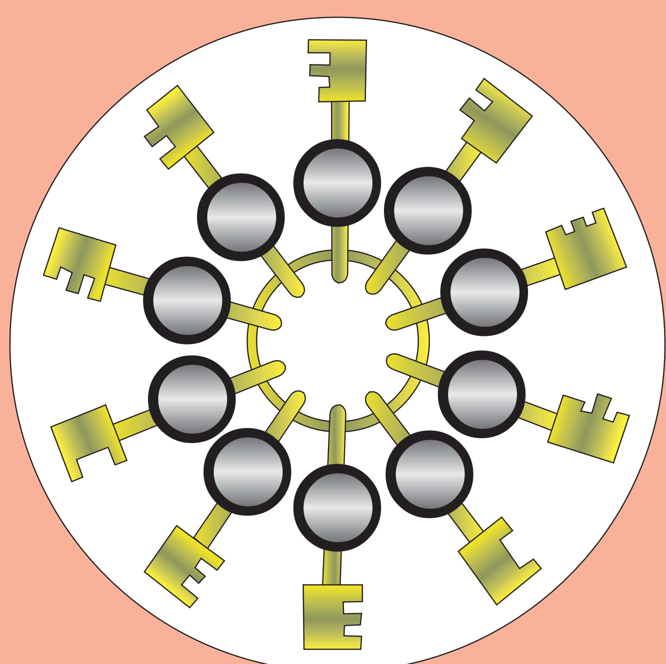
ما الكلمة التي ستظهرها المفاتيح؟

لعبة التفكير
733

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مفاتيح المفاتيح

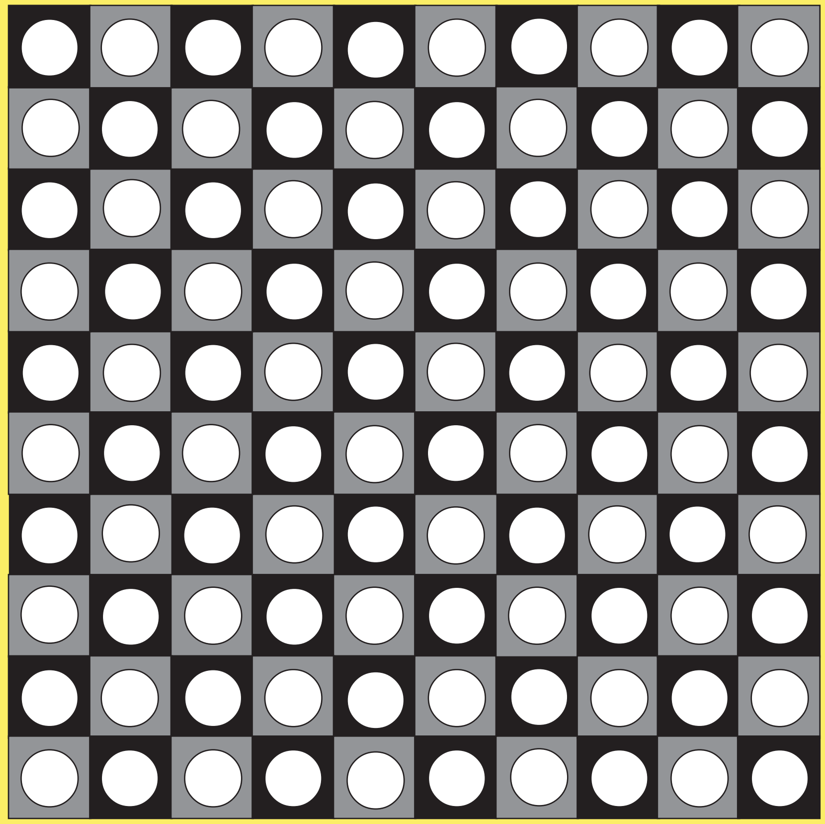
حلقة دائرية تحمل عشرة مفاتيح كل مفتاح منها مربوط بمقبض دائري، والمفاتيح موضوعة بترتيب معروف لك؛ حيث يطابق كل مفتاح قفلًا واحدًا من بين عشرة أقفال مختلفة، لكن تضطر أحيانًا إلى العمل في الظلام؛ وعليه فإن تحسس المفاتيح يأخذ وقتًا طويلًا لمعرفتها. وأحد الحلول هو تغيير شكل بعض مقابض المفاتيح لتتمكن من معرفة مواضع المفاتيح. ما أقل عدد من المفاتيح التي عليك تغيير شكل مقابضها الدائرية لتتمكن من معرفتها كلها بسرعة عند لمس المقابض؟ وما الترتيب المحدد لهذه المقابض التي ستغير شكلها؟ عليك أن تتذكر إن أي ترتيب تناظري لتغير الأشكال سيفشل بسبب الظلام لأنك لا تعرف بأي اتجاه تمسكها.



لعبة التفكير
734

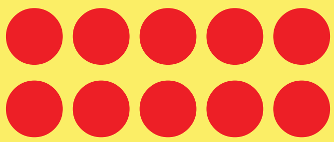
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

وزراء الشطرنج الخارقون



وزراء الشطرنج الخارقون هم قطعة شطرنج وهمية تحتوي على مجموعة من الوزراء والأحصنة المهاجمة مجتمعين معًا. قبل أكثر من ستين عامًا اكتشف عالم الرياضيات جورج بوليا (George Polya) أنه لا يمكن وضع عدد n من الوزراء الخارقين على رقعة شطرنج مساحتها ($n \times n$)، بحيث لا يهاجم أحدهم الآخر.

لكن ماذا عن عشرة وزراء خارقين؟ هل يمكن وضعهم على رقعة (10×10)، بحيث لا يهاجم أحدهم الآخر؟



لعبة التفكير
735

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

دورة المضلع

أعد الأقراص الخمسة على صورة مضلعات كما هو مبين، انقل قرصًا واحدًا في كل مرة إلى دائرة مجاورة فارغة على طول الخطوط المتصلة، هل يمكنك تبادل النجمة مع الشكل السداسي؟ ما أقل عدد من الحركات اللازمة للقيام بذلك؟

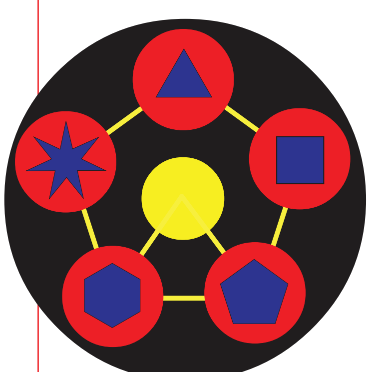


لعبة التفكير
736

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المضلع المنزلق

رتِّب الأقراص الخمسة كمضلع كما في الشكل، بتحريك قرص واحد كل مرة إلى الفراغ الأصفر عندما تكون الدائرة مرتبطة به، هل يمكن مناقلة كل من النجمة والمضلع السداسي بأقل عدد من النقلات؟



لعبة التفكير **737**

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

حديقة الحيوان المنزلقة

تم توزيع عشرة حيوانات عشوائيًّا على عشرة أقفاص. لكل قفص ثلاثة أبواب مختلفة الحجوم؛ واحد على كل جانب من جوانب القفص وواحد في دائرة مركزية.

من دون وضع اثنين من الحيوانات معًا في القفص نفسه أو في الدائرة المركزية في الوقت نفسه، هل يمكنك وضع خطة لنقل الحيوانات جميعها إلى أقفاصها المناسبة (عن طريق مطابقة الألوان في الدوائر مع ألوان الأقفاص)؟ وما عدد التحركات التي تحتاجها؟



لعبة التفكير **738**

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تحرير الحلقة

يرغب الرجل الظاهر في تحرير الحلقة، لكنه غير مستعد لإزاحة يده من جيبه أو خلع سترته أو وضع الحبل في جيبه. فهل يمكنك معرفة كيف يمكنه القيام بذلك؟



لعبة التفكير **739**

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لعبة تلوين برامز (Steven J.Brams)

ابتدع هذه اللعبة لتلوين الخارطة وهي أكثر تقدُّمًا، أستاذ العلوم السياسية بجامعة نيويورك ستيفن J. برامز. ويتم لعبها عن طريق لاعبين يقومان بالتناوب في ملء منطقة في الخريطة في وقت واحد بحيث لا توجد اثنتان من المناطق المجاورة لهما اللون نفسه. لكل لاعب مجموعة من خمسة ألوان للاختيار فيما بينها؛ قد تبدو هذه مثل غيرها من ألعاب تلوين الخارطة، لكن الاختلاف يكمن في أن على اللاعب الأول (1) أن يملأ مناطق الخارطة بأقل عدد من الألوان المستخدمة هنا، بينما على اللاعب الثاني (2) أن يملأ مناطق الخارطة بأكبر عدد من الألوان الواردة هنا (5) أيضًا. الفائز في اللعبة هو من يحقق هدفه أولًا. هل يمكنك وضع إستراتيجية محددة للاعب الثاني ليفوز دائمًا؟



لعبة التفكير
740

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

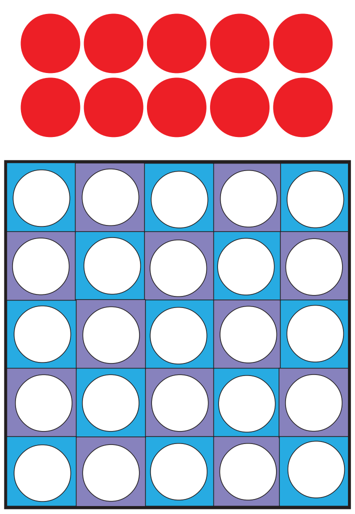
لا يتوافر ثلاثة في الصف نفسه 1

مسألة في الأقل

هل يمكنك وضع ستة أقراص على رقعة تحتوي خمسة في خمسة مربعات، بحيث عند وضع قرص سابع على أي دائرة شاغرة سيجعل الخط العمودي، أو الخط الأفقي أو القطري يحتوي على ثلاثة أقراص؟

مسألة في الأكبر

هل يمكنك وضع عشرة أقراص على رقعة خمسة في خمسة، بحيث عند وضع القرص الحادي عشر على أي دائرة شاغرة سيجعل الخط العمودي، أوالخط الأفقي أو القطري يحتوي على ثلاثة أقراص؟



لعبة التفكير
741

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

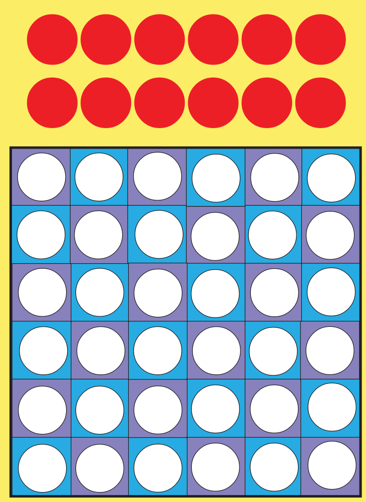
لا يتوافر ثلاثة في الصف نفسه 2

مسألة في الأقل

هل يمكنك وضع ستة أقراص على رقعة ستة في ستة، بحيث عند وضع قرص سابع على أي دائرة شاغرة سيجعل الخط العمودي، أو الخط الأفقي أو القطري يحتوي على ثلاثة أقراص؟

مسألة في الأكبر

هل يمكنك وضع اثني عشر قرصًا على رقعة ستة في ستة، بحيث عند وضع القرص الثالث عشر على أي دائرة شاغرة سيجعل الخط العمودي، أو الخط الأفقي أو القطري يحتوي على ثلاثة أقراص؟



لعبة التفكير
742

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

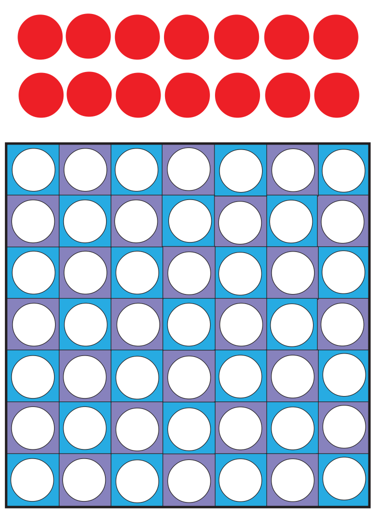
لا يتوافر ثلاثة في الصف نفسه 3

مسألة في الأقل

هل يمكنك وضع ثمانية أقراص على رقعة سبعة في سبعة، بحيث عند وضع قرص تاسع على أي دائرة شاغرة سيجعل الخط العمودي، أو الخط الأفقي أو القطري يحتوي على ثلاثة أقراص؟

مسألة في الأكبر

هل يمكنك وضع أربعة عشر قرصًا على رقعة سبعة في سبعة، بحيث عندوضع القرص الخامس عشر على أي دائرة شاغرة سيجعل الخط العمودي، أو الخط الأفقي أو القطري يحتوي على ثلاثة أقراص؟

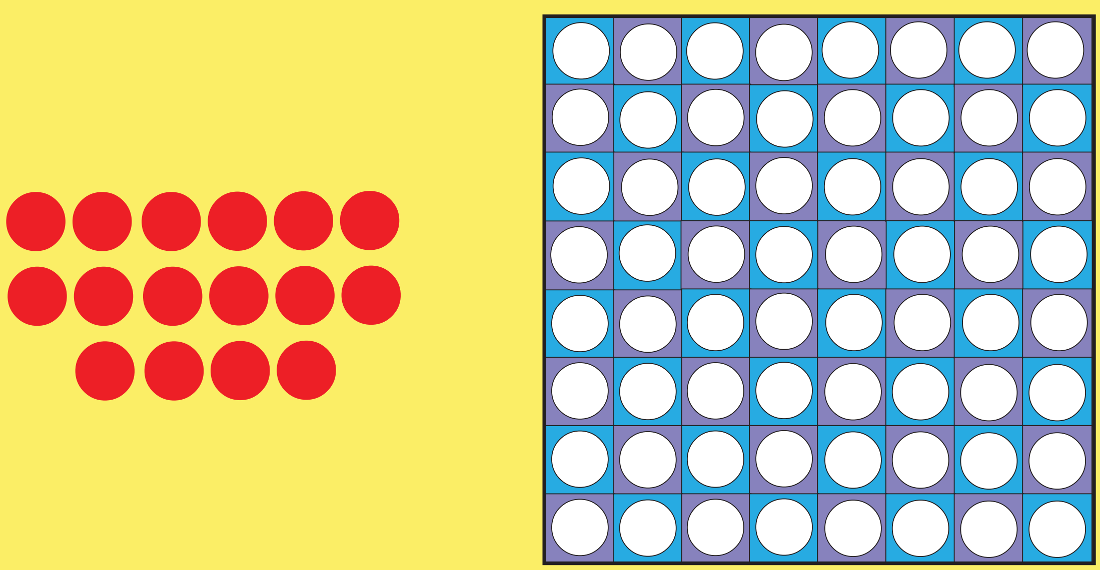


لعبة التفكير
743

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لا يتوافر ثلاثة في الصف نفسه 4

هل يمكنك وضع ستة عشر قرصًا على رقعة ثمانية في ثمانية، بحيث عند وضع القرص السابع عشر على أي دائرة شاغرة سيجعل الخط العمودي، أو الخط الأفقي أو الرأسي يحتوي على ثلاثة أقراص؟



طي الخارطة

منذ أن طرح عالم الرياضيات البولندي ستانيسلاف أولام (Stanislaw Ulam) في القرن العشرين مسألة ما عدد الطرق المختلفة لطي الخارطة، أتعبت هذه المسألة الباحثين في مجال نظرية التوافيق الحديثة. في الواقع إن هذه المسألة العامة لا تزال من دون حل، وتنشأ الصعوبة من حقيقة أنه حتى أبسط خارطة أو أي قطعة مستطيلة من الورق لها العديد من الطرق الممكنة التي يتم طيها. هناك قول مأثور أنه إذا لم يكن لديك أي شكوك فتقدم؛ وعليه، فإن أسهل طريقة لطي خارطة هي الطريقة المختلفة.

لعبة التفكير 744

الصعوبة:

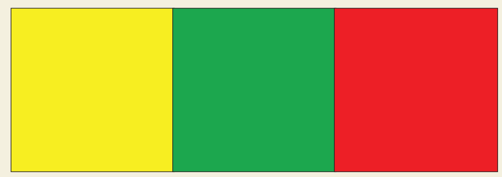
المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

طي شريط ذي ثلاثة مربَّعات

كم طريقة مختلفة يمكنك أن تجد لطي شريط ورقي ذي ثلاثة مربَّعات؟

يجب أن تقتصر الطيات على الخطوط بين المربعات، ويجب أن تكون النتيجة النهائية كومة يكون فيها كل مربع مميزًا بدقة تحت الآخر. المربعات لها اللون نفسه على كلا الجانبين؛ لذلك لا يهم أي جانب يترك إلى الأعلى في الشكل النهائي.



لعبة التفكير 745

الصعوبة:

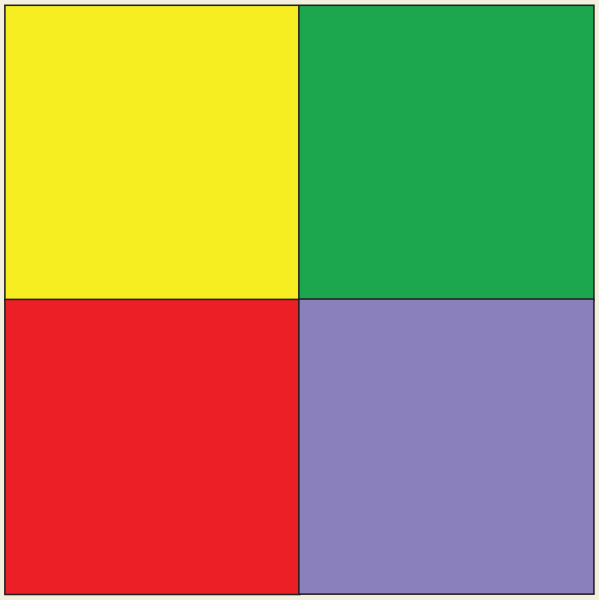
المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

طي مربع ذي أربعة مربَّعات

كم طريقة مختلفة يمكنك أن تجد لطي مربع ورقي ذي أربعة مربَّعات؟

يجب أن تقتصر الطيات على الخطوط بين المربعات، والمنتج النهائي يجب أن يكون كومة مع كل مربع مميزًا بدقة تحت الآخر. المربعات لها اللون نفسه على كلا الجانبين؛ لذلك لا يهم أي جانب يترك إلى الأعلى في الشكل النهائي.



لعبة التفكير 746

الصعوبة:

المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

طي الصحيفة

خذ ورقة من الورق العادي لصحيفة، واطوها إلى النصف، هذا سهل، أليس كذلك؟ هل تعتقد أنه يمكنك طي ورقة هذه الصحيفة على نفسها عشر مرات أكثر؟



لعبة التفكير 747

الصعوبة:

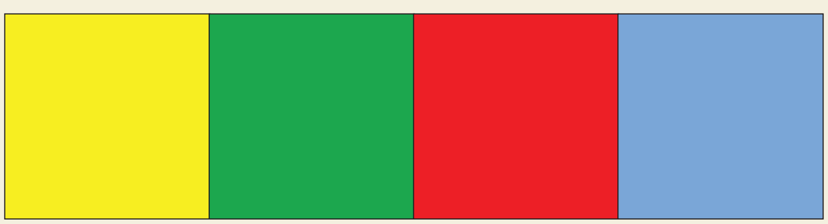
المطلوب:

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

طي شريط ذي أربعة مربَّعات

كم طريقة مختلفة يمكنك أن تجد لطي شريط ورقي ذي أربعة مربَّعات؟

يجب أن تقتصر الطيات على الخطوط بين المربعات، ويجب أن تكون النتيجة النهائية كومة يكون فيها كل مربع مميزًا بدقة تحت الآخر. المربعات لها اللون نفسه على كلا الجانبين؛ لذلك لا يهم أي جانب يترك إلى الأعلى في الشكل النهائي.



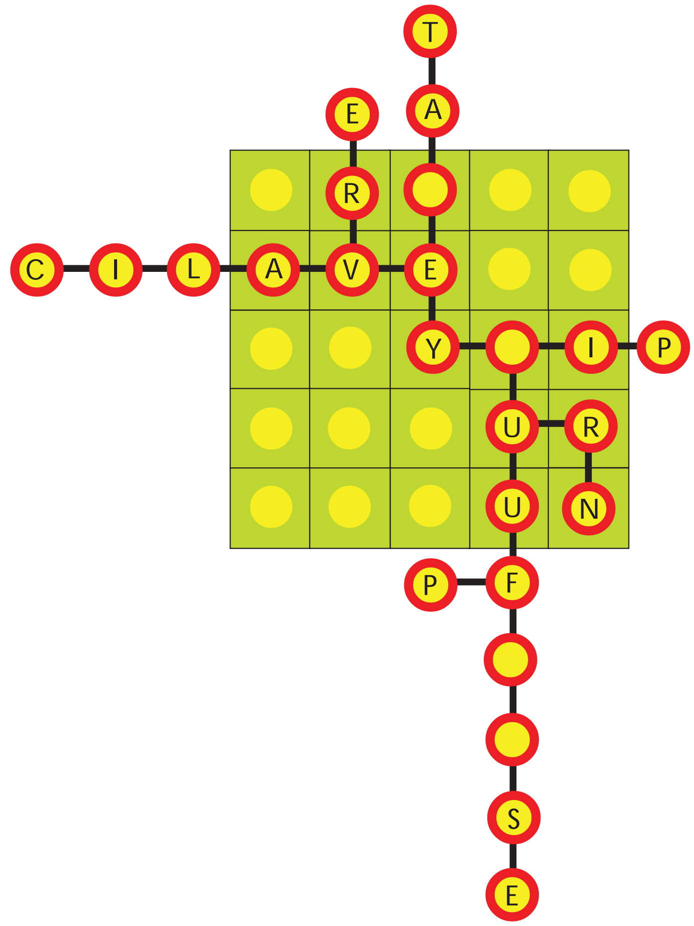
لعبة التفكير
748

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لعبه سلاسل الكلمات

يوضح هذا الرسم مجموعة من الحروف الإنجليزية متصلة بروابط يمكن تحريكها وتغييرها فوق اللوحة الخضراء. النقطة الثابتة الوحيدة هي حرف (Y)، بينما يمكن تحريك باقي الروابط وتدويرها حول هذه النقاط الثابتة.

عندما يتم محاذاة الحروف على لوحة اللعبةالمقسمة إلى خمس خانات، ستُكوِّن هذه الحروف رسالة مهمة. هل يمكنك معرفتها؟



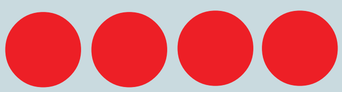
لعبة التفكير
749

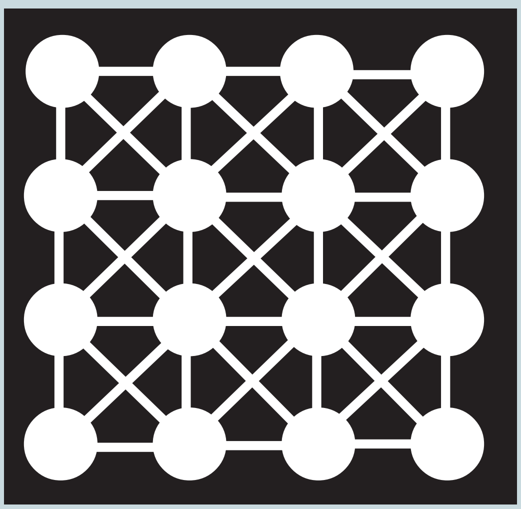
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مصفوفة المسافات المختلفة 4

تتطلب فئة المسائل المعروفة باسم مصفوفات المسافة المختلفة معرفة كيفية وضع أقراص على شبكة مربعة، بحيث تكون المسافة بين كل قرصين مختلفة ومميزة. تصبح المسألة سهلة إذا كان وضع الأقراص على خط مستقيم؛ فثلاثة أقراص يمكن توزيعها على النقاط (3)، (1)، (0) في خط مستقيم، وهذا يعني أن المسافة بين هذه الأقراص الثلاثة مختلفة ومميزة، لكن في حالة بُعدين فإن المسألة تتعقد كثيرًا.

ومن أجل حل هذه الألغاز، افترض أن كل قرص من القرصين يمثل مركز دائرة والمسافة المقيسة هي المسافة على طول خط مستقيم بين المركزين. هل يمكنك معرفة كيفية وضع أربعة أقراص على مصفوفة أربعة في أربعة، بحيث تكون المسافة بين كل قرصين مختلفة ومميزة؟



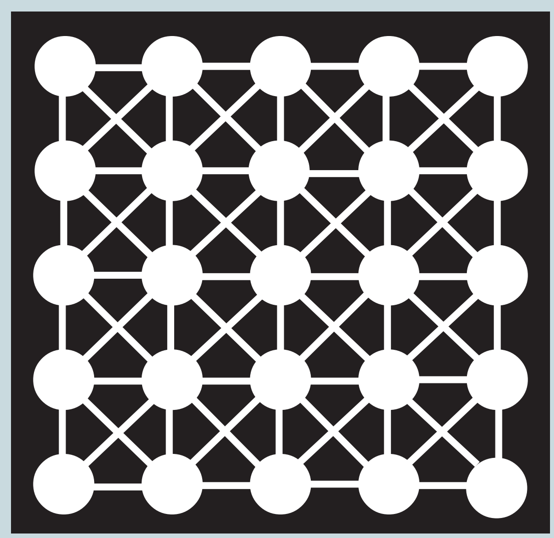


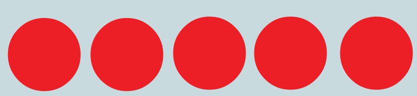
لعبة التفكير
750

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مصفوفة المسافات المختلفة 5

هل يمكنك حل هذا المسأله بوضع خمسة أقراص على اللوحة المقسمة إلى خمس × خمس خانات، بحيث تكون المسافة بين أي قرصين مختلفة ومميزة؟

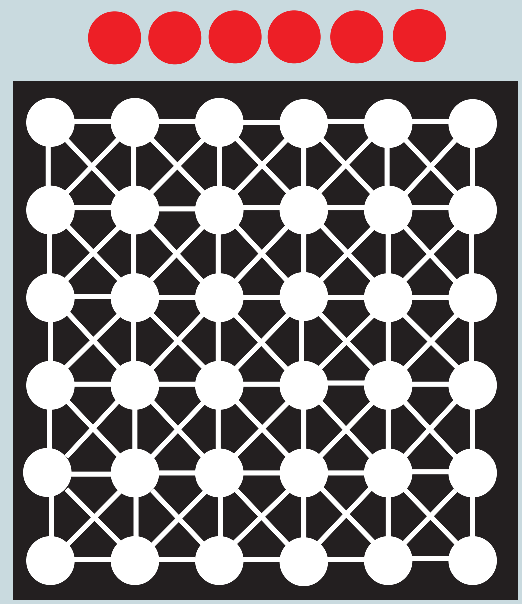




لعبة التفكير
751
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مصفوفة المسافات المختلفة 6

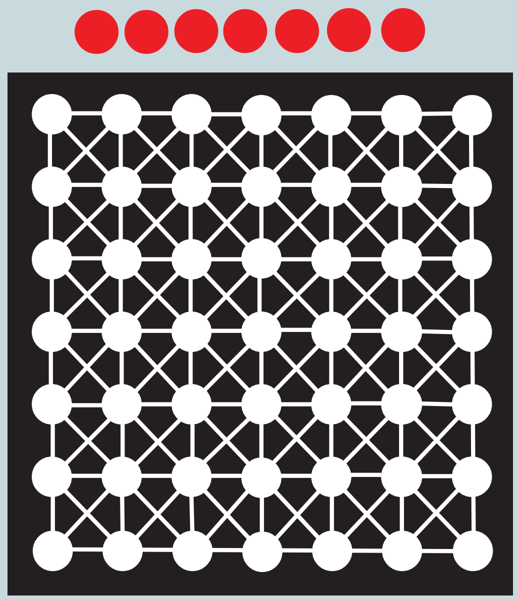
هل يمكنك حل هذه المسألة بوضع ستة أقراص على اللوحه المقسمة إلى ست × ست خانات، بحيث تكون المسافه بين كل قرصين مختلفة ومميزة؟



لعبة التفكير
752
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مصفوفة المسافات المختلفة 7

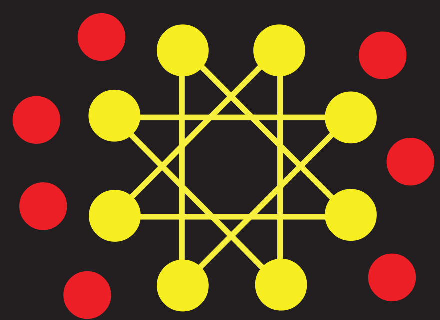
هل يمكنك حل هذه المسألة على اللوحه المقسمة إلى سبع × سبع خانات، بحيث تكون المسافه بين كل قرصين مختلفة ومميزة؟



لعبة التفكير
753
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لعبه مفترق الطرق

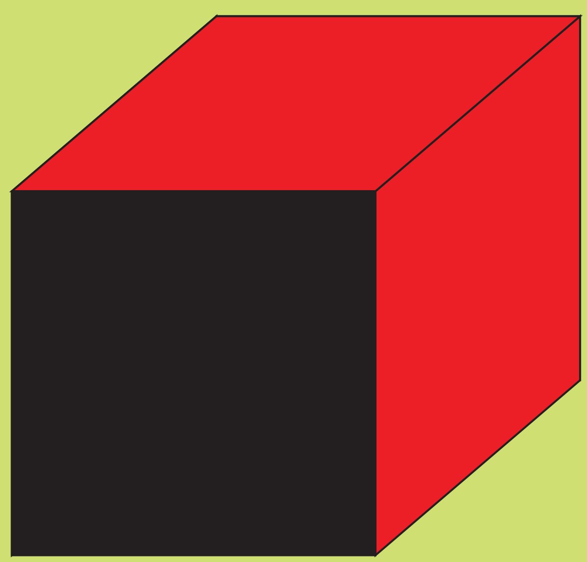
الهدف من هذا اللغز هو وضع سبع عملات أو أقراص على النقاط الثمانية الخاصة بالنجمة ذات الثمانية أضلاع. توضع العملات في الدوائر الفارغة واحدة تلو الأخرى، ولكن يجب نقل كل عمله ثمَّ وضعها على الفور إلى واحدة من النقطتين الاثنتين المتصلتين بخط مستقيم بالدائرة. إذا حُرِّكت العملة مرة فلا يمكن تحريكها مرة أخرى. على الرغم من أن اللغز معقد لكن هناك إستراتيجية بسيطه تمكنك من حله في كل مرة. هل يمكنك أن تجدها؟



لعبة التفكير
754
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المكعبان ذوا اللونين المختلفين

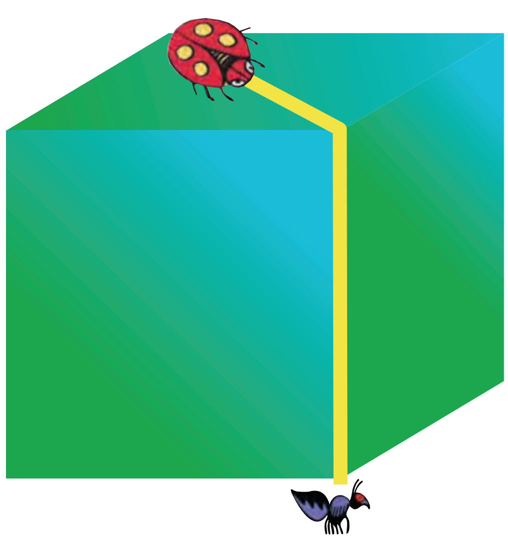
ما عدد الطرق المختلفة التي يمكننا فيها تلوين هذا المكعب بلونين فقط؟



لعبة التفكير
755
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

أقصر الطرق للصيد

تريد الدعسوقة الوصول إلى حشرة المن الصغيرة في أسرع وقت ممكن، فهل الطريق المعلَّم هو أقصر الطرق الممكنة؟

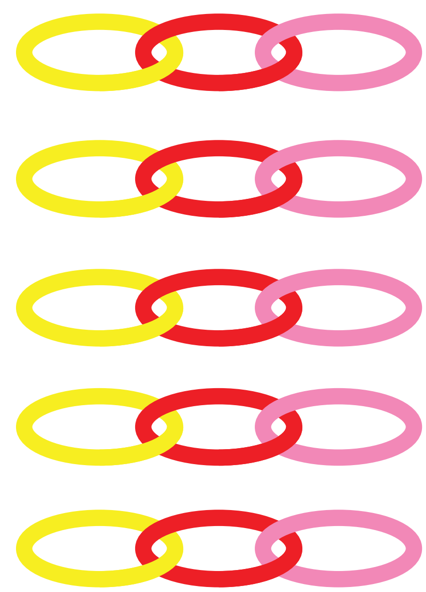


لعبة التفكير
756

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الحلقات المترابطة

طُلب من حداد عمل سلسلة واحدة طويلة من السلاسل الخمس أدناه. هل يمكنك إيجاد طريقة للقيام بذلك باستخدام ثلاث نقاط لحام فقط؟

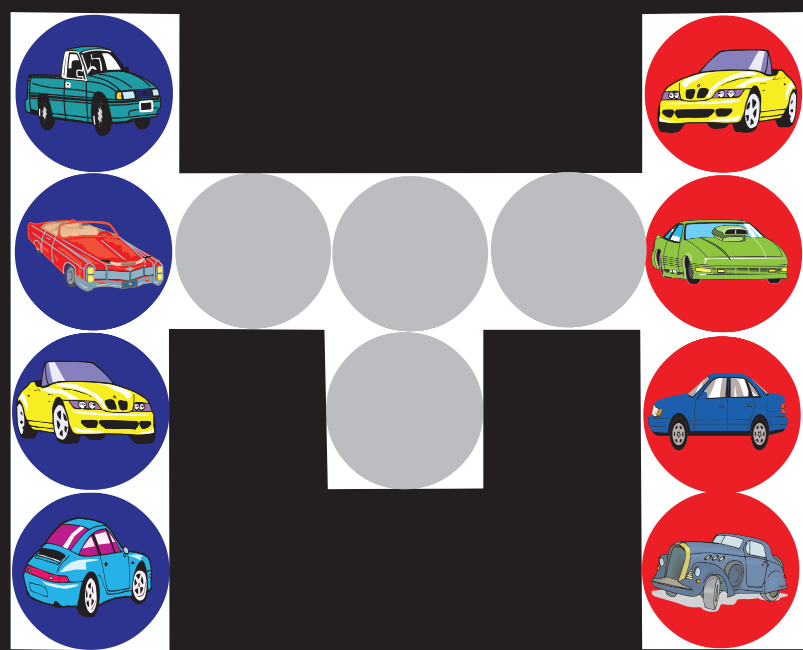


لعبة التفكير
757

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

عبور الجسر

مهمتك هي نقل السيارات الزرقاء كلها إلى الضفة اليمنى من النهر، ونقل السيارات الحمراء كلها إلى الضفة اليسرى. يسمح لك بنقل سيارة واحدة فقط في كل مرة، وكل حركة مستمرة، بصرف النظر عن المسافة، تعدُّ خطوة واحدة. هل يمكنك معرفة كيفية نقل السيارات في أقل عدد ممكن من التحركات؟



لعبة التفكير
758

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الأقراص القافزة

الهدف من هذين اللغزين هو عكس النمط من خلال تبادل مجموعتي الأقراص.

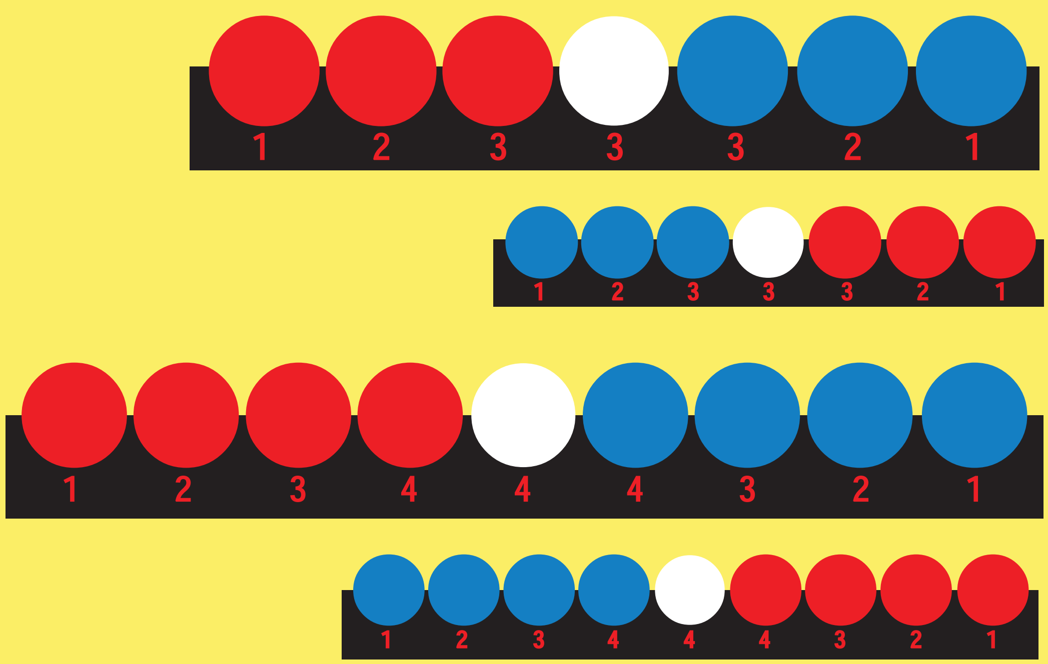
وللقيام بذلك، يجب مراعاة خمس قواعد:

1. يُنقل قرص واحد فقط في المرة الواحدة.
2. يمكن نقل القرص إلى مساحة مجاورة فارغة.
3. يمكن أن يقفز القرص فوق قرص آخر من اللون المغاير إلى المساحة التالية له مباشرة.
4. لا يجوز للقرص القفز فوق قرص آخر من اللون نفسه.
5. لا يسمح بحركات الرجوع إلى الخلف.

أيضًا، يجب على كل حركة الانتقال إلى مساحة مرقمة (لا يجوز القفز من فوق الأطراف!)، ولا يجوز لأي حركة أن تعيق قرصًا آخر في أثناء العملية (أي لا يجوز التدافع).

هل يمكنك حل اللغزين في خمسة عشر وأربعة وعشرين نقلة، على التوالي؟

للمساعدة، انظر إلى الأرقام أسفل الأقراص. فإذا وجدت مفتاح الحل، يمكنك بعدها أن تحلَّ ليس فقط هذين اللغزين، ولكن ألغازًا أخرى أكثر تعقيدًا من ذلك بكثير.

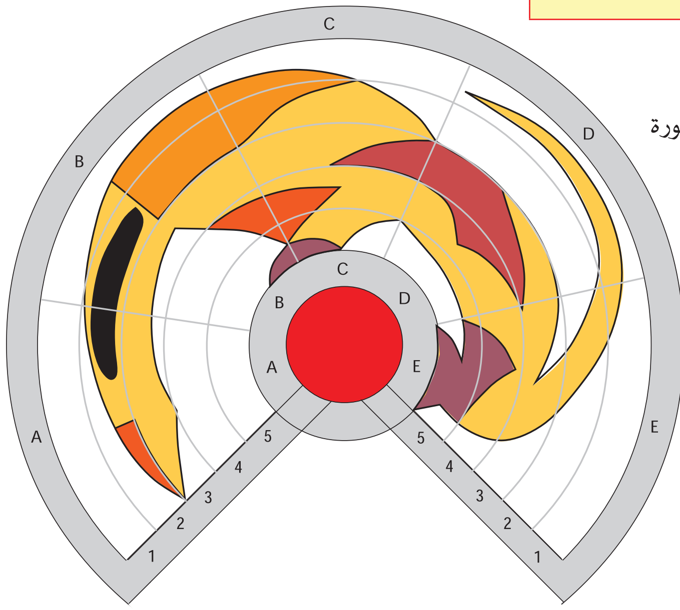


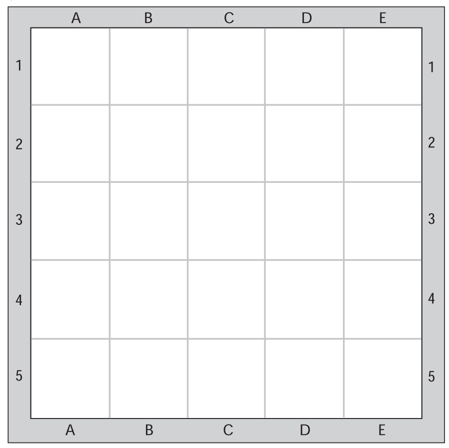
لعبة التفكير
759

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لغز الصورة المحرفة 1

هل يمكنك معرفة موضوع هذه الصورة المشوهة فقط من خلال النظر إليها؟ وإذا لم تستطع ذلك، فأعد رسم الصورة باستخدام الشبكة الفارغة في الأسفل. يمكنك التحقق من الحل الخاص بك عن طريق وضع مرآة أسطوانية على الدائرة الحمراء، لأنك سترى الصورة غير المشوهة في المرآة.





لعبة التفكير
760

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✂
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

قص النوافذ 1

اطوِ قطعة مربعة من الورق، واقطع زاوية منه بعيدًا، كما هو موضح في الرسم هنا. هل يمكنك معرفة أي الأشكال الأربعة التي على اليمين ستراها عندما تفك المربع المطوي؟

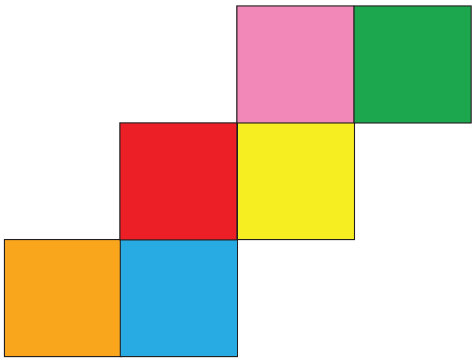


لعبة التفكير
761

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

طي المكعب 1

يمكن طي النمط أدناه على طول الطويات بين المربعات لتشكيل صندوق مكعب. هل يمكنك معرفة أي الألوان سيكون على الوجوه المتعاكسة عندما يُطوى هذا المكعب؟

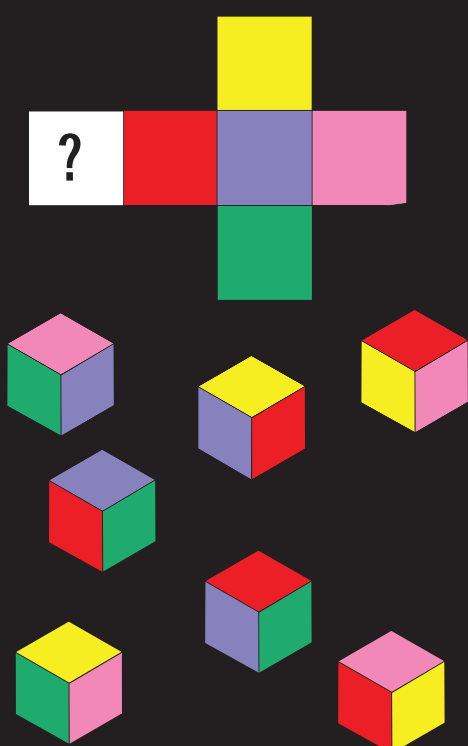


لعبة التفكير
762

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

واحد في سبعة

أي المكعَّبات لا يمكن تكوينه من النمط المعطى والملون جزئيًّا؟



التحريفات والاستحالات (Distortions and Impossibilities)

في عام 1917م، نشر دارسي تومبسون (D'Arcy Thompson) عمله المعروف عن النمو والتشكيل الذي وضح فيه أنواع الحيوانات التي تختلف عن بعضها فقط من خلال الشكل الظاهري؛ أي إن الحيوانات تقاسمت الهيكل الجسدي، ولكن أجزاء معينة تمددت أو تقلصت بطريقة يمكن التنبؤ بها رياضيًّا، وقد كان هذا أمرًا مثيرًا للفضول جدًّا، حتى اكتشف أن هناك العديد من الحالات التي يمكن لمخلوقين أن يحملا تشابهًا وثيقًا في الشكل على الرغم من عدم تقاربهما.

يمكن العثور على حدود التغيرات في الرياضيات كذلك؛ ففي علم الطوبولوجيا، طريقة تغيير شكل هي تحريفه. ويمكن وصف هذه التحريفات رياضيًّا:

فإذا كانت شبكة ذات شكل، فإن أي تغير في الشبكة سينشىء شكلًا جديدًا، لكن منطق الشبكة يمكنه تغيير الشكل فقط حتى الآن. ادفع أكثر وسوف تصل إلى شكل مستحيل.

على الرغم من أن أسهل طريقة لتغيير شكل هي رسم شبكة مربَّعات على الأصل، ثم إعادة إنتاج الشكل على شبكة بحجوم مختلفة، فإنه يمكن الحصول على نتائج أكثر إثارة للاهتمام عن طريق إعادة رسم الشكل على شبكة محرفة. عُثر على التحريف المتعمد في صور من لوحات الكهوف إلى صور الفن الحديث.

وصف الفنان الألماني ألبرشت دورر (Albrecht Dürer) في القرن السادس عشر أساليب هندسية مختلفة لتغيير نسب شكل الإنسان عن طريق تغيير محاور النظام لديه.

هذا الأسلوب المحدد كان له تأثير في إنتاج رسوم ساخرة، لكنها كاريكاتيرات يمكن تعرُّفها.

لعبة التفكير 763

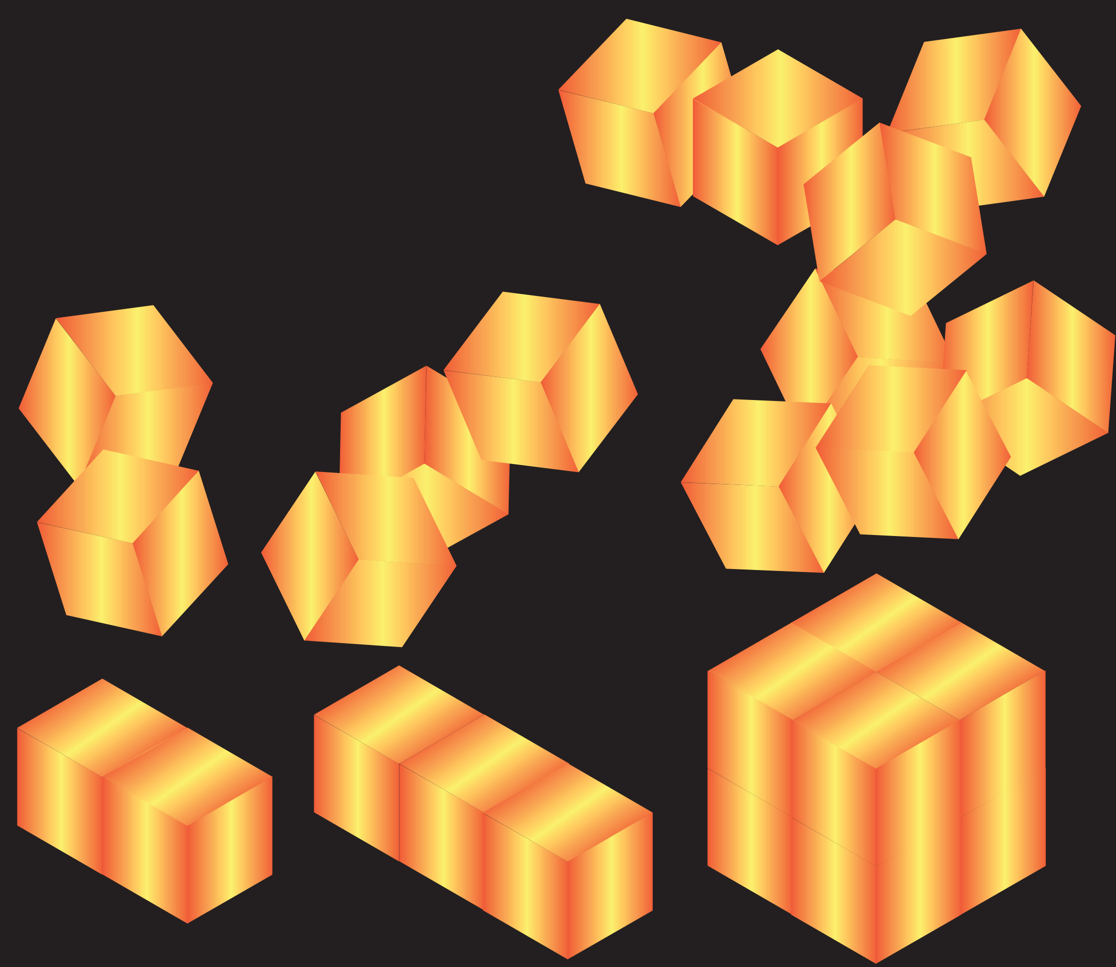
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مكعب إلى مكعب

1. إذا كان بالإمكان وضع مكعب على طاولة بإحدى الطرق الأربع والعشرين المختلفة، فما عدد الطرق المختلفة التي يمكن بها وضع مكعبين جنبًا إلى جنب على الطاولة بحيث يلامس وجهان أحدهما الآخر؟
2. عند وضع ثلاثة مكعَّبات جنبًا إلى الجانب، فما العدد الإجمالي للطرق المختلفة التي يمكن من خلالها تدوير المكعَّبات مع الحفاظ على الترتيبات الجانبية نفسها؟
3. يمكن وضع ثمانية مكعَّبات أربعة فوق أربعة لعمل مكعب أكبر. فإذا أمكن تدوير المكعَّبات بأي شكل مع الحفاظ على مواقعها داخل المكعب الأكبر، فما العدد الإجمالي للطرق التي يمكن من خلالها تدوير المكعَّبات الفردية؟



تحريفات الصورة البصرية (Anamorphic Distortions)

عندما يواجه النظام البصري البشري توقعات غير عادية، مثل تلك المرايا العاكسة التي توجد في الملاهي، سيواجه في بعض الأحيان صعوبة في استرجاع الشكل الأصلي. هناك طريقة بسيطة ولكنها رائعة للتعبير عن هذا المعنى من التحريف في قطعة ثنائية الأبعاد للفن الاعتيادي من خلال ما يسمى بإسقاط صورة بصرية محرفة. عندما ينظر إليها من منظور عادي – مع كون خط بصر المراقب يقع عموديًّا على الصورة – تظهر القطعة الفنية محرفة بصريًّا، وتبدو وكأنها وحش مشوَّه، ولكن يمكن تشكيل الصورة الأصلية من جديد؛ عن طريق النظر إلى الصورة على نحو مائل أو النظر إلى انعكاسها في مرآة أسطوانية أو مخروطية الشكل، وعادة ما يندهش أولئك الذين لم يواجهوا من قبل فن الصور البصرية المحرفة عند رؤيتهم الصورة المحرفة بشكلها غير المحرف.

ظهرت أول صورة بصرية محرفة مائلة في المذكرات الخاصة بليوناردو دا فينشي (Leonardo da Vinci)، ولكن اشتهرت الصور البصرية المحرفة منذ قرابة 300 سنة، ومنذ ذلك الحين وجد الناس في بعض الأحيان أنه من الضروري إنشاء مثل هذه الصور لحمايتهم؛ على سبيل المثال، في إنجلترا، وخلال عهدي جورج الأول وجورج الثاني، كان أنصار الزعيم المحظور والمنفي عن العرش تشارلز إدوارد ستيوارت، يواجهون السجن بتهمة الخيانة إذا ما وجدت معهم صورة للملك الذي يؤيدونه، الملك على الماء، بدلًا من ذلك كانوا يحملون صورته البصرية المشوهة.

استكشف الباحثون المبدأ الأساسي لفن الصور البصرية المحرفة. وطلبوا من بعض المتعاونين ارتداء نظارات مصممة خصيصًا تنتج محروفات طبوغرافية شديدة العالم من حولهم.

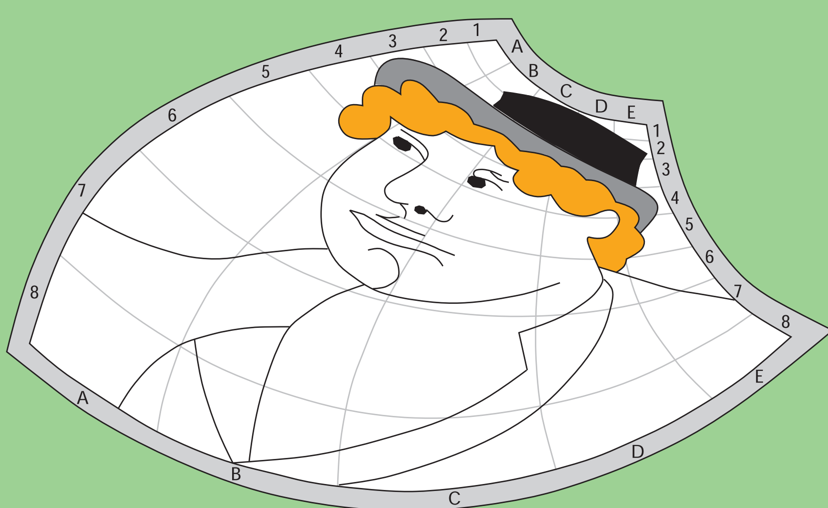
فأدى ذلك إلى تغير رؤيتهم إلى الأشياء، مثل تغير اليمين إلى اليسار أو قلب الأرض إلى الأعلى. وكانت المفاجأة أن هؤلاء استطاعوا التكيف مع هذه المتغيرات بعد مدة، بالإضافة إلى أنهم احتاجوا إلى بعض الوقت للعودة إلى الوضع الطبيعي بعد نزع النظارات منهم. وتشير مثل هذه التجارب إلى أن نظامنا البصري يهتم بالخصائص والمتغيرات الطبولوجية أكثر من الإقليدية.

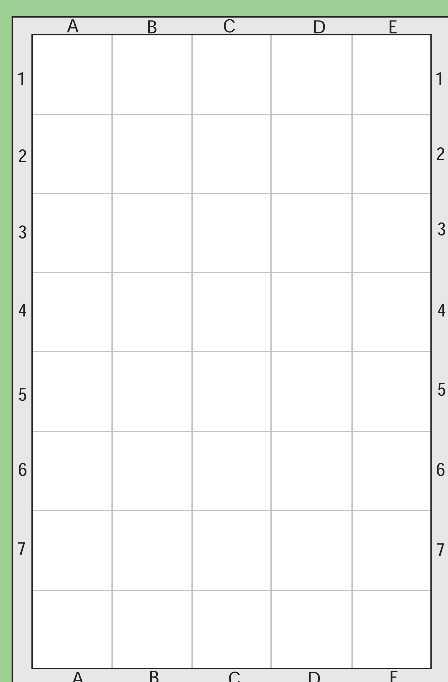
لعبة التفكير
764

الصعوبة: ●●○○○○○○○○
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لغز الصورة المحرفة 2

هل يمكنك معرفة شخصية هذه الصورة المحرفة من خلال النظر إليها؟ وإذا لم تستطع ذلك، فارسم الصورة باستخدام الشبكة الفارغة إلى اليمين.





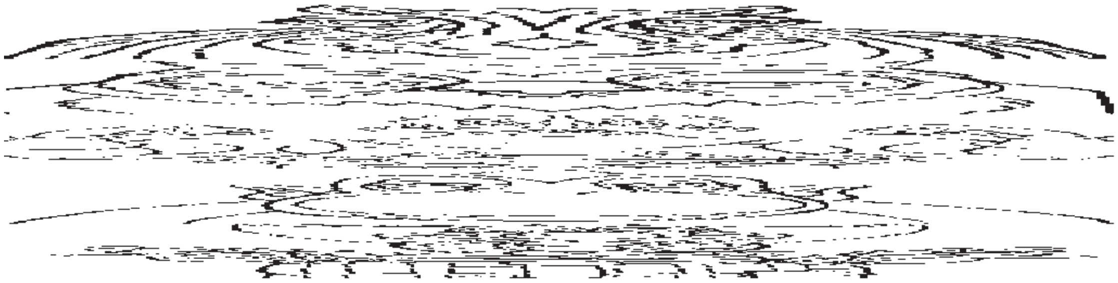
لعبة التفكير
765

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

التحريفات

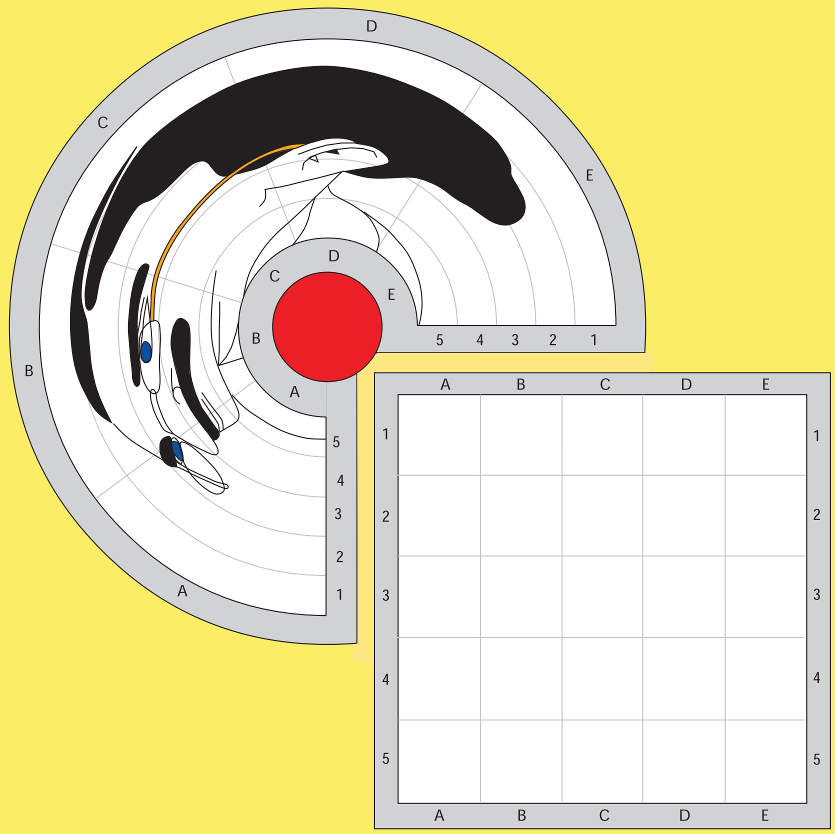
ستختبر هذه الصورة المثيرة للاهتمام قوة ملاحظتك؛

هل يمكنك تخمين الشكل المخفي في الصورة؟



لعبة التفكير
766

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



لغز الصورة المحرفة 3

هل يمكنك التعرف إلى صاحب الصورة المحرفة بمجرد النظر إليها؟ وإذا لم تستطع ذلك، فأعد رسم الصورة على الشبكة الفارغة إلى اليمين.

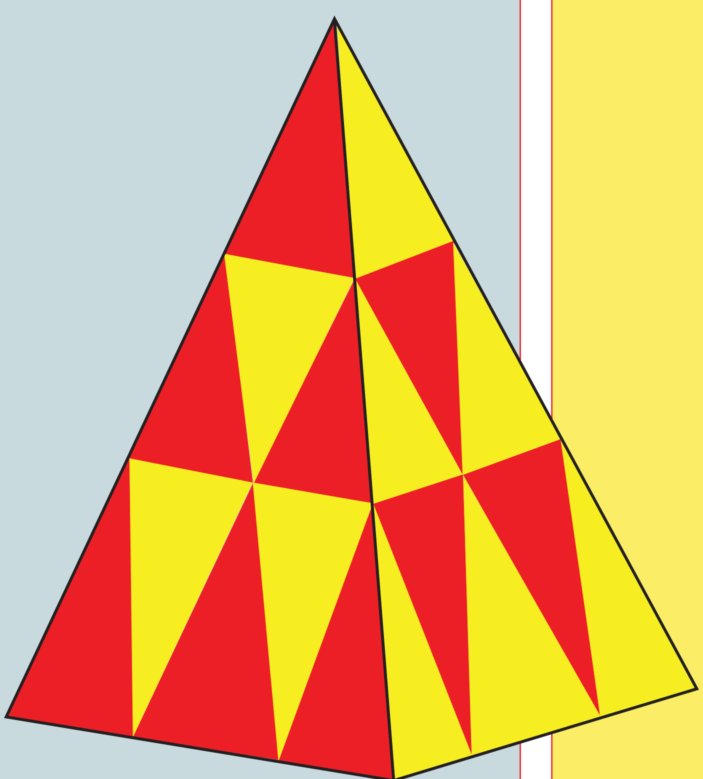
يمكنك التأكد من إجابتك من خلال وضع مرآة أسطوانية على الدائرة الحمراء. (يمكن عمل هذه المرآة عن طريق وضع رقاقة معدنية حول أنبوبة صغيرة). حيث ستظهر الصورة سليمة في المرآة.

لعبة التفكير
767

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الهرم الرباعي الثماني

يتكون الهرم الظاهر أدناه من ثمانية أوجه وأربعة أوجه جمعت مع بعضها لتملأ الحجم بأكمله. فإذا كان الهرم نفسه رباعيًّا منتظمًا بحواف عددها ثلاث مرات قدر حواف بناء رباعي السطوح، فما عدد رباعيات السطوح اللازمة لتكوين هذا الهرم؟

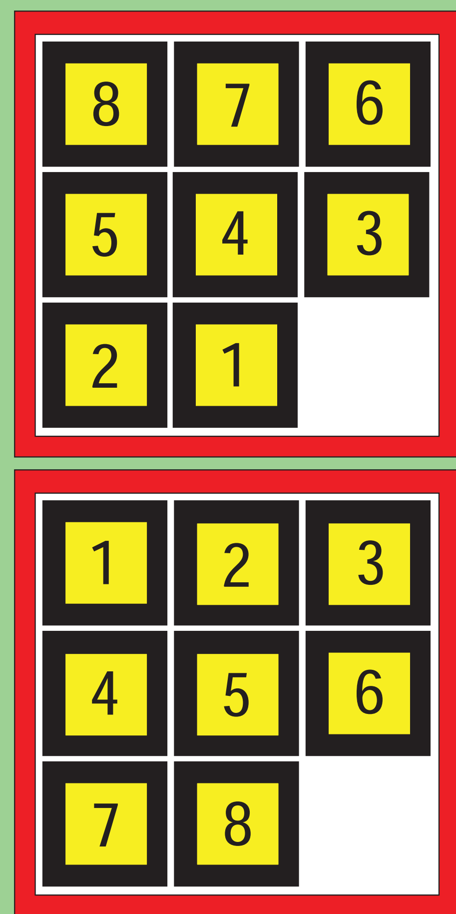


لعبة التفكير 768

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لعبة الألواح الثمانية المنزلقة

يوضح الشكل العلوي مجموعة من الألواح المرقمة. هل يمكنك إعادة ترتيب الألواح من خلال تحريكها عبر الأماكن المفتوحة حتى تكون الشكل المنظم أسفل منه؟ وإذا نجحت في ذلك، فما أقل عدد من الحركات اللازمة للقيام بذلك؟



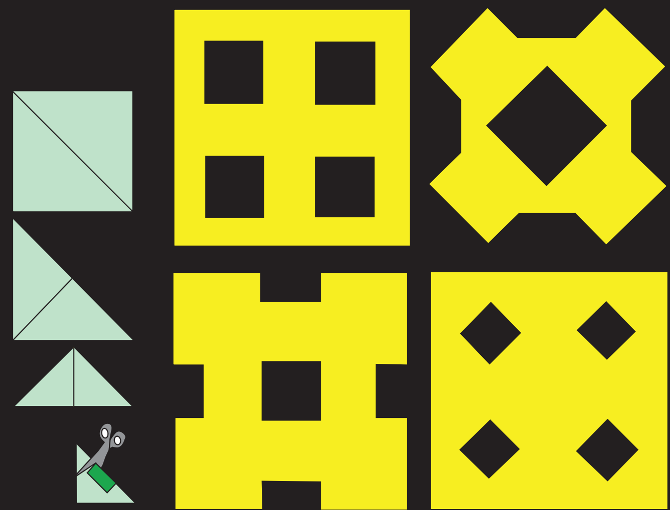
لعبة التفكير 769

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

قص النوافذ 2

اطوِ قطعة من الورق مربعة الشكل وقص زاوية من زواياها كما هو موضح في الشكل.

هل يمكنك تخمين أي شكل من الأشكال الأربعة إلى اليمين ستراه عند فتح المربع المطوي؟



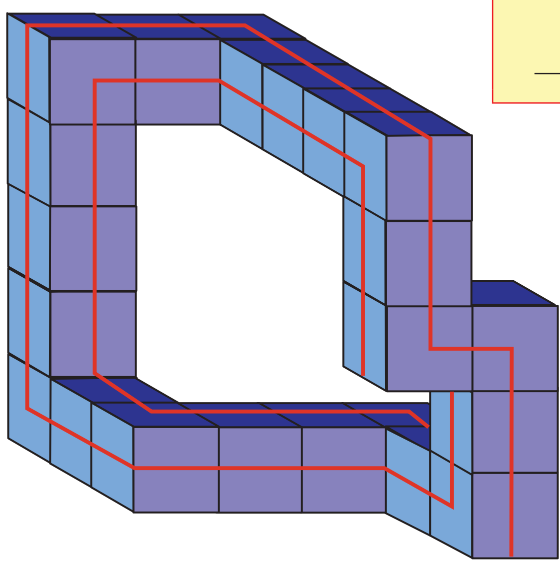
لعبة التفكير 770

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

حلقات المكعب

هذه الحلقة المكعبة بنيت من اثنين وعشرين مكعبًا. المثير للدهشة أن لهذا الحلقة وجهًا واحدًا وحافة واحدة، مثل شريط موبيوس (Möbius).

هل تستطيع أن تعرف بنية الحلقة ذات العدد الأقل من المكعَّبات شريطة أن يكون لها وجه واحد وحافة واحدة؟

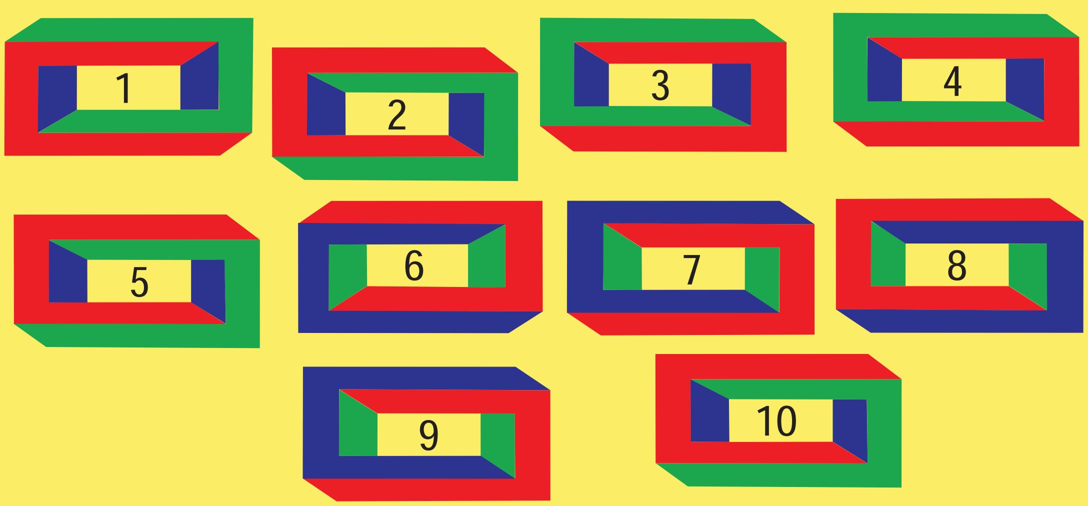


لعبة التفكير 771

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المستطيلات المستحيلة

من بين الأشكال العشرة المبينة جانبًا، هناك خمسة أشكال متطابقة بما في ذلك أشكال التدوير، ولكن ليس الانعكاسات. وهناك ثلاثة أشكال أخرى متطابقة بما في ذلك أشكال التدوير أيضًا، ولكن هناك شكلان فقط مميزان، فهل يمكنك معرفتهما؟

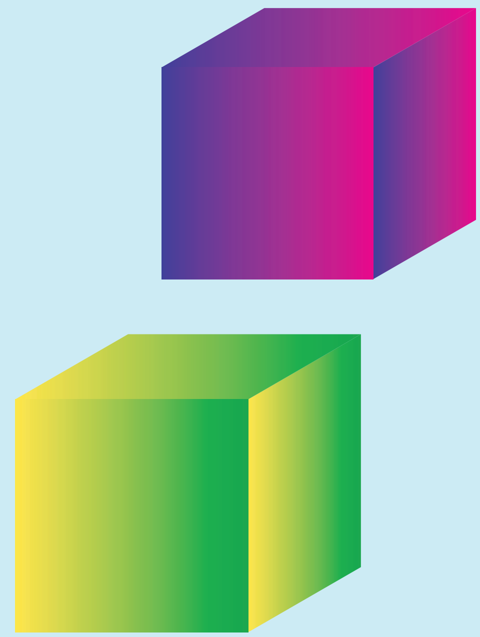


لعبة التفكير
772

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مكعب كبير يمر من خلال مكعب أصغر

هل يمكنك إحداث ثقب في مكعب بحيث يمكن تمرير مكعب آخر أكبر من خلاله؟



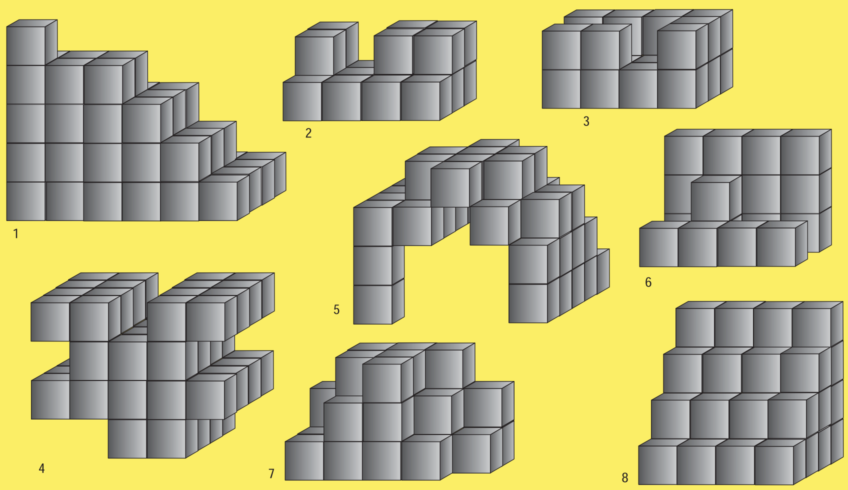
لعبة التفكير
773

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

عَد المكعَّبات

«وضع الأمور في منظورها الصحيح»، تعد مثل هذه العبارة من العبارات الشائعة، حتى إنه من السهل نسيان أن هذا المنظور هو تحويل الواقع ثلاثي الأبعاد إلى تمثيل ثنائي الأبعاد. علاوة على أنه يساعدنا على تفسير الأشياء التي لا نستطيع أن نراها؛ ذلك لأن المنظور يتيح لنا استنتاج أن الأجسام تتبع بعض القواعد الهندسية.

في التصاميم أدناه، وُضِعت مجموعات مختلفة من المكعَّبات معًا. صفوف المكعَّبات كلها كاملة إلا إذا كنت تراها قد انتهت. أكثر تلك المجموعات شهرةً هي أكوام بسيطة، ولكن بعضها يتطلب منك أن تفهم أن صفًّا واحدًا أو أكثر ممتد لا يمكن رؤيته وراء الآخرين. مثل هذه المسائل تتحدى قدرتك على فهم العلاقات المكانية؛ لذا استنادًا إلى الأدلة البصرية المعطاة، هل يمكنك تحديد عدد المكعَّبات التي تشكل كل مجموعة؟

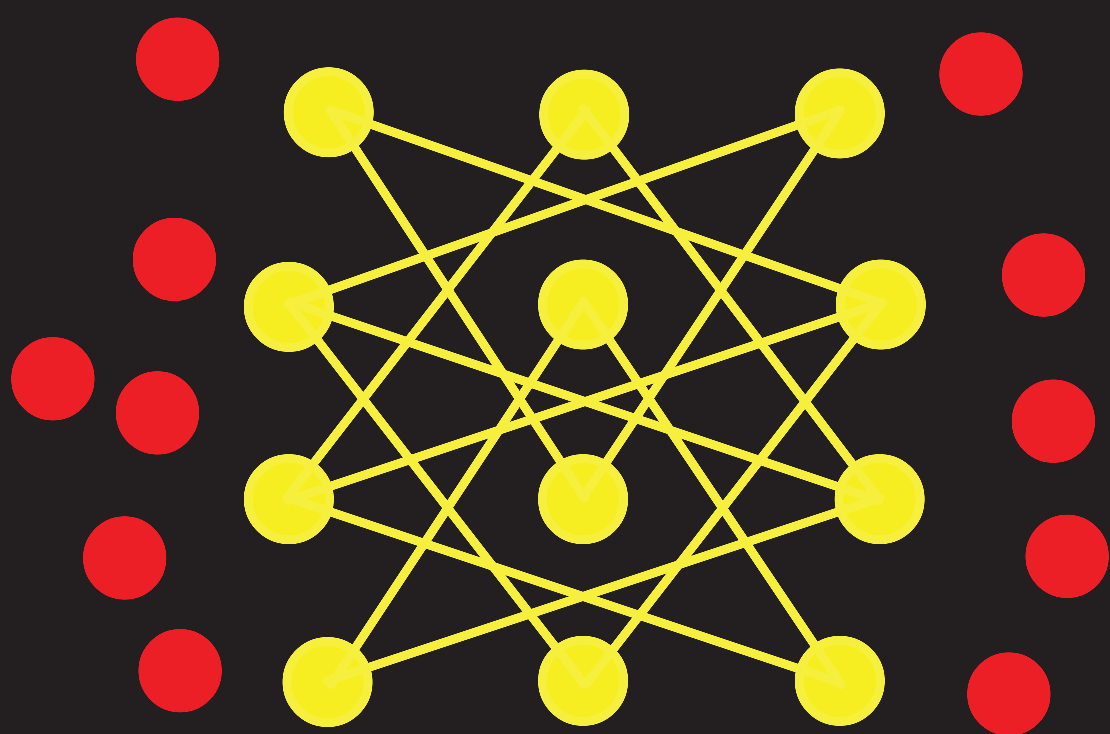


لعبة التفكير
774

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎ 🗐 ✂
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مفترق الطرق 2

ضع أحد عشر قرصًا على الاثنتي عشرة دائرة على التوالي. يجب أن تضع كل قرص على دائرة فارغة ثم تحركه على الفور إلى دائرة أخرى فارغة مرتبطة بالدائرة الأولى بخط مستقيم.

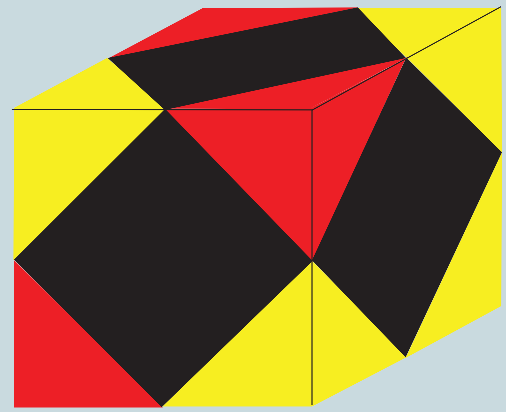


لعبة التفكير 775

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مكعَّبات الزوايا ثنائية اللون

بكم طريقة مميزة يمكنك تلوين زوايا المكعب باستخدام لونين فقط؟ التدوير لا يعد مختلفًا، ولكن الانعكاسات تعدُّ كذلك.

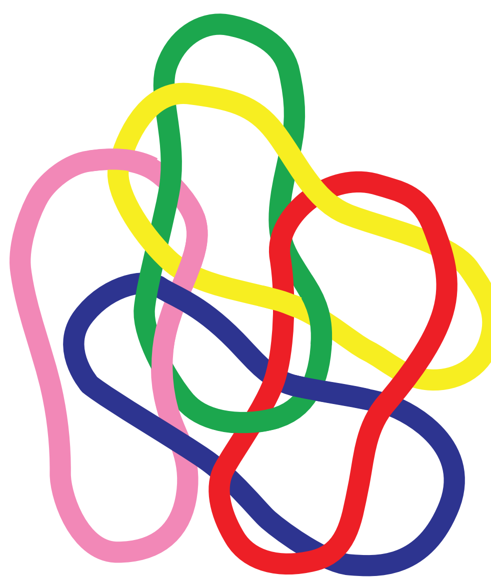


لعبة التفكير 776

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مترابطة أم غير مترابطة؟

أي من الحلقات الخمس ينبغي قطعها حتى تتحرر الحلقات الأخرى؟

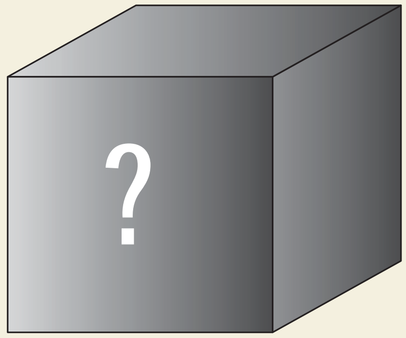


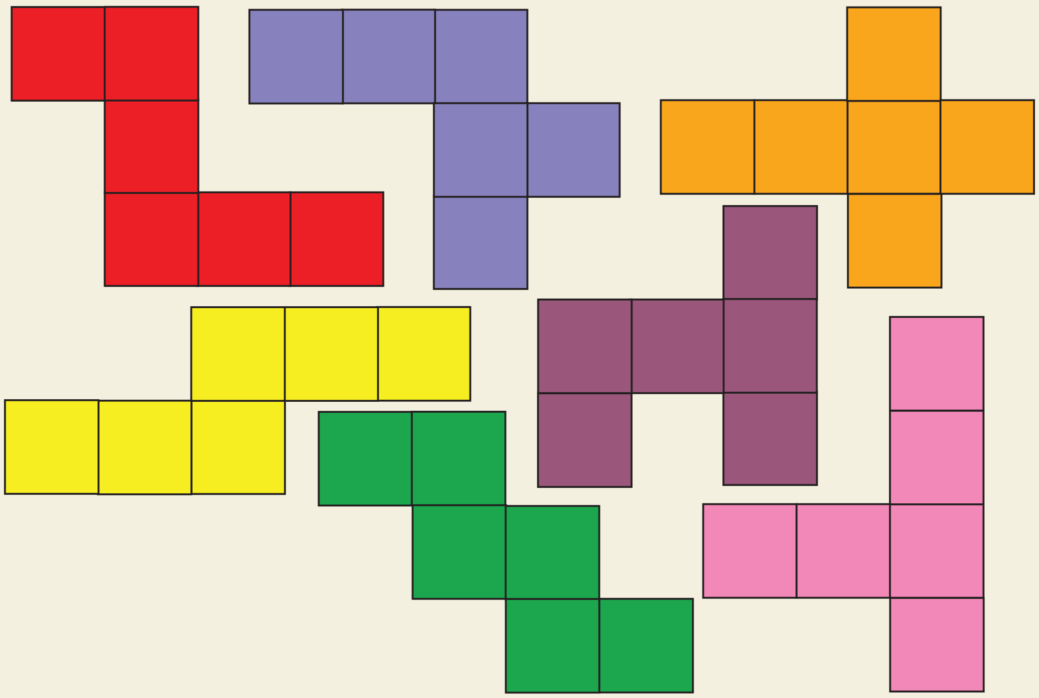
لعبة التفكير 777

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

شبكات المكعب

للمكعب ستة وجوه، ولكن هل كل شبكة مكونة من ستة مربعات يمكن طيها لتصبح مكعبًا؟ تأمل الأشكال السبعة أدناه، هل يمكنك تحديد أيها يمكن طيه ليصبح مكعبًا كاملًا؟





لعبة التفكير 778

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

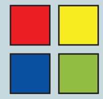
طي المكعب 2

يمكن طي الشكل أمامك على طول الخطوط التي بين المربعات ليكون مكعبًا. فهل يمكنك تخمين أي الألوان ستكون على الوجوه المتقابلة عند طي هذا المكعب؟

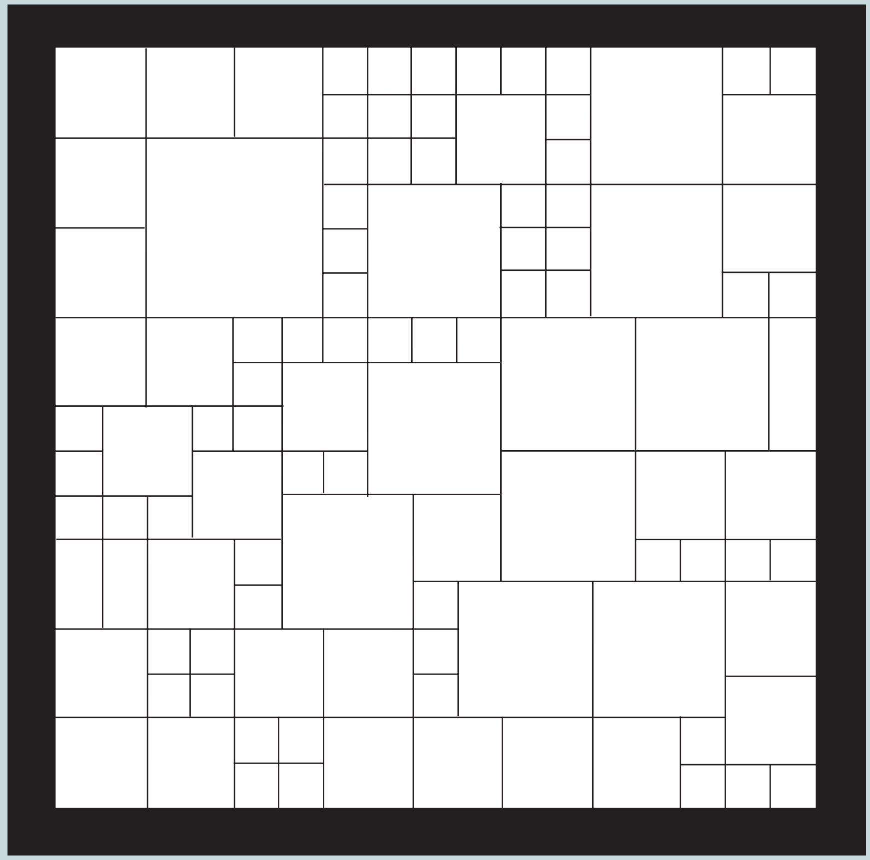


لعبة التفكير
779

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

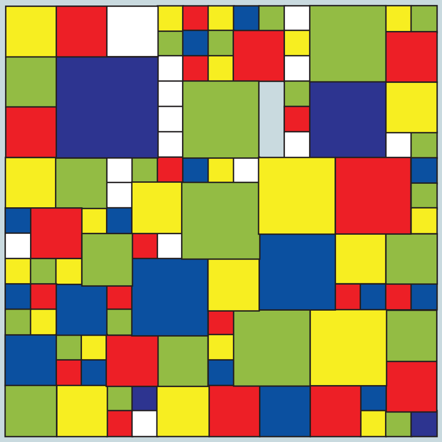


لعبة المربعات ذات الألوان الأربعة



إن الهدف من هذه اللعبة التي تحتاج إلى لاعبيْن هو ملء لوح اللعبة بالكامل بأربعة ألوان دون تكرار اللون نفسه في المناطق المتجاورة.

يختار اللاعبان لونين من أربعة ألوان – أحمر، أخضر، أزرق، أصفر – ثم يتناوبان الأدوار في ملء مربع واحد كل مرة. يجب أن يمس كل قسم تم تلوينه حديثًا على الأقل مربعًا آخر ملونًا، ولكن يجب ألَّا يمس مربعًا باللون نفسه حتى في الزاوية. (انظر إلى نموذج اللعبة للاسترشاد). هذا ويستمر اللعب حتى لا تتبقى أي حركة يمكن القيام بها وفق هذه الشروط.



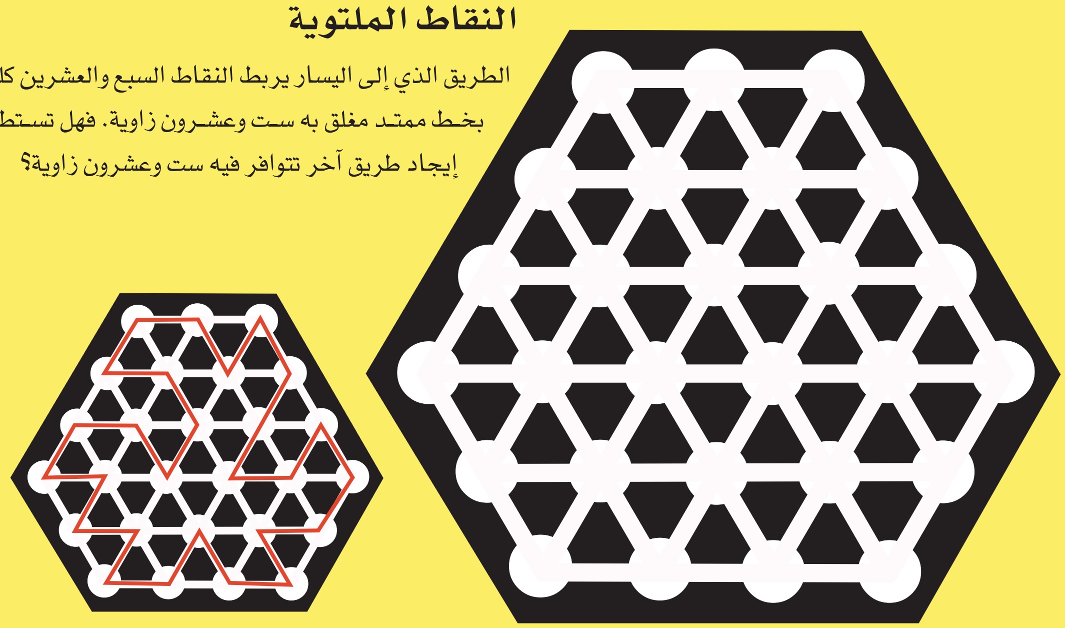
تُحسب النقاط بصورة مباشرة: حيث يحتسب كل مربع 2 في 2 مملوء بأحد اللونين اللذين اختارهما اللاعب نقطة، وكل مربع 3 في 3 يُحسَب نقطتين، وهكذا. المربع واحد في واحد لا يحتسب بأي نقطة.

لعبة التفكير
780

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

النقاط الملتوية

الطريق الذي إلى اليسار يربط النقاط السبع والعشرين كلها بخط ممتد مغلق به ست وعشرون زاوية. فهل تستطيع إيجاد طريق آخر تتوافر فيه ست وعشرون زاوية؟



لعبة التفكير
781

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الحجم الرباعي

قُطع شكل رباعي الأوجه من مكعب كما هو مبين. هل يمكنك تخمين حجم الشكل الرباعي بالنسبة إلى حجم باقي الصندوق؟

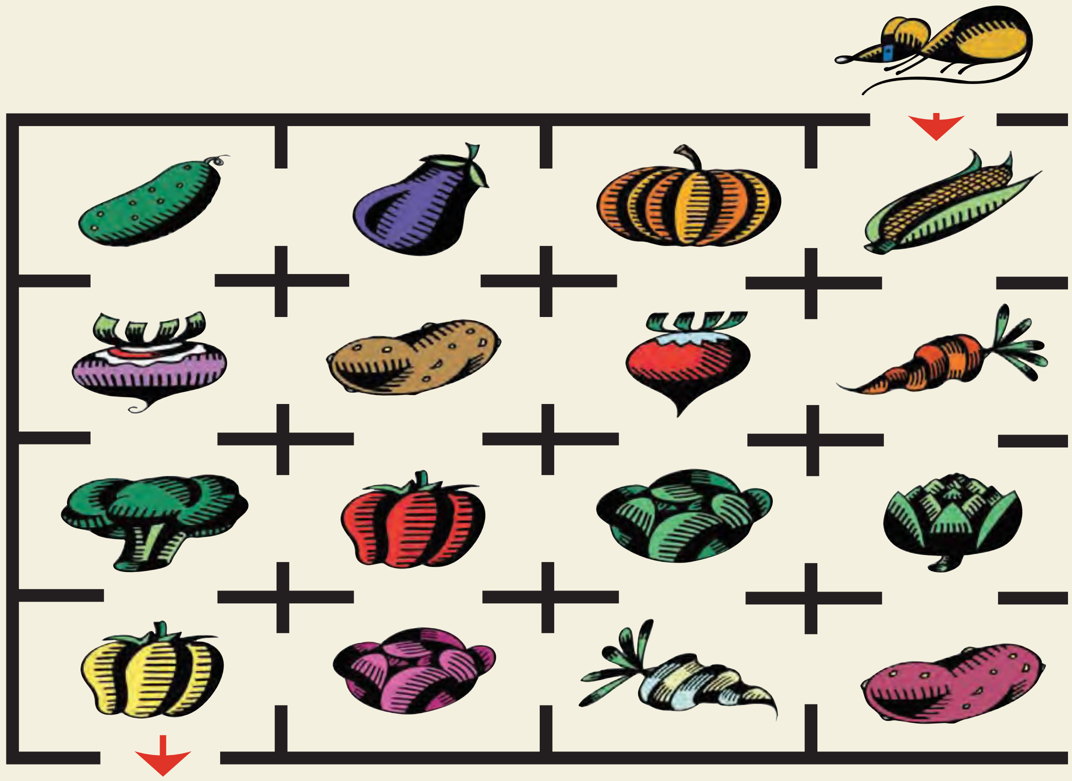


لعبة التفكير
782

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الفأر الجائع

هل يمكنك إيجاد طريق الفأر بحيث يأكل الخضراوات جميعها والخروج من دون دخوله أي غرفة مرتين؟



لعبة التفكير
783

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لعبة سام لويد
Sam Loyd (14 – 15)

باستخدام الحركات الانزلاقية للقطع، هل يمكنك إعادة ترتيب المربعات المرقمة في الشكل العلوي لتصبح كما في الشكل المرتب السفلي؟ ما عدد الحركات المطلوبة لتبديل 14 و15؟

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	15	14	

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	

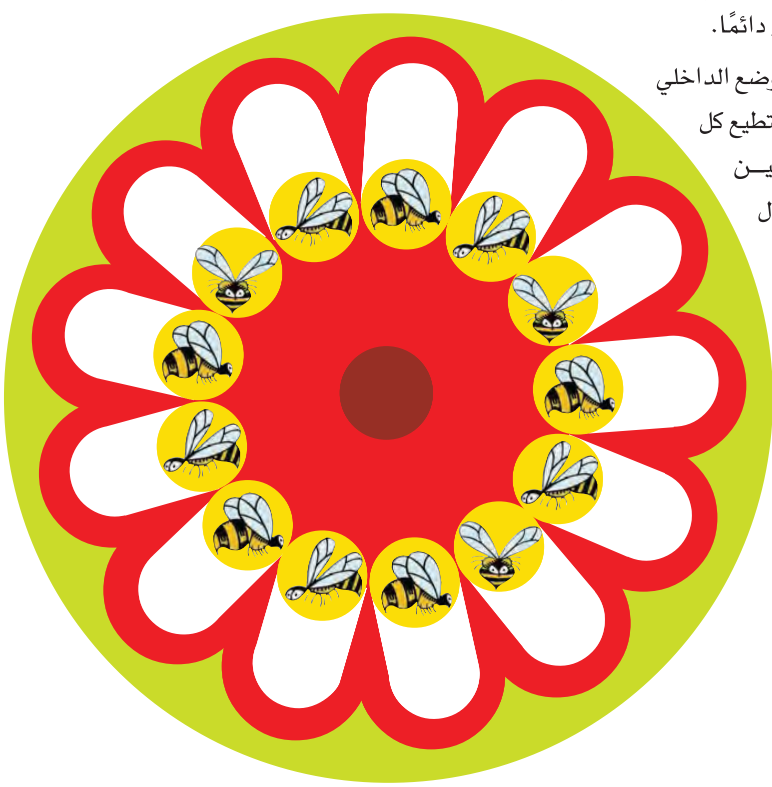
لعبة التفكير
784

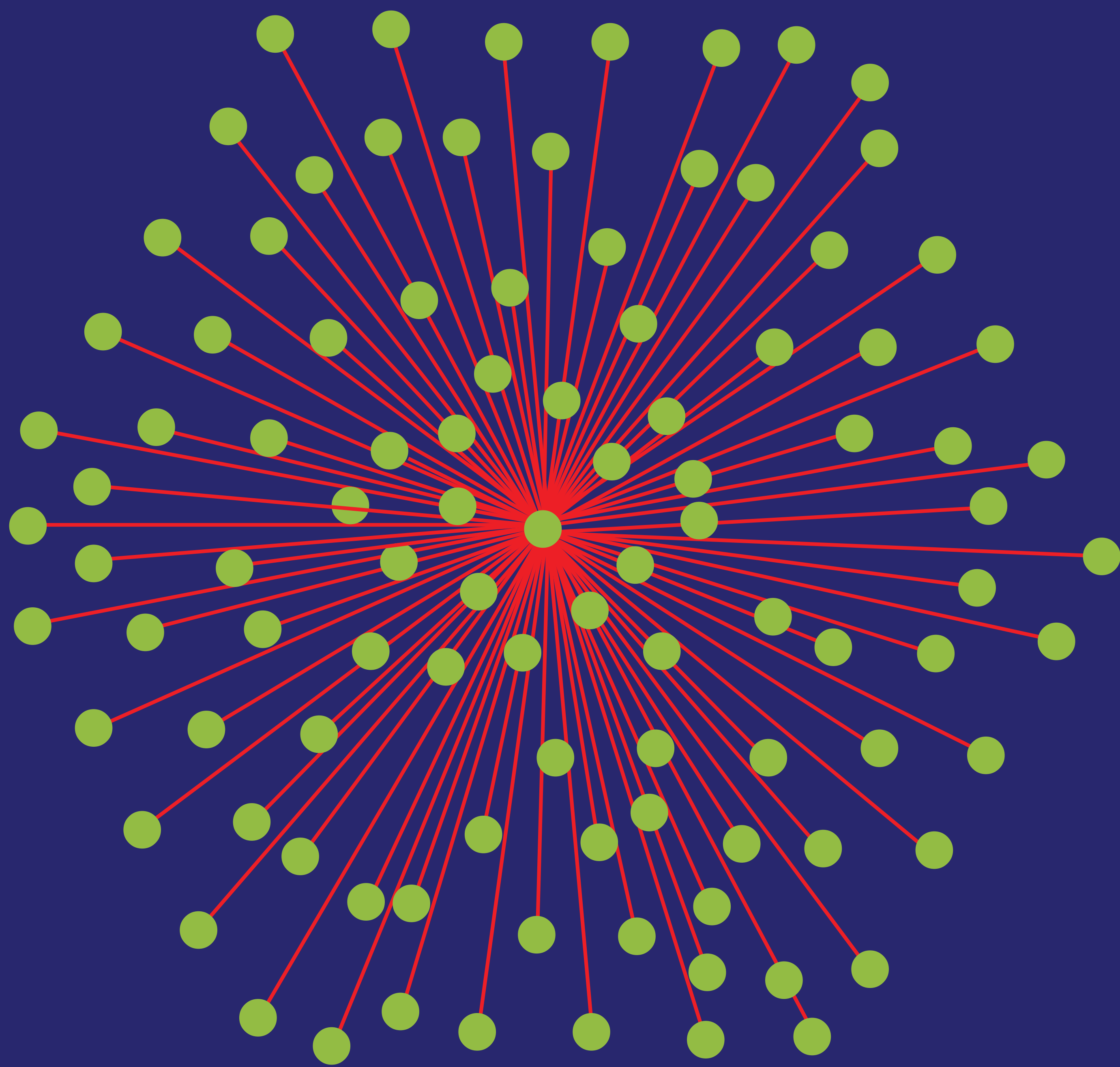
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لعبة زهرة الأقحوان

هذه لعبة تحتاج إلى لاعبين؛ وإذا لم يتوافر الخصم، فحاول معرفة كيف يمكنك الفوز دائمًا.

ابدأ بالثلاث عشرة نحلة في الوضع الداخلي في اتجاه مركز الزهرة. يستطيع كل لاعب الإمساك بنحلة أو اثنتين متجاورتين في كل مرة من خلال تحريك النحلة أو النحل خارج البتلة، واللاعب الذي يتمكن من الإمساك بآخر نحلة يكون هو الفائز. فهل يمكنك وضع إستراتيجية تمكنك من الفوز دائمًا حتى إذا بدأ خصمك اللعب؟





12

العلوم

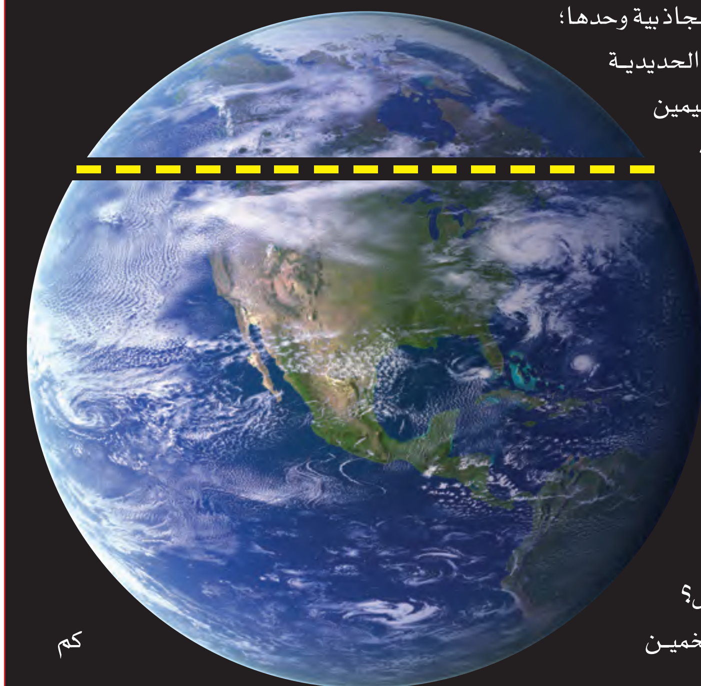
لعبة التفكير **785**

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ◉
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

قطار الجاذبية

ذات مرة، قُدِّم اقتراح لبناء قطار يعمل بالجاذبية وحدها؛ حيث يكون كل خط من خطوط السكك الحديدية مستقيمًا، ولن ينحني إلى اليسار أو إلى اليمين بل حتى لن يأخذ منحنى سطح الأرض، لكنه بدلًا من ذلك سيشق نفقًا في الأرض من مدينة إلى أخرى، ويكون منتصف كل نفق أقرب بالطبع إلى مركز الأرض عن أي من طرفيه الآخرين له، بحيث يقطع كل قطار نصف الطريق هبوطًا مما يكسبه القوة الدافعة ليقطع النصف الآخر صعودًا.

بتجاهل بعض العوامل مثل الاحتكاك ومقاومة الهواء، هل يمكن لهذا القطار من الناحية النظرية أن يعمل؟ وإذا كان ذلك ممكنًا، فهل يمكنك تخمين ستستغرق أسرع رحلة وأبطأ رحلة؟



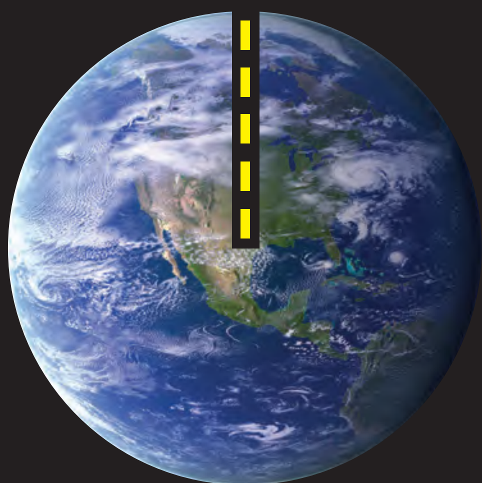
لعبة التفكير **786**

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ◉
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

داخل الأرض

إذا هبطت في نفق عمودي إلى نقطة أسفل سطح الأرض، فكيف سيكون وزنك؟

1. أكبر من الوزن على سطح الأرض.
2. أقل من الوزن على سطح الأرض.
3. مساويًا للوزن على سطح الأرض.



لعبة التفكير **787**

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ◉
الاستكمال: ☐ الوقت: ________



الجاذبية ووزنك

إن الأرض ليست كروية تمامًا، فهي مسطحة قليلًا عند القمة وفيها نتوءات عند خط الاستواء.

بناءً على هذه المعلومات، هل يمكنك تخمين أين يكون وزنك أثقل – في القطب الشمالي أم القطب الجنوبي أم عند خط الاستواء؟

لعبة التفكير **788**

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ◉
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

الميزان الكوكبي

هل يمكنك حساب وزنك في أي مكان في الكون باستخدام ميزان زنبركي؟



لعبة التفكير **789**

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ◉
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

رائد فضاء على سطح القمر

هل وزن رواد الفضاء على سطح القمر هو وزنهم نفسه على الأرض؟



لعبة التفكير 790

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁

الاستكمال: ☐ الوقت: ————



نسبية الجاذبية

تخيل أنك تقف في غرفة صغيرة، محكمة الإغلاق، وبلا نوافذ، وأسقطت جسمين مختلفي الكتلة، فسقطا بالسرعة نفسها وارتطما بالأرض في الوقت نفسه.

بناءً على هذه المعلومات، كيف يمكنك الحكم على أنك في غرفة فوق سطح الأرض وليس في غرفة في صاروخ ينطلق بتسارع مقداره 32 قدمًا في الثانية؟

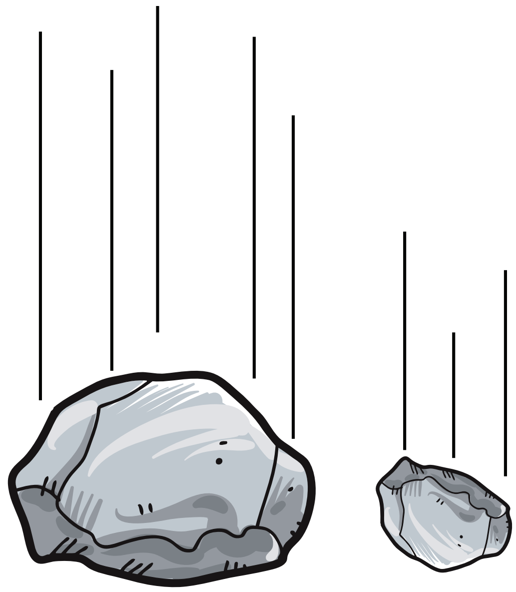


لعبة التفكير 791

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁

الاستكمال: ☐ الوقت: ————



الأحجار الساقطة

حجر كبير أثقل بمئة مرة من صخرة صغيرة، ولكن عند سقوطهما في الوقت نفسه فإنهما يسقطان بالتسارع نفسه (بتجاهل مقاومة الهواء)، فلماذا لا يسقط الحجر الكبير بسرعة أكبر؟ هل هذا بسبب وزنه، طاقته، مساحة سطحه أم بسبب قصوره الذاتي؟

لعبة التفكير 792

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁

الاستكمال: ☐ الوقت: ————

الأجسام الساقطة

في عام 1971م أجرى رائد فضاء أبولو 15 (Apollo 15) ديفيد سكوت (David Scott) تجربة شهيرة بأن أسقط ريشة ومطرقة في الوقت نفسه، وكلاهما سقط مثل الحجر المثالي، بالتسارع نفسه. والسبب هو أنه أسقطهما على سطح القمر حيث لا وجود للغلاف الجوي، ومن ثم لا توجد مقاومة الهواء للحد من سرعة الريشة.

إن الاعتقاد بأن الأجسام الثقيلة تسقط أسرع من الخفيفة يعود إلى زمن أرسطو (Aristotle)، وقد كان هذا هو الفكر المهيمن حتى العصور الوسطى. كان جاليليو (Galileo) هو أول من أثبت أن هذا الاعتقاد غير صحيح، وذلك من خلال إسقاط الأشياء من برج بيزا، ومنذ ذلك الحين حاول العلماء بطرق مختلفة مواجهة التأثير التباطئي لمقاومة الهواء على الرغم من أنه لم يتوصل أحد إلى ما توصل إليه سكوت.

إذا أسقطت قطعة نقدية وقصاصة صغيرة من الورق في الوقت نفسه، فإن القطعة النقدية تصل حتمًا إلى الأرض أولًا بسبب مقاومة الهواء. فهل يمكنك أن تجد وسيلة لإثبات أن العملة والورقة يجب أن تقعا بالمعدل نفسه في غياب مقاومة الهواء، ولو في غرفة عادية؟



لعبة التفكير 793

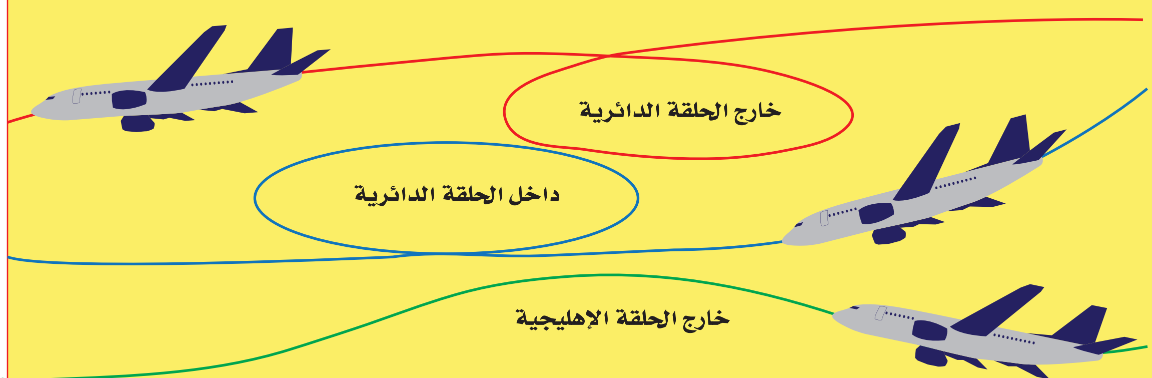
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁

الاستكمال: ☐ الوقت: ————

مضاد الجاذبية

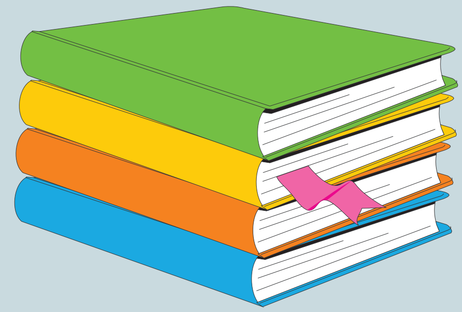
يشعر رواد الفضاء في المدار بانعدام الوزن عند دورانهم حول الأرض. ولكن الشعور بانعدام الوزن يمكن أن يتأتى في طائرة تنفذ واحدة من هذه المناورات كما هو موضح هنا. فهل يمكنك تخمين أي مناورة منها؟



لعبة التفكير
794
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ————

احتكاك الكتب

عند سحبك الكتاب الثاني باستخدام الشريط كما هو موضح، هل سيبقى أي من الكتابين سواء العلوي أو الذي يقع أسفله في مكانهما؟



لعبة التفكير
795
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ————



هز التفاح

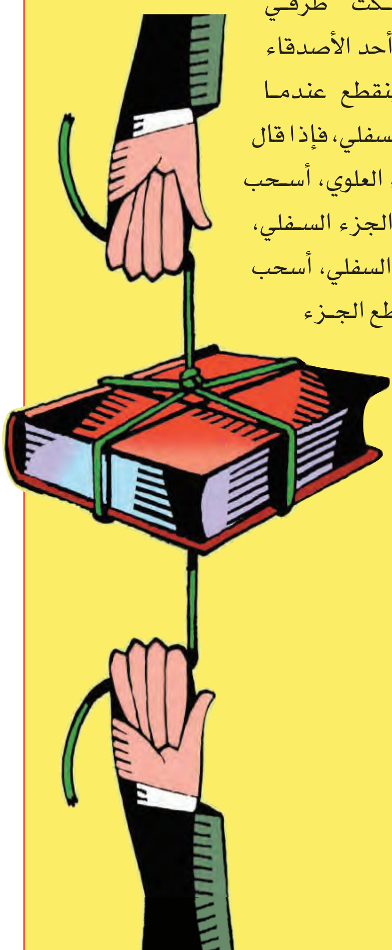
إذا قمت بهز وعاء كبير مملوء بالتفاح من مختلف الحجوم، ماذا سيحدث للتفاحات الكبيرة؟ هل سترتفع إلى الأعلى أم تنزل إلى القاع؟

لعبة التفكير
796
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ————

قطع الخيط

لقد ربطت خيطًا رفيعًا حول أحد الكتب الثقيلة، كما هو مبين في الرسم. وأمسكت طرفي الخيط، وسألت أحد الأصدقاء أي طرف سينقطع عندما أسحب الخيط السفلي، فإذا قال صديقي الجزء العلوي، أسحب الخيط فينقطع الجزء السفلي، وإذا قال الجزء السفلي، أسحب الخيط فسينقطع الجزء العلوي.

هل يمكنك معرفة كيف أمكن تحقيق هذا في كلتا الحالتين؟

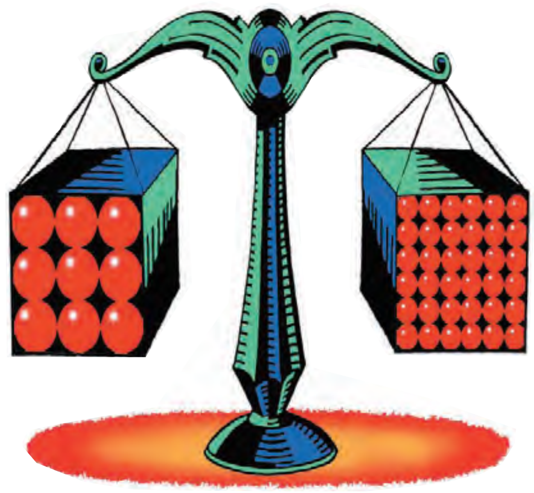


لعبة التفكير
797
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ————

الكرات الكبيرة والكرات الصغيرة

إذا وضعت كرات من الفولاذ في مكعب حجمه متر مكعب واحد، ووضعت كرات صغيرة مختلفة في مكعب مشابه، فأيهما يزن أكثر؟

هل تعتقد أن ملء المزيد من الكرات الصغيرة المختلفة في المساحة نفسها سيشكل فارقًا؟



مركز الثقل (الجاذبية) (Center of Gravity)

مركز ثقل الجسم ليس دائمًا في وسطه. معظم المصابيح الموضوعة على قاعدة تكون القاعدة متوازنة بحيث إنها لن تنقلب إذا احتكت بها، وغالبًا ما تكون أسهم التصويب ثقيلة من الأمام ليمكن إطلاقها بمزيد من الدقة.

للعثور على مركز الثقل لجسم غير المنتظم الشكل، علِّق الجسم بوساطة خيط من ثلاث نقاط مختلفة. ولأن مركز الثقل يسعى دائمًا لأدنى موضع يمكن أن يصل إليه؛ لذا سيكون المركز دائمًا تحت النقطة التي يتعلق منها مباشرةً؛ وهو المكان الذي تتقاطع فيه تلك الخطوط العمودية الثلاثة.

تبدو العديد من الهياكل غير مستقرة ولكنها في الواقع في حالة توازن، ما يدل على أن مركز الثقل في بعض الأحيان يمكن أن يوجد خارج حدود الجسم نفسه. وبوصفه ومثالًا مدهشًا على ذلك، فكر فيمن يمشون على حبل مشدود، حيث تسمح قدراتهم الاستثنائية والمميزة الاحتفاظ بقدر ملحوظة من التوازن حتى عند المشي على سلك ذي قطر بعرض الإبهام.

لعبة التفكير 798

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: ◉

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مهربو الذهب

على الرغم من أن مسافرًا تخطى نقطة التفتيش الجمركي، فإن أحد الضباط الأقوياء الملاحظة أوقف هذا المسافر وأعاد تفتيش إحدى حقائبه، وقد وجد الضابط مكانًا سريًّا مملوءًا بالعديد من السبائك الذهبية الثقيلة.

هل يمكنك معرفة ما الذي أثار شك الضابط؟



لعبة التفكير 799

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: ◉

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الكرة الغريبة

اشترى صاحب قاعة بلياردو خمسة صناديق من الكرات الملونة، وكانت الكرات في الصندوق الأول حمراء، وفي الثاني زرقاء، وفي الثالث خضراء، وفي الرابع صفراء، وفي الخامس برتقالية، فإذا علمنا أن وزن كل كرة من الكرات يبلغ 100 جرام فيما عدا كرات صندوق واحد؛ حيث يبلغ وزن الكرات فيه 110 جرامات، فإذا أراد الرجل معرفة الكرات الثقيلة ولونها باستخدام ميزان إلكتروني ذي ذراع واحدة، فما الطريقة التي عليه استخدامها في ذلك، وبأقل عدد من الوزنات؛ ليحدد الكرات الثقيلة ولونها؟



لعبة التفكير 800

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: ◉

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

خيوط الشد

بأي طريقتين مختلفتين يمكنك شد الخيط، بحيث تتحرك البكرة إما باتجاهك أو بعيدًا عنك؟



لعبة التفكير 801

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: ◉

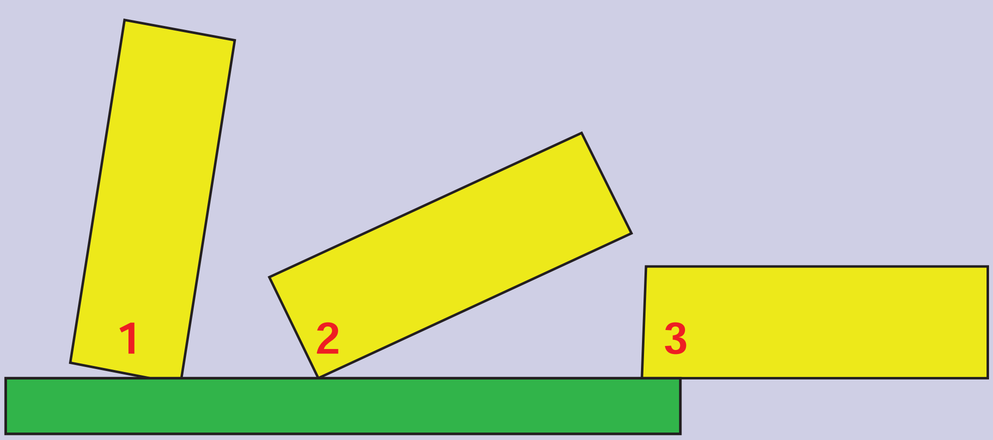
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الصندوق الساقط

يظهر صندوق مستطيل في ثلاثة مواضع.

1. في هذا الموضع، إذا دفعت الصندوق قليلًا، فسوف يسقط.
2. في هذا الموضع، يمكنك دفع الصندوق كثيرًا قبل أن يسقط.
3. في هذا الموضع، مع كون معظم طوله معلقًا على الحافة، فإن الصندوق في حالة توازن مستقر تمامًا.

كيف يمكنك تفسير هذا السلوك الغريب للصندوق؟



لعبة التفكير
802

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

الصيد الفائز

يمكنك قياس الوزن الذي هو قوة الجاذبية بميزان زنبركي، ويعتمد هذا العمل بنحو مباشر على الجاذبية. إن تمديد زنبرك حلزوني أو حتى شريط مطاطي بسيط يتناسب مع القوة المؤثرة فيه، وستؤدي زيادة الوزن بمقدار الضعف أو ثلاثة أضعاف إلى تمديد الزنبرك بمقدار الضعفين أو الثلاثة أضعاف.

ولكن بسبب قوة قياس الموازين الزنبركية، فهي لا تقرأ دائمًا ما تعنيه؛ انظر الصورة هنا، يبدو أن الميزان يظهر أن جائزة الصياد سمكة المارلن تزن 100 كجم. هل يمكنك اكتشاف كم وزن السمكة حقًّا؟



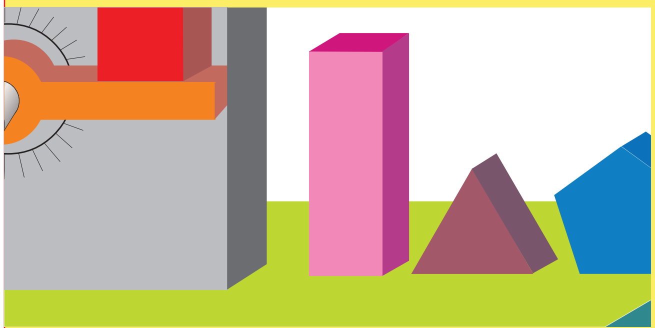
لعبة التفكير
803

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

استقرار السقوط

جهاز بسيط جدًّا يمكنه مقارنة قابلية السقوط المائل لمختلف الأشكال. يوضع كل شكل على التتابع على منصة الاختبار؛ ثم تبدأ المنصة بتغيير زاوية ميلها ببطء حتى ينقلب الشكل. هذه عملية سهلة.

هل يمكنك اكتشاف أي شكل من هذه الأشكال بقي على المنصة أطول مدة؟ أي، هل يمكنك اكتشاف أي من الأشكال أدناه لديها أكبر استقرار للسقوط؟



لعبة التفكير
804

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

مفارقة العصا المتوازنة

يمكنك أنت وصديقك موازنة عصا مقياس مترية على أصبعيكما السبابة، كما هو موضح في الرسم هنا. فهل يمكنك اكتشاف ما سيحدث عندما يحاول كل منكما أن يحرك أصبعه نحو منتصف العصا؟ ماذا سيحدث إذا بدأت بكلا الأصبعين في الوسط وحرَّكتهما نحو الأطراف؟



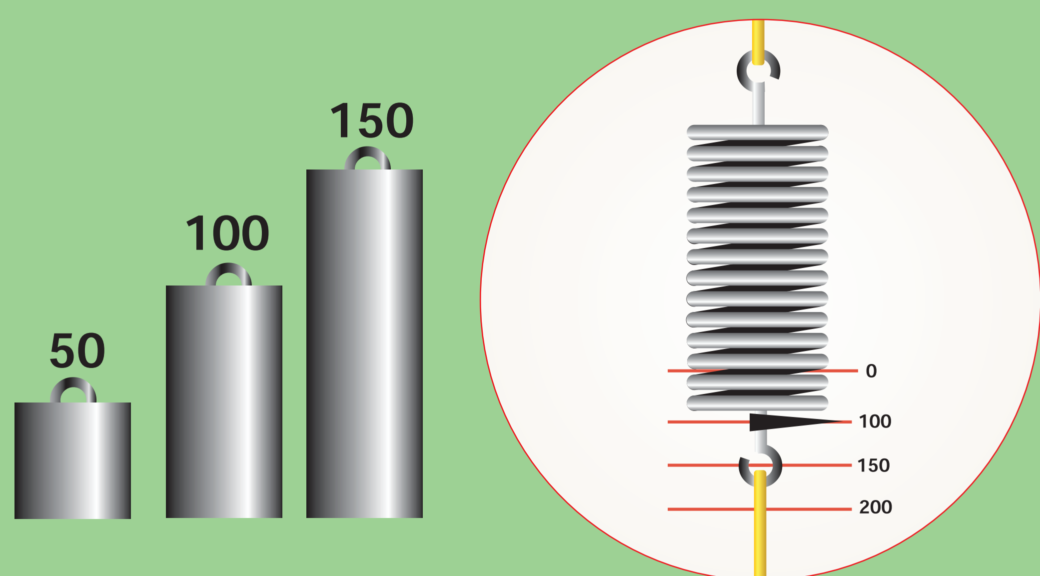
لعبة التفكير
805

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

المقياس الزنبركي

مقياس زنبركي معلق من السقف بوساطة حبل، وهناك حبل ثانٍ مثبت بالأرضية ومربوط بإحكام بالمقياس، ويسحب المقياس ليقرأ 100 كجم.

مع أن الحبل مازال متصلًا، فقد تعلقت الأوزان في الخطاف ويمكن قياسها. هل يمكنك اكتشاف ما سوف يقرأه الميزان في هذه الحالة عندما تُعلَّق فيه أوزان 50 و100 و150 كجم؛ أي على الخطاف السفلي من المقياس الزنبركي؟



لعبة التفكير 806

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:______

تقسيم محتويات الكوب إلى نصفين

هل يمكنك اكتشاف كيفية صب نصف مقدار محتويات كوب القهوة المملوء بالضبط حتى الحافة؟

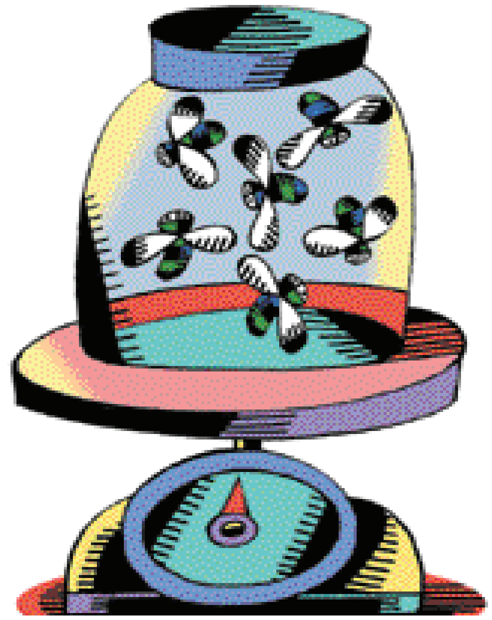


لعبة التفكير 807

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:______

الذباب المعبأ

زجاجة مغلقة تحتوي على ذباب وموضوعة على ميزان. متى يسجل الميزان أثقل وزن: عندما يكون الذباب قابعًا في القاع، أم عندما يكون الذباب طائرًا؟



لعبة التفكير 808

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:______

الحجم المعبأ

زجاجة أسطوانية مغلقة بإحكام ومملوءة جزئيًّا بعصير الرمان. (لا يرتفع العصير فوق مستوى كتف الزجاجة). باستخدام مسطرة قياسية فقط، هل يمكنك قياس حجم الزجاجة الكاملة من دون فتحها أو إتلافها بأي شكل من الأشكال؟



لعبة التفكير 809

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:______



الخاتم المفقود

ختمت الطرد التاسع من تسعة طرود متماثلة من أوزان متساوية تمامًا، لتكتشف أن خاتمك الماسي قد سقط عن طريق الخطأ في أحد الطرود، وبما أنك لا تريد أن تفتح الطرود كلها، فهل يمكنك اكتشاف كيفية العثور على الطرد الذي يحتوي على الخاتم عن طريق القيام بوزنتين فقط على ميزان ذي كفتين؟

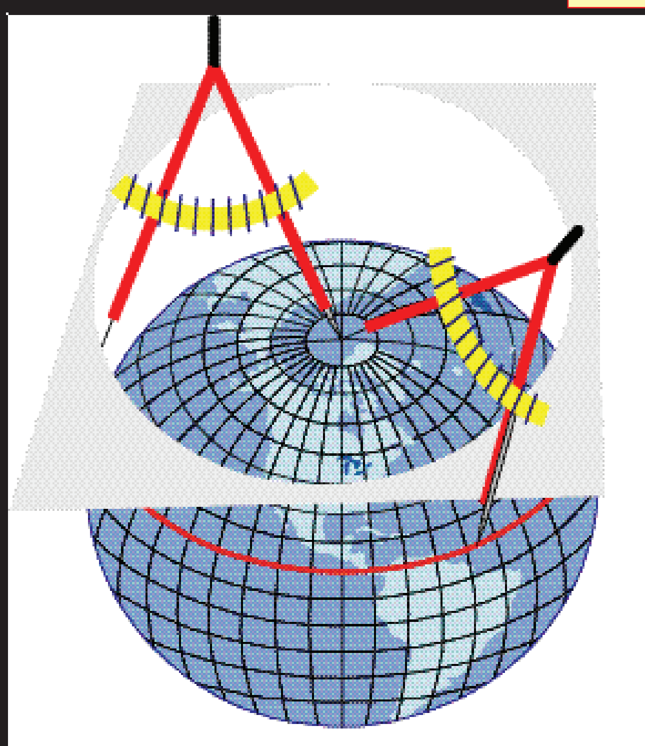
لعبة التفكير 810

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:______

كرة القياس

تخيل رسم دائرة بفرجار عملاق: حيث نقطة الارتكاز على القطب الشمالي، ويرسم قلم الرصاص دائرة على طول خط الاستواء، كما هو موضح، ثم – من دون تغيير طول ذراع الفرجار – تخيل رسم دائرة أخرى على مستوى مماس للقطب الشمالي ومواز لخط الاستواء.

هل يمكنك اكتشاف كيفية مقارنة مساحة الدائرة الثانية بتلك التي في نصف الكرة الشمالي؟



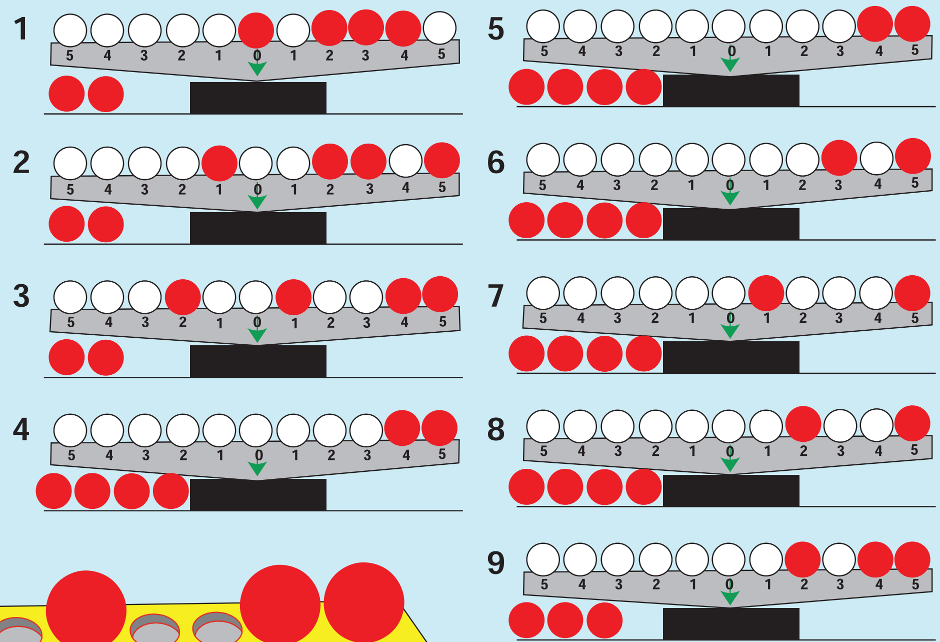
لعبة التفكير
811

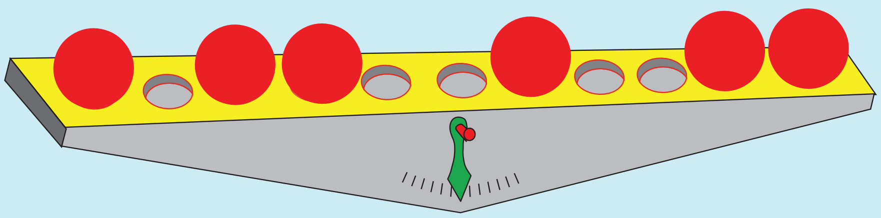
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

التوازن العقلي 1

كرات الفولاذ الحمراء الست المتطابقة هي في توازن تام على الميزان الموضح أدناه، ويمكن أن تحتل الكرات أيًّا من المواضع الأحد عشر على الميزان؛ فتلك المواضع متباعدة بصورة متساوية ومرتبة بصورة متناظرة من الموضع الأوسط، ويمكن تحقيق توازن المواضع ببساطة من خلال تكوينات متناظرة بسيطة من الكرات، ولكن في هذه الألغاز التسعة التي إلى اليمين، فإننا سنتجنب مثل هذه الترتيبات إذا كان ذلك ممكنًا.

في كل لغز، وضعت بعض الكرات على الميزان، هل يمكنك وضع كرات على الجانب الأيسر أو في الموضع الأوسط من أجل تحقيق التوازن؟





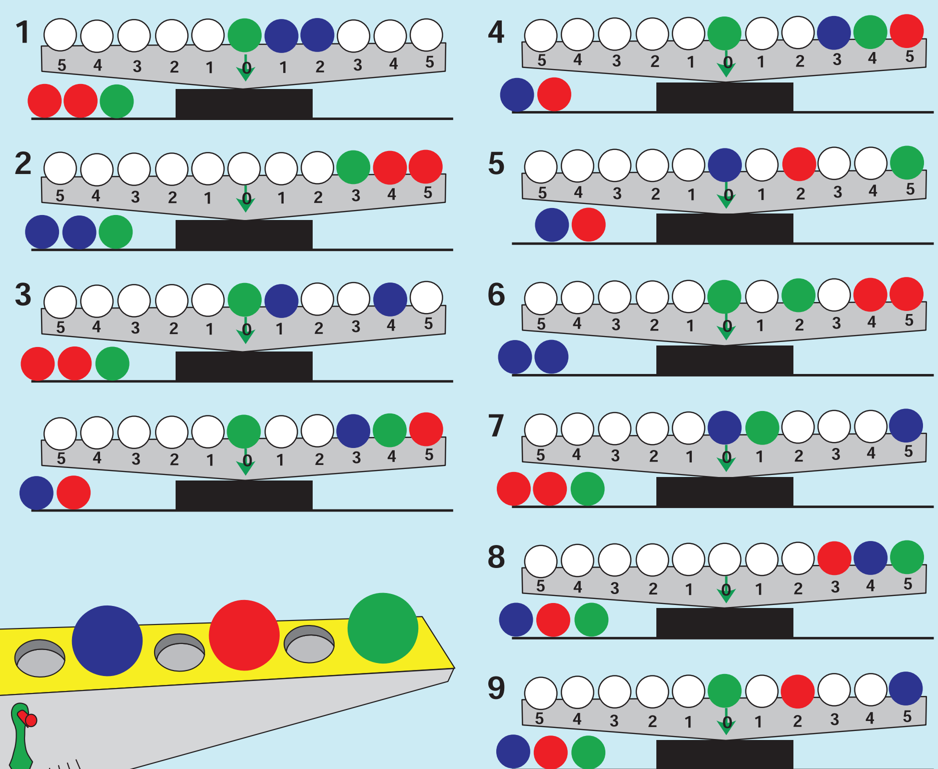
لعبة التفكير
812

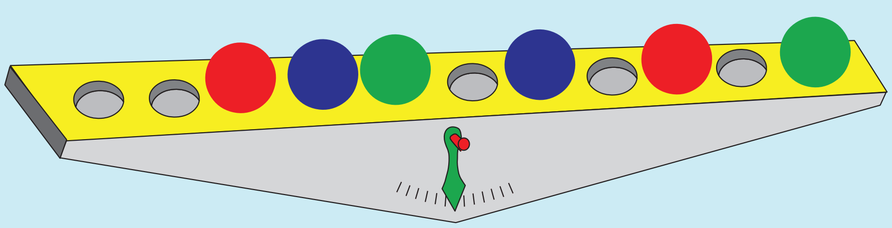
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

التوازن العقلي 2

كرات الفولاذ الست على الميزان أدناه هي في توازن تام؛ تأتي مجموعة الكرات مع الأوزان الآتية: الخضراء 1 وحدة، الحمراء وحدتان، والزرقاء 4 وحدات. قد تحتل الكرات أيًا من المواضع الأحد عشر على الميزان. تلك المواضع متباعدة بصورة متساوية ومرتبة على نحو متناظر من الموضع الأوسط، ويمكن تحقيق توازن المواضع البسيطة من خلال تكوينات بسيطة متناظرة من الكرات، ولكن في هذه الألغاز التسعة فإننا سنتجنب مثل هذه الترتيبات إذا كان ذلك ممكنًا.

في كل لغز، وُضعت بعض الكرات على الجانب الأيمن من الميزان. هل يمكنك وضع كرات على الجانب الأيسر لتحقيق التوازن؟





الآلات البسيطة

وفقًا للأسطورة، قال عالم الرياضيات اليوناني والمهندس الكبير أرخميدس (Archimedes) ذات مرة: «أعطني نقطة ارتكاز ومكانًا أقف عليه، ولسوف أحرك الأرض». وقد كان يعني ذلك أيضًا؛ فقد كان معجبًا للغاية بالقوة الهائلة التي تنتجها الآلات.

اخترع إنسان الماضي أجهزة بسيطة مثل الأوتاد والعتلات، واستخدم قدماء المصريين الشد والسطوح المائلة في نقل كتل ضخمة من الحجر. ربما كان اختراع البكرة جنبًا إلى جنب مع الأدوات الحديدية الأولى. يظهر الفن الآشوري (Assyrianart) في القرن الثامن قبل الميلاد أن استعمال البكرة كان شائعًا، ولكن كان الإغريق في الواقع هم الذين درسوا الآلات البسيطة للغاية بعمق كافٍ لتقسيمها إلى خمس فئات: رافعة العجلة والمحور والبكرة والوتد والمسمار.

إن الآلات البسيطة هي امتدادات لجسم الإنسان، واخترعت أصلًا لدعم الجهود العضلية للرجال والحيوانات، واليوم هذه الآلات في كل مكان، ولكنها لم تعد بسيطة!

لعبة التفكير 813

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

العصي المتوازنة

الأشياء ذات مركز الجاذبية المنخفض أكثر استقرارًا من تلك التي لها مركز جاذبية مرتفع، لماذا إذن يجد البهلوانات ولاعبو الأكروبات أو أنت أنه من السهل تحقيق التوازن لعصا طويلة رقيقة على طرف إصبع؟ ألا ينبغي أن تكون أقلام الرصاص والأشياء الأخرى القصيرة أسهل؟



لعبة التفكير 814

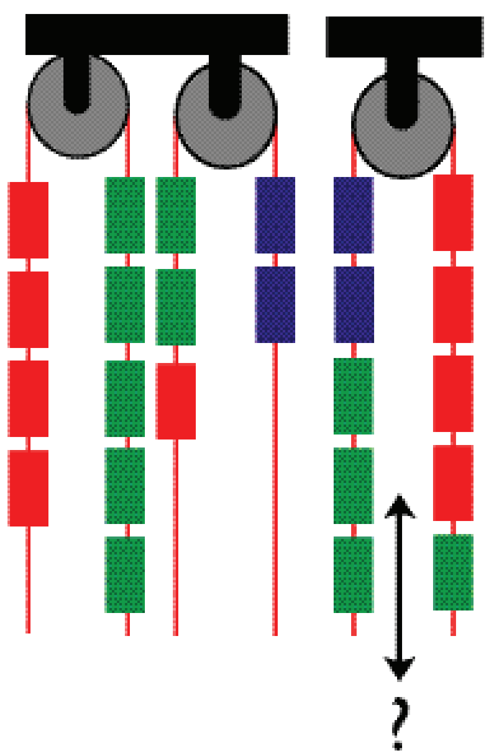
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الفريق الأقوى

تم ترتيب ثلاثة أنواع مختلفة من الأوزان على البكرتين إلى اليسار حتى يكون كل شيء في حالة توازن، واستخدمت بعض الأوزان المتساوية في ترتيبات مختلفة على البكرة إلى الجهة اليمنى. هل هذه الأوزان في توازن، أم سيسحب جانب الآخر؟



لعبة التفكير 815

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

آنية السقي المعدنية

أي إناء للسقي يمكنه أن يحمل ماءً أكثر؟



لعبة التفكير
816
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

بيضة كولومبس

يقال إن كريستوفر كولومبس (Christopher Columbus) قد أوقف بيضة على نهايتها المدببة عندما عبر خط الاستواء لأول مرة. وقد فكرت في القصة منذ سنوات عديدة عندما رأيت لعبة توازن رائعة، كان التحدي لإعادة ذاك العمل الفذ لكولومبوس، ولكن بقدر ما حاولت، لم تتوازن البيضة، وهز البيضة لم يكشف عن أي أجزاء متحركة، فكانت الطريقة الوحيدة لتوازن البيضة هي اتباع التعليمات على الصندوق:



1. امسك البيضة بحيث تكون النهاية المدببة إلى أعلى لمدة ثلاثين ثانية على الأقل.
2. اقلب البيضة وانتظر لمدة عشر ثوانٍ أخرى، ثم ضعها على النهاية المدببة.

ستتوازن البيضة حينئذ بطريقة جميلة، وستظل متوازنة لمدة خمس عشرة ثانية تقريبًا، بعد تلك المدة، أي شخص آخر يحاول أن يوازن هذه البيضة لن يحالفه الحظ ما لم يكن يعرف سر البيضة. من الوصف أعلاه، هل يمكنك اكتشاف البنية الداخلية لهذه البيضة المحيرة للغاية؟

لعبة التفكير
817
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

بيضة الخمس دقائق

يجب سلق بيضة لمدة خمس دقائق بالضبط، ولكن كل ما لديك هو جهاز توقيت لأربع دقائق وجهاز توقيت آخر لثلاث دقائق. هل يمكنك اكتشاف كيفية استخدام هذين المؤقتين في قياس خمس دقائق؟

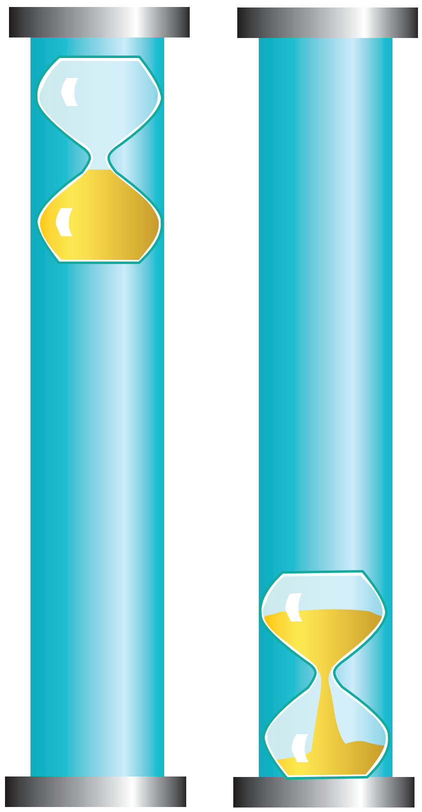


لعبة التفكير
818
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مفارقة الساعة الرملية

كما هو موضح في الرسم أدناه، هناك ساعة رملية صغيرة مغلقة تطفو في أسطوانة محكمة الغلق ومملوءة بالماء. اقلب الأسطوانة، ومما يثير الدهشة أن الساعة الرملية لن تطفو إلى أعلى، وسوف تقبع في الأسفل حتى يمر معظم الرمل إلى المقصورة السفلى، عندها فقط سوف تطفو الساعة الرملية إلى أعلى.

هل يمكنك اكتشاف ما الذي يؤخر طفو الساعة الرملية؟

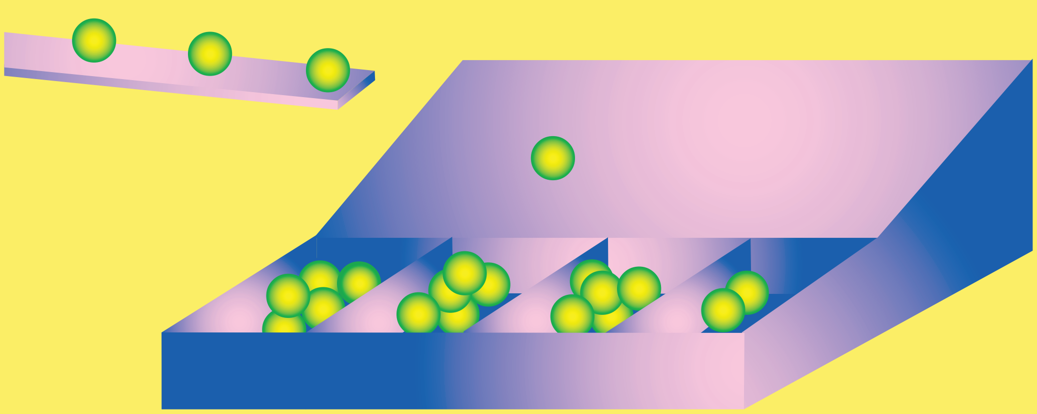


لعبة التفكير
819
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

جهاز فرز الكرات

هناك إمداد مستمر من الكرات من الحجم نفسه، ولكن بأربعة أوزان مختلفة، تتدحرج أسفل المنحدر، تتساقط الكرات من المنحدر على سطح مائل خشن لصندوق فرز، ثم تفرز الآلة الكرات بسهولة إلى أربع مجموعات، وبذلك تتخلص من المهمة المملة لوزن كل كرة.

من الرسم التوضيحي على اليسار، هل يمكنك أن تخبرنا أي مقصورة تجمع أثقل هذه الكرات وزنًا؟

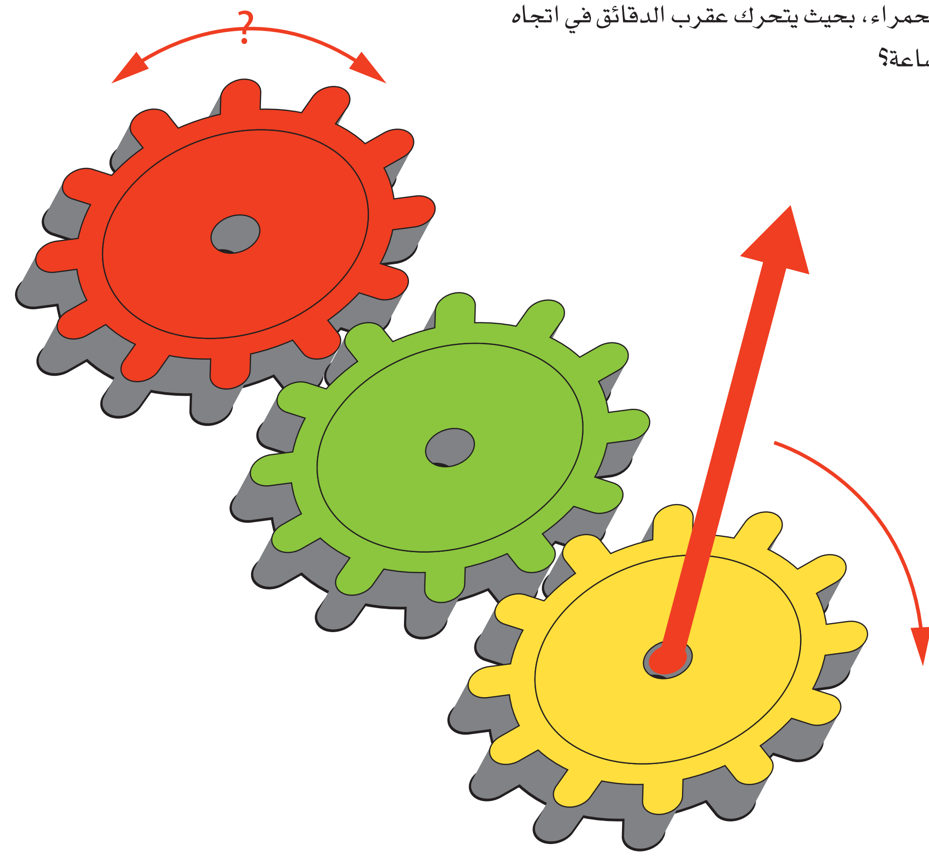


لعبة التفكير 820

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ◉
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

عمل الساعة

هل يمكنك اكتشاف إلى أي إتجاه يجب أن تتجه العجلة المسننة الحمراء، بحيث يتحرك عقرب الدقائق في اتجاه عقارب الساعة؟



لعبة التفكير 821

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ◉
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

شد البراغي



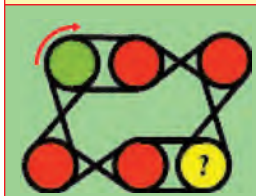
لكل من البرغيين الموضحين مسننات ملولبة نحو اليمين ومتصلة على نحو مستمر. تقوم يد بلف أحد البرغيين في اتجاه عقارب الساعة، كما لو كانت تربطه داخل صامولة، في حين تقوم اليد الأخرى بلف المسمار الآخر في عكس اتجاه عقارب الساعة كما لو كانت تفكه.

هل يمكنك اكتشاف ما إذا كان البرغيان يربطان معًا أم يُبعدان عن بعضهما؟

لعبة التفكير 822

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ◉
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الحزام الناقل



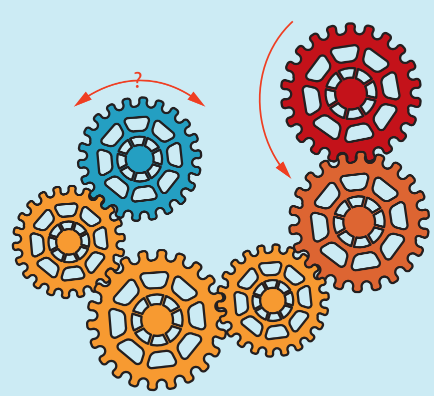
إذا كانت العجلة الخضراء تدور في اتجاه عقارب الساعة، ففي أي اتجاه يجب أن تدور العجلة الصفراء؟

لعبة التفكير 823

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ◉
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

سلسلة التروس 1

كما هو موضح أدناه، تدور العجلة المسننة الحمراء في اتجاه عكس عقارب الساعة. ففي أي اتجاه ستدور العجلة المسننة الزرقاء؟

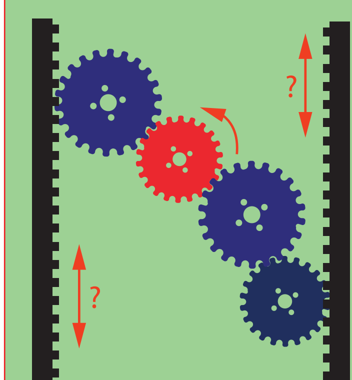


لعبة التفكير 824

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ◉
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

سلسلة التروس 2

كما هو موضح أدناه، تدور العجلة المسننة الحمراء في اتجاه عكس عقارب الساعة. هل يمكنك اكتشاف في أي اتجاه سيتحرك كلا السحابين: إلى الأعلى أم إلى الأسفل؟

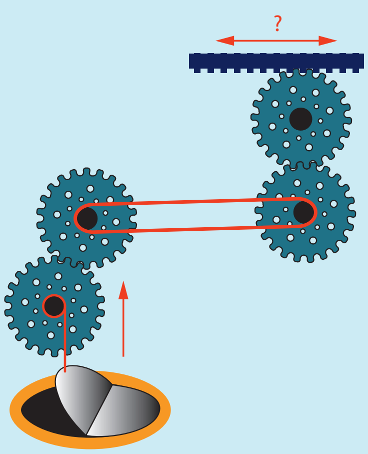


لعبة التفكير 825

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: ◉
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الباب المُحكم

هل يمكنك اكتشاف في أي اتجاه يجب دفع السَّحَّاب بحيث ينفتح الباب المُحكم؟



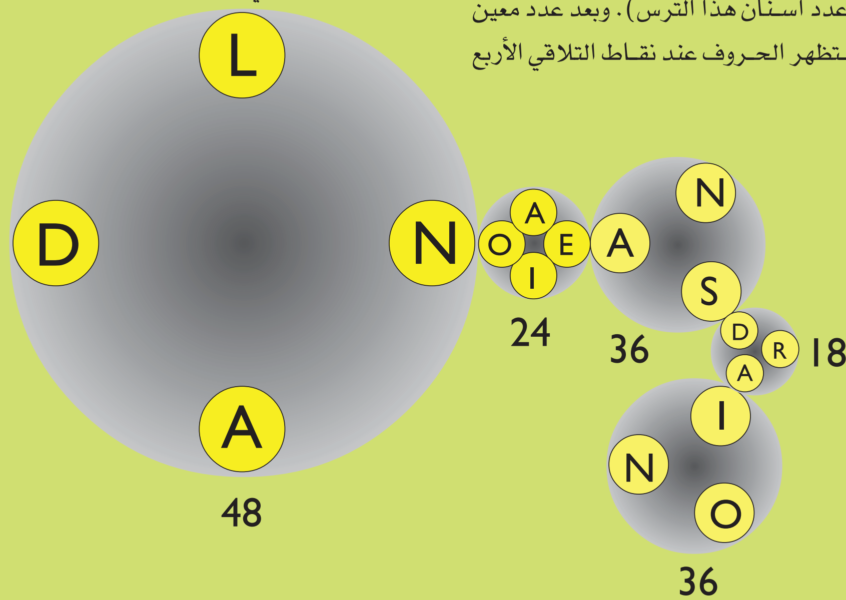
لعبة التفكير
826

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

إعادة ترتيب الحروف على التروس

يحتوي كل واحد من هذه التروس الخمسة المتداخلة على حروف في نقاط التلاقي الخاصة بها. (العدد بجوار كل ترس يشير إلى عدد أسنان هذا الترس). وبعد عدد معين من الدورات، ستظهر الحروف عند نقاط التلاقي الأربع كلمة إنجليزية من ثمانية أحرف، ويمكن قراءتها من اليسار إلى اليمين.

هل يمكنك اكتشاف عدد الدورات التي سوف تستغرقها هذه التروس، وما هي الكلمة السرية؟

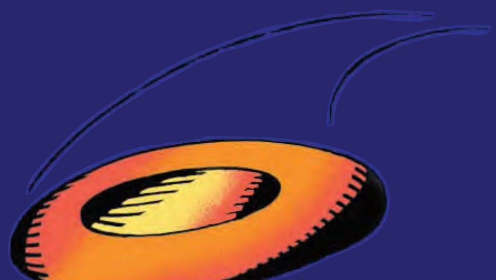


لعبة التفكير
827

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مبدأ القمر الصناعي

تخيل أنك تقف على برج ارتفاعه 320 كيلومترًا، يعلو بكثير الجزء العلوي من الغلاف الجوي. فإذا ألقيت القرص البلاستيكي الطائر (Frisbee) بقوة كافية، فماذا سيحدث؟

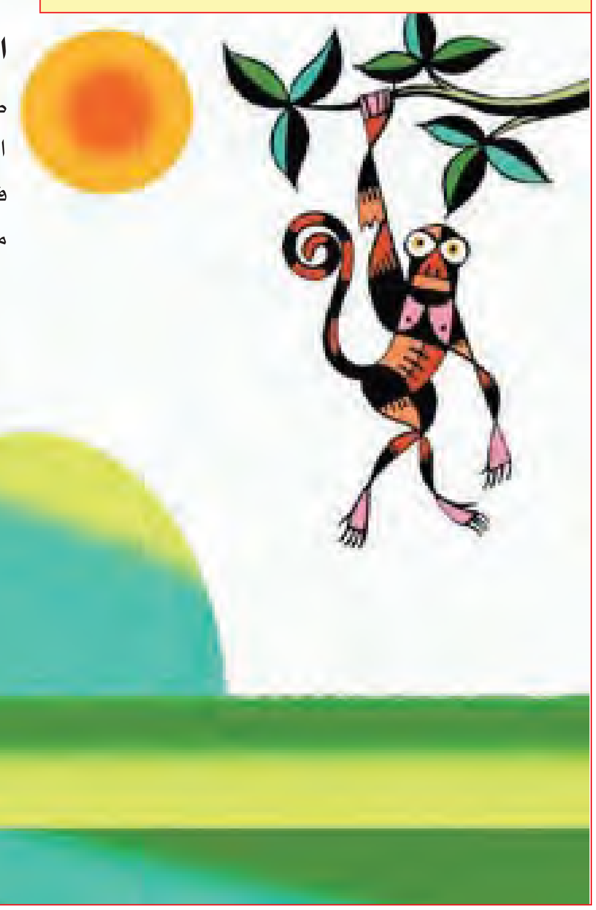


لعبة التفكير
828

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

القرد والبيطري

صوَّب طبيب بيطري بندقية الرش المخدرة إلى قرد وسحب الزناد، وفي اللحظة نفسها ترك القرد فرع الشجرة وبدأ في الهبوط. مع تجاهل مقاومة الهواء، هل يمكنك اكتشاف ما إذا كانت الطلقة ستصيب هذا القرد أم لا؟





لعبة التفكير
829

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الذبابة الراكضة

في كل صباح، يبدأ شخصان الركض من عند طرفي طريق مستقيم طوله 10 كيلو مترات. في لحظة بدء الركض نحو منتصف الطريق، تطير ذبابة جالسة على رأس أحدهما مباشرة نحو الآخر، وبمجرد أن تصل الذبابة إلى الراكض الثاني، تستدير عائدة نحو الراكض الأول. يستمر طيران الذبابة ذهابًا وإيابًا حتى يلتقي الراكضان.

إذا كان كل راكض يجري بسرعة 5 كيلو مترات في الساعة، وتتحرك الذبابة بسرعة 10 كيلومترات في الساعة، فهل يمكنك اكتشاف عدد الكيلومترات التي قطعتها الذبابة لحظة التقاء الراكضين؟

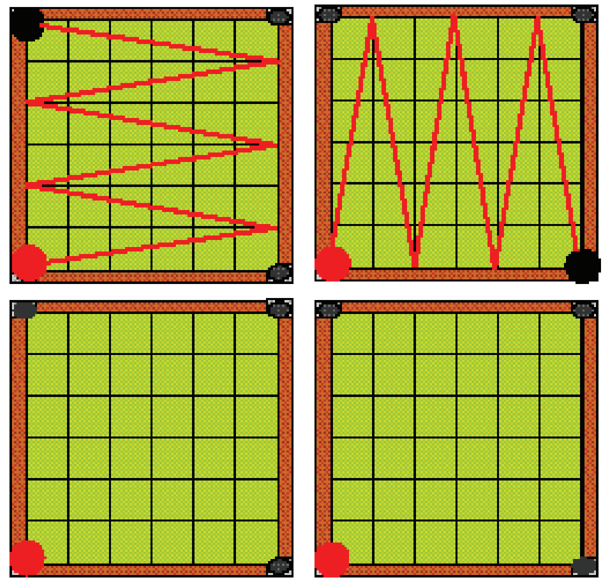


لعبة التفكير
830

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الكرة المرتدة 1

لديك طاولة البلياردو خالية من الكرات جميعها ما عدا كرتك الأخيرة وأنت على وشك الانتصار، وللاحتفال تخطط لإدخال الكرة الأخيرة بطريقة معقدة قدر الإمكان، مع ارتدادين على الأقل على كل من الوسائد الجانبية.



إن اكتشاف مكان تصويب الكرة لمثل هذا المسار يُعد عملًا معقدًا وصعبًا، ومن المفيد في كثير من الأحيان رسمه على شبكة مركبة على الطاولة؛ ويمكن استخدام الخطوط بوصفها علامات تصويب على حافة الطاولة، وتساعد هذه المربعات على قياس الزوايا التي ستضرب الكرة الوسائد عندها. (من المعروف أن الزاوية التي تضرب عندها الكرة الوسادة مطابقة للزاوية التي ترتد عندها).

أي من المسارين أدناه يُعد سهلًا جدًّا ــ فهما يستخدمان وسادتين جانبيتين فقط. فهل يمكنك اكتشاف المسار الذي ستتخذه الكرات من الركن الأيسر السفلي، قبالة الوسائد الثلاث، وفي أي جيب (من جيوب الطاولة) ستدخل؟ هل هو الجيب الأيسر العلوي أم الأيمن السفلي؟

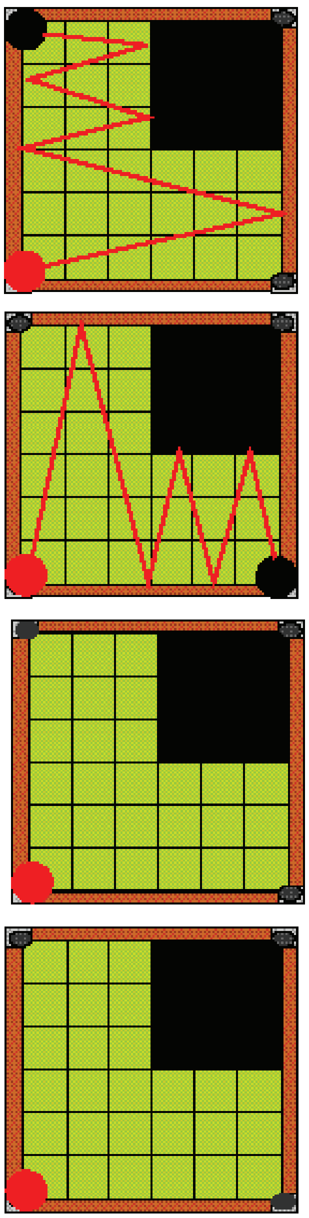
لعبة التفكير
831

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الكرة المرتدة 2 (L)

يعد لعب البلياردو على طاولة على شكل L تحديًا، ولكن يُعد إدخال الكرة من الركن السفلي الأيسر إلى الجيب الأيسر العلوي أو الجيب الأيمن السفلي أمرًا سهلًا. يوضح الرسمان البيانيان في الأسفل كيفية القيام بهذا.

ولكن لجعل الأمور مشوقة، هل يمكن إيجاد وسيلة لإدخال الكرة في تلك الجيوب عن طريق ضربها أربع مرات على الأقل في الجوانب الستة؟ يجب على الكرة أن تقوم بخمس ضربات قبل الذهاب إلى الجيب الأيسر العلوي وسبع ضربات قبل الذهاب إلى الجيب الأيمن السفلي.



لعبة التفكير
832

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

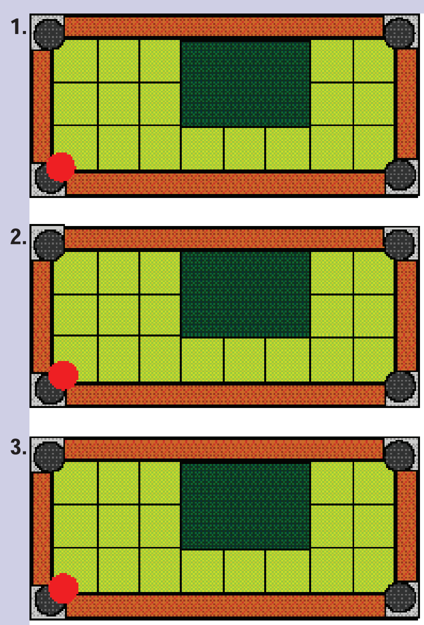


الكرة المرتدة 3

ربما ترغب في أن تجرب حظك مع طاولات بلياردو أكثر غرابة. بدءًا بالكرة في الركن الأيسر السفلي، هل يمكنك اكتشاف كيفية إدخال الكرة في كل حالة؟ عليك مراعاة بعض القيود في كل تصويبة:

1. ثلاث ضربات، كل واحدة على جانب مختلف.
2. سبع ضربات.
3. ثلاث عشرة ضربة وستة جوانب مختلفة.

يمكن أن تتحرك الكرة بقدر ما يلزم الأمر للدخول في الجيب.



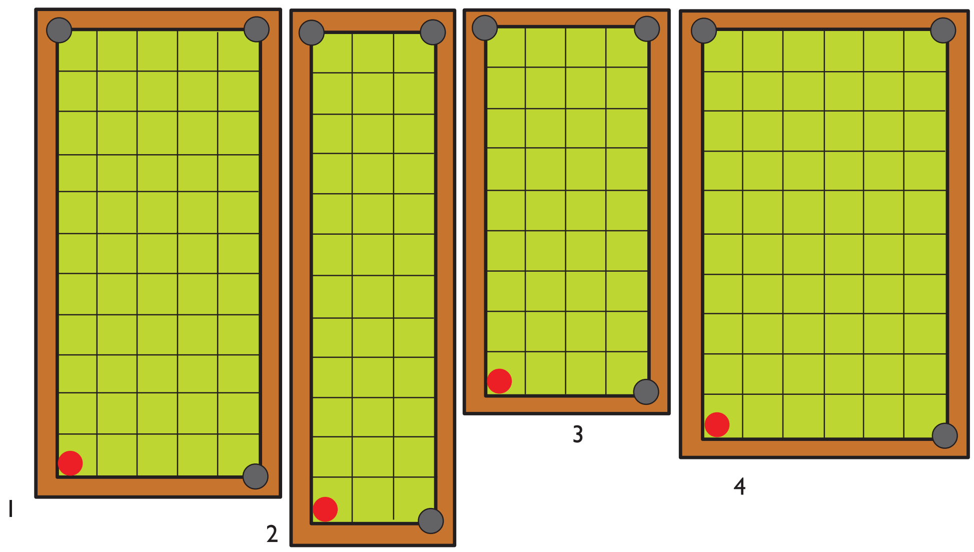
لعبة التفكير
833

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:

الكرات المنعكسة

عندما تضرب الكرة وسادة جانبية، فإنها ترتد في الزاوية نفسها التي ضربتها، بهذه المعلومة يعرف لاعبو البلياردو المهرة المسار الدقيق للكرة قبل أن تصل إليه.

يظهر هنا عدد من طاولات البلياردو مختلفة الأشكال والمساحات. هل يمكنك تتبع مسار الكرة في الركن الأيسر السفلي الذي ضُرب بزاوية 45 درجة؟ هل يمكنك التنبؤ بالجيب الذي ستدخل الكرة فيه، استنادًا إلى أبعاد كل طاولة منها؟

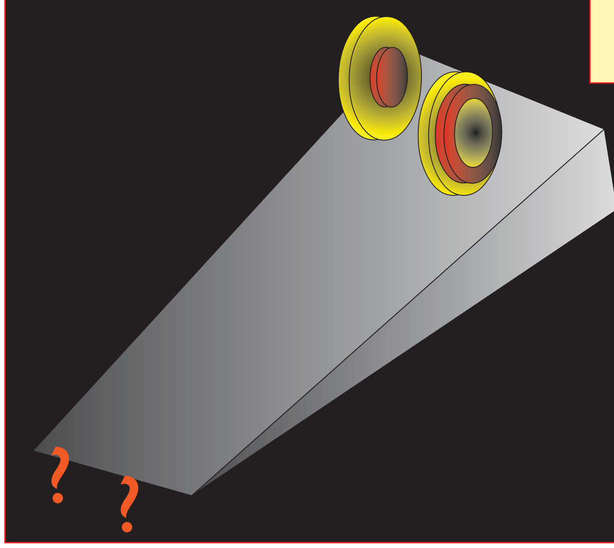


لعبة التفكير
834

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:

الأجسام المتدحرجة

تحمل عجلتان خشبيتان ثقلا وزنه 10 كيلوجرامات. أحد الثقلين قرص متصل بالمركز؛ والآخر حلقة متصلة بالقرب من الحافة. ، إذا أُطلقت العجلتان في الوقت نفسه على سطحٍ مستوٍ مائل، أيهما ستصل إلى الأسفل أولًا؟

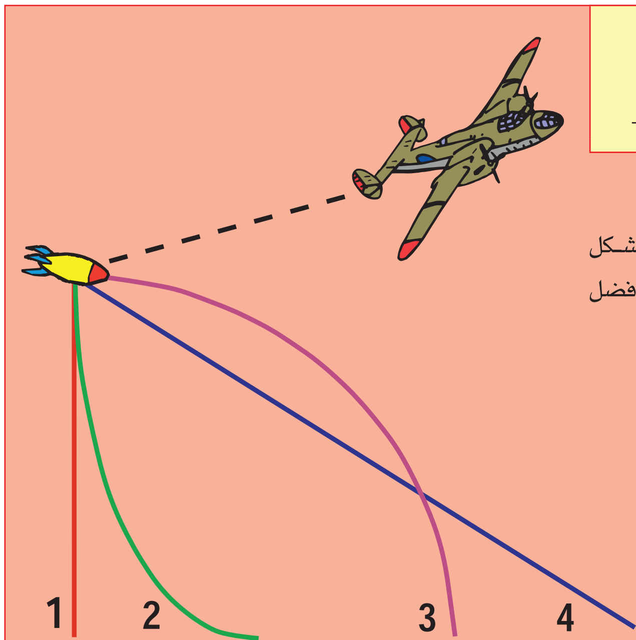


لعبة التفكير
835

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:

إطلاق القنابل

أُطلقت قنبلة عادية من طائرة كما هو موضح في الشكل على اليسار، فهل يمكنك تحديد الخط الذي يصف أفضل مسار ستسلكه القنبلة؟



لعبة التفكير
836

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:

تمشية الكلب

يُدرِّب مازن في أثناء مشيه اليومي كلبه عن طريق رمي لعبة الطبق البلاستيكي الطائر (الفريسبي) ليلتقطه الكلب مرة ثانية، فإذا أراد مازن جعل كلبه يجري أبعد ما يمكن في أثناء التمشية، ففي أي اتجاه يجب عليه رمي هذا القرص؟



لعبة التفكير
837
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

السلم القابل للطي

وضع سلم قابل للطي على الأرض مع ساق واحدة مدعومة بعصا كما هو موضح في الشكل أدناه. تقبع كرة بولينج فوق الدرجة التي قرب نهاية الساق، وعلى مسافة قصيرة، ثُبِّتت دلو بإحكام في ساق السلم، وبالقرب من المحور، يقبع وزن ثقيل على ساق السلم. الفكرة وراء هذه التجربة بسيطة: هي أن تسحب العصا بعيدًا، فيسقط السلم، فتسقط الكرة في الدلو.

هل يمكن أن تنجح مثل هذه الخدعة؟ أم أن الأشياء تسقط كلها بالسرعة نفسها؟



لعبة التفكير
840
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

إسقاط

يُسقط رجل زجاجة من نافذة الطابق الثاني. تصطدم الزجاجة بالأرض عند سرعة معينة. هل يمكنك اكتشاف من أي ارتفاع يجب إسقاط الزجاجة لمضاعفة سرعتها في الاصطدام؟



لعبة التفكير
838
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



ضفدع في البئر

وقع ضفدع في قاع بئر عمقها 20 مترًا، وفي صراعه من أجل الخروج، يتقدم الضفدع 3 أمتار أعلى الجدران اللزجة للبئر، وعندما يرتاح في أثناء الليل، ينزلق الضفدع مترين.

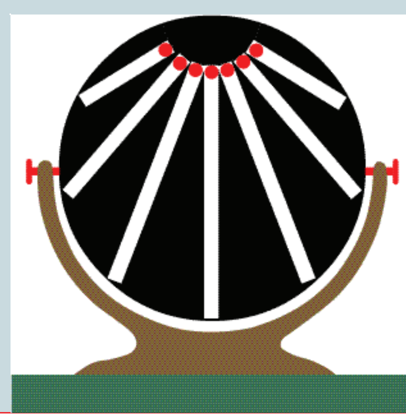
هل يمكنك اكتشاف عدد الأيام التي يستغرقها الضفدع للخروج إلى السطح؟

لعبة التفكير
839
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الهبوط النصف قطري

يوضح الرسم أدناه جهازًا تجريبيًّا اخترعه جاليليو (Galileo)، الذي يطلق من خلاله كرات متطابقة في الوقت نفسه في زوايا مائلة على طول وتر دائرة. يمكن تعديل الجهاز لأي زاوية، من أفقي إلى رأسي.

عندما تتبع كل كرة مسارها، هل يمكنك اكتشاف أيها ستصل أولًا إلى محيط الدائرة؟

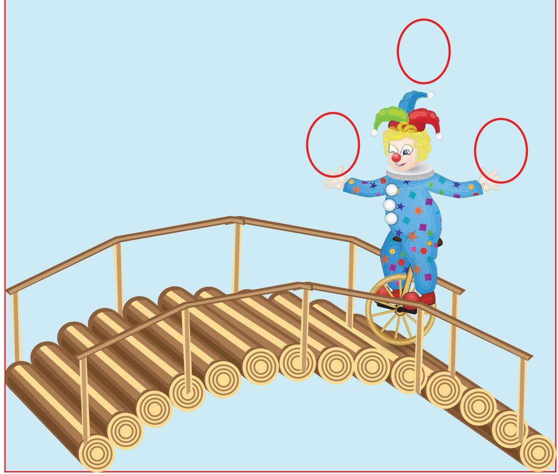


لعبة التفكير
841
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

البهلوان

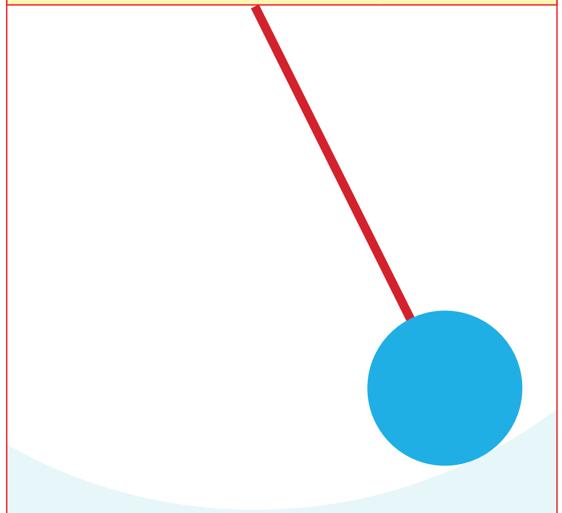
ينبغي على مهرج يزن 80 كجم أن يحمل ثلاث حلقات، تزن كل واحدة منها 10 كجم، وأن يعبر الجسر. لسوء الطالع، لا يتحمل الجسر أكثر من 100 كجم، وقد أخبر مروض الأسود المهرج بأنه يمكن أن يفعلها إذا قام بأرجحة الحلقات في الهواء، وطالما هناك حلقة واحدة على الأقل في الهواء طول الوقت، فيمكنه العبور بأمان.

اتبع المهرج نصيحة مروض الأسود. فهل تحمل الجسر وزنه؟



لعبة التفكير 842

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

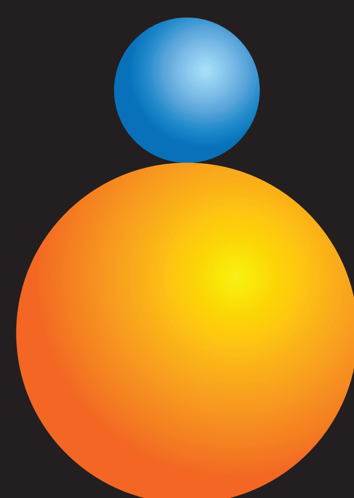


البندول السحري

يشاهد صبي بندولًا يتأرجح من خلال سطح مستو. كان الصبي يرتدي نظارة شمسية مكسورة ــ العدسة اليمنى مفقودة. هل يمكنك اكتشاف كيف سيلاحظ حركة البندول؟

لعبة التفكير 843

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



الكرات الخارقة

ثبتت كرة صغيرة مرنة جدًّا على نحو مؤقت وبطريقة غير محكمة إلى كرة مرنة جدًّا أكبر منها، أُسقطت الكرتان من ارتفاع 1ــ2 متر. ماذا سيحدث للكرة الأصغر؟

لعبة التفكير 844

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

بندول فوكول (Foucault's Pendulum)

هل يمكن مشاهدة الأرض وهي تدور؟ إن أحد الخصائص المهمة للبندول هي أنه بمجرد أن يبدأ الحركة، سيستمر في التأرجح من خلال السطح نفسه ما لم تعمل قوة خارجية عليه. وهذه هي خاصية القصور الذاتي.

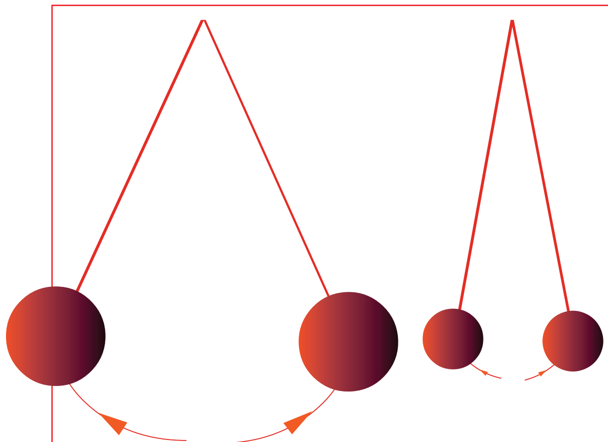


أصبحت هذه الحقيقة أساس واحدة من أجمل العروض العملية التي تمت من قبل. وقد دُعي الفيزيائي الفرنسي جان برنار فوكو (Jean–Bernard Foucault) للترتيب لمعرض علمي بوصفه جزءًا من معرض باريس المقام في عام 1851م. ومن قبة مبنى البانثيون في روما، علق فوكو بندولًا طوله 61 مترًا من سلك البيانو وكرة مدفع تزن 27 كيلوجرامًا. وفي الطابق الواقع أسفل الكرة، رشَّ طبقة من الرمل الناعم. وقام قلم مدبب مثبت بالجزء السفلي من الكرة بتتبع المسار في الرمال، ومن ثم تسجيل حركة البندول.

وبعد ساعة، كان الخط قد تحرك في الرمال 11 درجة و 18 دقيقة. إذا بقي البندول في السطح المستوي نفسه، فكيف يمكن تتبع مسارات مختلفة في الرمال؟

لعبة التفكير 845

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



سحر البندول

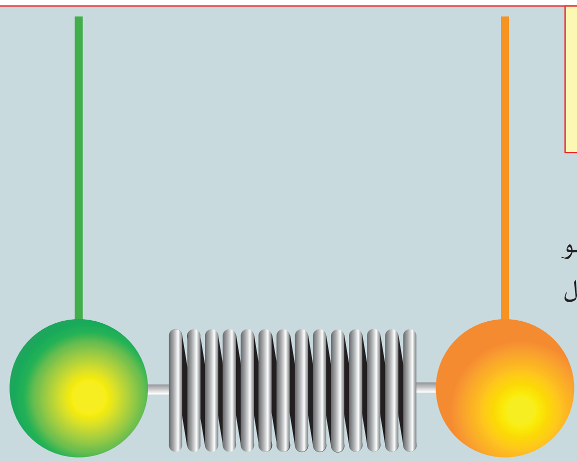
فتنت البنادل العلماء منذ زمن طويل؛ حيث يمكن للبندول جيد الصنع الحفاظ على وقت محدد، وقياس قوة الجاذبية والإحساس بالحركة النسبية.

أُطلق بندولان من أطوال متطابقة وكتلها مختلفة في الوقت نفسه، على الرغم من إطلاق البندول الأثقل من ارتفاع أعلى من الارتفاع الذي أُطلق منه البندول منه الأخف وزنًا.

أي البندولين سيكمل دورته الأرجوحية أولًا؟

لعبة التفكير 846

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



البندولان ثنائيا الرنين

تخيل ربط كرتي بندولين معًا بسلك زنبركي، كما هو موضح. ماذا سيحدث عندما يتم إطلاق أحدهما؟ هل سيكون للبندولين المترابطين، في نهاية المطاف، المقدار نفسه من الطاقة؟

لعبة التفكير
847

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

نقر نقار الخشب

ربما سبق لك وأن رأيت مثل هذه اللعبة. ابدأ بنقّار الخشب في أعلى القضيب، إذا رفعت ظهر نقّار الخشب ثم أفلتّه، فإنه سوف ينقر القضيب ويهبط إلى الأسفل ببطء. هل تستطيع تفسير هذا السلوك؟



لعبة التفكير
848

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الثقل الدوار

كرة مثبتة بحبل يتم أرجحتها على نحو دائري وبسرعة ثابتة. هل سيظل تسارعها وجاذبيتها بالمقدار نفسه؟ هل يمكنك اكتشاف ما يمكن أن يحدث للكرة إذا انقطع الحبل فجأة؟

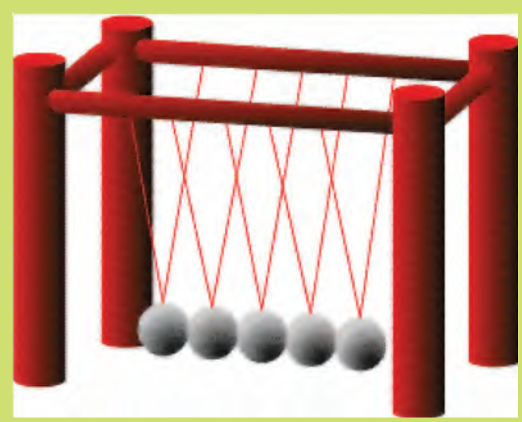


لعبة التفكير
849

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

التصادم

من المؤكد أنك لعبت هذه اللعبة المشهورة التي تسمى أحيانًا بـ مهد نيوتن (Newton's cradle). ماذا سيحدث عند رفع إحدى الكرات وإطلاقها عند إحدى النهايتين؟



لعبة التفكير
850

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

رفع الكرة الرخامية

هل يمكنك رفع كرة من الزجاج من على طاولة فقط باستخدام كأس عصير؟



لعبة التفكير
851

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



الأجسام الدَّوارة

قرص معدني، ومخروط مصمت وسلسلة مغلقة معلقة جميعها بخيوط كما هو موضح في الصورة، ثم حُركت خيوطها على نحو سريع. هل يمكنك اكتشاف موقع هذه الأجسام المعلقة في أثناء دورانها؟

الجيروسكوبات (Gyroscopes) - الحركات الدوَّارة

إن إطارات الدراجة، ولعبة الطبق البلاستيكي الطائر (الفريسبي)، وألعاب اليويو (yo–yo)، والنحلات الدوارة، كلها توضح الخصائص الغريبة للجيروسكوب، كما يفعل أي جسم صلب يدور حول نقطة ثابتة.

للجيروسكوب (Gyroscope) قوة دافعة دورانية معينة تعتمد على كتلته، وكذلك على مربع المسافة من الجزيئات الفردية للكتلة على محور الدوران، وعلى سرعة الدوران (خصائص نفهمها مطابقة لقوانين نيوتن للحركة). ولزيادة القوة الدافعة الدورانية، يمكن تصميم الجيروسكوب كقرص بحافة سميكة، الذي ستتركز معظم كتلته بأبعد قدر ممكن عن محور الدوران.

الميزة الأكثر أهمية للجيروسكوب هي الطريقة التي يحافظ بها على قوته الدافعة واتجاه محور الدوران، وطالما أنه لا توجد قوة خارجية تؤثر في الجيروسكوب، فإنه سيحتفظ باتجاه ثابت لمحوره في الفضاء؛ وعليه، يمكن استخدامه لتحقيق الاستقرار في الحركة، وكذلك لقياس مدى التغيير في التوجه في الفضاء ثلاثي الأبعاد.

لعبة التفكير 852

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الجيرو البشري 1

هل يمكنك اكتشاف ما سيحدث عندما يمسك صبي بإطار دارجة يدور وهو جالس على كرسي يدور بحرية كما هو موضح في الشكل؟



لعبة التفكير 853

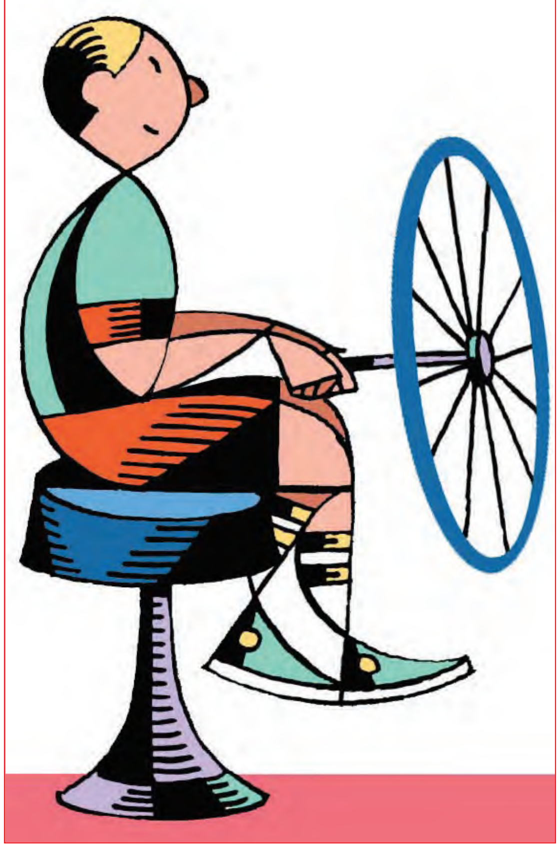
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الجيرو البشري 2

هل يمكنك اكتشاف ما سيحدث عندما يمسك صبي بإطار دارجة يدور وهو جالس على كرسي يدور بحرية كما هو موضح في الشكل؟



لعبة التفكير 854

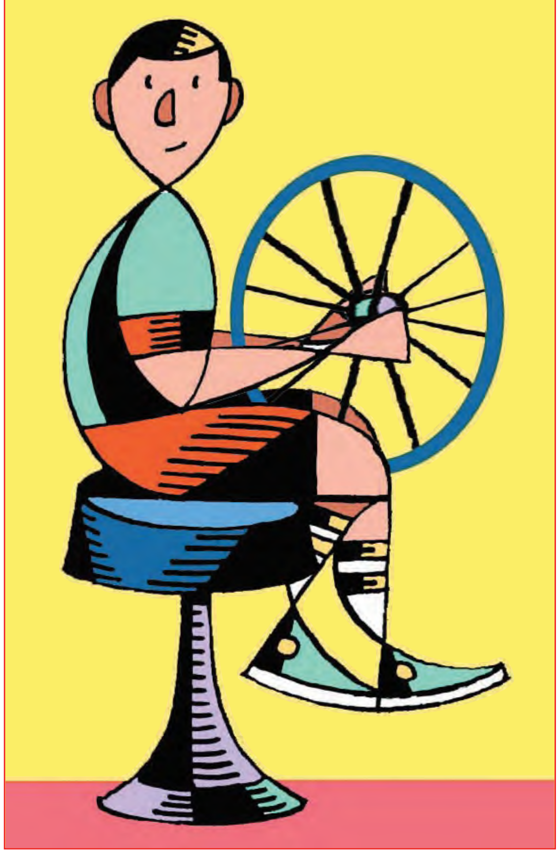
الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الجيرو البشري 3

يمسك صبي، جالس على كرسي يدور بحرية، بإطار دراجة يدور عموديًّا بكلتا يديه كما هو موضح. هل يمكنك اكتشاف ما عليه أن يفعل لكي يبدأ كرسيه بالاتجاه إلى اليسار؟ هل سيحقق دفعه للمقبض إلى الأمام بيده اليمنى وإلى الخلف بيده اليسرى ذلك؟



لعبة التفكير
855

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

قوة الطرد المركزية

الركـوب الدوار مثل الركوب على الأسـطوانة العمودية الـدوارة كمـا هـو موضـح هنا، وهـي لعبة مشـهورة في المـدن الترفيهيـة. يقـف الراكبـون وظهورهـم إلـى الحائط مع بدء دوران الأُسطوانة. عندما يتم الوصول إلـى الحد الأقصى لمعدل الـدوران، تسـقط الأرضية بعيـدًا، والمدهـش هنـا بقـاء الراكبيـن ملتصقيـن بالحائط.

هل يمكنك تفسير لماذا يحدث هذا؟



لعبة التفكير
856

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

كرات الجولف

لمـاذا تحتـوي كرة الجولف على سـطح يحتوي علـى طيَّات مقعرة إلى داخل الكرة؟



لعبة التفكير
857

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

التزلج على الثلج

يقـوم متزلـج بالدوران علـى الثلج وذراعـاه ممدودتان علـى طولهمـا. مـاذا يحـدث عندمـا يقـرب يديـه إلى صدره؟

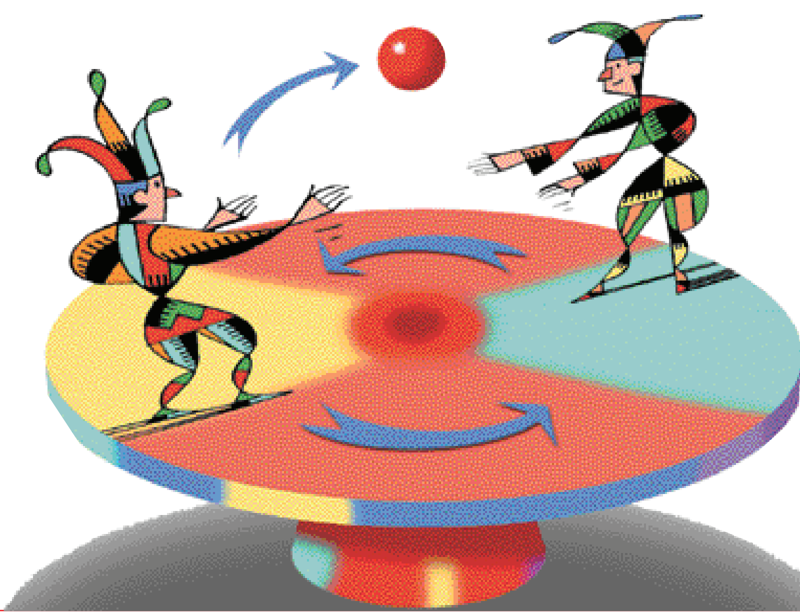


لعبة التفكير
858

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

دوارة لعبة الكرة

يقف مُهرِّجان على صحن (Carousel) دائري يدور بسرعة، في أثناء دورانه، يلقي أحدهما الكرة مباشرةً إلى الآخر. هل يمكنك اكتشاف مسار الكرة وتوضيح مكان هبوطها؟



التراكيب المتشعبة (Branched Structures)

عندما يكون لمنطقة ميزة على مناطق مجاورة كالحصول على المزيد من الخصوصية، الحرارة، الضوء، أو بعض الضروريات الآخرى للنمو، يبين الهيكل الناتج من ذلك علامات النمو في القطاعات الفردية المعزولة الممتدة على شكل متفرع، ويمكن توضيح ذلك من خلال شجرة مشتركة أو مجرى نهر، لكن هذه الحالة توجد أيضًا في التفريغ الكهربائي، والتآكل ونمو البلورات.

هذه الهياكل كلها تبدأ من نقطة وتنمو نموًّا خطيًّا، لكنها في نهاية المطاف تقف كلما تتداخل الفروع مع أخرى موجودة بالفعل.

للأشجار، والرئتين ودلتا الأنهار جميعًا المبدأ نفسه: التوزيع. ثم تنتج جميعها الحل نفسه ألا وهو: التشعب.

لعبة التفكير 859

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الثقب المتوسع

سخنت حلقة معدنية صلبة موجود بها ثقب في وسطها حتى تمدد المعدن بنسبة 1%. هل سيصبح الثقب أكبر أم أصغر أم يبقى كما هو من دون تغيير؟

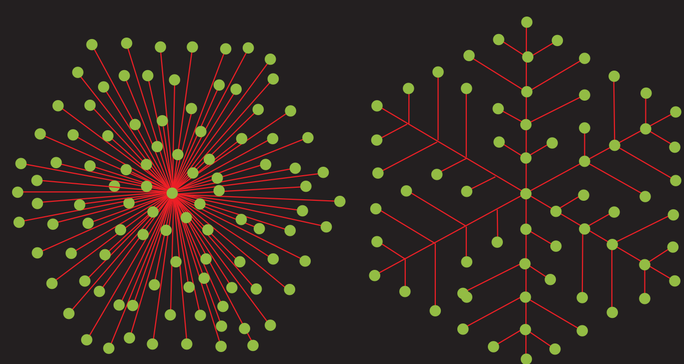


لعبة التفكير 860

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الأشجار والأغصان

هل تعلم لماذا تأخذ الشجرة شكل هيكل متفرع مثل الشكل الموضح إلى اليمين بدلًا من الشكل الشعاعي مثل الذي إلى اليسار؟



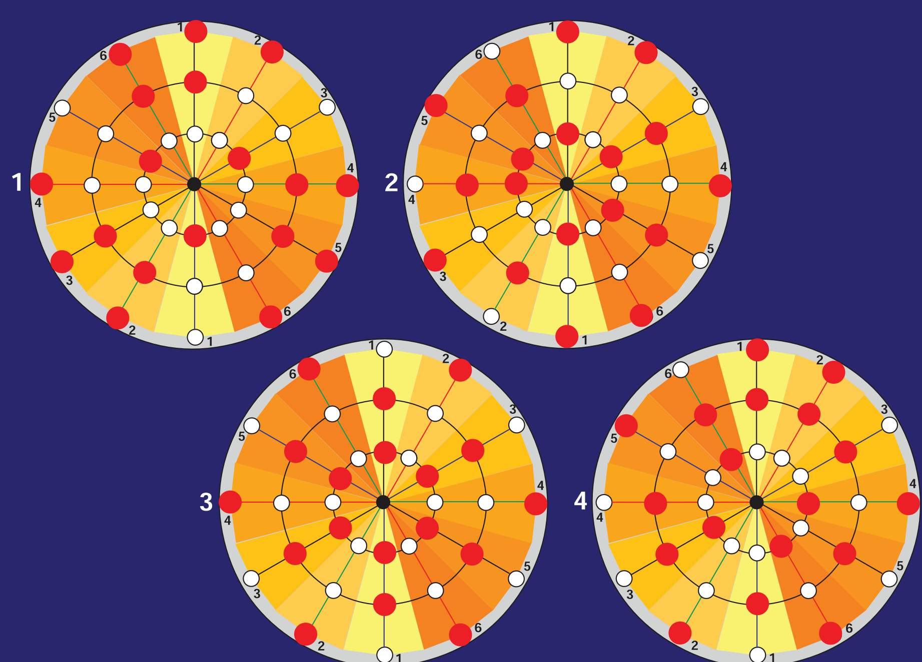
لعبة التفكير 861

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

منصة التوازن

في العديد من معارض التدريب العلمية، يمكنك أن تجد منصات التوازن التي تدور حول مراكزها. والفكرة تكمن في القدرة على أن يضع الأشخاص أنفسهم في مجموعات واقفين على المنصات بحيث تبقى المنصات في وضع توازن.

تخيل أشخاصًا متساوين في الوزن كالدوائر الحمراء الموزعة في أربعة تكوينات مختلفة على منصة التوازن، كما هو مبين. هل يمكنك معرفة أي هذه الترتيبات تحقق حالة توازن؟



الشقوق والطين المجفف (Cracks and Dried Mud)

تعدُّ الشقوق متتابعة وليست متزامنة، ونتيجة لذلك عندما يتشكل أحد الشقوق، فإنه سينضم عادة إلى شق قائم من خلال تشكيل تقاطع ثلاثي التقاطع واسع الانتشار.

يُعد تشكيل تقاطع رباعي شائك أمرًا غير ممكنًا لكنه ليس مستحيلًا؛ لأنه من غير المحتمل أن يتقاطع شقان جديدان مع شق موجود بالفعل في اتجاهين متعاكسين في النقطة نفسها تمامًا. وغالبًا ما يمكن تحديد أي من الخطين ظهر قبل الآخر: فالشق الأقدم يمر من خلال نقطة التقاطع. وهكذا، يمكننا اتباع التشققات لنجد في نهاية المطاف بداية نظام الشقوق برمته.

قد تبدو الفقاعات والصخور مختلفة ولكنها تتفكك وفقًا للمبادئ نفسها. ونظرًا إلى أن كليهما مرن، فكلاهما تقسم إلى مقاطع تلتقي في زوايا 120 درجة.

عندما تكون المادة غير مرنة، مثل الطلاء الذي على كوب، فإنه يتشقق أولًا على طول الخطوط التي تتقاطع بزوايا قائمة، وعندما ينخفض التوتر وتستعاد المرونة، تحدث شقوق ثانوية، كما هي الحال في الطين أو الصخور، على طول خطوط طويلة بينها زوايا مقدارها 120 درجة.

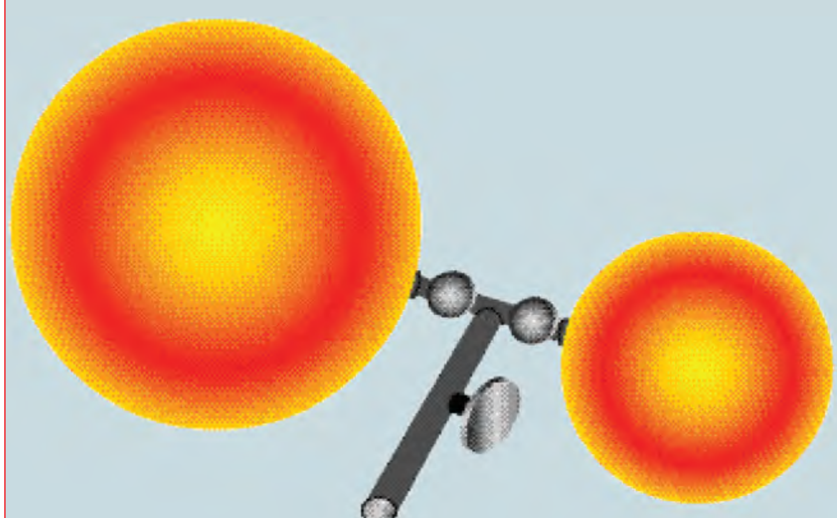
وتبدو أنماط الطين المجفف بالشمس غير منتظمة جدًّا؛ ومع ذلك فإنها تظهر زوايا قائمة، ويمكن تفسير ذلك بافتراض أن كسر طبقة من الطين هو من تأثير الانكماش: يجب على الشق أن يتبع الخط الأقل جهدًا. ولأن الجهد يتناسب مع مساحات الأقسام، فيجب على الخطوط تقليل السطوح التي وضعت عليها من الشق، وستكون الخطوط على زوايا قائمة إذا كان الطين متجانسًا. وتعزى الاختلافات في سمك الطبقة لانحناء الخطوط فيها.

لعبة التفكير
862

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

فقاعات الصابون

نُفخت فقاعتان من فقاعات الصابون من حجوم مختلفة بالتتابع، ثم أغلقت الفتحة بين الفقاعتين في أثناء نفخها، ثم أغلق المدخل الخارجي وفتح الممر بين الفقاعتين. هل يمكنك معرفة ما سيحدث؟ هل ستكبر الفقاعة الأصغر حتى تتساوى الاثنتان في الحجم؟

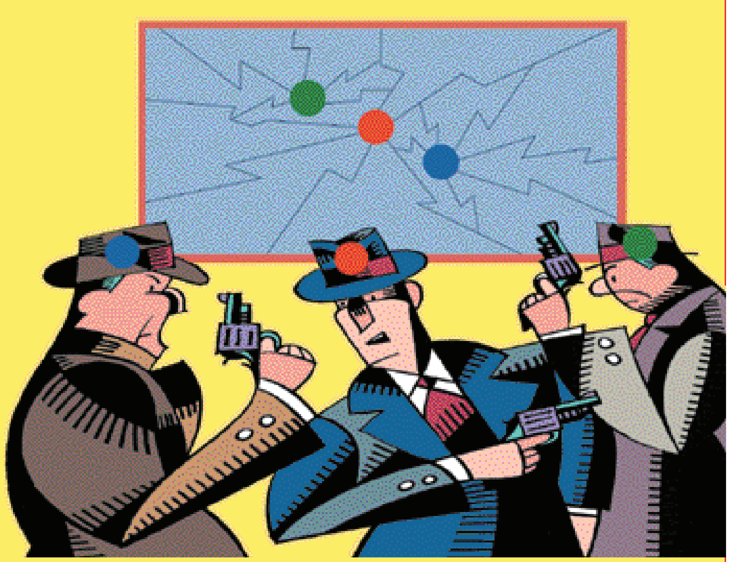


لعبة التفكير
863

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

من أطلق الرصاصة الأولى؟

تأمل المشهد بوصفك خبير شرطة: أطلق كل واحد من رجال الشرطة الثلاثة رصاصة، وتتطابق الثقوب الصادرة من طلقاتهم مع النقاط الملونة على قبعاتهم. من هذه المعلومات، هل يمكنك معرفة من أطلق الرصاصة الأولى ــ خالد أم سمير أم صادق؟



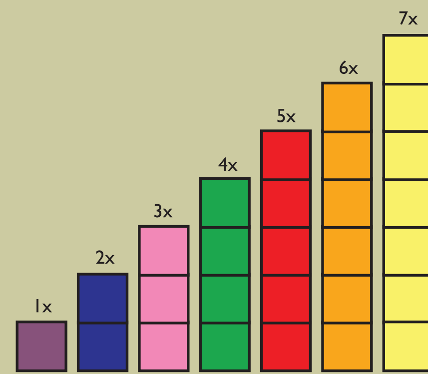
صادق سمير خالد

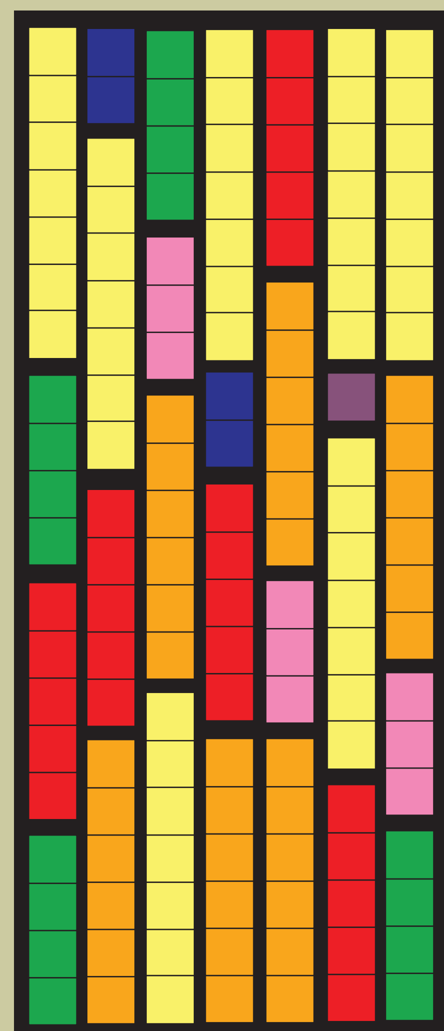
لعبة التفكير **864**

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الطريق المتشقق

يمكن أن تكون مجموعة من ثماني وعشرين كتلة معبأة في صندوق أبعاده سبعة في عشرين كما هو مبين، بحيث يحتوي كل صف على أربعة صناديق فقط. هل يمكنك العثور على أقصر الطرق من الجانب الأيسر من الصندوق وصولًا إلى اليمين، متنقلًا فقط على طول الشقوق (تمثلها الخطوط السوداء الثقيلة)؟ وما طول أقصر الطرق؟





لعبة التفكير **865**

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مقاومة الهواء

ضع شريطًا طويلًا رقيقًا من الخشب على طاولة بحيث يمتد 10 سم تقريبًا خارج الحافة، ثم ضع بعضًا من أوراق الصحف على الشريط، واضغط عليها إلى الأسفل بسلاسة لتفريغ الهواء كله من تحت ورق الصحف، ثم اضرب نهاية الشريط الممتد. هل يمكنك تخمين ما الذي سيحدث؟



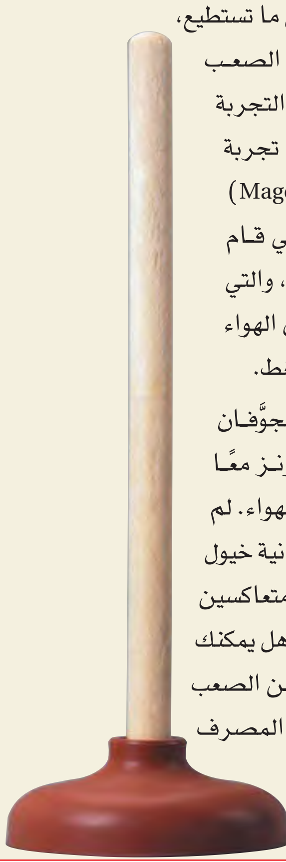
لعبة التفكير **866**

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

ضغط الهواء

ادفع اثنتين من شفاطات المصرف بعضهما معًا بأقصى ما تستطيع، ستجد أنه من الصعب الفصل بينهما. هذه التجربة البسيطة هي أساسًا تجربة ماجديبرغ (Magdeburg) الشهيرة نفسها التي قام بها في عام 1654م، والتي أظهرت لأول مرة أن الهواء يبدي الكثير من الضغط.

ضغط نصفا كرة مُجوَّفان مصنوعان من البرونز معًا بعناية، ثم فُرِّغا من الهواء. لم يتمكن فريقان من ثمانية خيول تسحب في اتجاهين متعاكسين من فصل النصفين. هل يمكنك معرفة لماذا يكون من الصعب جدًّا فصل شفاطات المصرف أو نصفي الدائرة؟

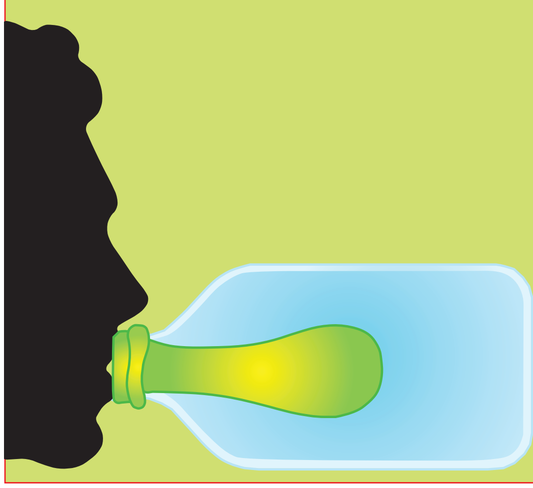


لعبة التفكير **867**

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

البالون غير القابل للنفخ

ادفع بالونًا في قارورة، واسحب فوهته وضعها فوق فتحة القارورة كما هو مبين، وإذا حاولت الآن النفخ في البالون، ستجد أن البالون يمكن أن ينفخ في المنتصف فقط، وبالتأكيد لا يملأ حجم القارورة بالكامل. هل يمكنك معرفة سبب هذه الحالة؟



لعبة التفكير 868

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



خطر القطار

لماذا يعد الوقوف قريبًا جدًّا من حافة المنصة خطرًا عند مرور قطار سريع جدًّا في المحطة؟

لعبة التفكير 869

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



مفاجأة برنولي (Bernoulli)

عُلقت كرتان من كرات الشاطئ خفيفة الوزن على بعد مسافة قصيرة من بعضهما، كما هو مبين. هل يمكنك تخمين ما سيحدث إذا نفخت الهواء بين الكرتين؟

لعبة التفكير 870

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

أعلى وأسفل

تقذف كرة بيسبول في الهواء. أيها يستغرق وقتًا أطول، رحلتها إلى الأعلى أم رحلتها إلى الأسفل؟



ميكانيكا الموائع

لماذا معظم الطائرات عالية السرعة (Fluid Mechanics) لها الشكل العام نفسه؟ لأنها تخضع كلها لأنواع القوى المكثفة نفسها، وهذا التصميم المشترك هو الذي يناسبها على نحو أفضل. تستند تصاميم الطائرات والصواريخ وأجسام السفن إلى مبادئ ميكانيكا الموائع؛ وهي المبادئ نفسها التي تساعد أيضًا على شرح الدورة الدموية، والأرصاد الجوية وعلم المحيطات. ويشمل مصطلح المائع (Fluid) العام أي مادة ليست صلبة.

فالموائع لا تملك طولًا أو شكلًا محددًا، حيث تأخذ شكل الوعاء الذي توجد فيه، وهكذا تعدُّ السوائل والغازات كلها من الموائع.

يمكن التفريق بين الاثنين: فالسائل له سطح، ومن ثم حجم محدد، في حين ليس للغازات مثل هذا الحجم، وتتمدد لملء حجم الوعاء الموجودة فيه.

حركة الموائع معقدة جدًّا، وهذا هو سبب احتياج المهندسين إلى أنفاق الرياح والمحاكاة الحاسوبية لمساعدتهم على تصميم الأشكال الأكثر فاعلية للطائرات والسيارات.

ويمكن ملاحظة تطور الفهم العلمي لميكانيكا الموائع من خلال تطور تصميم السيارات على مدى العقود: حيث اختفت الأشكال الصندوقية لتحل مكانها الأشكال الانسيابية الأكثر عصرية حيث فتح الجهل طريقًا إلى المعرفة.

لعبة التفكير 871

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



رحلة الطائرة

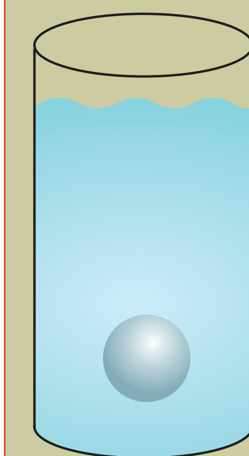
لماذا يكون الجزء العلوي من جناح الطائرة مُقوَّسًا؟

لعبة التفكير 872

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الكرة الصاعدة

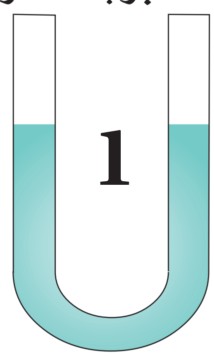
هل الوقت الذي تستغرقه كرة تنس الطاولة لترتفع إلى أعلى أسطوانة مملوءة بالماء يكون مختلفًا إذا كان الماء في الأسطوانة في حالة سكون، أو إذا كان في حالة تحرك بصورة دائرية؟



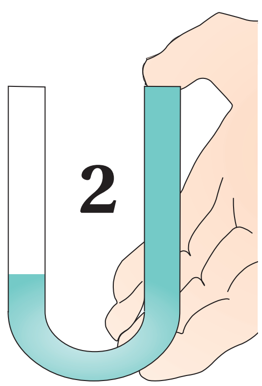
لعبة التفكير 873

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الأنبوب الملتوي (U-Tube)



صب الماء في أنبوب شفاف على شكل أنبوب حذوة الفرس (U)، كما هو مبين. ضع الإبهام على أحد طرفي الأنبوب، ثم ميِّل الأنبوب بعناية حتى يلامس الماء الإبهام. اضغط الإبهام على النهاية لغلقها بإحكام.



عندما تعيد الأنبوب إلى وضعه المستقيم، سيبقى الماء ملامسًا لإبهامك. عندها سيكون مستوى الماء غير متوازن، كما هو مبين في الرسم التوضيحي. هل يمكنك أن توضح ما الذي يؤدي إلى عدم توازن منسوب المياه؟

لعبة التفكير 874

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الاستحمام

تخيل أنك تتفحص حوض الاستحمام، وتحاول معرفة الوزن الإضافي الذي يمكن للعبتك البطة أن تحمله قبل أن تغرق. تضع حلقة معدنية ثقيلة على البطة، لكنها لم تغرق. ثم سقطت الحلقة ووقعت في الجزء السفلي من الحوض. عندما تقع الحلقة في قاع الحوض، هل يرتفع مستوى الماء في الحوض، أم يهبط أم يبقى كما هو؟



لعبة التفكير 875

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

نافذة الهواء

ضع كرة تنس طاولة داخل قمع صغير، ثم ارجع رأسك إلى الخلف وانفخ بأقصى ما تستطيع، فبدلًا من أن تدفع الكرة نحو السقف، لا تزال الكرة معلقة في الهواء.



وكلما نفخت على نحو أقوى، ارتفعت الكرة فوق القمع. هل يمكنك معرفة سبب هذا السلوك الغريب؟



لعبة التفكير 876

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

إطفاء الشموع

ماذا سيحدث عندما تنفخ بين (وسط) شمعتين مشتعلتين؟

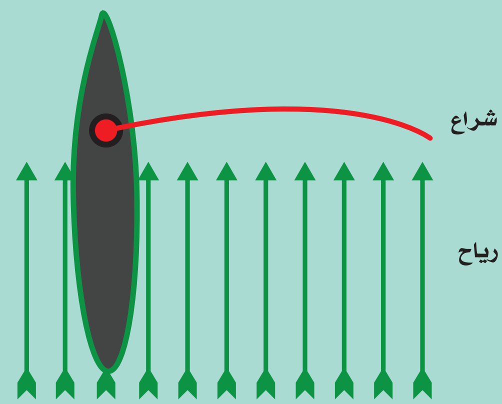


لعبة التفكير 877

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

الإبحار 1

افترض أنك تبحر على نحو مباشر مع الرياح بسرعة 40 كيلومترًا في الساعة، وإذا كان الشراع يكوّن زاوية 90 درجة مع عارضة القارب، فما أكثر سرعة يمكنك تحقيقها؟

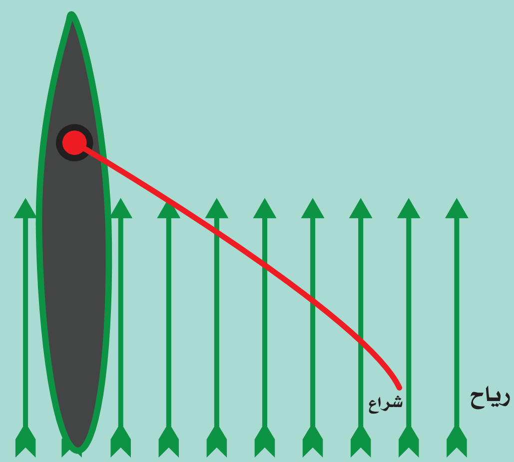


لعبة التفكير 878

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

الإبحار 2

افترض أنك تبحر على نحو مباشر مع الرياح بسرعة 40 كيلومترًا في الساعة، وإذا كان الشراع يكوّن زاويةً أقل من 90 درجة مع عارضة القارب، فما أكثر سرعة يمكنك تحقيقها؟

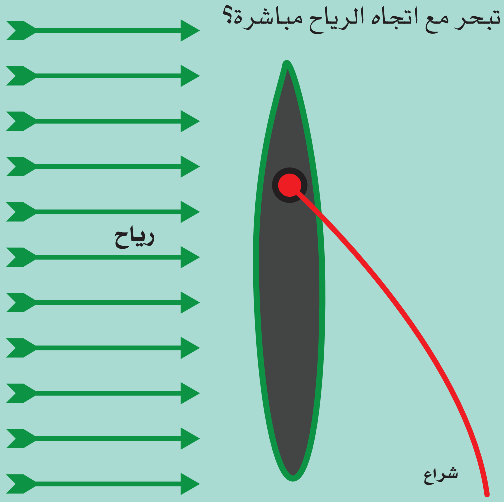


لعبة التفكير 879

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

الإبحار 3

افترض أنك تبحر على نحو مباشر متعامدًا مع الرياح التي تسير بسرعة 40 كيلومترًا في الساعة، وإذا كان الشراع يكوّن زاوية أقل من 90 درجة مع عارضة القارب، فهل ستبحر على نحو أسرع أم أبطأ مما كنت تبحر مع اتجاه الرياح مباشرة؟

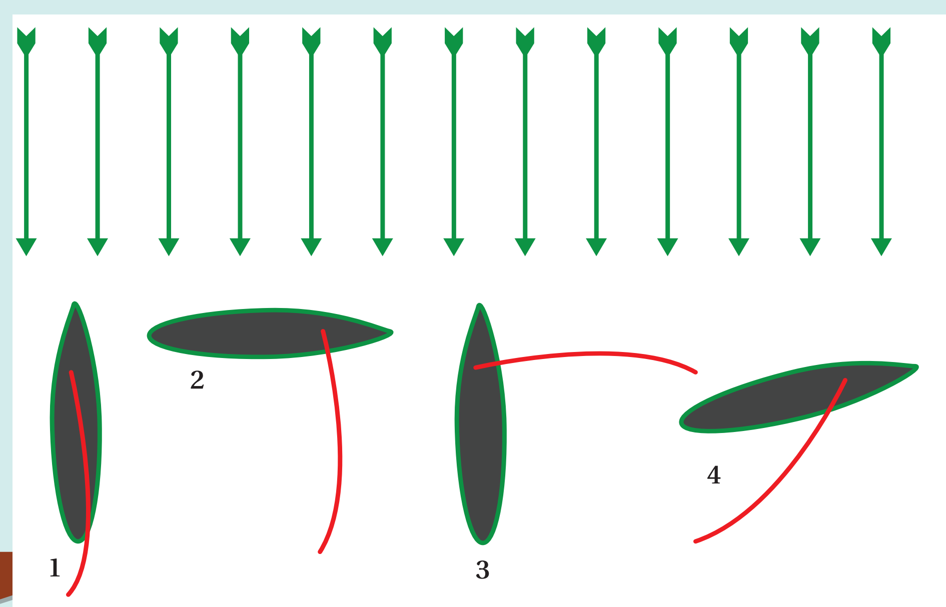


لعبة التفكير 880

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

الإبحار 4

أي القوارب الأربعة يتحرك بأقصى سرعة إلى الأمام؟

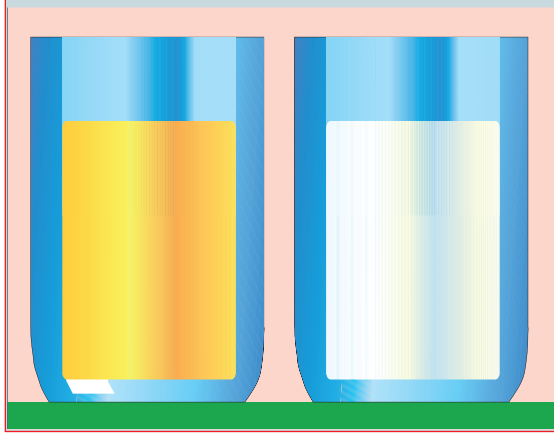


لعبة التفكير
881
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الشاي بالحليب

لديك كوبان، واحد مملوء نصفه بالشاي، والآخر مملوء نصفه بالحليب، خذ ملعقة صغيرة من كوب الحليب وضعها في كوب الشاي، ثم خذ ملعقة شاي من كوب الشاي بالحليب المخلوط وضعه في كوب الحليب.

هل بإمكانك معرفة ما إذا كانت كمية الحليب أكثر في الشاي أم كمية الشاي أكثر في الحليب؟ أو هل يوجد شاي أكثر في الحليب أم حليب أكثر في الشاي؟

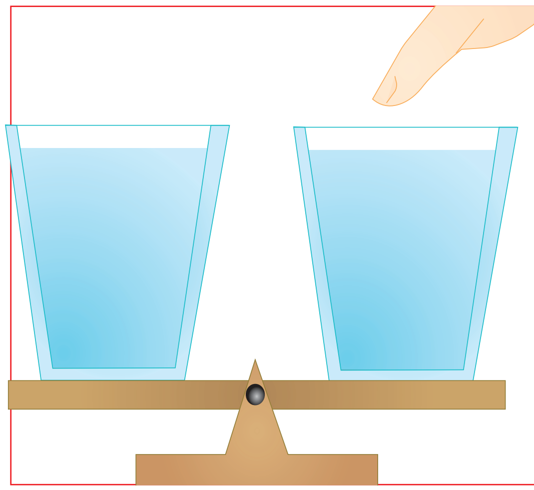


لعبة التفكير
882
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الإصبع في الكوب

يتوازن كوبان من المياه على الميزان، كما هو موضح في الصورة ماذا سيحدث للميزان عندما تضع إصبعك في أحد الكوبين؟ هل سينخفض ذلك الجانب كما لو أنه أصبح أثقل؟

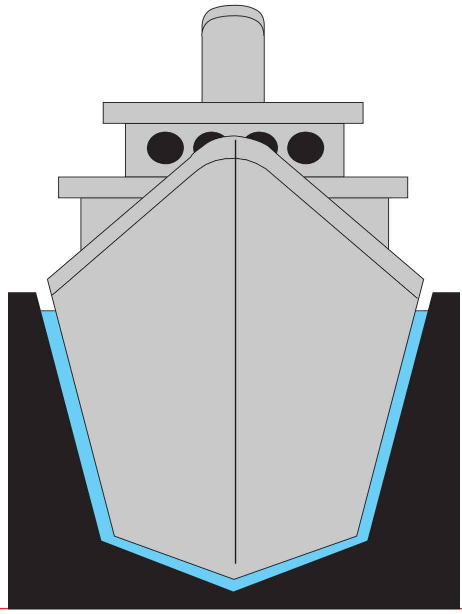
كيف يمكن أن تتغير النتيجة لو كان إصبعك مصنوعًا من معدن ثقيل؟



لعبة التفكير
883
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

سفينة في حوض السفن

تترك السفينة في الحوض الجاف محاطة بكمية قليلة من المياه من الاتجاهات جميعها، هل ستلمس السفينة أرض الحوض السفلي؟ ما الكم الأقصى من المياه التي يمكن أن تحمل السفينة؟

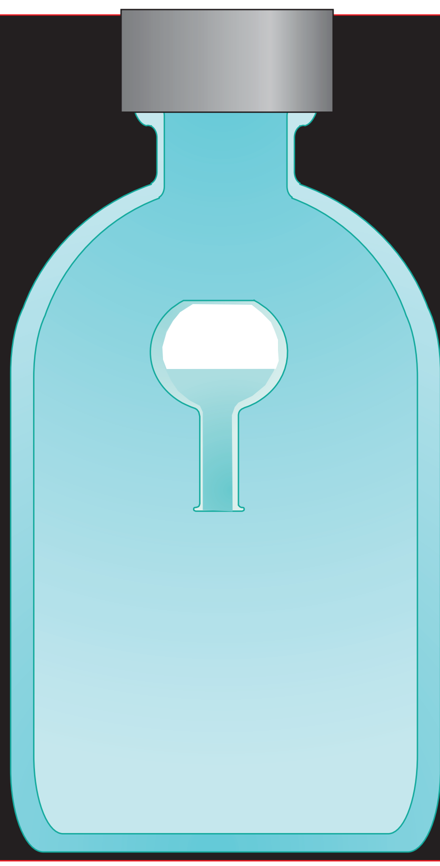


لعبة التفكير
884
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الزجاجة الغطاسة

أملأ زجاجة بلاستيكية كبيرة بالماء حتى الحافة، ثم ضع قارورة صغيرة من دون غطاء في الزجاجة الكبيرة، واترك في قارورة الصغيرة كمية كافية من الماء داخلها لتعوم بصورة مقلوبة، سد الزجاجة الكبيرة بإحكام.

هل بإمكانك التخمين ماذا سيحدث عندما تضغط على الزجاجة الكبيرة؟



لعبة التفكير
885
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

سدادة الفلين في الكوب

لا شك أنك لاحظت انجراف فلينة طافية دائمًا إلى جانب الكوب وتظل ثابتة في مكانها، هل تستطيع أن تفكر في طريقة لتجعل السدادة تطفو في منتصف الكوب من دون أن تلمسها أو تلمس الكوب؟



التوتر السطحي

لماذا تكون فقاعات الصابون كروية؟ هي كذلك للسبب نفسه الذي يبقي قطرات المياه مستديرة، تكون الجزيئات البعيدة عن سطح السائل منجذبة بصورة متكافئة ومتماثلة في الاتجاهات جميعها، ولكن سيُسحب الجزيء القريب من سطح السائل بوساطة جزيئات أخرى. ينتج من هذا الجذب ميل لتقليل مساحة السطح التي تصبح صغيرة لأكبر قدر ممكن، وتصبح مثل غشاء مرن؛ وهذا ما يسمى بالتوتر السطحي.

للصابون ميل لتقليل التوتر السطحي للماء، وهذا هو سبب سحبها لجزيئات الأجسام الغارقة في الماء لتكوين غشاء من فقاعات الصابون. وعندما تتشكل الفقاعات، تنكمش فقاعات الصابون وقطرات السائل لتكوين شكل يحتوي على أقل مساحة سطح، وهي الكرة؛ لأنها الشكل الصلب الهندسي الذي له أقل مساحة سطح للحجم نفسه.

إن التوتر السطحي ليس متماثلًا في السوائل كافة؛ فالقوة في المياه أكبر في الزيت. ومن ناحية أخرى، قوة التوتر السطحي للزئبق أقوى بسبع مرات منها في المياه، ولهذا السبب يكوِّن الزئبق حبيبات كروية عند سكبه على الطاولة.



لعبة التفكير 886

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

قطرات المطر الساقطة

أي من قطرات المياه يسقط أسرع: القطرات الكبيرة أم الصغيرة؟

لعبة التفكير 887

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الجبل الجليدي

مُلئ حوض الاستحمام المعبأ بقطع كبيرة من الثلج حتى أطرافه بالمياه، هل تستطيع معرفة ماذا سيحدث عند ذوبان الثلج؟

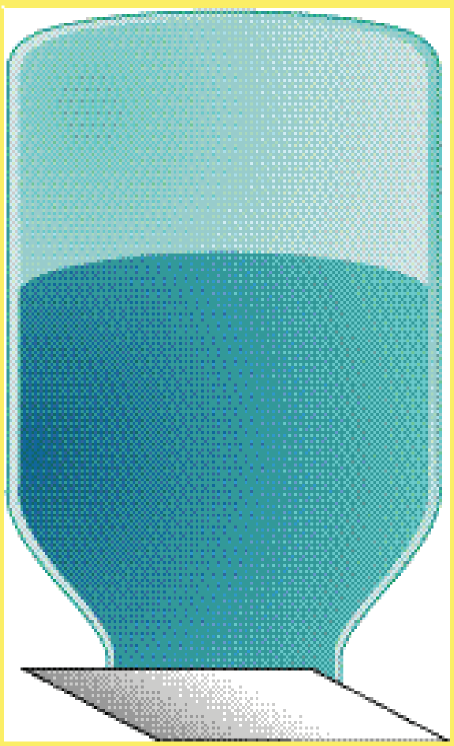


لعبة التفكير 888

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

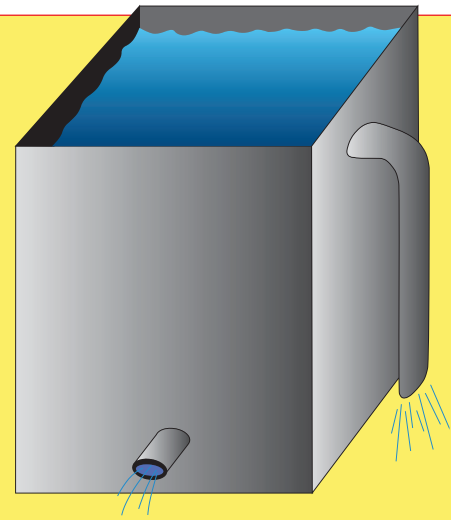


زجاجة بالمقلوب

ربما تكون قد شاهدت هذه الظاهرة؛ عند تغطية فوهة مرطبان أو زجاجة مليئة بالكامل بالمياه، بقطعة من الورق، وعند قلب الزجاجة تظل الورقة عند الفتحة ولا ينسكب الماء، هل تستطيع أن تُفسر لماذا يحدث ذلك؟

لعبة التفكير
889
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

خزان ماء

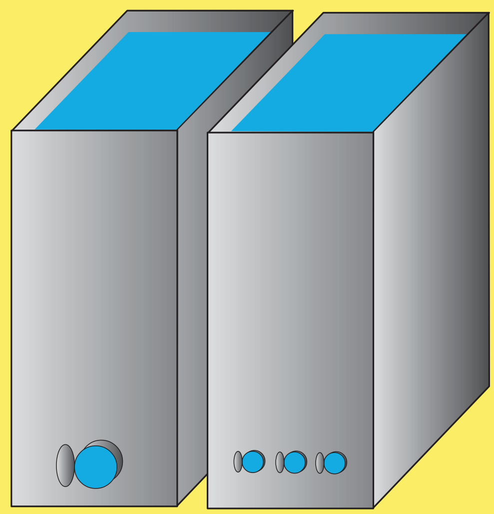


خزان يحتوي على ماسورتي تصريف متماثلتين في القطر وفي تصريف الماء؛ الأولى في أسفل الخزان والثانية في أعلاه يرتبط بها أنبوب خارجي يمتد إلى أسفل الخزان، كما هو موضح في الشكل.

إذا أهملنا العوامل الأخرى مثل الاحتكاك، فهل يمكنك معرفة أي الماسورتين تصرف الماء بمعدل أسرع؟

لعبة التفكير
890
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

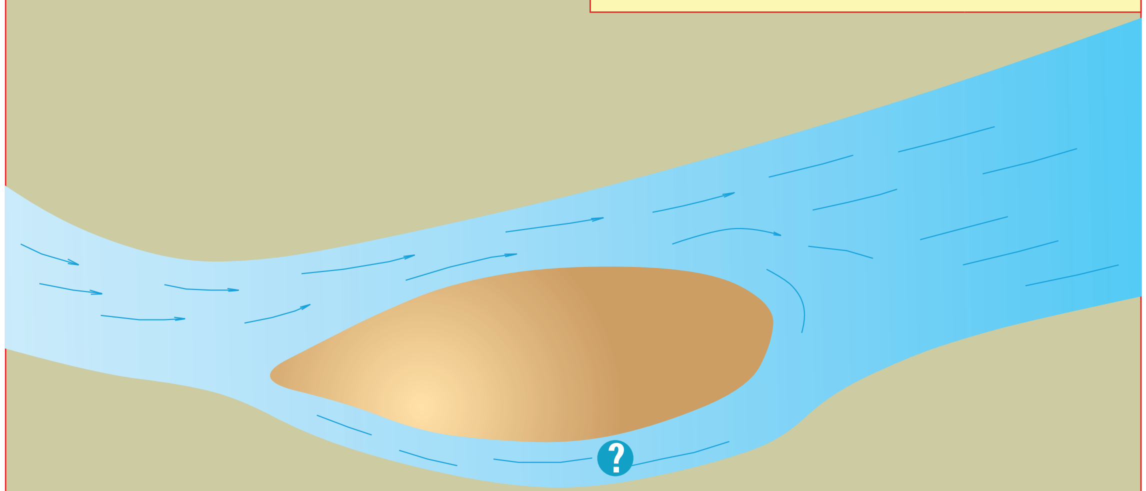
خزانات المياه



يتطابق خزانان للمياه في كل شيء ماعدا الحجم وعدد مخارج التصريف؛ حيث يوجد في الخزان الأول فتحة تصريف بقطر 6سم. ويوجد في الخزان الثاني ثلاث فتحات تصريف قطر كل منها 2 سم.

إذا فتحت فتحات التصريف جميعها في وقت واحد، فهل تستطيع معرفة أي الخزانين سيفرغ أولًا؟

لعبة التفكير
891
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



الماء المحتجز

يتدفق التيار الرئيس للنهر كما في الرسم التوضيحي من جهة اليسار إلى اليمين. ففي أي اتجاه سيتدفق التيار في القناة خلف الصخرة؟

لعبة التفكير
892
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

هللات في الكأس



املأ كأسًا بالمياه حتى الحافة، ثم أدخل هللة في الكأس، تلاحظ أن الماء لم يتدفق. هل تستطيع تخمين عدد الهللات التي يجب إدخالها في الكأس قبل أن تخرج المياه عن الحافة؟

لعبة التفكير
893
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

وعاء الدمية المتحركة

يوجد في أسطوانة المياه ثلاثة ثقوب متباعدة كما هو موضح في الصورة، يسكب صنبور الماء باستمرار في الأسطوانة حتى يبقى مستوى المياه ثابتًا.



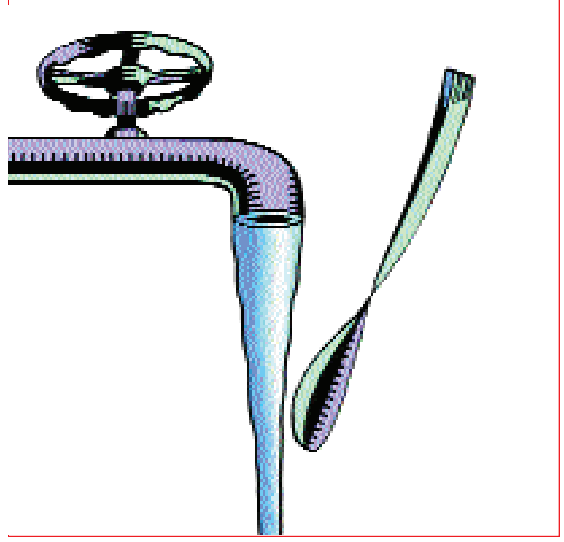
عندما تفتح الثقوب، سيتدفق الماء بصورة مستمرة منها، هل تستطيع معرفة أي الثقوب ستتدفق منه المياه لأبعد مسافة؟

لعبة التفكير
894

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تاثير كواندا (Coanda Effect)

مـا الـذي سـيحدث عندمـا تلمـس بالـكاد تيـار المياه بحافة الملعقة؟

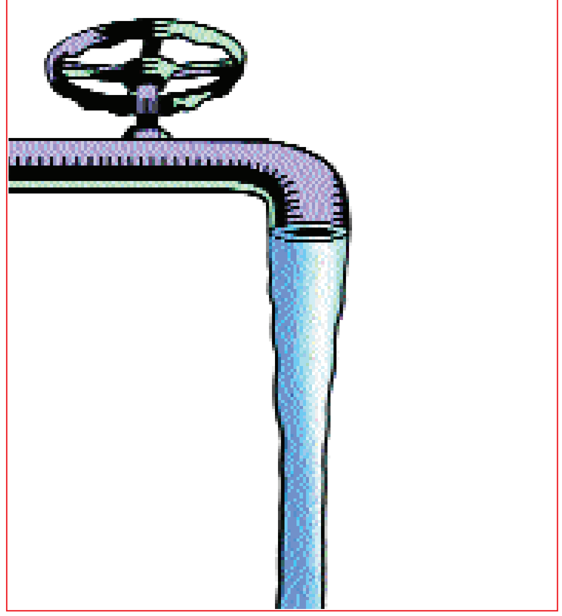


لعبة التفكير
895

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تيار المياه

هـل تسـتطيع معرفـة السـبب الذي يجعـل تيـار المياه يصبـح أضيـق عندما يتجـه نحو الأسـفل بعد خروجه من الصنبور؟



لعبة التفكير
896

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



الأنبوبة الموسيقية

حـرك أنبوبًـا مرنًا مموجًا في حركة دائرية، سـتجد أنه يولد صوتًا. هل يمكن تفسير السبب؟

لعبة التفكير
897

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مسار النهر

أراد راعـي البقر أدنـاه أن يروي حصانه من النهر، ثم يعود بعدهـا إلـى عربته. ما هو أقصر مسـار يجـب أن يتخذه في هذه الحالة؟

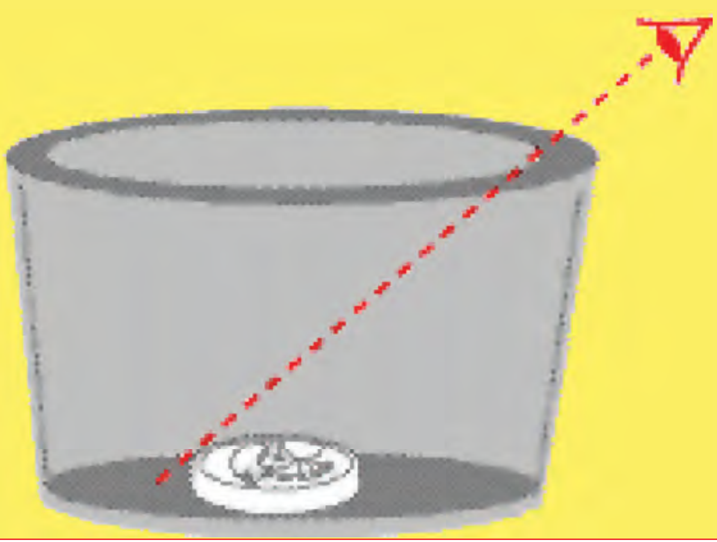


لعبة التفكير
898

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

قطعة النقود المختفية

ضـع عملة نقدية في قـاع الوعاء بحيث إذا نظـرت مـن خـلال حافـة الوعاء لا تـرى قطعة النقـود. الآن، ومـن دون تحريـك الوعـاء أو تغييـر نقطة النظر، ابـدأ بمـلء الوعـاء بالمـاء ببـطء. هل تسـتطيع أن تعرف ما سـيحدث لقطعة النقود؟





لعبة التفكير 899

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المكبر في الماء

هل ستعمل العدسة المكبرة على جعل صورة السكين تبدو أكبر في حالة وضع العدسة تحت المياه؟

لعبة التفكير 900

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

ظل الطائرة

تلقي طائرة تحلق على ارتفاع آلاف عدة من الأقدام بظلالها على الأرض. هل سيكون الظل أكبر أم أصغر أم بحجم الطائرة نفسها؟



لعبة التفكير 901

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الزاوية المكبرة

إذا كنت تشاهد زاوية مقدارها 15 درجة من خلال عدسة تكبير، تعمل على تكبير كل بعد ثلاث مرات، فهل تستطيع أن تعرف كم سيكون حجم الزاوية من خلال هذه العدسة؟



لعبة التفكير 902

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مرآة مكتملة الطول

هل تستطيع معرفة ما هو أقل ارتفاع لمرآة تمكنك من رؤية نفسك فيها من رأسك إلى أخمص قدميك؟



لعبة التفكير
903

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

انعكاس المرآة

يخرج شعاع من الضوء من النقطة (A) إلى سطح مرآة مستوية ثم يتعكس ليصل إلى النقطة (B).

هل تستطيع أن تجد نقطة الانعكاس على هذه المرآة؟



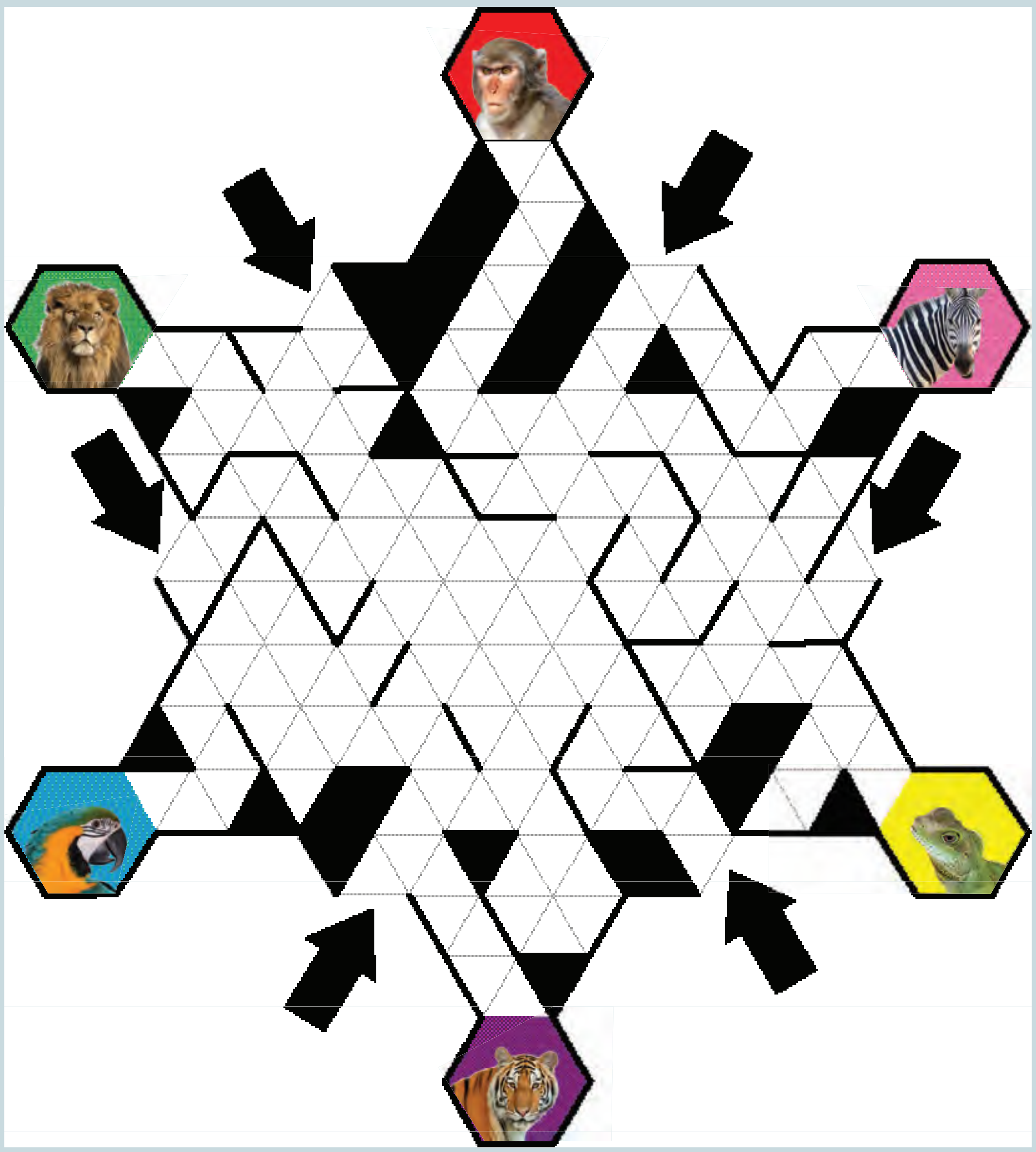
لعبة التفكير
904

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

متاهة المرآة

هناك ستة مداخل لهذه المتاهة، يشار إلى كل مدخل منها بسهم. جدران المتاهة جميعها مغطاة بالمرايا، وإذا تتبعت الانعكاسات، فيمكنك أن تعرف طريقك من أي مدخل لتصل إلى الحيوانات الموضوعة في الأقفاص.

هل تستطيع معرفة أي مدخل سيقودك إلى أي حيوان من الحيوانات الستة؟ (عليك الدخول باتجاه السهم).



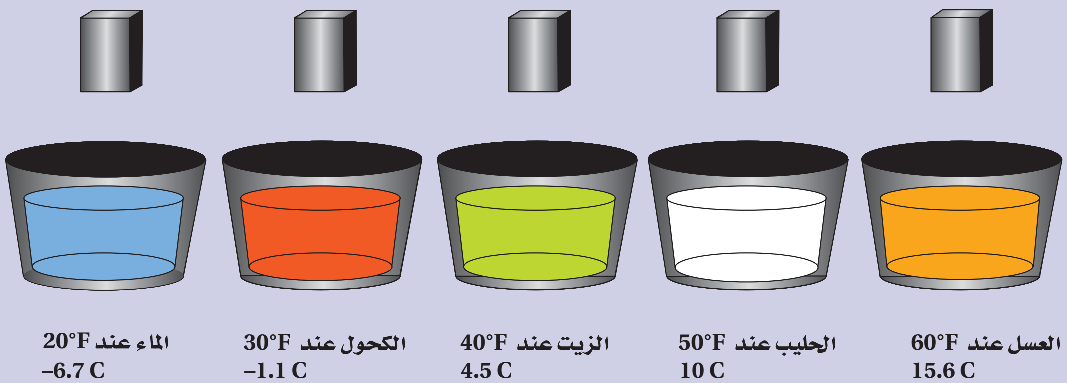
لعبة التفكير 905

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

النزول

أسقطت أوزان متطابقة من الرصاص في الوقت نفسه في كل واحد من الأوعية الخمسة المملوءة بمواد مختلفة عند درجات الحرارة المدرجة لكل واحدة منها.

في أي وعاء سيستغرق الوزن أطول مدة للوصول إلى القاع؟



لعبة التفكير 906

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

منظار المرايا الكبير (Super Periscope)

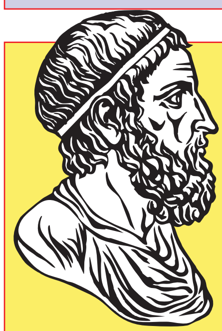
إذا أدرت عشر مرايا مزدوجة الوجهين بزاوية 90 درجة لكل واحدة، ستكون قادرًا على رؤية انعكاس المصباح المضاء في الشكل أدناه، وذلك من خلال النظر في الفتحة التي في أعلى الزاوية اليمنى. فهل تستطيع أن تكتشف أيًّا من المرايا العشر يجب أن تتحرك؟

لعبة التفكير 907

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مرايا أرخيميدس

توجد المرايا في الغالب في أشياء شائعة، ولكنها على مايبدو توجد في أجسام غير مألوفة في العلوم، وحياتنا. يرجع الفضل في أحد أغلب الاستخدامات المبتكرة للمرايا إلى العالم اليوناني القديم أرخميدس؛ فوفقًا لكتابات من تلك الحقبة، استخدم أرخميدس المرايا في صدِّ سفن الأسطول الروماني التي حاصرت مدينة سيراكوزا (Syracuse) في عام 214 قبل الميلاد؛ حيث كان من المفترض أن يستخدم المرايا لتركيز أشعة الشمس على السفن وإشعال النيران فيها. هل مثل هذا العمل الفذ ممكن في الحقيقة؟



أرخميدس
Archimedes

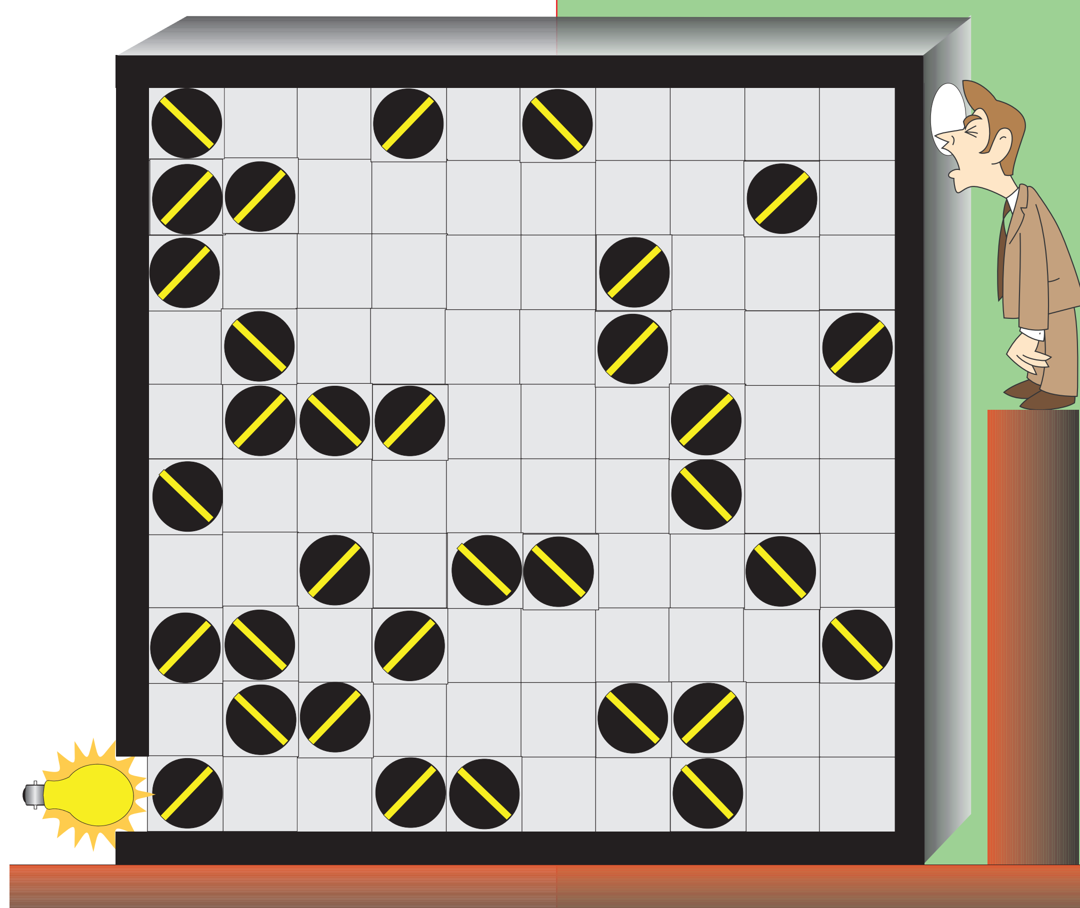
لعبة التفكير 908

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مرآة الأزياء

يقف شخص مرتديًا قبعة على بُعد مترين من مرآة خزانة الملابس، ويمسك بيده مرآة على بعد نصف متر خلف رأسه. كم تبعد صورة القبعة الحمراء في شعره خلف مرآة خزانة الملابس؟





13 الإدراك

المكعَّبات المفقودة

لا شك أنك قد رأيت غرفة فيها رجل يتقلص إذا صار من طرف إلى آخر فيها، وأدركت بسرعة أن الرجل لا يتقلص، ولكنه يسير في غرفة مصممة خصيصًا لحجب الإدراك في العمق.

لا يوجد أي من هذه الخدع في الألغاز التالية؛ فهذه المسائل تعتمد على قدرتنا على إدراك العمق والتأثير ثلاثي الأبعاد الذي يمكن إظهاره من خلال الرسوم ثنائية الأبعاد.

على الرغم من أن هذه القدرة كانت إما غير معروفة أو متجاهلة قبل العصور الوسطى، فإن هذا التأثير أصبح معروفًا على نحو جيد في عصرنا الحالي، بل أمكن برمجة الحواسب لتتعرف الأشكال ثلاثية الأبعاد (مثل ملامح وجه مبرمج بعينه) من أي زاوية، وكذلك توجد الصور المجسمة (Holograms) التي لا تستخدم المنظور ولكنها تلتقط معلومات ثلاثية الأبعاد عن شكل ما من الضوء المرتد منه، تستخدم هذه الصور في عروض العلوم وأعمال الفن المبهرة وأنظمة الحماية التجارية، والعجيب أن هذا الاستخدام الأخير هو الأغلب شيوعًا الآن: حيث تحمل العديد من بطاقات الائتمان صورة مجسمة (Holograms) صغيرة على واجهتها.

بكل تأكيد هناك حالات يكون المنظور مضللًا، ولكن يوجد طريق مختصر لحل تلك المسائل، وينبثق أحدها من تغير اتجاه المنظور.

لعبة التفكير 909

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

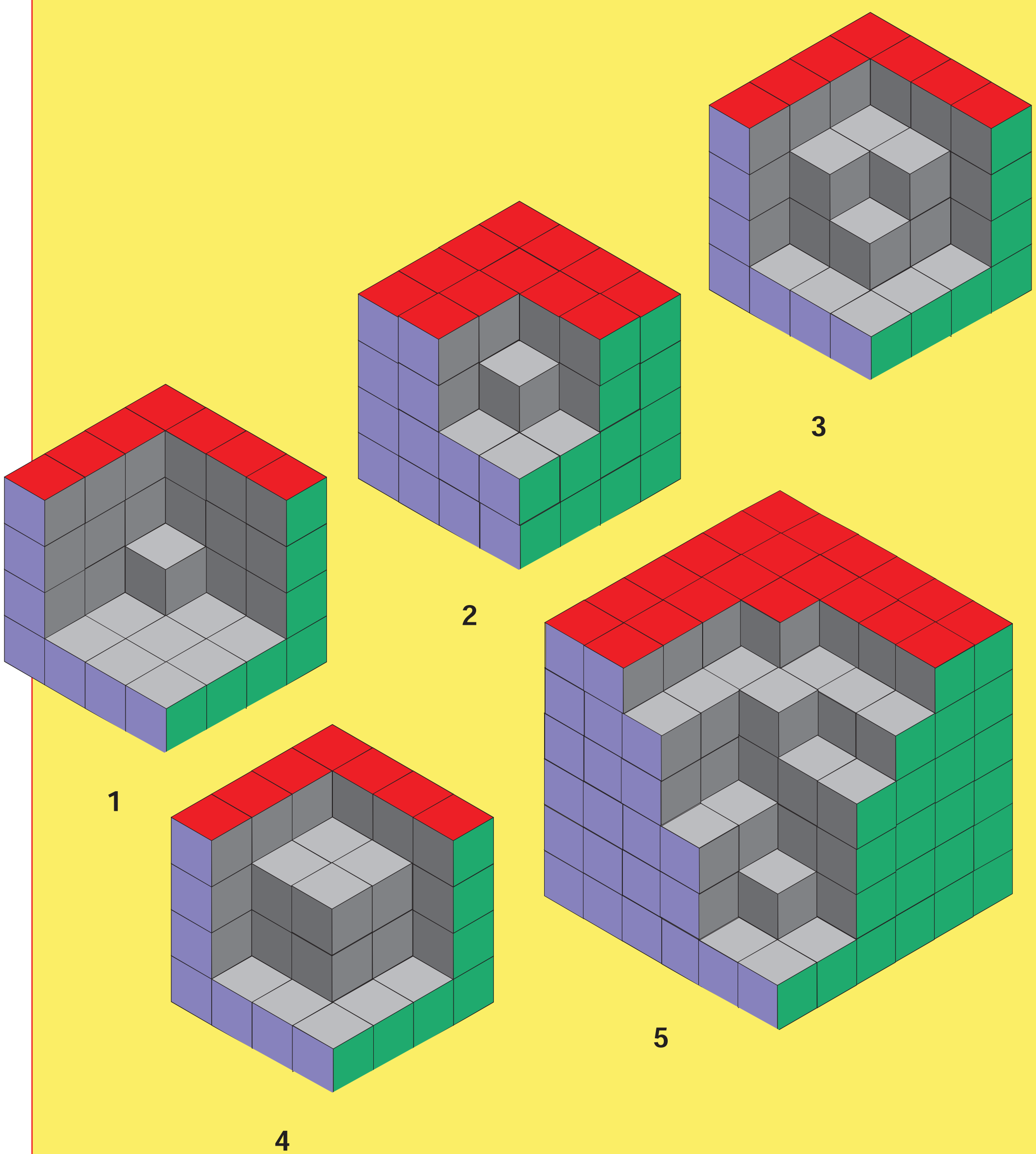
المطلوب: 👁 ✎

الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المكعَّبات المفقودة

تحتوي المكعَّبات الخمسة الموضحة هنا على أجزاء مفقودة. فهل تستطيع معرفة عدد الوحدات المكعبة المفقودة في كل حالة؟

بمجرد الانتهاء من حساب إجمالي عدد المكعَّبات المفقودة، ينبغي أن تلاحظ أن بعض الوحدات المكعبة المفقودة ملونة باللون الأحمر، أو الأزرق، أو الأخضر، على بعض من أوجهها، بينما بعضها الآخر رمادية على نحو تام. فهل تستطيع أيضًا أن تملأ بطاقة الأداء أدناه برقم المكعب الذي يقع في كل فئة؟ هل يمكن إيجاد طريق مختصر للوصول إلى تلك المعلومات؟



صندوق النتائج

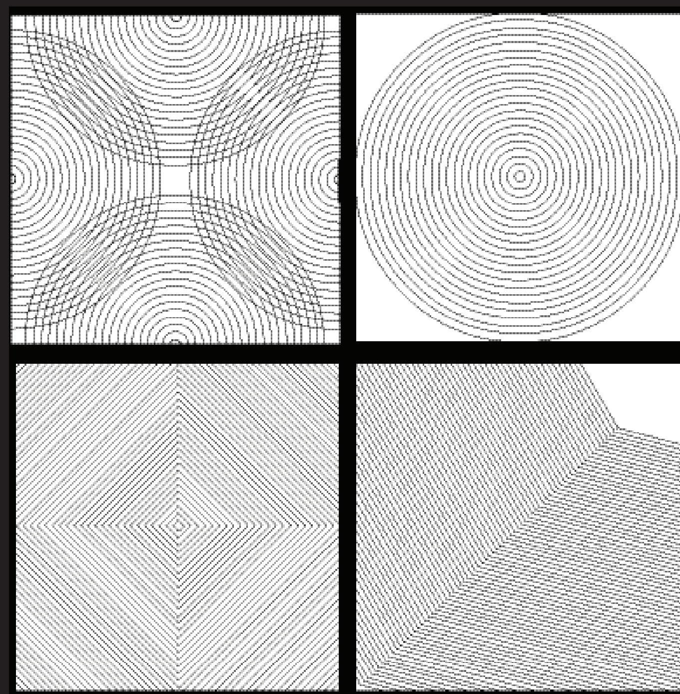
	1	2	3	4	5
المكعبات المفقودة					
المكعبات الملونة على الجهات الثلاثة					
المكعبات الملونة على الجهتين					
المكعبات الملونة على جهة واحدة					
المكعبات غير الملونة					
الإجمالي					

لعبة التفكير 910

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تخريب مربع

بالطريقة نفسها التي يمكن فيها تحريف الخطوط باستخدام خلفيات مختلفة يمكن أيضًا تحريف الأشكال والمضلعات. تخيل أننا كبرنا المربع المربع التام ليطابق كلّ نمط من الأنماط الأربعة ويحيط به، فكيف سيكون تحريف هذا المربع في كل حالة؟ هل سيكون محدبًا أو مقعرًا أو منحنيًا أو منحرفًا؟



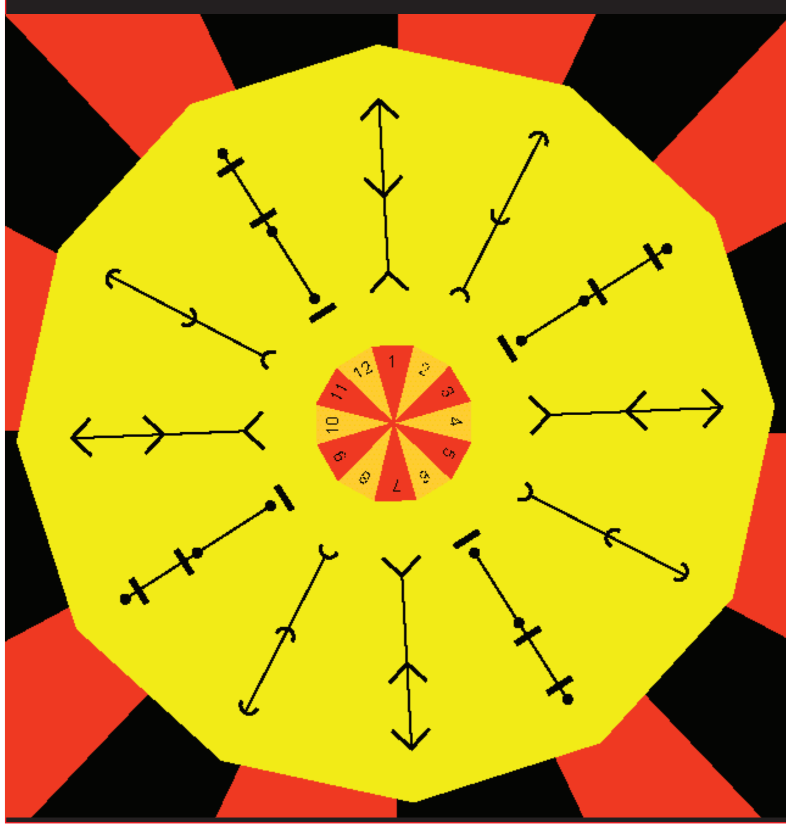


لعبة التفكير 911

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

دولاب الخداع

يُعدُّ الاثنا عشر خطًّا متطابقة في الطول، ويمكن تصنيفها في ثلاث مجموعات من أربعة– إحدى المجموعات مقسمة عن طريق النقاط، وأخرى بوساطة الأسهم، وثالثة بوساطة أشباه الدوائر. في كل من المجموعات الثلاثة، قسم كل خط بالضبط إلى نصفين. هل تستطيع أن تجد هذا الخطأ؟

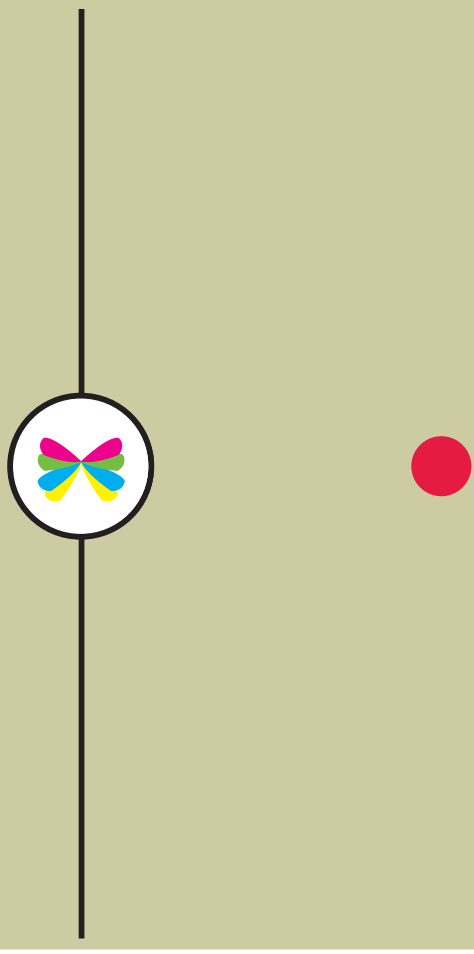


لعبة التفكير 912

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

النقطة العمياء (Blind Spot)

هل هناك أي طريقة لجعل الفراشة تختفي بينما تبقيها على مرأى من الجميع؟

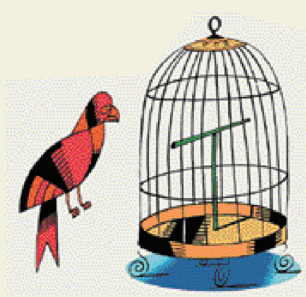


لعبة التفكير 913

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

عصفور أخضر في القفص

كيف تستطيع أن تضع عصفورًا أخضر في القفص فقط من خلال النظر إلى هذه الصورة؟



لعبة التفكير
914
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:______



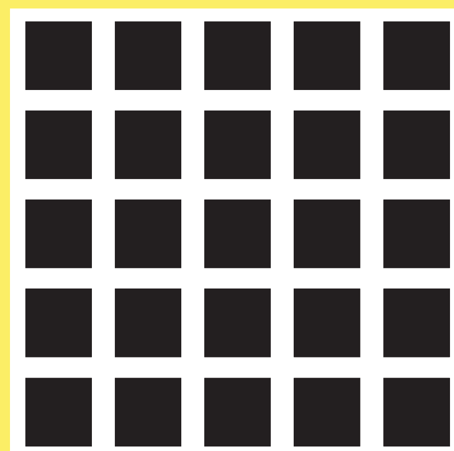
الفارس الأبيض

كيف يمكن تحويل الفارس الأسود على الحصان الأبيض إلى فارس أبيض على حصان أسود؟

لعبة التفكير
915
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:______

النقاط بعيدة المنال

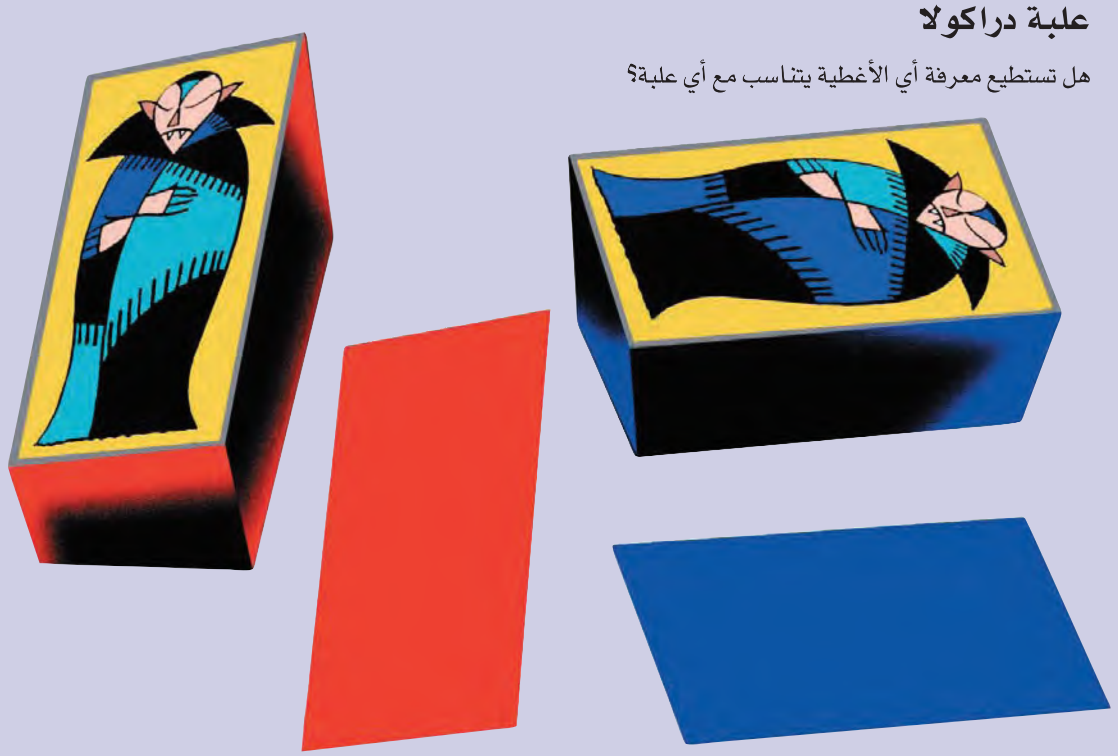
إذا نظرت إلى شبكة من المربعات السوداء، سترى العديد من النقاط الرمادية عند التقاطعات، ولكن عندما تنظر حولك، ستجد أن هناك دائمًا تقاطعًا لا توجد عنده نقطة رمادية. هل تستطيع أن تجد هذا التقاطع؟



لعبة التفكير
916
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:______

علبة دراكولا

هل تستطيع معرفة أي الأغطية يتناسب مع أي علبة؟



لعبة التفكير
917
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:______

الخطوط المتقاطعة

كيف يمكنك النظر إلى الخطين المتقاطعين لرؤية أكثر من خطين؟

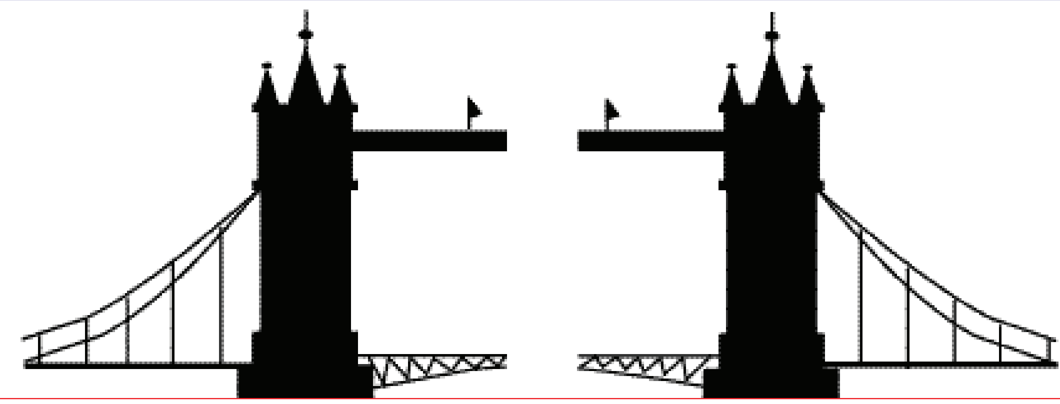


لعبة التفكير
918

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:———

الجسر المكسور

هل يمكن إغلاق الفجوة في الجسر المكسور من دون طي الصفحة أو قطعها؟



لعبة التفكير
919

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:———

ظلال الصور الجانبية

هناك ثلاث صور جانبية متطابقة. ما مدى سرعتك في تعرُّف هذه الصور؟

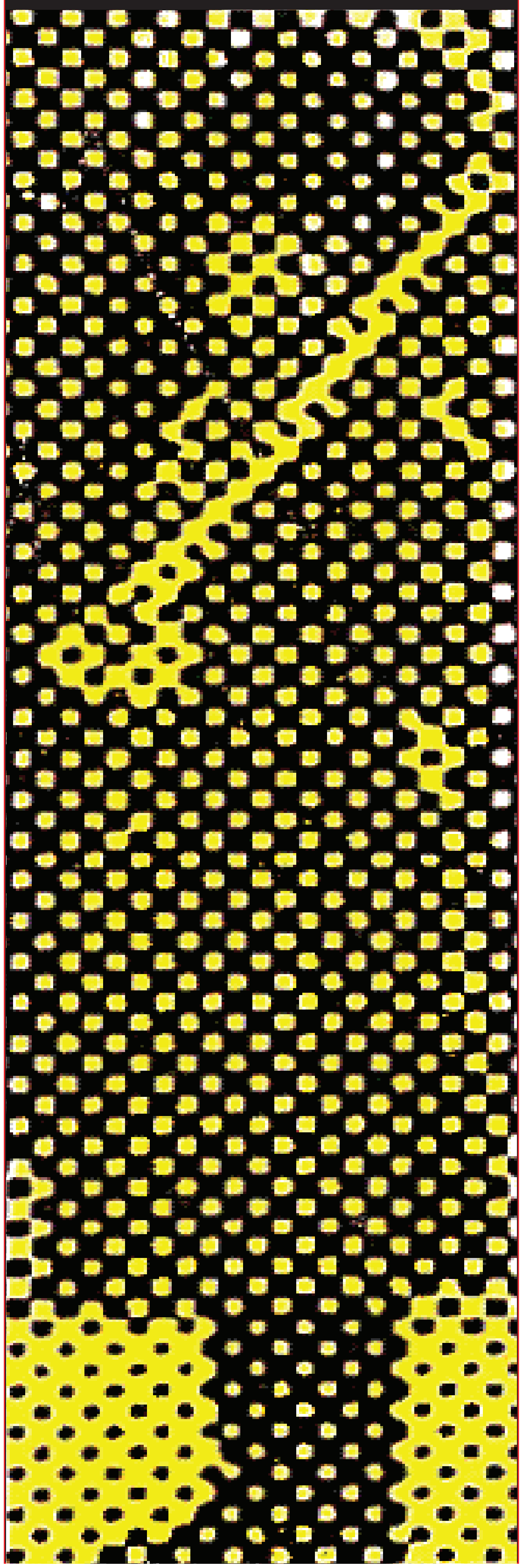


لعبة التفكير
920

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:———

الرؤية النقطية

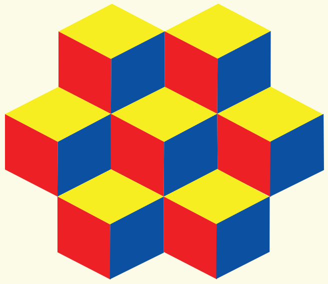
هل تستطيع معرفة الشيء الموجود في هذه الصورة؟



ما عدد المكعَّبات؟

يُعدُّ هذا الخداع البصري الشهير مثالًا مدهشًا لقدرة العقل على تغيير اتجاهات الأشياء؛ حيث تستطيع من خلال الرسم نفسه أن ترى إما سبعة مكعَّبات كاملة أو ثلاثة مكعَّبات وأجزاء متعددة من المكعَّبات غير المكتملة. في حالة وجدت صعوبة في رؤية اتجاه المكعَّبات الثلاثة، اقلب الصفحة رأسًا على عقب.

إن تغيير وجهة النظر بهذه الطريقة، أو أن تكون قادرًا على رؤية الأشياء بطريقة لا يستطيع فيها أكثر الناس رؤيتها هو جوهر التفكير الإبداعي.

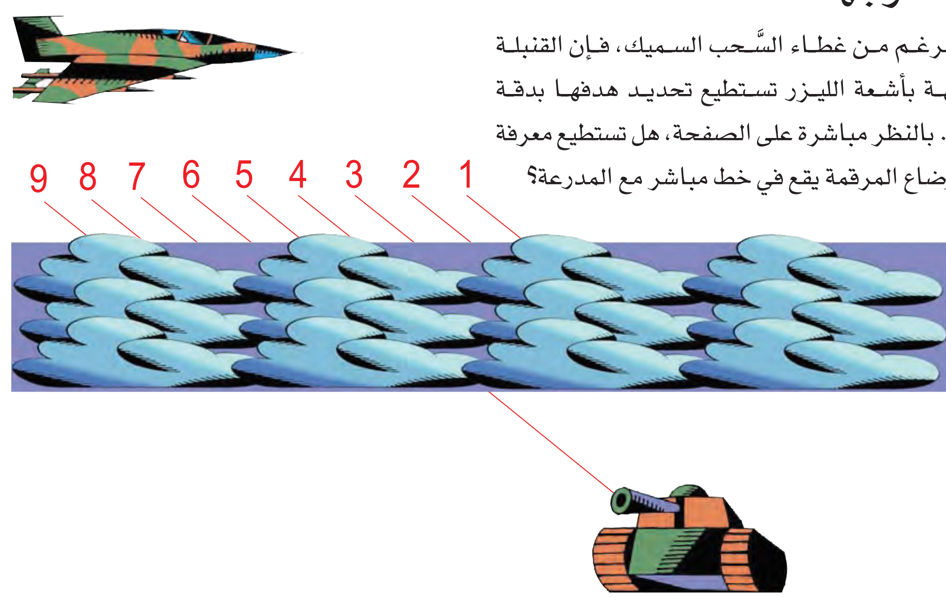


لعبة التفكير
921

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:________

قنبلة موجهة

على الرغم من غطاء السَّحب السميك، فإن القنبلة الموجهة بأشعة الليزر تستطيع تحديد هدفها بدقة مطلقة. بالنظر مباشرة على الصفحة، هل تستطيع معرفة أي الأوضاع المرقمة يقع في خط مباشر مع المدرعة؟



لعبة التفكير
922

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:________

القطعة المفقودة

هل تستطيع العثور على قطعة الكعك المفقودة ؟

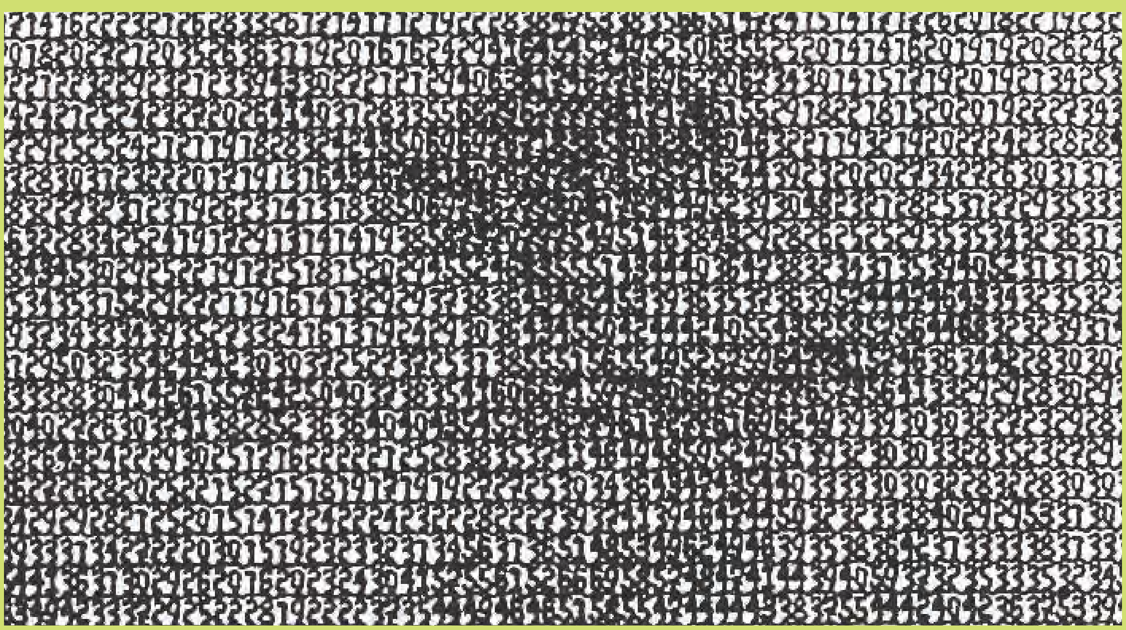


لعبة التفكير
923

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:________

الأرقام

هل تستطيع معرفة النمط الذي تمثله الأرقام؟



وجهة النظر

غالبًا ما يجد الرسامون أنَّ أصعب الأشكال التي يمكن تصويرها هي الأشكال المألوفة، ولرؤية أحد الأشكال أو الأجسام بشكله المجرد وبخلاف كونه – مثلًا – ساعة أو تفاحة، يبذل الفنانون جهدًا كبيرًا لتغيير تصورهم أو وجهة نظرهم؛ فكثير من الفنانين يدرسون ترتيب الحياة الثابتة من خلال المرآة أو الاتجاهات العكسية، أو حتى من خلال سيقانهم للحصول على نظرة جديدة إلى الموضوع؛ فمثل هذه النظرات المميزة هي التي تمكنهم من اكتشاف طريقة مبتكرة لرسم هذه الأجسام على قماش اللوحات الزيتية.

يكافح الفنانون دائمًا للتغلب على تصوراتهم الثابتة التي تعدُّ دليلًا على أن عقولنا الواعية والمدركة تخزن الصور ثلاثية الأبعاد، وتحفظ كل شيء نراه وتُصنِّفه. تعدُّ مثل هذه الصور متوافرة على نحو واسع لكي تُستدعى أو تُسترجع بطريقة تجعل المقارنة والإدراك ممكنين حتى من الزوايا غير المألوفة. تعدُّ هذه القدرة مستمرة وتلقائية وغير ملحوظة بالكامل باستثناء حالة فقدان هذه القدرة. يتعرَّض الضحايا الذين يعانون تلفًا أو أضرارًا بالدماغ لضعف القدرة الطبيعية على مقارنة الأشكال وإدراكها، في الواقع إنَّ الحياة اليومية تصبح شبه مستحيلة من دون هذا الجانب من الوعي البشري.

لعبة التفكير 924

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

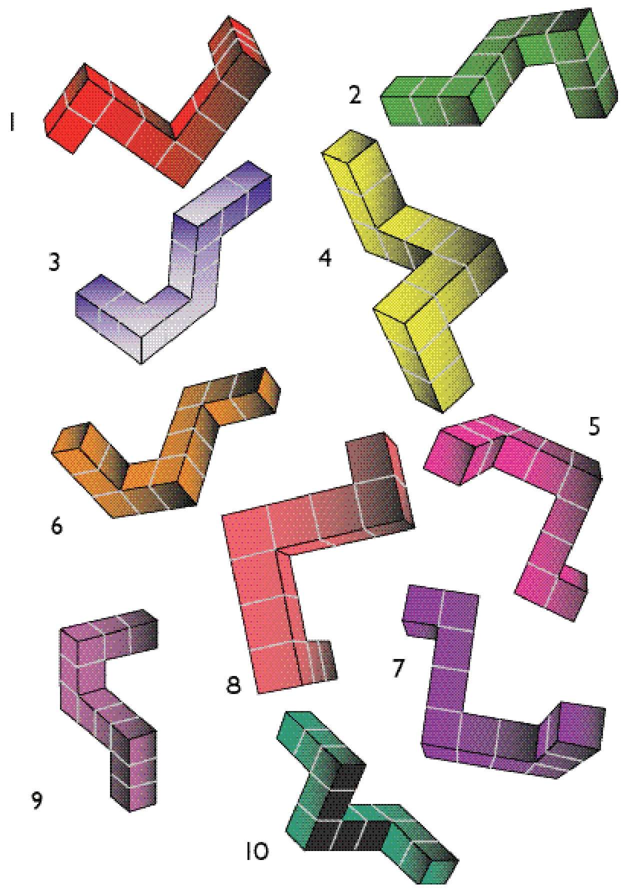
المطلوب: 👁

الاستكمال: ☐ الوقت:———

مكعَّبات في الفضاء

أليس من المثير للدهشة أن يبدوَ الشيء مختلفًا إذا نُظر إليه من زاوية غير متوقعة؟ صدِّق ذلك أو لا تصدقه؛ فتشكيلات المكعَّبات العشرة الموضحة في الصورة شكلت من ثلاثة أزواج من التشكيلات؛ كل زوج منها متطابق، من مجموعة واحدة من ثلاثة تشكيلات متطابقة ومن مجموعة أخرى فيها تشكيل واحد فريد التكوين. قد يستغرق الأمر منك بعض الوقت لمعرفة أي منها يقع ضمن أي فئة؛ من المستحسن أحيانًا قلب الكتاب؛ فقد يساعد ذلك على معرفة التشكيلات المتشابهة.

هل تستطيع تحديد الأزواج الثلاثة المتطابقة، ومجموعة الأشكال الثلاثة المتطابقة والتشكيل الفريد من نوعه؟



لعبة التفكير 925

الصعوبة: ●●●●●●●●●●

المطلوب: 👁

الاستكمال: ☐ الوقت:———

الكلمات المقلوبة رأسًا على عقب

ضع مرآة على طول الخط الأحمر، ستظهر الكلمات الموجودة في الإطار العلوي الإنجليزية معكوسة من اليمين إلى اليسار كما هو معتاد، لكن ستظهر الكلمات الموجودة في الإطار السفلي مقلوبة رأسًا على عقب. هل يمكنك تفسير ذلك؟

PLACE A MIRROR VERTICALLY ON THE LEFT RED LINE. WORDS IN THE TOP FRAME WILL BE REVERSED RIGHT-LEFT (BUT NOT UPSIDE-DOWN). WORDS AT THE BOTTON FRAME ARE NOT ONLY REVERSED, BUT ALSO TURNED UPSIDE-DOWN, CAN YOU EXPLAIN WHY?

BOOKIE EXCEEDED HIKED
ICEBOX CHOKED COED
BOBBED DECK BEECED COD
HID BOXED DODO BOB
CHOKED COCO EXEEDED
BOOKIE HIKED ICEBOX DID
CHOICE BOOKED OBOE
HEEDED OX HID COKE
EXHOED BOOHDO DOCKED

حدود الرؤية

معظم الناس يستخدمون النظر على أنه أمر عادي، لكن في الواقع، يُعد الإدراك البصري للأنماط عملية ذهنية مرتبطة بالتفكير؛ فالعقل الإنساني يرى مثل ما ترى العينان.

إن الخدع البصرية تستغل ميل العقل لرؤية الأشياء معتمدًا على خبراته السابقة، وليس كما يراها أمامه الآن.

على الرغم من خاصية التبسيط هذه في جهازنا الإدراكي التي تجعله منشغلًا بكثافة في مجالات العلوم والرياضيات والفن والتصميم والتصميم المعماري، فإنه يمكن خداعنا بخدعة بصرية تنبهنا إلى دعم كفاءة ملاحظاتنا.

(تذكر عندما تستمع إلى شهادة شاهد عيان لحادث ما)، إذ يمكن أن نخدع بأشياء تبدو لنا أكبر من حجمها الطبيعي، أو بملاحظة عمق في رسم ثنائي الأبعاد لسطح مستوٍ، أو في رؤية نمط أحادي اللون أو في الإحساس بحركة صورة وهي في الواقعة ثابتة.

هناك حد لكفاءة حواسنا، وحتى الممارسة المستمرة لا يمكن أن تجعلها مناسبة لإنجاز بعض المهام

وأحد الحلول لهذا الأمر هو اختراع أجهزة قادرة على إدراك هذه المعلومات، وتسجيلها من دون أخطاء.

وعلى الرغم من أنه لم يستطع أحد إنجاز نظام كامل يقوم بذلك، فقد أثبتت الكاميرات والمسجلات كفاءتها ومصداقيتها أكثر من أي إنسان.

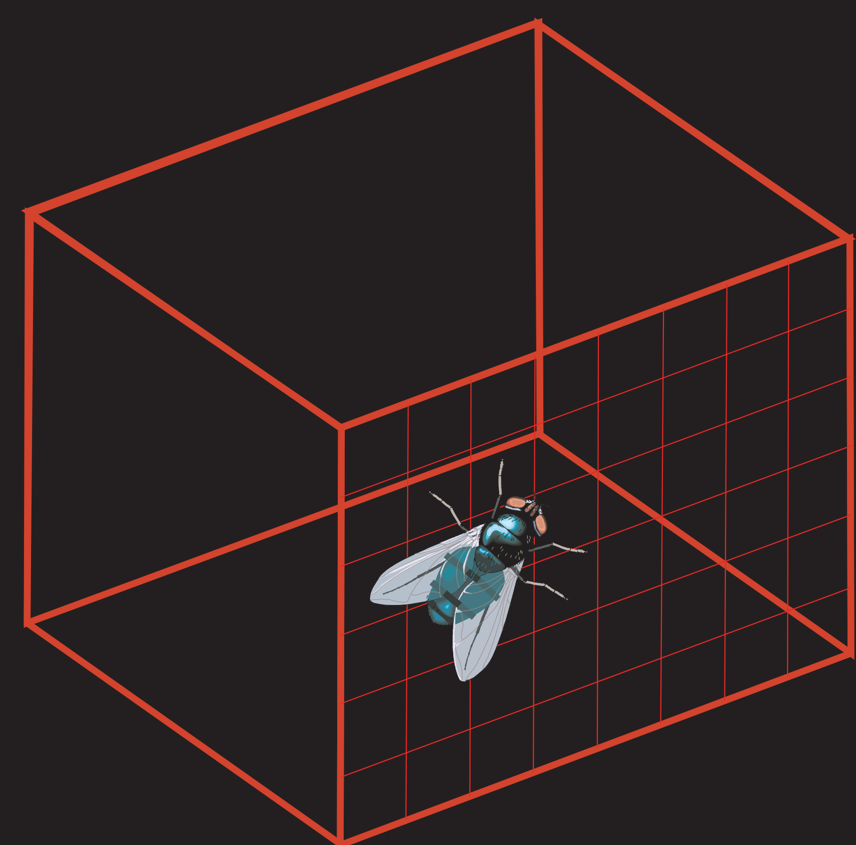
يُعدُّ ميل الإنسان للانخداع بتصوراته مصدرًا مهمًّا لصانعي ألعاب الخدع البصرية؛ فطالما يلعب البشر بالخطوط والأشكال والألوان والأنماط، فمن المعروف بأننا سنرى مكعبات تختفي أو نرى خطوطًا هي في الواقع غير موجودة.

لعبة التفكير 926

الصعوبة: ●●●○○○○○○○
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الذبابة في الداخل- الخارج

هل يمكنك تحديد المكان الذي هبطت عليه الذبابة في الصندوق؟



لعبة التفكير 927

الصعوبة: ●○○○○○○○○○
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

قبل - بعد

يوضح الشكل أدناه صورة لزوجين حديثي الزواج. هل يمكنك العثور على الصورة التي تظهر سعادتهما في السنوات القليلة القادمة؟



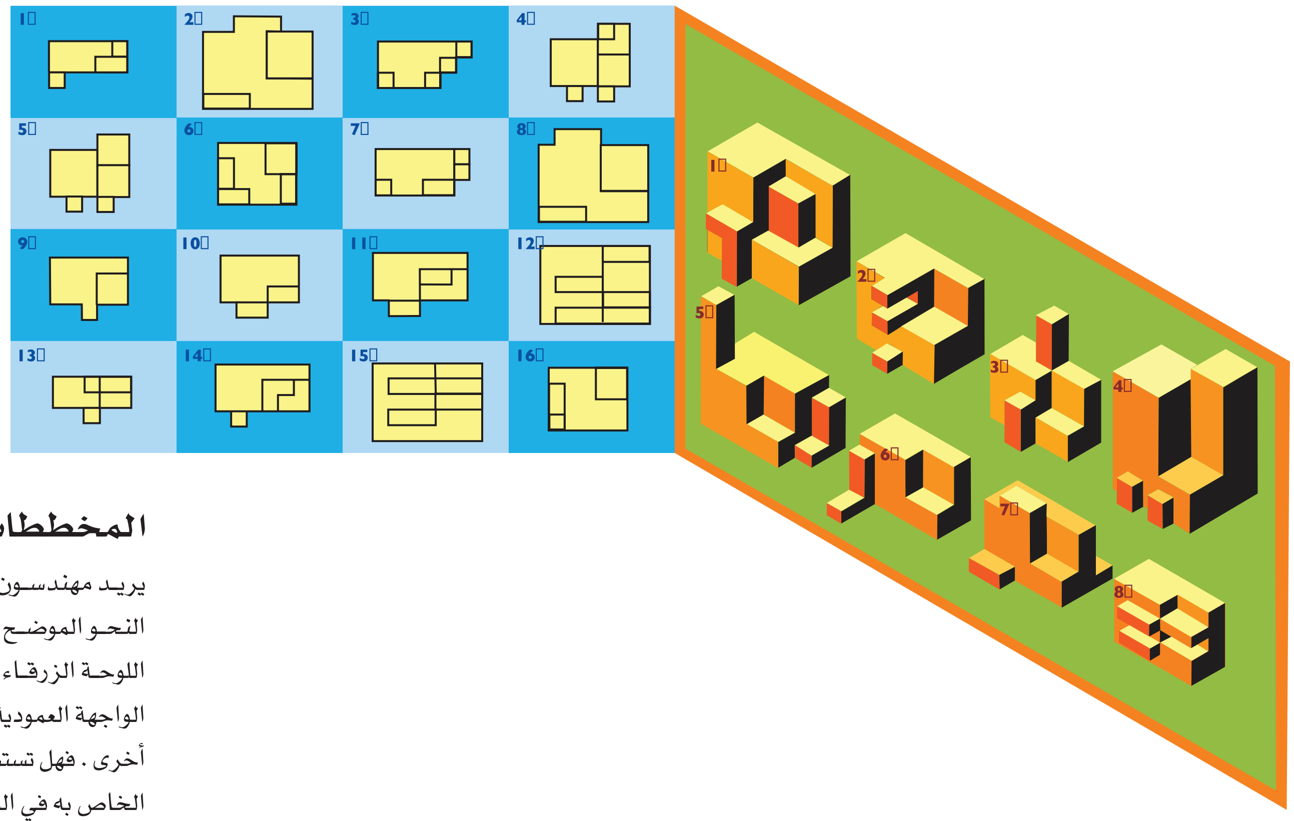


14

جولة إضافية

لعبة التفكير
928

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت:______



المخططات المختلطة

يريد مهندسون معماريون أن يبدؤوا ببناء ثمانية مبانٍ على النحو الموضح على لوحة الحائط، لكن المخططات في اللوحة الزرقاء ــ التي تظهر فقط إما الواجهة الأمامية أو الواجهة العمودية للمباني، دُمجت مع مخططات لمشروعات أخرى. فهل تستطيع أن تصل بخط بين كل مبنى والمخطط الخاص به في اللوحة الزرقاء؟

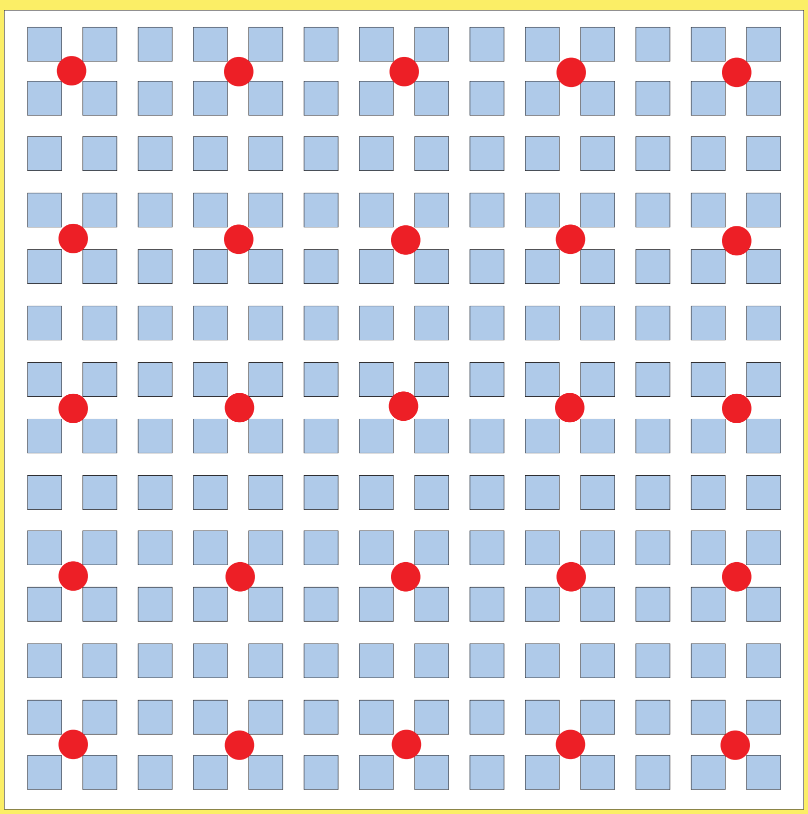
لعبة التفكير
929

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت:______

تمديد الأسلاك في المعرض

يدرس أحد المهندسين المعماريين تصميمه الخاص لاستبدال المنافذ الكهربائية في قاعة معرض؛ حيث تنقسم القاعة إلى وحدات متماثلة، ويرغب العميل في ألَّا يكون كل تقاطع من هذه التقاطعات أكبر من ثلاث وحدات من المنفذ الكهربائي نفسه.

تضمن تصميمه المبدئي الظاهر هنا خمسة وعشرين منفذًا من المنافذ الكهربائية، ولكن يعتقد المهندس أن هناك حلًّا اقتصاديًّا آخر. هل هو محق؟ هل يمكنك أن تجد تصميمًا يقدم أقل عدد من المنافذ الكهربائية وفي الوقت نفسه لا يضع في أي تقاطع أكثر من 3 وحدات من المنفذ الواحد؟



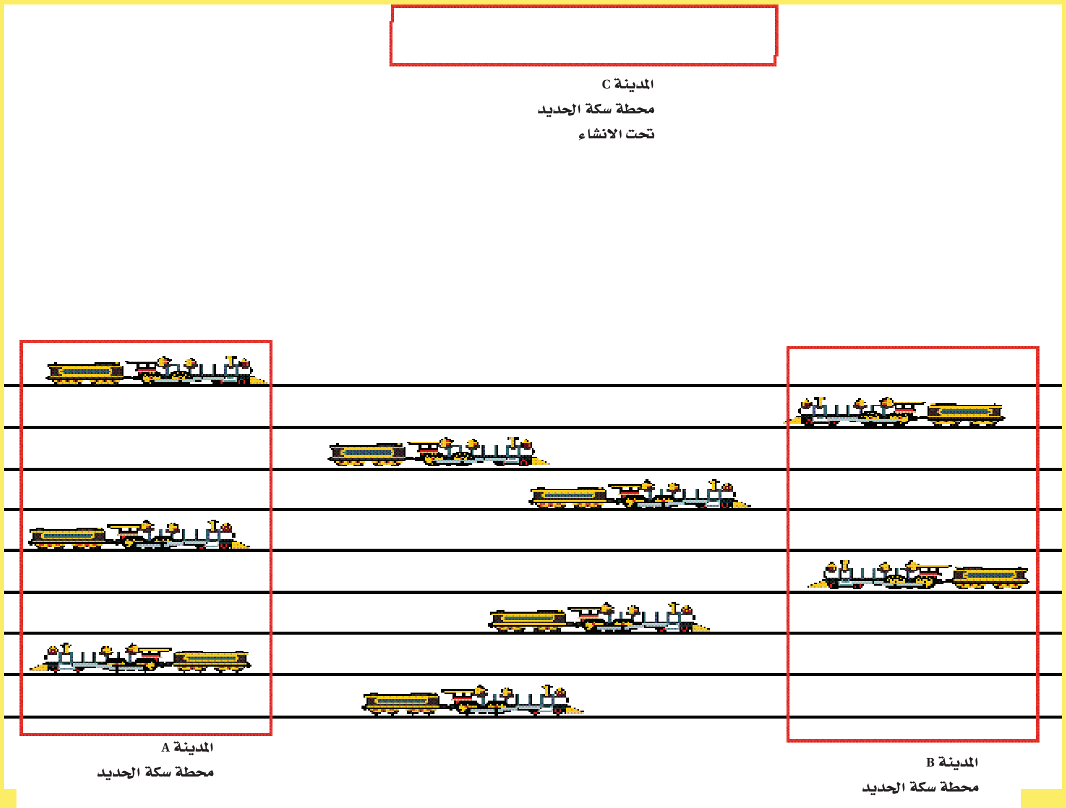
لعبة التفكير 930

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

السكك الحديدية في الديار المنبسطة الثنائية الأبعاد (Flatland)

تمتد تسعة خطوط سكك حديدية متوازية ممدودة بين مدينتين في ديار مستوية الأبعاد (منبسطة). تستطيع الخطوط ربط المدينتين من دون تقاطعات، وهو أمر مفيد لأغراض إعداد الجداول الزمنية. طلب قادة مدينة ثالثة ليست ضمن خطوط السكك الحديدية الحالية إعادة وضع بعض المسارات أو مدها مرة أخرى، بحيث تصبح المدينة الثالثة متصلة بخطين من الخطوط الحديدية على الأقل.

ستُمدُّ خطوط السكك الحديدية بحيث يصبح أحدها موازيًا في اتجاه، ويصبح الآخر موازيًا في الاتجاه الآخر، ثم تصبح مجموعة ثالثة موازية في اتجاه ثالث. هل يمكنك اكتشاف كيفية تصميم نظام السكك الحديدية بحيث يمكن إنشاؤها بأقل عدد ممكن من التقاطعات؟



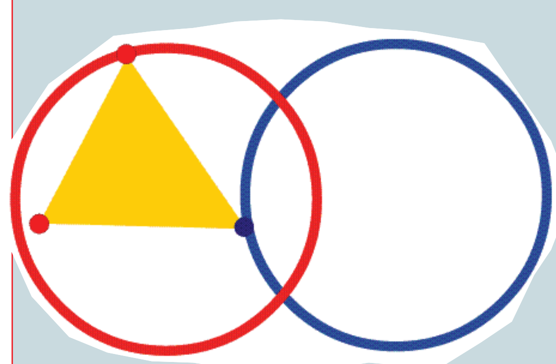
لعبة التفكير 931

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎ ✂
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تحريك المثلث 2

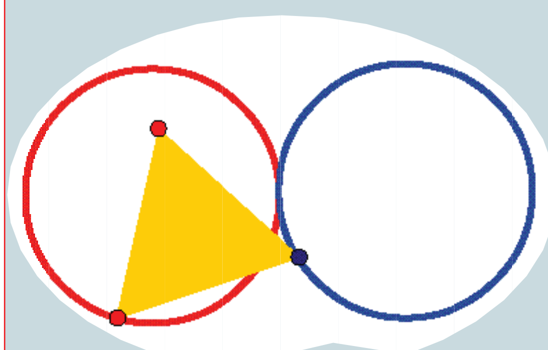
رُسم رأسان من رؤوس المثلث لتتحرك على طول محيطي الدائرتين المتقاطعتين، وفي وأثناء اتباع رؤوس المثلث مساراتها الدائرية يرسم الرأس الثالث شكلًا معقدًا.

هل يمكنك تحديد الشكل الذي رسمه هذا الرأس؟



لعبة التفكير 932

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎ ✂
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



تحريك المثلث 3

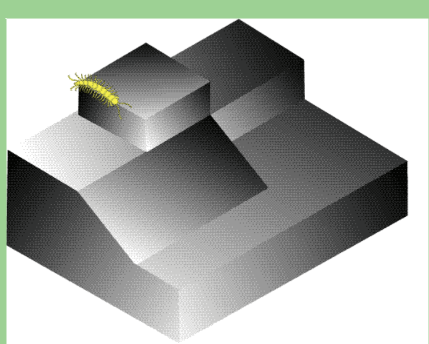
رُسم رأسان من رؤوس المثلث لتتحرك على طول محيطي دائرتين متماستين، وحيث تتبع رؤوس المثلث مساراتهما الدائرية، يرسم رأس المثلث الثالث شكلًا معقدًا. هل يمكنك تحديد الشكل الذي رسمه هذا الرأس؟

لعبة التفكير 933

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

زحف أم أربعة وأربعين (Crawling Centipede)

تجلس أم أربعة وأربعين في الزاوية العليا من مجسم ثلاثي الأبعاد، على النحو الموضح أدناه. هل يمكنك تحديد طريق على حواف الشكل ثلاثي الأبعاد للحشرة، بحيث تمر مرة واحدة فقط على كل ركن من أركان الشكل، ولا تسير على طول أي حافة أكثر من مرة واحدة؟ (لاحظ أن مسار الحشرة لا يشمل كل حافة من حواف الشكل).



لعبة التفكير
934

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

تقسيم الدائرة

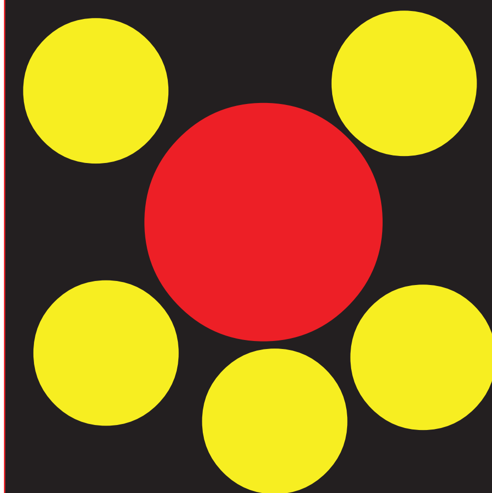
باستخدام الفرجار والمسطرة فقط، هل يمكنك تقسيم الدائرة إلى ثماني مناطق متساوية المساحة؟

لعبة التفكير
935

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

لعبة الأقراص الخمسة

انسخ الصورة أدناه بتكبير 300 %، ثم قص الدائرة الحمراء والدوائر الصفراء واحدة تلو الأخرى على الدائرة الحمراء، بحيث تغطي الدائرة الحمراء كلها تمامًا. لا يسمح بتحريك موضع أي دائرة صفراء بعد وضعها على الحمراء.



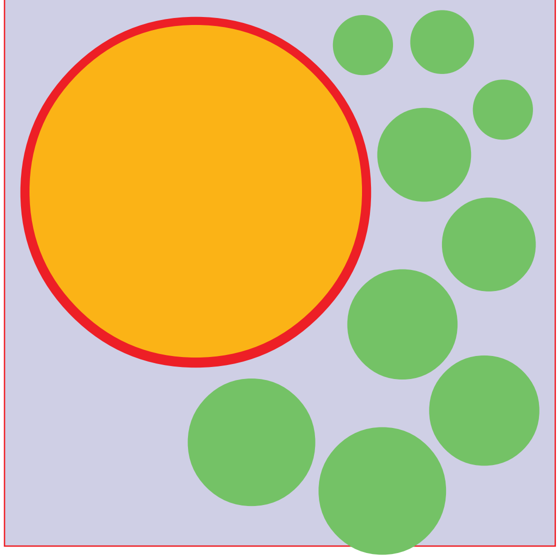
لعبة التفكير
936

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

لغز الدوائر التسع

هل يمكنك وضع الدوائر التسع على الدائرة الكبيرة بطريقة ما، بحيث لا تتداخل الدوائر فوق بعضها؟

تكبير اللغز عند نسخة قد يجعل الحل أسهل.



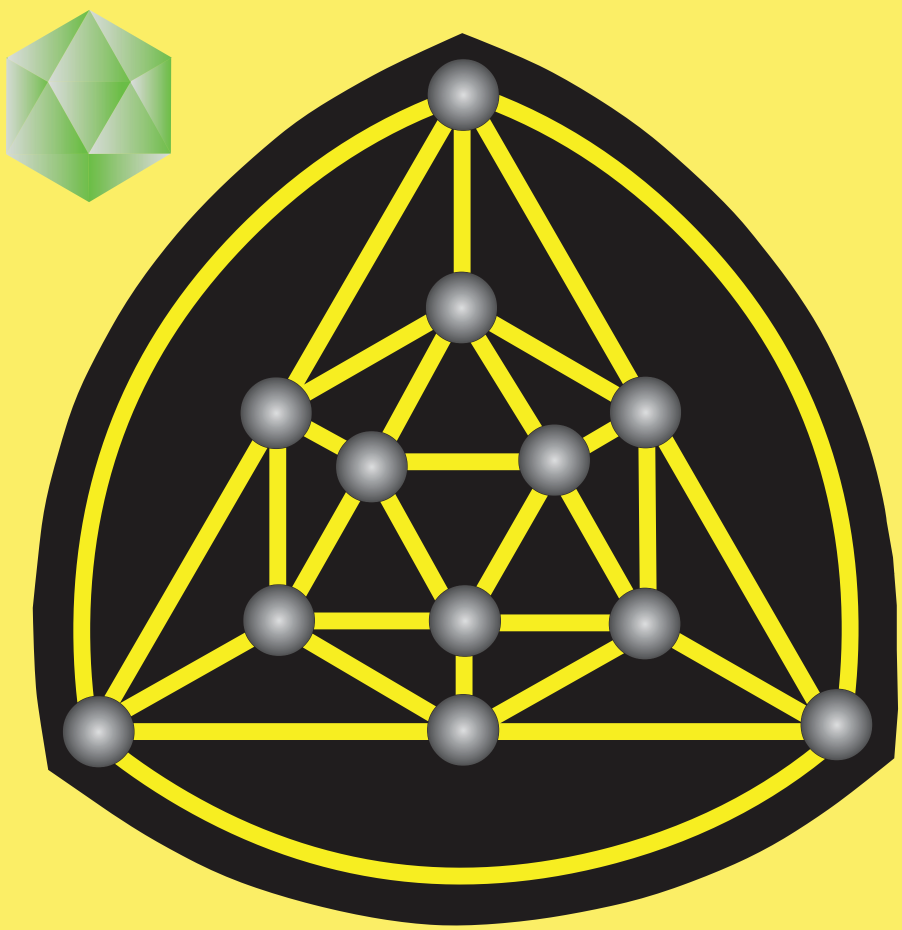
لعبة التفكير
937

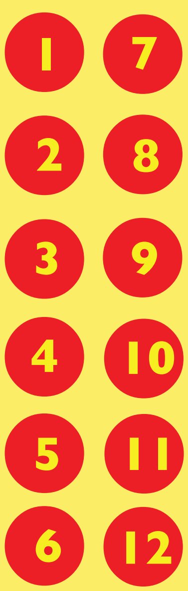
الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

مسيرة الشكل ذي العشرين وجهًا

تخيل أنك تمسك في يدك الشكل المكون من عشرين ضلعًا الذي يعرف باسم الشكل ذي العشرين وجهًا. هل تعتقد أنك تستطيع العثور على طريقة لتتبع المسار على طول حواف أو أضلع هذا الشكل، بحيث تمر على كل زاوية من زواياه الاثنتي عشرة مرة واحدة، ثم تنتهي عند النقطة التي بدأت منها؟

من الصعب تصور وجود حل لهذا المجسم ثلاثي الأبعاد، لكن المسألة متكافئة تمامًا؛ نظرًا إلى أنه مخطط مستو ثنائي الأبعاد لشكل بعشرين وجهًا ثلاثي الأبعاد. هل يمكنك أن تسلك مسارًا على طول الخطوط الصفراء التي تمر عند كل دائرة، على أن يكون مرورك لكل خط مرة واحدة فقط، وتنتهي عند الدائرة التي بدأت منها؟



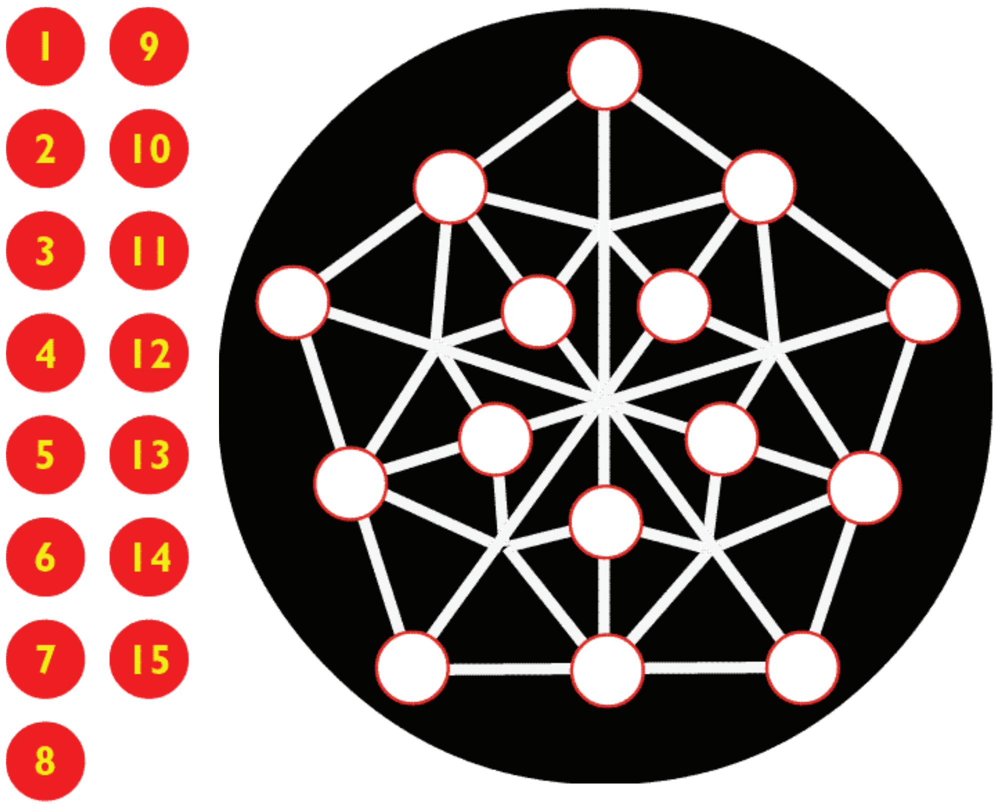


لعبة التفكير
938

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

التجول في الدوائر

يُسمح السير في هذه الحديقة خماسية الشكل فقط للأشخاص الذين يمكنهم اتباع القواعد. أولًا، يمكنك المشي في الحديقة فقط على طول المسارات. ثانيًا، ينبغي عليك المرور على كل دائرة من الدوائر الخمس عشرة مرة واحدة فقط، وترك رقم فيها لتوضيح ترتيب الزيارات التي قمت بها. ثالثًا، عند تركك كل دائرة من هذه الدوائر التي توقفت فيها (بعد الدائرة الأولى)، يجب عليك تغيير اتجاهك حتى لا تتحرك بخط مستقيم. رابعًا، يمكنك السير على طول المسار الواحد مرة واحدة فقط. فهل يمكنك إيجاد طريق للسير في الحديقة وفق هذه الشروط؟

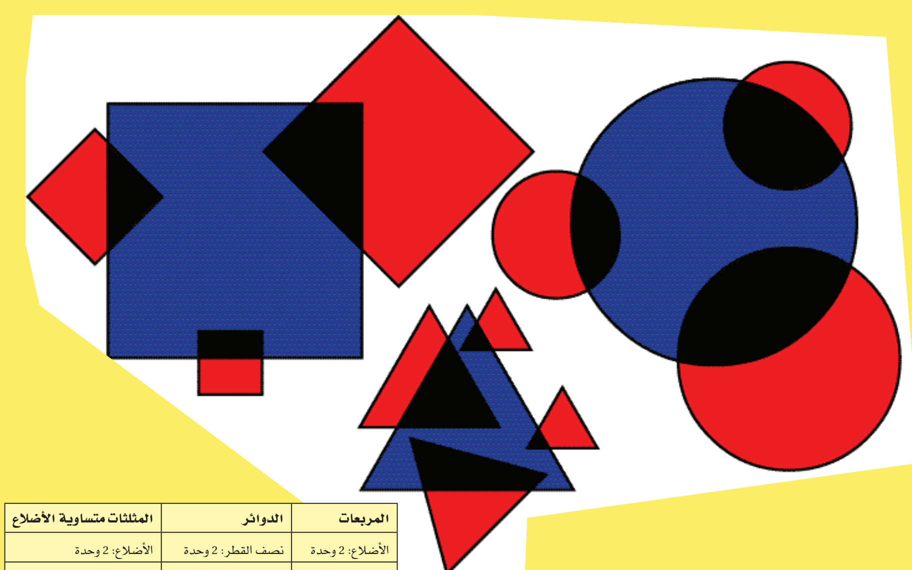


لعبة التفكير
939

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

المضلعات المتداخلة

في كل مجموعة من الأشكال المتداخلة، هل تستطيع معرفة أيها أكبر: مجموع المساحات الحمراء المكشوفة أم مجموع المساحات الزرقاء المكشوفة الموجودة في المنتصف؟ ارجع إلى الجدول أدناه لمعرفة الحجوم النسبية للأشكال.



المربعات	الدوائر	المثلثات متساوية الأضلاع
الأضلاع: 2 وحدة	نصف القطر: 2 وحدة	الأضلاع: 2 وحدة
الأضلاع: 3 وحدات	نصف القطر: 2 وحدة	الأضلاع: 2 وحدة
الأضلاع: 6 وحدات	نصف القطر: 3,5 وحدة	الأضلاع: 4 وحدات
الأضلاع: 8 وحدات	نصف القطر: 4,5 وحدة	الأضلاع: 4 وحدات
		الأضلاع: 6 وحدات

لعبة التفكير
940

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

توصيل الكابل

يحتوي كابل الهاتف على عشرين سلكًا ـ كل خمسة منها بلون مختلف. إذا كنت تعمل في ظلام دامس، ما عدد الأسلاك التي يجب أن تمسك بها للتأكد من اختيارك سلكًا واحدًا من كل لون من هذه الألوان؟



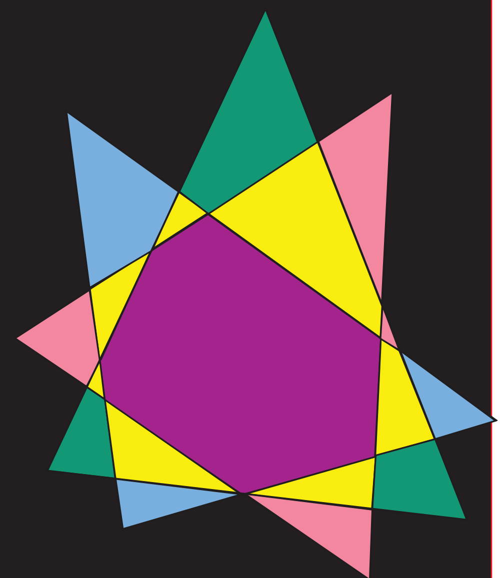
لعبة التفكير **941**

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:______

المثلثات المتداخلة

يشكل ثلاثة مثلثات متداخلة ثماني عشرة منطقة مختلفة على النحو الموضح أدناه.

هل تستطيع جعل المثلثات نفسها تتداخل لإنشاء المزيد من المناطق الأخرى؟



لعبة التفكير **942**

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:______

الخيول الفائزة

إذا دخل سبعة خيول مضمار السباق، ما عدد الطرق المختلفة التي يمكن من خلالها أن تشغل هذه الخيول أول ثلاثة مراكز في هذا السباق؟



لعبة التفكير **943**

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:______

جسور المضلعات

هل يمكنك توصيل الأشكال المضلعة الموضحة أدناه لإنشاء جسر يربط بين المثلثات الأربعة السوداء عند الزوايا؟ يمكن زحلقة المضلعات حول بعضها، لكن لا يمكن تدويرها، ويجب جعل جوانبها متصلة، ويجب أن تبقى المثلثات السوداء ثابتة.

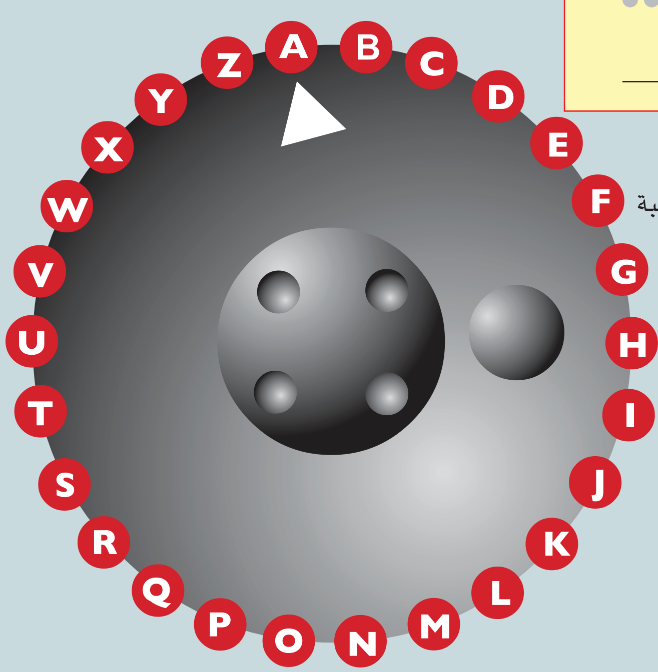


لعبة التفكير **944**

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت:______

القفل التوافقي

يفتح القفل الموضح أدناه من خلال اختيار تركيبة الحروف الثلاثة الصحيحة غير المتكررة. فإذا أعطيت فرصة التخمين لفتح القفل، فما احتمالات التخمين الصحيح؟

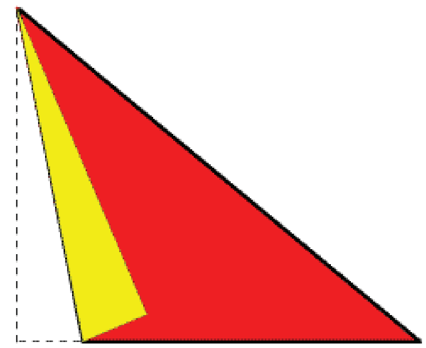


لعبة التفكير 945

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

المثلث المُغطى

قُطِّع مثلث قائم الزاوية من الورق وطُوي على النحو الموضح أدناه. هل يمكنك اكتشاف العلاقة بين المنطقة الحمراء المرئية ومساحة المثلث الأصلي؟



لعبة التفكير 946

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

في الصف

يحتوي صف على خمسة عشر طالبًا، بحيث يشتركون بصفات مميزة عدة، و يختلفون بأخرى على النحو الآتي: عيون أربعة عشر منهم زرقاء، وشعر اثني عشر منهم أسود، وأحد عشر منهم يعانون زيادة في الوزن، وعشرة منهم طوال القامة. هل يمكنك معرفة عدد الطلاب الذين يعانون الزيادة في الوزن و عيونهم زرقاء ولون شعرهم أسود؟

لعبة التفكير 947

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

لوحات أرقام السيارات

في العديد من البلدان تأخذ اللوحات المعدنية للسيارات الشكل الموضح أدناه: حرفًا واحدًا متبوعًا بثلاثة أرقام متبوعة بثلاثة حروف.

في بلد كهذا، ما عدد اللوحات المعدنية المختلفة التي يمكن عملها؟



لعبة التفكير 948

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

رعي الخراف

على يوسف أن يأخذ ستة خراف للمرعى، فإذا أخذ اثنين في كل مرة، فكم زوجًا من الخراف المختلفة يمكن أن يخرجها للمرعى؟



لعبة التفكير 949

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

مصفوفة الشبكة السحرية 1

تأمل مصفوفة الأرقام هذه، هل تستطيع أن تقسمها إلى ثمانية أجزاء بطريقة ما، بحيث يكون مجموع الأعداد في أي جزء مساويًا لمجموع الأعداد في أي جزء آخر؟

9	5	7	6	2
1	3	5	8	4
8	7		3	2
5	2	8	6	4
4	5	6	1	9

لعبة التفكير 950

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

مصفوفة الشبكة السحرية 2

هل يمكنك تقسيم هذه المصفوفة على طول خطوط الشبكة إلى ستة عشر جزءًا متطابقًا؟ لا يسمح بوجود الأعداد نفسها في أي جزأين، ويجب أن يكون مجموع الأعداد في كل جزء 34.

2	3	13	16	3	2	14	15
5	8	10	11	4	9	10	11
11	10	9	4	13	16	1	2
16	13	4	1	14	7	9	6
4	5	10	13	5	8	10	11
3	6	11	16	2	14	8	10
12	10	9	3	11	5	3	15
15	13	4	2	16	12	5	1

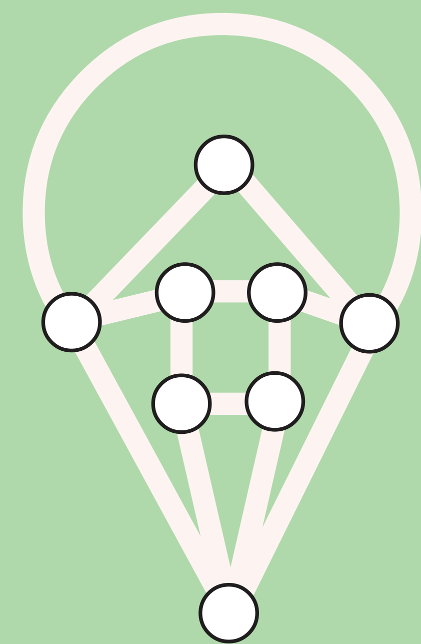
لعبة التفكير 951

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

نمط تلوين الحافة

تخيل أنك ترغب في تلوين الخطوط الموجودة في هذا المخطط بطريقة لا يلتقي فيها خطان من اللون نفسه في نهاياتهما (التي تظهر على شكل دوائر).

ما عدد الألوان المختلفة التي تحتاج إليها؟

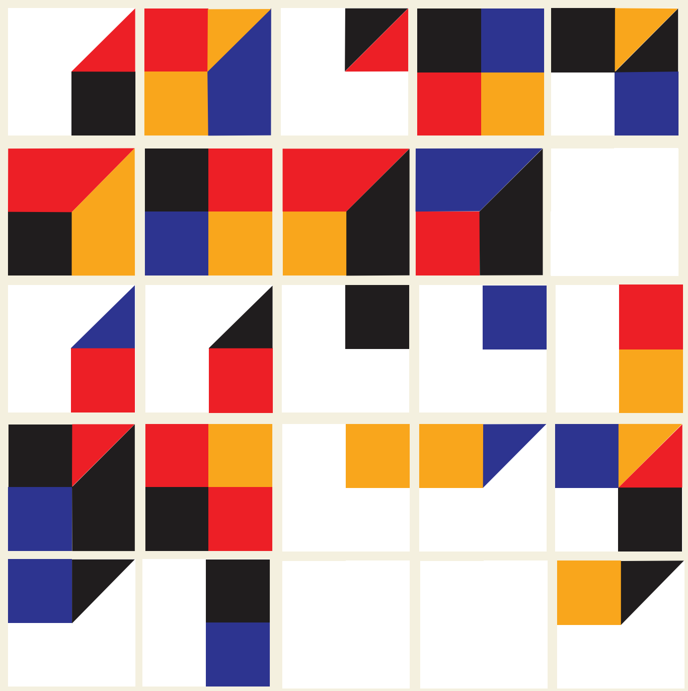


لعبة التفكير 952

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

المكعَّبات من منظور مختلف 2

إذا أعدت ترتيب هذه البلاطات الخمسة والعشرين من دون تدويرها، عندها يمكنك إنشاء صورة تحتوي على عدد من المكعَّبات، فما عدد المكعَّبات التي تحتوي عليها الصورة؟



لعبة التفكير 953

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

اللغز (THE)

انسخ الصورة أدناه بتكبير 300%، ثم قُصَّ الأشكال الستة عشر. فهل تستطيع أن ترتبها لتشكل الكلمة (THE)؟

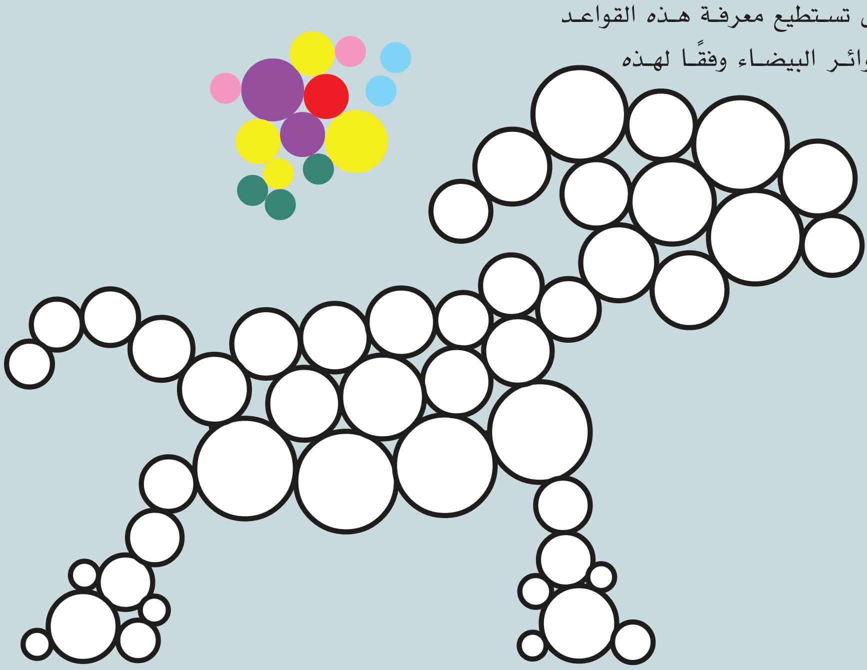


لعبة التفكير 954

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

تلوين الدوائر 2

الدوائر الملونة والموضحة في الشكل أدناه لُوِّنت وفقًا لقواعد منطقية. هل تستطيع معرفة هذه القواعد واستكمال تلوين الدوائر البيضاء وفقًا لهذه القواعد؟



لعبة التفكير
955

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

تلوين حواف الشكل ذي الاثني عشر وجهًا

ما عدد الألوان التي تحتاج إليها لاستكمال تلوين كل جزء من أجزاء المخطط الموضح أدناه، بحيث لا يجتمع جزآن من اللون نفسه في تقاطع واحد؟



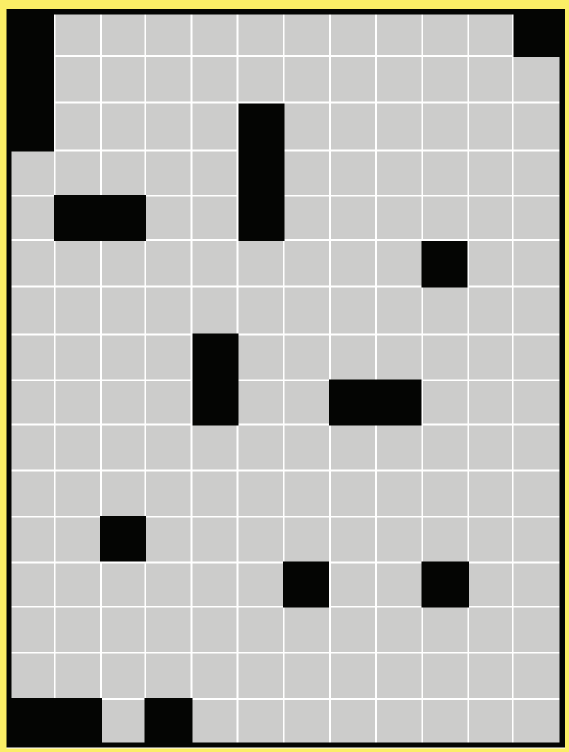
لعبة التفكير
956

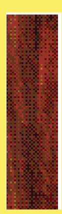
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

الباركيه (أرضية من الخشب المزخرف) (Parquet)

في الشكل الموضح على اليسار يظهر تصميم لأرضية غرفة غريبة، حيث تشير المربعات والمستطيلات السوداء إلى الأماكن التي توجد فيها الأعمدة والتركيبات على أرضية الغرفة.

هل تستطيع أن تجد طريقة ما لتغطية هذه الأرضية (باستثناء المربعات والمستطيلات السوداء) بالكامل، بألواح خشبية كاملة غير مقصوصة أبعادها 1 وحدة في 4 وحدات؟





لعبة التفكير
957

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

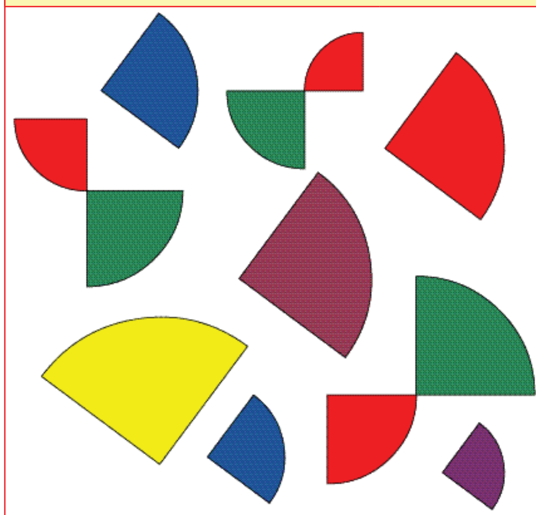
عدد من ثلاث منازل

تمتلك لعبة آلية شاشة يُعرض عليها أعداد من ثلاثة منازل، والأرقام الوحيدة التي يمكنها عرضها هي (1 و 2 و 3). فهل تستطيع معرفة عدد التوليفات المختلفة التي يمكن للعبة الآلية عرضها؟



لعبة التفكير
958

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________



المساحات المتساوية 2

يوضح هذا المخطط ثلاثة أزواج من أرباع الدوائر متصلة ببعضها، بالإضافة إلى عدد من أرباع الدوائر المفصولة عن بعضها والمختلفة الحجوم. ويظهر أن مجموع مساحة كل زوج من أرباع الدوائر مساوٍ لمساحة ربع واحد فقط من أرباع الدوائر المنفردة الموضحة أعلاه.

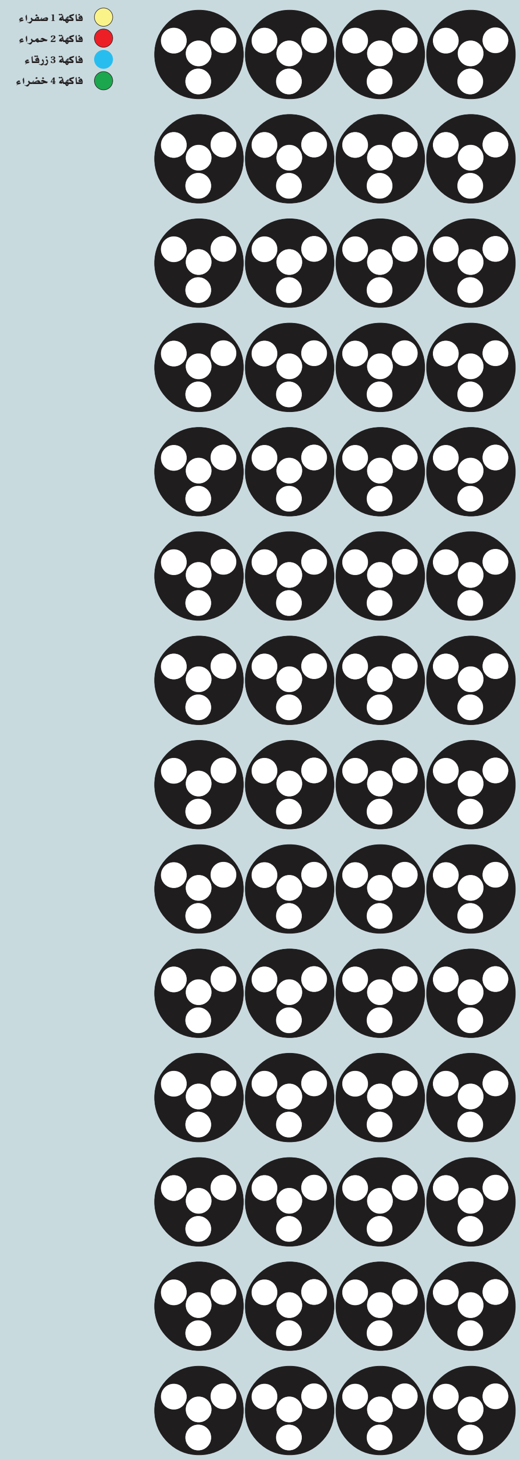
هل تستطيع تحديد أي ربع من الأرباع الدائرية المنفردة يتناسب مع أي زوج آخر؟ وهل يمكنك تخمين الشكل الهندسي الذي يضمن أن تكون المساحات متساوية تمامًا؟

لعبة التفكير
959

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الفاكهة في الأطباق الأربعة

تمتلك مضيفة أربع قطع من الفاكهة وأربعة أطباق متطابقة ليست مرقمة. هل يمكنك معرفة الطرق المختلفة جميعها التي يمكنها من خلالها تقديم قطع الفواكه الأربعة؟ يمكنك استخدام المخطط الفارغ الموضح أدناه وأربعة أقلام ملونة لتساعدك على حساب الطرق جميعها الممكنة لذلك.

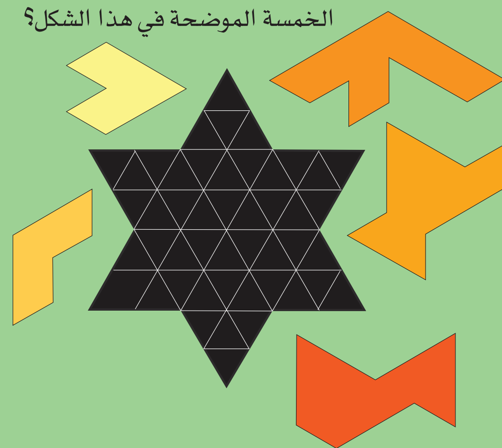


لعبة التفكير
960

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎ 🗐 ✂
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

النجمة مثلثة الشكل

بولي أموندس (Polyamonds) هي نظائر مثلثية لبولي أمنيوس (Polyominoes). يتم إنشاء هذه الأشكال من خلال ضم مثلثات متماثلة متساوية الأضلاع جنبًا إلى جنب. هل يمكنك استكمال المخطط المكون من نجمة سداسية بالمجسمات الخمسة الموضحة في هذا الشكل؟



لعبة التفكير
961

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

أرانب فيبوناتشي

أي الدومينو العديدة (Fibonacci Rabbits) نشر ليوناردو فيبوناتشي (Leonardo Fibonacci)، في عام 1202م، وهو عالم رياضيات إيطالي كان عمره سبعة وعشرين عامًا، كتابًا بعنوان (Liber Abaci). وكتب فيه اللغز الآتي:

ينتج اثنان من الأرانب المتكاثرة (ذكر واحد وأنثى واحدة) في كل شهر زوجًا جديدًا من الأرانب ــ ذكرًا واحدًا وأنثى واحدة أيضًا. ويتكاثر الزوجان الجدد بعد مرور شهرين. ما عدد أزواج الأرانب التي يمكن إنتاجها من زوج واحد من الأرانب في سنة واحدة، على افتراض عدم موت الأرانب، وأن كل زوج من الأرانب مكون من ذكر واحد وأنثى واحدة؟

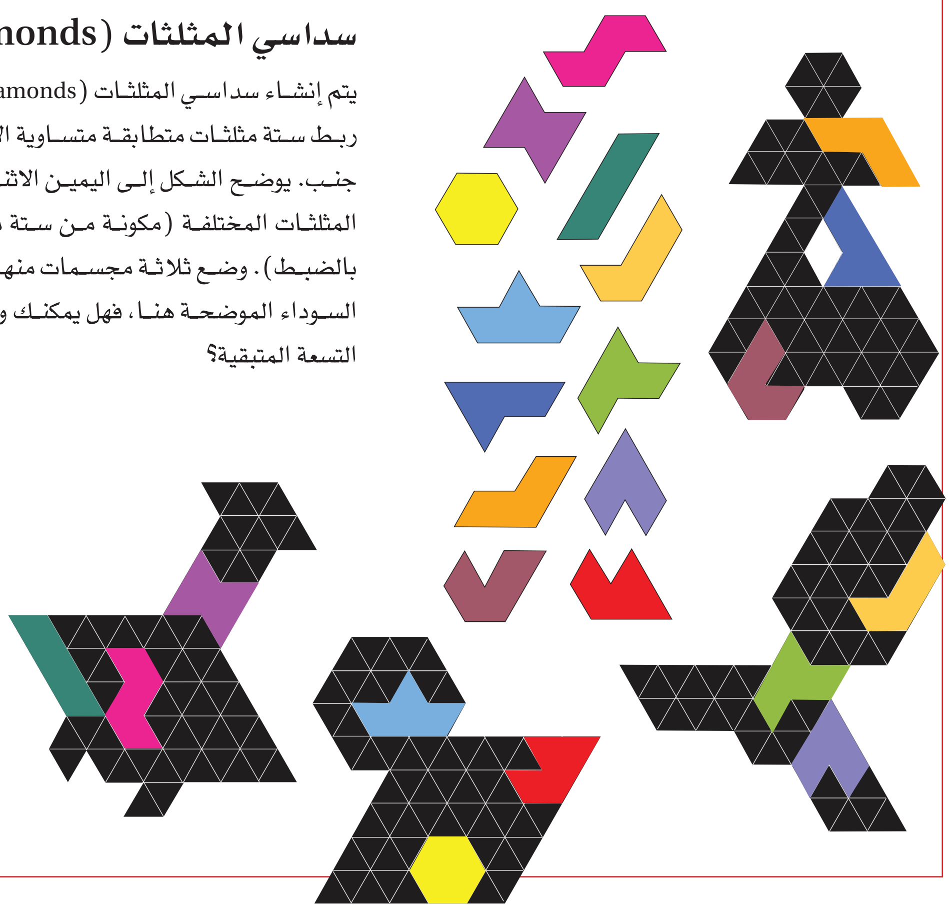


لعبة التفكير
962

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎ 🗐 ✂
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

سداسي المثلثات (Hexiamonds)

يتم إنشاء سداسي المثلثات (Hexiamonds) من خلال ربط ستة مثلثات متطابقة متساوية الأضلاع جنبًا إلى جنب. يوضح الشكل إلى اليمين الاثنى عشر سداسي المثلثات المختلفة (مكونة من ستة مثلثات متطابقة بالضبط). وضع ثلاثة مجسمات منها في المخططات السوداء الموضحة هنا، فهل يمكنك وضع المخططات التسعة المتبقية؟

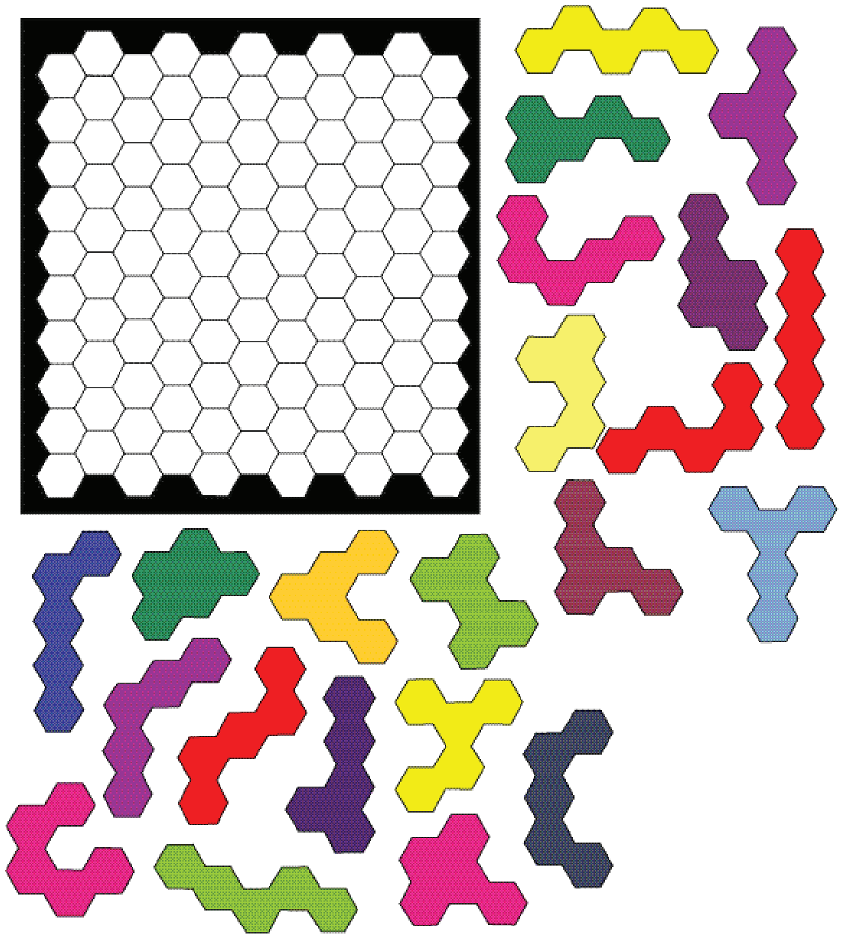


لعبة التفكير 963

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

خماسي سداسي من أقراص العسل

يوضح الشكل أدناه 22 طريقة من الطرق المختلفة لضم حواف الأشكال سداسية الأضلاع المنتظمة جنبًا إلى جنب. تسمى هذه المجموعات خماسيات سداسية. إذا كنت بمفردك حاول تغطية اللوحة السحرية المكونة من 110 من الأشكال السداسية الموضحة أدناه بالخماسيات السداسية الممكنة وعددها 22 احتمالًا مختلفًا. أما إذا كنت مع أحد أصدقائك، فتناوبا على وضع الخماسيات السداسية (22) على طول خطوط الشبكة الموضحة على اللوحة أدناه، حيث يفوز باللعبة آخر لاعب يكون قادرًا على وضع الشكل بطريقة ناجحة.



لعبة التفكير 964

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لعبة الناتج الحر

يلعب هذه اللعبة شخصان، وقد سمعت وصفها في محاضرة ألقاها واضع نظرية الرسم البياني الأمريكي فرانك هاريري (Frank Harary)، يتبادل اللاعبان الأدوار في وضع الأرقام المتتالية (بدءًا من رقم 1) في أي عمود من العمودين. يمكن للاعب وضع العدد في العمود شريطة ألا يوجد عددان في هذا العمود مجموعهما يساوي العدد الذي اختاره؛ على سبيل المثال، في هذه اللعبة البسيطة أدناه، يجب على اللاعب الذي عليه الدور أن يضع رقم 8 لكنه ممنوع من القيام بذلك؛ بسبب أن العمود الأول يحتوي على الأرقام من 1 و 7، ويحتوي العمود الثاني على الأرقام من 3 و 5. ويفوز باللعبة آخر لاعب يضع عددًا. هل تستطيع تحديد الحركات التي يجب أن يقوم بها اللاعب رقم 2 ليفوز في كل مرة، بصرف النظر عمًا حققه اللاعب الأول؟ هل يمكنك تحديد أطول لعبة ممكنة؟

عيّنة

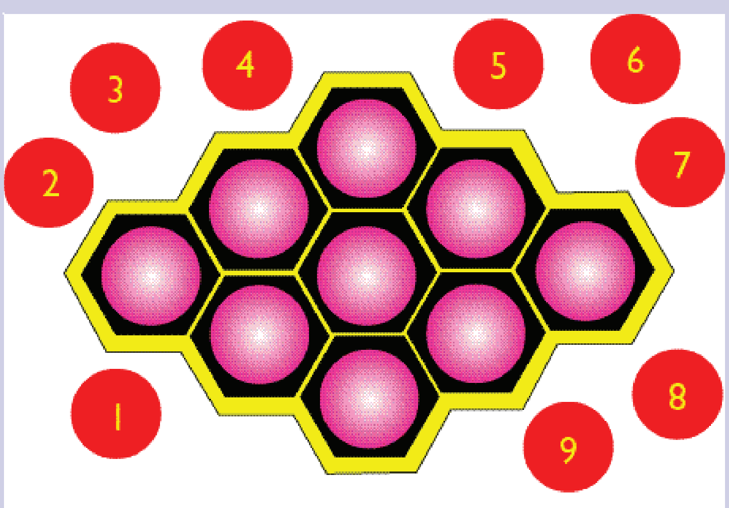
عمود 1	عمود 2
1	3
2	5
4	6
7	

لعبة التفكير 965

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

سحر الرياضيات: في قرص خلية النحل

هل تستطيع أن تضع الأرقام من 1ـ 9 في شكل خلية النحل هذه، بحيث يكون مجموع الأعداد، لأي شكل سداسي معيَّن، في الأشكال السداسية المجاورة ضعف عدد ذلك الشكل السداسي؟ مثلًا، إذا كان السداسي يضم العدد 5، فإن مجموع الأشكال السداسية المجاورة يجب أن يكون 5، 10، 15، 25 وهكذا.



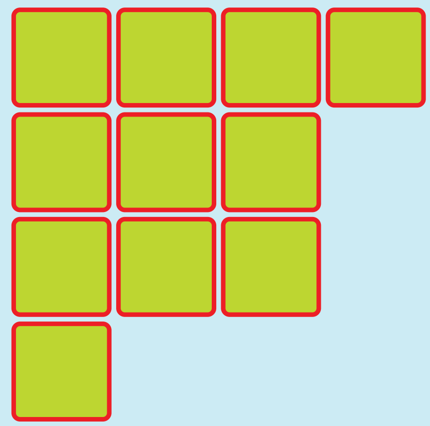
لعبة التفكير
966

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مجموعة من الجنود

كل وحدة من وحدات الجيش الإحدى عشرة (وتمثلها المربعات الخضراء في هذا الشكل) فيها عدد الجنود نفسه، وإذا أضفنا القائد إلى العدد الإجمالي، يمكن إعادة ترتيب الجنود لتُشكل مجموعة واحدة من المقاتلين عدد أفرادها مربعًا كاملًا.

ما الحد الأدنى من عدد الجنود الذي يتعين أن يكون في كل وحدة من وحدات الجيش هذه؟ ما عدد الجنود، بما في ذلك القائد، في المجموعة الكاملة؟



لعبة التفكير
967

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

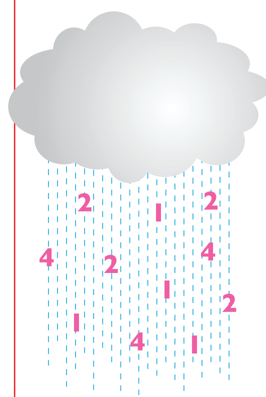
أرقام حبات البرد

فكر في أي عدد من الأعداد. إذا كان هذا العدد فرديًّا فضاعفه ثلاثة أضعاف، وأضف إليه رقم 1: وإذا كان هذا الرقم زوجيًّا، فاقسمه على 2. طبِّق هذه القاعدة على كل رقم جديد تحصل عليه. هل يمكنك رؤية ما يحدث في نهاية المطاف؟

بدءًا بالرقم 1، ستحصل على: 1، 4، 2، 1، 4، 2، 1، 4، 2، هكذا.

بدءًا بالرقم 2 ستحصل على: 2، 1، 4، 2، 1، 4، 2، 1، 4، وهكذا.

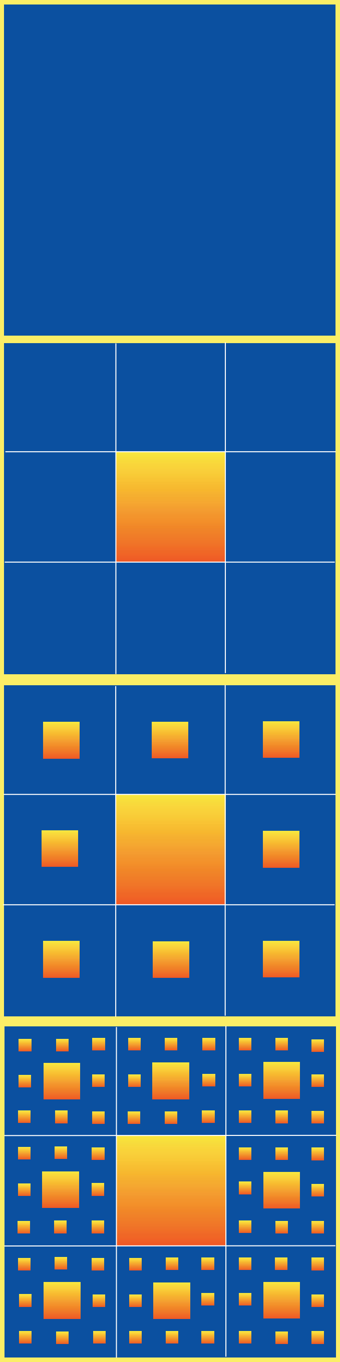
بدءًا بالرقم 3: ستحصل على 3، 10، 5، 16، 8، 4، 2، 1، 4، 2، 1، وهكذا.



سرعان ما يتضح أن التسلسل أعلاه يتعثر في حلقة مكونة من 2 ــ 4 ــ 1 ــ 2 ــ 4 ــ 1. لكن، هل كل تسلسل يتم بالنمط التكراري نفسه الذي لا مفر منه؟ اختبر فكرتك من خلال البدء بالرقم 7.

لعبة التفكير
968

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



مربَّعات داخل مربَّعات

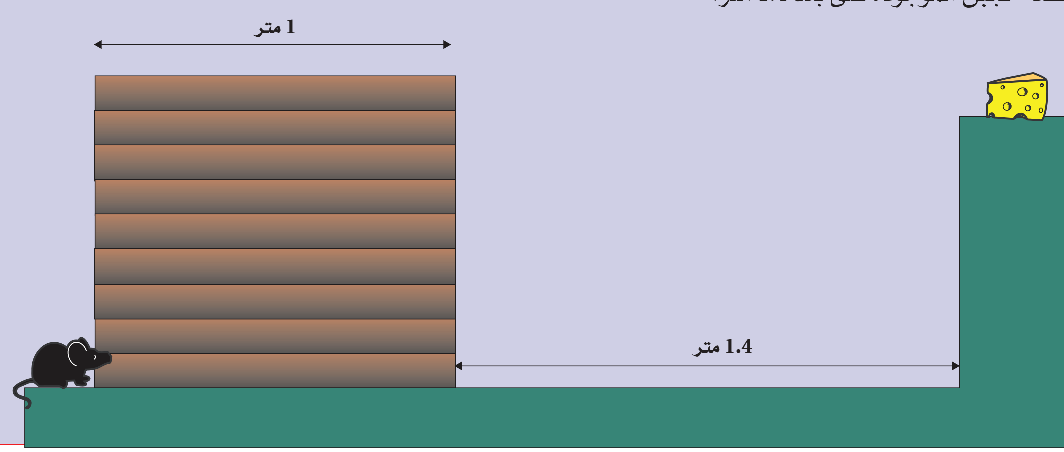
قُسِّم المربع الأزرق إلى تسعة مربَّعات أصغر حجمًا، ولُوِّن المربع في المنتصف باللون الذهبي، ثمَّ قُسِّمت المربعات الثمانية الزرقاء المتبقية إلى تسعة مربَّعات أخرى، ولُوِّن المربع في المنتصف أيضًا باللون الذهبي. إذا كانت هذه العملية مستمرة إلى أجل غير مسمى، فهل يمكنك التوصل إلى المساحة النهائية للمربعات الذهبية بالنسبة إلى مساحة المربع الأزرق الأصلي؟

لعبة التفكير
969

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الحد الأقصى للارتفاع

وضعت تسعة ألواح متماثلة، يبلغ طول كل منها مترًا واحدًا، وقد ثبتت على الأرض بالمسامير على النحو الموضح أدناه. هل يمكنك نقل الألواح الثمانية الأخرى لتحقيق أقصى قدر من الارتفاع للوصول إلى اللوح العلوي؟ وهل سيكون هذا الارتفاع كافيًا للفأر لعبور الألواح والوصول إلى قطعة الجبن الموجودة على بُعد 1.4 متر؟



لعبة التفكير 970

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الحقيقة والزواج

لدى ملك ابنتان ـ إميليا الفاضلة التي تقول الحقيقة دائمًا، وليلي الشريرة التي دائمًا تكذب. إحدى هاتين البنتين متزوجة والأخرى ليست متزوجة ـ لكن الملك أبقى تفاصيل الزواج سرية ولم يعلم الناس أيًّا من هاتين البنتين هي المتزوجة. وللعثور على زوج مناسب لابنة الأخرى، نظم الملك مبارزة يحصل الفائز فيها على اسم أي من بناته يريد الزواج بها: إذا كانت هي العزباء، فسوف يفوز بها في اليوم التالي. ومن حق الرجل الذي سيفوز أن يسأل الملك أن يتحدث مع بناته، فقال الملك يجوز للفائز أن يسأل بناته سؤالًا واحدًا فقط، ولا يجوز أن يتكون هذا السؤال من أكثر من ثلاث كلمات طويلة.



لعبة التفكير 971

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______



فندق اللانهاية (Hotel Infinity)

تُعدُّ هذه المسألة بمثابة المقدمة المفضلة لغموض الأعداد اللامحدودة: أنت مدير فندق، ويحتوي الفندق على عدد لامحدود (لانهاية له) من الغرف. بصرف النظر عن ازدحام الفندق، فأنت تعلم أنه بإمكانك دائمًا ترتيب الغرفة لضيف أو أكثر من الضيوف: فأنت تقوم ببساطة بنقل الشخص الموجود في غرفة رقم 1 إلى الغرفة رقم 2، ونقل الشخص الموجود في الغرفة 2 إلى غرفة 3، ونقل الشخص الموجود في غرفة 3 إلى غرفة 4، وهكذا. بعد الانتهاء من نقل الضيوف جميعهم، يجب عليك تسكين الضيف الجديد في الغرفة 1.

لسوء الطالع، وبينما كنت تستعد للانتهاء من عملك، أقبلت مجموعة من الناس لحضور مؤتمر. لا بدَّ وأن موضوع المؤتمر يحظى باهتمام شعبي كبير نظرًا إلى قدوم هذا العدد الكبير من النزلاء الجدد الذي لاحصر له (لانهاية له). إذا كان لديك بالفعل عدد لا حصر له (لانهاية له) من النزلاء، فكيف يمكنك تسكين القادمين الجدد؟

لعبة التفكير 972

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مدينة الصدق

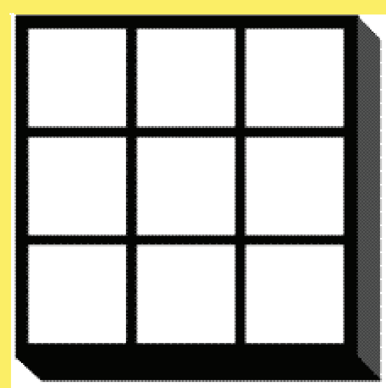
أنت في طريقك لمدينة الصدق، حيث يقول السكان الذين يعيشون فيها الحقيقة دائمًا، وبمجرد أن تصل إلى مفترق الطرق، يوجد طريق يؤدي إلى مدينة الصدق وطريق آخر يؤدي إلى مدينة الكذب حيث يعيش فيها السكان الكذابون؛ اللافتة الموجودة على مفترق الطرق ـ كما يمكنك أن تتخيل ـ محيرة ومربكة، لكن هناك رجل يقف عند تلك الإشارة ويمكنك سؤاله عن الاتجاهات. تكمن المشكلة في أنك لا تعرف من أين هذا الرجل، هل هو من مدينة الصدق أم من مدينة الكذب. إذا كان لديك الوقت لسؤاله سؤالًا واحدًا فقط، ما السؤال الذي سيؤكد لك أنك تسير في الاتجاه الصحيح؟



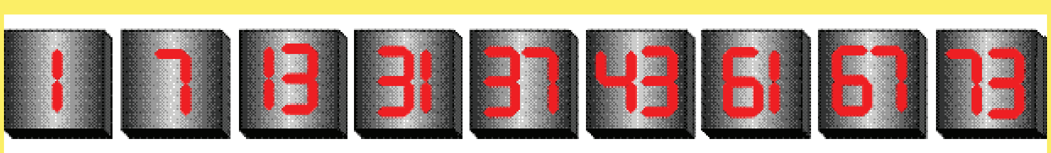
لعبة التفكير 973

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مربع الأعداد الأولية السحري



هل يمكن تكوين مربع سحري من أعداد أولية ومن الرقم 1 فقط. كان هنري آرنست ديدني (Henry Ernest Dudeney) ـ أعظم مؤلف إنجليزي للألغاز ـ أول من بنى مثل هذا المربع مستخدمًا الأعداد 1 و 7 و 13 و 31 و 37 و 43 و 61 و 67 و 73. هل يمكنك استخدام هذه الأعداد ووضعها في شبكة مكونة من ثلاثة في ثلاثة مربعات لتشكل مربعًا سحريًّا؟

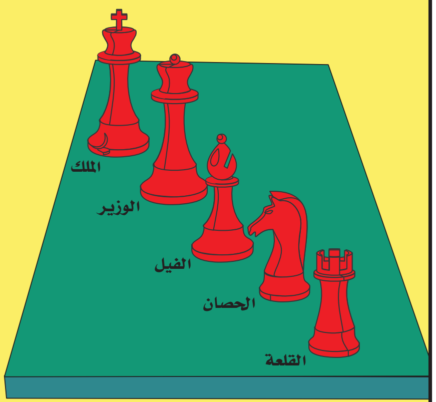


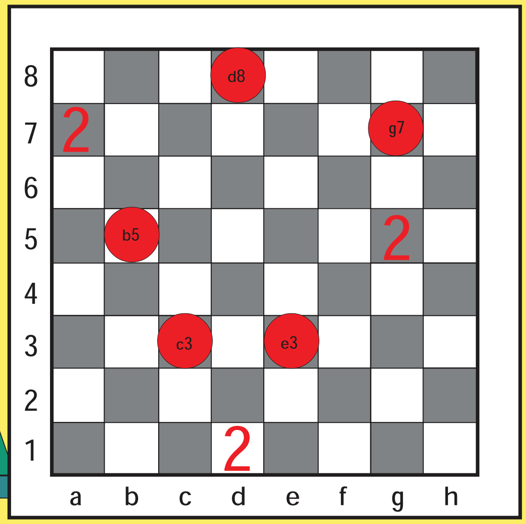
لعبة التفكير
974

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

تخمين الشطرنج

خمس قطع من قطع الشطرنج؛ الملك والوزير والفيل والحصان والقلعة، يجب وضعها على رقعة الشطرنج، بحيث تشغل كل قطعة مربعًا من المربعات الملونة باللون الأحمر، ويجب وضعها بطريقة بحيث إن قطعتين فقط من هذه القطع تهاجم مربعًا واحدًا من المربعات المشار إليها بالرقم 2 الأحمر. هل يمكنك تحديد المربعات التي ستوضع عليها كل قطعة من هذه القطع؟





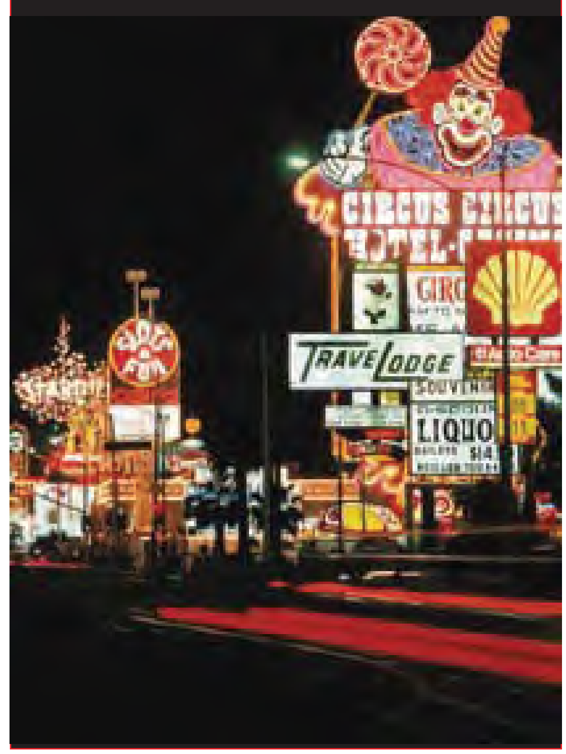
لعبة التفكير
975

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الصدق والكذب وما بينهما

زرت مدينة لاس فيغاس الأمريكية وقابلت هناك ثلاثة أشخاص، فإذا علمت أن واحدًا من هؤلاء دائمًا يجيب إجابة صادقة وآخر دائمًا يجيب إجابة كاذبة. أما الثالث فهو متذبذب، فمرة يجيب بالصدق ويتبعها بإجابة كاذبة، ومرة أخرى يجيب بالكذب ويتبعها بإجابة صادقة، لكنك لا تعرف بأيهما سيبدأ بالإجابة الصادقة أم الكاذبة.

كيف يمكنك أن تعرف صفة هؤلاء الثلاثة بطريقة مختصرة بسؤال كل منهم سؤالين فقط؟

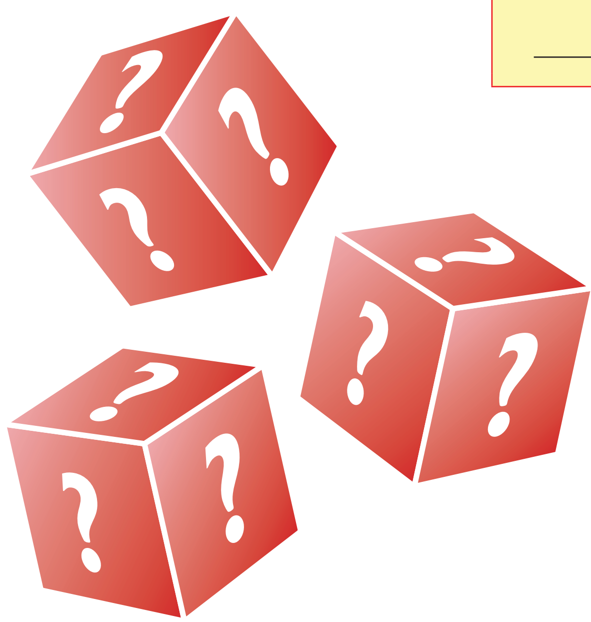


لعبة التفكير
976

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

ثلاثة مربعات أرقام

يمكن رؤية ثلاثة وجوه على كل نرد من النرود الثلاثة، مجموعها تسعة أوجه. فإذا كان مجموع النقاط على كل نرد منها مختلفًا، وإجمالي النقاط يساوي أربعين نقطة، فهل تستطيع معرفة أي أوجه يجب أن تكون ظاهرة للعين على كل نرد؟



لعبة التفكير
977

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

إحصاء الحروف

اقرأ العبارة الآتية:

FINISHED FILES ARE THE RESULT OF YEARS OF SCIENTIFIC STUDY COMBINED WITH THE EXPERIENCE OF YEARS.

اقرأ الجملة مرة أخرى، ولكن عد حرف (F) في كل مرة تراها في الجملة، فكم عددها؟



لعبة التفكير 978

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لعبة رمي قطعة عملة

يلعب ولدان لعبة بسيطة: حيث يأخذ كل منهما دورًا في رمي قطعة عملة، وأول من يلقي قطعة العملة وتكون الصورة إلى أعلى فهو الفائز. هل تستطيع أن تعرف إذا كان أحدهما يستطيع الفوز حتى لو كانت نتيجة رمي قطعة العملة متعادلة؟



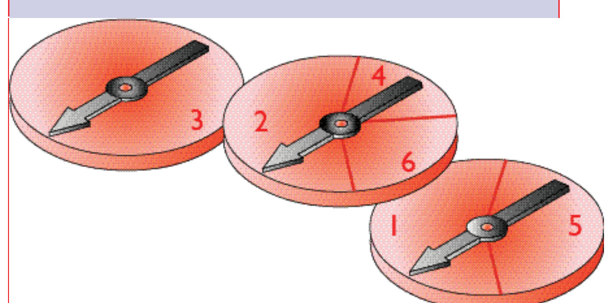
لعبة التفكير 980

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

لعبة العقارب الدوارة

الهدف من هذه اللعبة بسيط: لف العقرب لتحصل على أعلى رقم، يمكن أن تختار أنت ومنافسك أي عقرب من هذه العقارب الثلاثة. العقرب الأول يحتوي على رقم 3 فقط والعقرب الثاني مقسم إلى 56% لرقم 2، و 22% لرقم 4 و22% لرقم 6، أما العقرب الثالث فمقسم إلى 51% للرقم 1 و 49% للرقم 5.

هل تستطيع اختيار أفضل عقرب يساعدك على الفوز؟



لعبة التفكير 979

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الكرات في الصناديق

عندما يرمي ولد أربع كرات عشوائيًّا في أي صندوق من الصناديق الأربعة أو في الصناديق الأربعة كلها، ما احتمال أن يحتوي كل صندوق على كرة واحدة عند رميها في آن واحد؟



لعبة التفكير 981

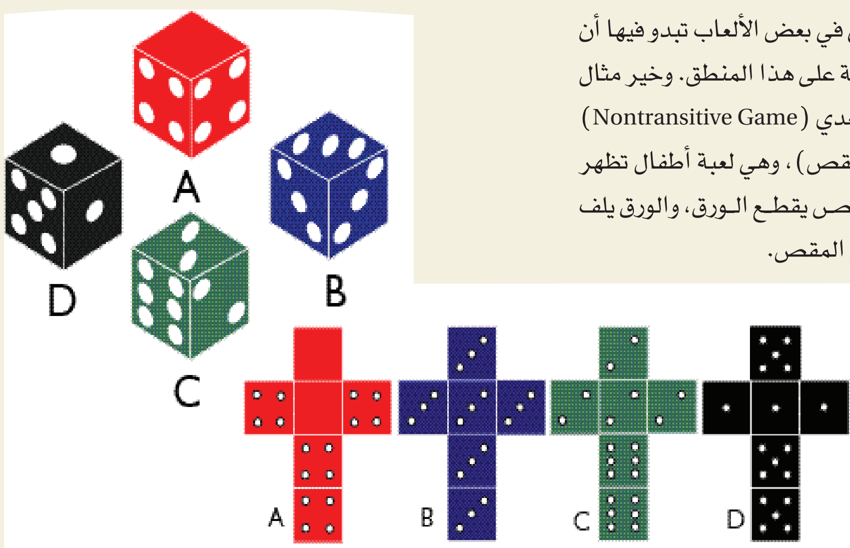
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

النرد غير المتعدي (Nontransitive Dice)

الخاصية الرياضية لحالات التعدي (Nontransitive Dice) تشير إلى: إذا كان A أكبر من B، و B أكبر من C، فإن A أكبر من C. لكن في بعض الألعاب تبدو فيها أن هذه الخاصية غير منطبقة على هذا المنطق. وخير مثال على ذلك هو لعبة عدم التعدي (Nontransitive Game) المسماة (صخرة وورقة ومقص)، وهي لعبة أطفال تظهر منطقًا دائريًّا؛ أي إن المقص يقطع الورق، والورق يلف الصخرة، والصخرة تكسر المقص.

لدينا مجموعة نرود موضحة هنا تظهر لنا منطق عدم التعدي (Nontransitive Logic) أيضًا. إذا كانت اللعبة لشخصين فعليك أن تجعل منافسك دائمًا يختار نرده أولًا، فمهما كان اختياره للنرد يمكنك أن تختار نردًا آخر يعطيك فرصة فوز أكبر.

هل يمكنك أن تعرف كيف يتم ذلك؟

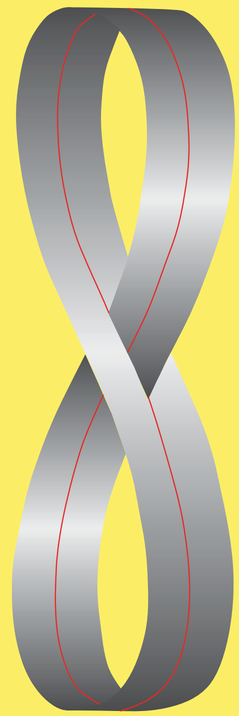


لعبة التفكير
982

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

الحزام المتداخل

هذه الأشرطة متداخلة مع بعضها كما هو موضح أمامك، هل تستطيع أن تحدد ما سيحدث إذا قسمته بمحاذاة الخط الأحمر؟

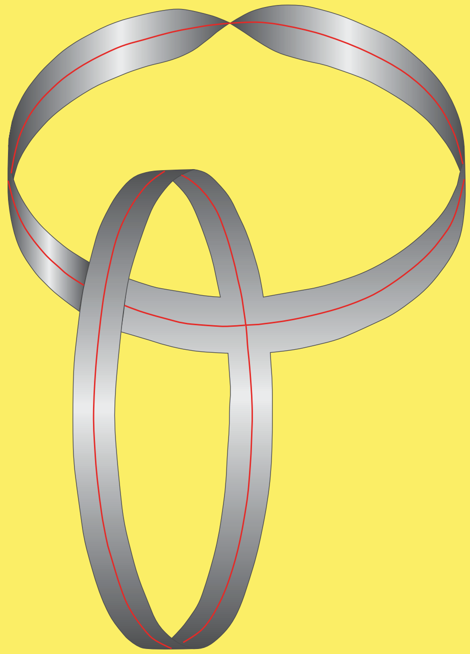


لعبة التفكير
983

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

شريط موبيوس متقاطع (Möbius Crossed)

هذا الشكل مكون من حلقتين مغلقتين: شريط موبيوس وحزام أسطواني، هل يمكنك تحديد الشكل المتكون إذا قصصت الشكل بمحاذاة الخط الأحمر؟



لعبة التفكير
984

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

متصل أم غير متصل؟

هل يمكن فصل عناصر الشكل الموضح أدناه من دون قصها؟

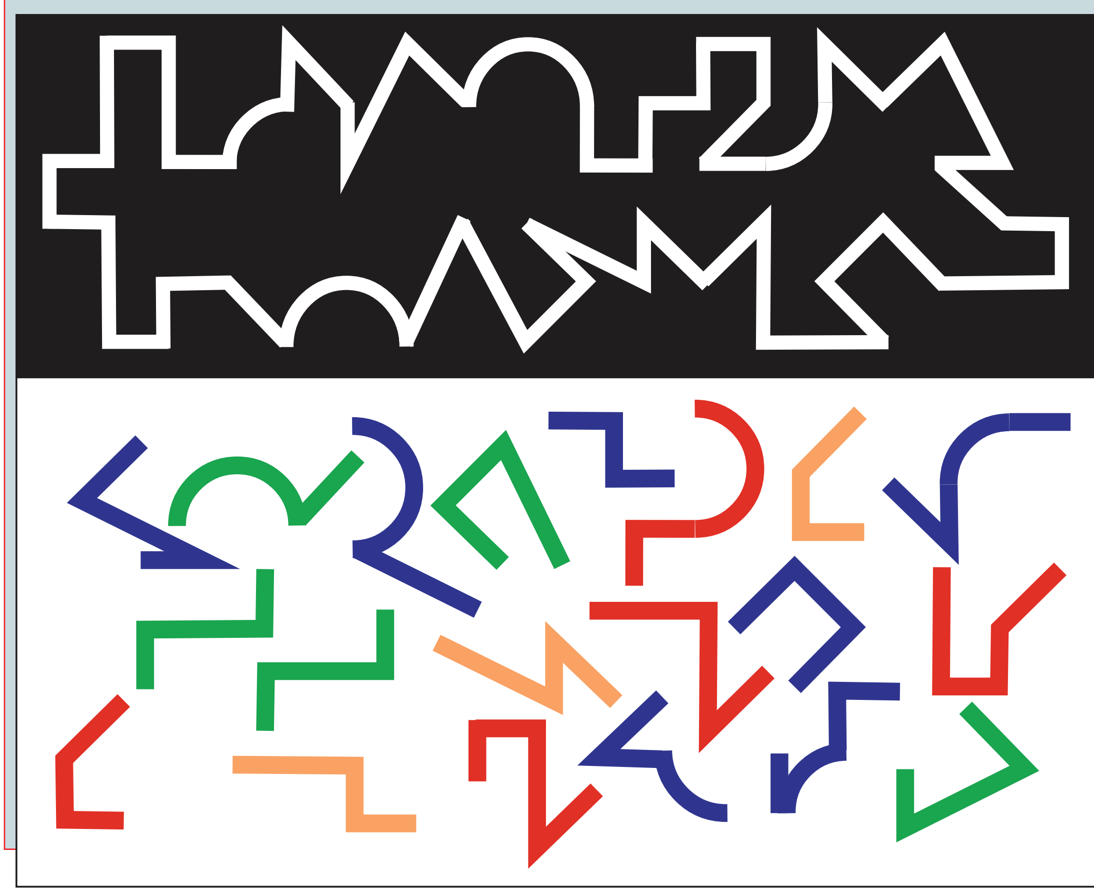


لعبة التفكير
985

الصعوبة:
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ________

الروابط

يتألف الخط الأبيض المغلق من ست عشرة وصلة، كل وصلة منها موضحة على نحو منفصل وبلون مختلف، يمكن أن تكون الوصلات المنفصلة في اتجاهات مختلفة عن اتجاهها الظاهر في الخط، ولكن لا توجد أي أجزاء متداخلة. هل يمكنك تلوين الخط طبقًا لألوان الوصلات الست عشرة؟



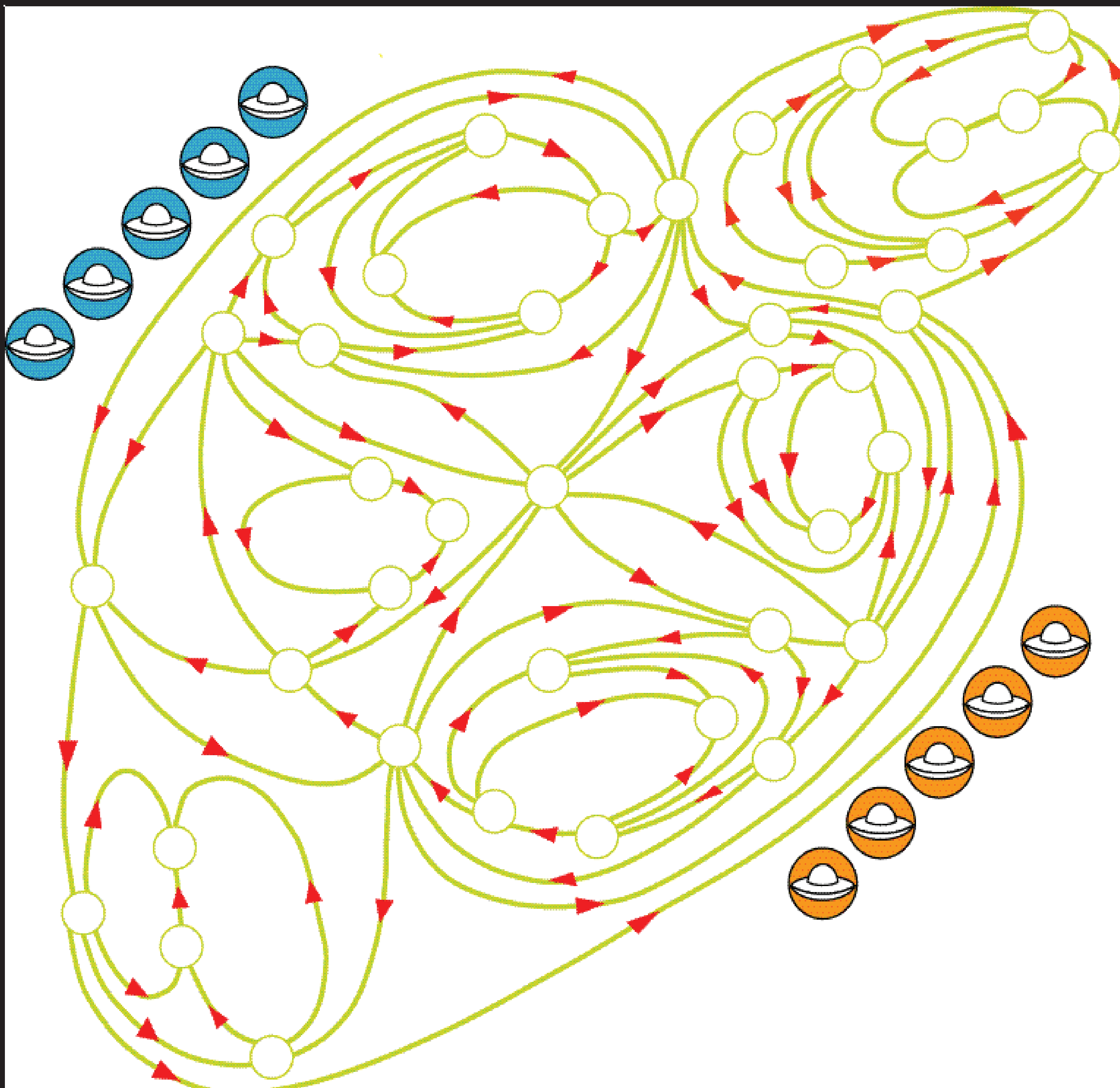
لعبة التفكير
986

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎ 🗐 ✂
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

حرب الكواكب

أنت قائد في مجتمع غريب (Alien) يحارب غزاة أعداء. في نظامك النجمي الحالي توجد كواكب عدة مترابطة فيما بينها بتيارات من الجاذبية؛ لذلك عليك تجنب هذه الجاذبية عندما تنتقل سفنك الفضائية من نجم إلى آخر.

هذا سيناريو للعبة يلعبها شخصان، حيث يحصل كل لاعب على 6 سفن فضائية، ثم يبدأ اللعب بالتناوب بينكما في وضع هذه السفن على الكواكب، علمًا أن كل كوكب يتسع لسفينة واحدة فقط. وعند الانتهاء من وضع السفن على الكواكب، يتناوب اللاعبان في تحريك السفن عبر تيارات الجاذبية من كوكب إلى آخر؛ حيث يتعيَّن على أي سفينة التحرك باتجاه أسهم الجاذبية (الحمراء) فقط؛ وإذا كانت جميع أسهم هذه التيارات الجاذبة تشير إلى كوكب ما، عندها لا تستطيع هذه السفينة مغادرة هذا الكوكب. يُعد آخر لاعب يحرك سفينة من سفنه فائزًا.

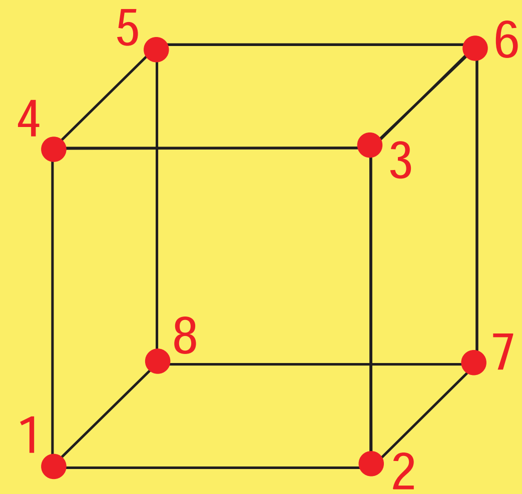


لعبة التفكير
987

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

مثلثات في مكعب

اختر أي ثلاثة أركان من مكعب عشوائيًا. هل تستطيع تحديد الاحتمالات التي تحملها تلك النقاط لتكوين مثلث قائم الزاوية؟

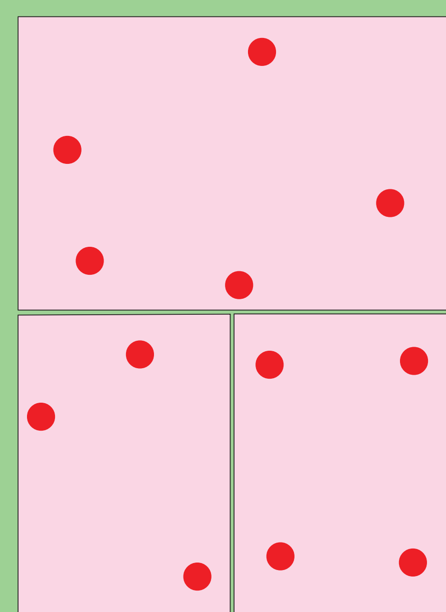


لعبة التفكير
988

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

أقصر الطرق

الرسم أدناه يوضح ثلاث مدن وأربع مدن وخمس مدن ممثلة في دوائر حمراء مرسومة على ثلاث خرائط مستطيلة. المطلوب تحديد أقصر نظام طرق يربط جميع هذه المدن (12) ببعضها، فكيف ذلك؟

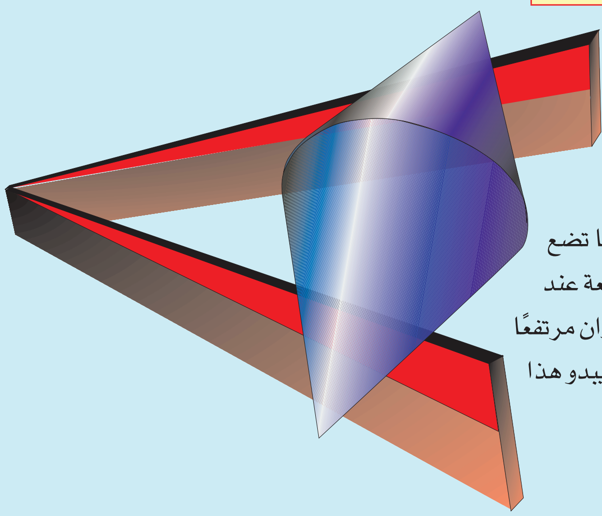


لعبة التفكير
989

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الأشكال المخروطية المقاومة للجاذبية

اخترع جاليليو (Galileo) العديد من الاختراعات البارعة لكن أجملها جهاز ساحر مثل هذا الجهاز البسيط الموضح أمامك، عندما تضع الشكل المخروطي المزدوج على المسارات المرتفعة عند أدنى نقطة، سيبدأ الشكل المخروطي في الدوران مرتفعًا إلى الأطراف العليا. هل تستطيع تفسير كيف يبدو هذا الشكل المخروطي مُضادًا للجاذبية؟



لعبة التفكير
990

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

أقل الأوزان

ما أقل عدد من الأثقال؟ وما قيمها التي نحتاجها لوزن القيم جميعها من 1 إلى 40 جرامًا (أعدادًا صحيحة فقط) باستخدام الميزان ذي الذراعين الموضح هنا؟

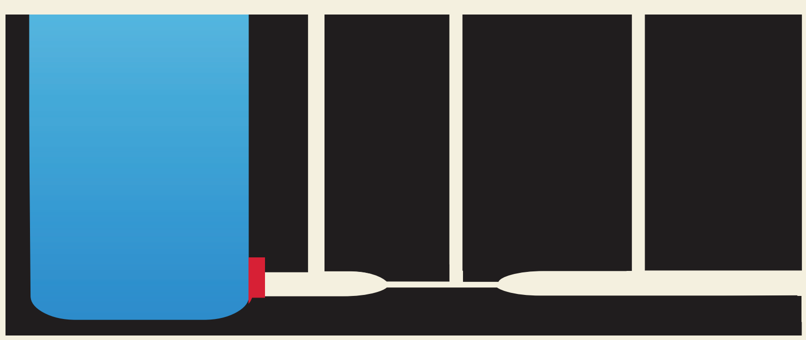


لعبة التفكير
991

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

عنق الزجاجة

سيفتح الصمام الأحمر خلال ثوانٍ ليسمح بتدفق المياه من الخزان إلى المواسير الموجودة إلى اليمين. هل يمكنك تحديد مستويات المياه في المواسير العمودية الرفيعة الثلاث؟



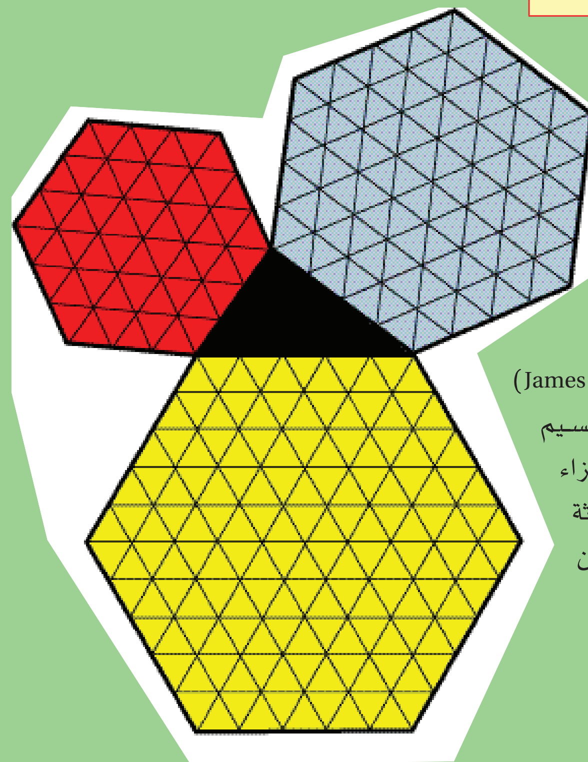
لعبة التفكير
992

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الأشكال السداسية الفيثاغورثية

مجموعة من الأشكال السداسية المنتظمة ولها من الوجوه 3 و 4 و5 ممتدة على جوانب مثلث قائم الزاوية. يشير هذا الأمر إلى أن نظرية فيثاغورس يمكن أن تمتد لتشمل أشكالًا غير المربعات، ويمكن أن تطبق على الأشكال السداسية أيضًا، فهل هذه هي الحالة فعلًا؟

طرح عالم الرياضيات الأمريكي جيمس شمرل (James Schmerl) مسألة مماثلة؛ حيث لاحظ أنه يمكن تقسيم شكل سداسي له خمسة وجوه، بحيث تكون الأجزاء المقسمة شكلين سداسيين أصغر، لأحدهما ثلاثة وجوه والآخر له أربعة وجوه. فما أقل عدد من الأجزاء الذي يحقق ذلك؟



لعبة التفكير
994

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

فصل الأشباح

هل تستطيع فصل الأشباح الخمسة عشر إلى خمس عشرة منطقة منفصلة بخمسة خطوط مستقيمة فقط؟

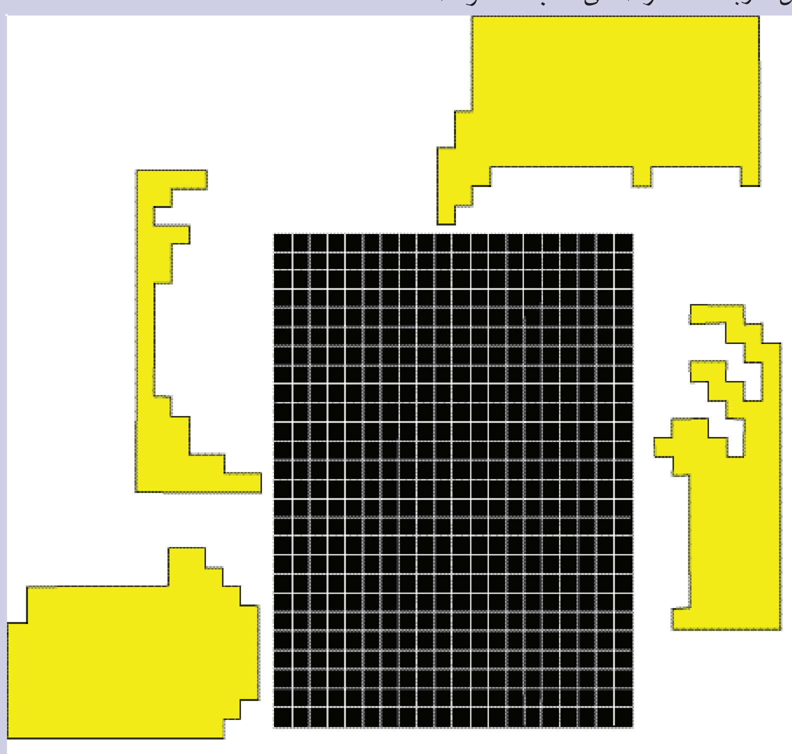


لعبة التفكير
993

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 🗐 ✂
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

الرسم البياني 2

إذا وضعت الأشكال الأربعة الصفراء على الشبكة السوداء بطريقة محددة، فستظهر لك صورة شكل مألوف، هل يمكن تحديد ما هو؟



لعبة التفكير
995

الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب: 👁 ✎
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

عش الطائر

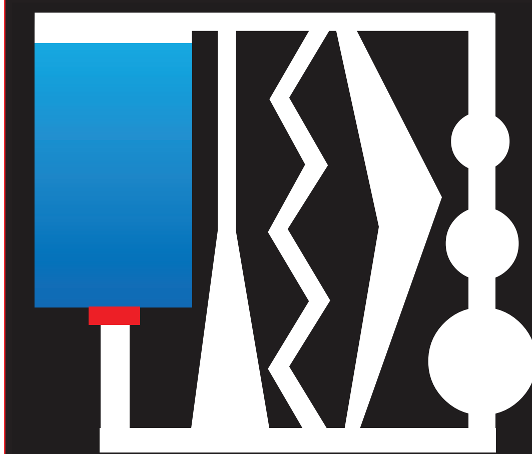
تعيش سبعة طيور في عش، وهذه الطيور منظمة جدًّا، وترسل كل يوم سبعة طيور إلى الخارج بحثًا عن الطعام. بعد مرور ثلاثة أيام سيكون كل زوج من الطيور السبعة قد أديا مهمة واحدة من مهمات البحث عن الطعام؛ على سبيل المثال: في اليوم الأول خرجت الطيور 1 و 2 و 3، هل يمكن أن تحسب جميع توليفات أزواج هذه الطيورخلال أسبوع؟



لعبة التفكير
996
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

أنابيب متصلة

وصلت أنابيب عدة مختلفة الأشكال ببعضها حتى تمر السوائل بينها، وقد رُبطت هذه الشبكة بخزان ماء كما هـو موضح في الشكل. عنـد فتح الصمـام (الأحمر) الخزان، هل يمكن تحديد مستوى الماء في كل أنبوب من هذه الأنابيب؟

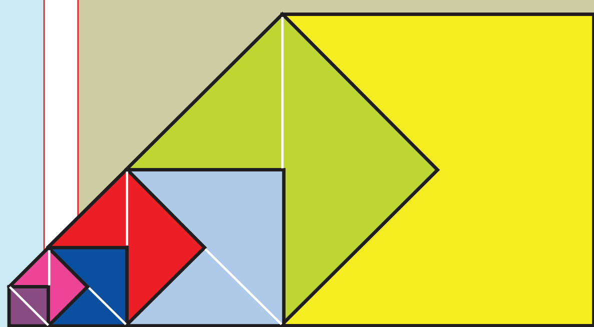


لعبة التفكير
997
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

المربعات المتتابعة

ابدأ بمربع صغير طول ضلعه وحدة واحدة، ثم استخدم طول قطر هذا المربع ليكون طول ضلع المربع الثاني، واستخدم طـول قطر المربـع الثاني ليكـون طول ضلع المربـع الثالث. استمـر فـي هذه الطريقة لرسـم عدد غير محدود من المربعات المتتابعة.

مـن دون قياس، هـل يمكن تحديـد طول ضلـع المربع الحادي عشر من هذه السلسلة؟



لعبة التفكير
998
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

إلقاء حجر النرد

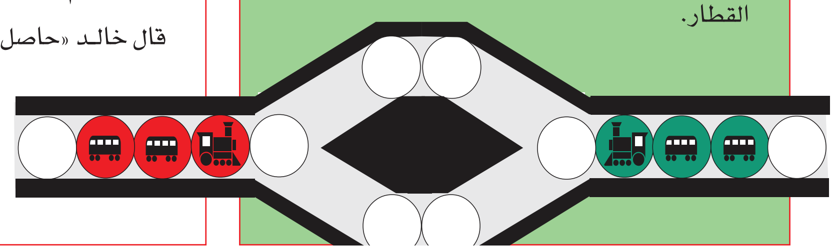
إذا رميت حجـر النـرد ست مـرات، ما فرص ظهور الوجوه الستة جميعها لهذا النرد؟



لعبة التفكير
999
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

القطارات المتحركة

يتقابـل قطاران عند نقطة تحويـل حيث إنَّ كلًّا منهما بحاجة إلى تمرير الآخر، ولا يجوز توقف أي محرك أو عربـة عند تقاطع المســارات، ويمكن أن تقف عربتان أو عربـة ومحـرك على كل جانب من نقطـة التحويل. باسـتخدام المحـركات فقـط فـي نقل العربـات، ما عدد الحـركات التي تحتاجها لتبديـل القطار الأحمر مع القطـار الأخضر؟ يمكن سـحب العربات أو دفعها بوساطة المحرك، ويمكن أيضًا وضعها في أي تسلسل في القطـار. تحرك المحرك مع عرباته تحسـب نقلة واحـدة، ولا يمكـن فصـل العربـات في أثنـاء تحرك القطار.



لعبة التفكير
1000
الصعوبة: ●●●●●●●●●●
المطلوب:
الاستكمال: ☐ الوقت: ______

اللغز الأخير

تـم اختيـار التحدي الأخيـر بعنايـة، هـذا اللغـز تقليـدي ويحتوي علـى أفضل عناصر الرياضيات الترفيهية؛ يحتاج الحـل إلـى التفكيـر والتركيز والإبـداع والمنطـق والتبصر والانتباه لأدنى التفاصيل. استمتع!

تقابل عالما رياضيات سـعوديان على طائرة.

قـال محمـد «إذا كانت ذاكرتـي صحيحًـة، فلديك ثلاثة أبناء، ما أعمارهم حاليًا؟»

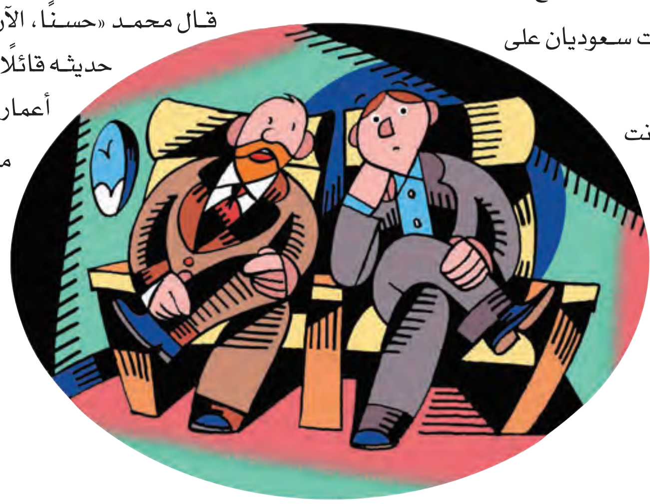
قال خالـد «حاصل ضرب أعمارهم يسـاوي سـتة وثلاثيـن، ومجموع أعمارهم هو تاريخ اليوم تمامًا».

قـال محمـد بعد دقيقة «آسـف خالد، ولكن هذا لا يحدد لي أعمار أولادك».

«عذرًا، نسيت أن أخبرك أن أصغر طفل لدي شعره أحمر».

قـال محمـد «حسـنًا، الآن اتضح الأمر»، واسـتأنف حديثـه قائلًا «أعـرف الآن بالضبط ما أعمار أبنائك الثلاثة».

مـا أعمـار أبنـاء خالـد الثلاثـة؟ وكيـف اسـتنتج محمد ذلك؟



الحلول

الفصل 1 الحلول

1 الرقم الروماني الذي يمثل سبعة (VII)، يمكن كتابته عن طريق فصل الرقم الروماني الذي يمثل اثني عشر (XII) إلى نصفين من المنتصف أفقيًا.



2 الحل المُعطى في قرص سانغاكو هو كما يأتي: تخيل أن الخط العمودي مرسوم بصورة منفصلة عن الخط المحدد في اللغز، فإذا كان الخطان في الحقيقة مختلفين، فهما، إذن، سيبدأان في مركز الدائرة الزرقاء، ويسيران نحو النقاط المختلفة على القطر. وكما هو الحال مع معظم ألغاز سانغاكو التي ما زالت موجودة، إن إثبات النظرية لم يُعطَ، ما يجعل من الصعب (إن لم يكن من المستحيل!) بالنسبة إلينا أن نفهمها. اطمئن، لقد أدرجت هذا المثال فقط بوصفه وسيلة لشرح الإلهام وراء كتابي. وأنا أعدكم بأن ألغاز PlayThink الأخرى جميعها لها حلول.

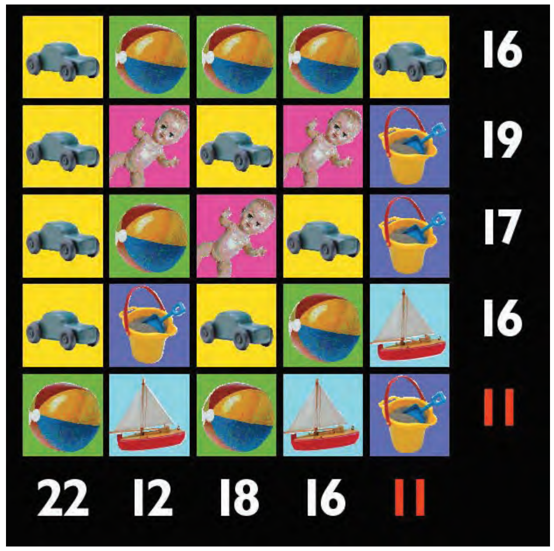
3 16,807 مقياس من الدقيق. وهذا يساوي 7 × 7 × 7 × 7 × 7. هذا اللغز، الذي يأتي من الوثيقة المصرية القديمة المكتوبة على ورق البردي والمعرفة بـ"Papyrus Rhind"، كتبه الكاتب المصري أحمس (Ahmes) عام 1850 قبل الميلاد. ولعل هذا اللغز ــ الذي يعدُّ أقدم لغز في العالم ــ قد ألهم منذ ابتكاره العديد من الناس ليبتكروا تنويعات منه كثيرة على مر آلاف السنين.

4 الإطارات متطابقة تمامًا؛ وذلك لأن الإطارات ثلاثية الأبعاد، ويمكن ترتيبها بطريقة غير متعددة بحيث إن A داخل B، و B داخل C، وC داخل A.

5 الإجابة الصحيحة هي الباب رقم 5. في حالات كثيرة يختار الناس بابًا مربعًا أكثر من الباب الأصلي. والسبب هو أن شكل الخلفية في الصورة كثيرًا ما يؤثر في تصور الشخص لشكل الباب.

6 البيضة؛ لا تحدد الأحجية أن البيض محل المناقشة هو بيض الدجاج، ووفقًا لعلماء الحفريات فإن الزواحف والديناصورات كانت موجودة منذ مدة طويلة قبل الطيور والدجاج. وقد تم اكتشاف البيض المتحجر الذي يعود تاريخه لمئة مليون سنة. وهكذا يمكن القول إن البيض قد جاء قبل الدجاج.

7



8 الحل هو أربع مجموعات. في الحقيقة، إن أبعاد المستطيلات في كل مجموعة من هذه المجموعات الأربع تظهر بجوار الشبكة الخاصة بها في الشكل.

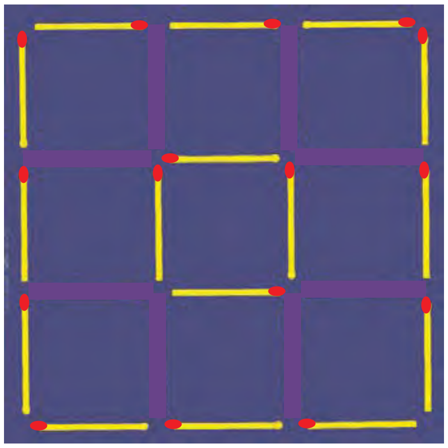


9 المهرج الحزين هو الثالث عشر من اليمين في الصف الثاني. جهاز الإدراك الحسي البشري مصمم لكشف عنصر مختلف دون استخدام بحث منهجي. ويستخدم هذا المبدأ في تصميم لوحات الأدوات: في الظروف الطبيعية، تشير المؤشرات جميعها في الاتجاه نفسه فأي تغيير يمكن رصده بسهولة.

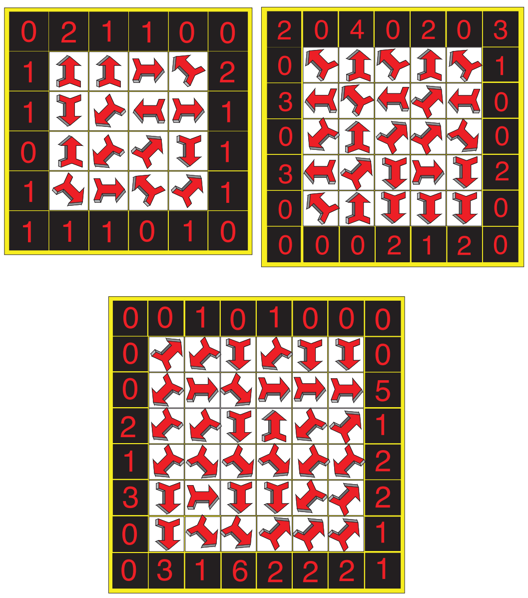
10 التسلسل الصحيح هو الأصفر والبرتقالي والأحمر والوردي والبنفسجي والأخضر الفاتح والأخضر الداكن والأزرق الفاتح والأزرق الداكن.

تم إنشاء هذا اللغز بالطريقة نفسها التي يتم بها رسم الرسوم المتحركة. العديد من عناصر المشهد رُسمت على خلايا شفافة، ثم وضعت فوق بعضها بالترتيب الصحيح لخلق وهم بصري سلس خاص بمشهد واحد فقط.

11



12 هذا واحد من الحلول العديدة الممكنة لكل لغز.



13 الخياران متطابقان في الأفضلية. ولكن في تجربة نفسية، فضَّل نحو أربعة من كل عشرة أشخاص السحب الواحد وتمسكوا بهذه الرؤية حتى عندما تم تغيير الخيار الثاني ليصبح سحب خمسين تذكرة من صندوق المئة تذكرة.

14

$$1+2+3+4+5=15$$

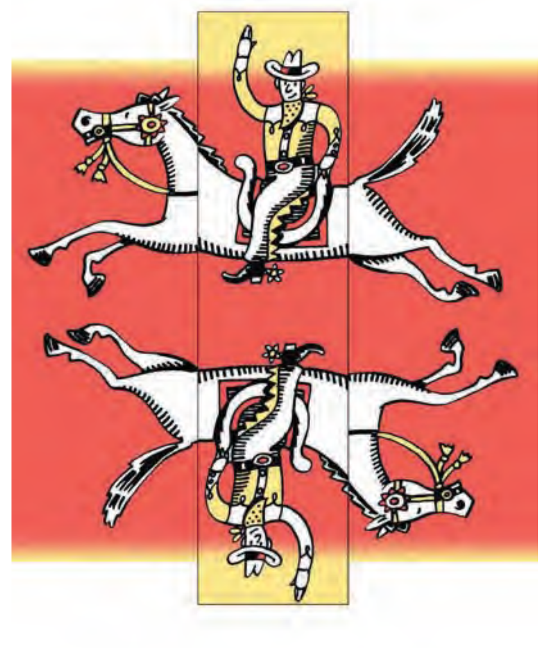
$$1\times 2\times 3\times 4\times 5=120$$

15 من الواضح أن الرقم (2520) يقبل القسمة على 5 و 10، ولكن لأن الأرقام الخمسة كلها ذات خانة (منزلة) واحدة، فيستبعد 10. لذلك يجب أن يكون الرقم الثالث 5. ناتج جمع الأرقام المعروفة (5 + 1 + 8) يعطينا 14. وحيث إن 30 ــ 14 = 16، فإن مجموع الرقمين المتبقيين يجب أن يكون 16. ضرب الأرقام المعروفة (5 × 1 × 8) يعطينا 40.

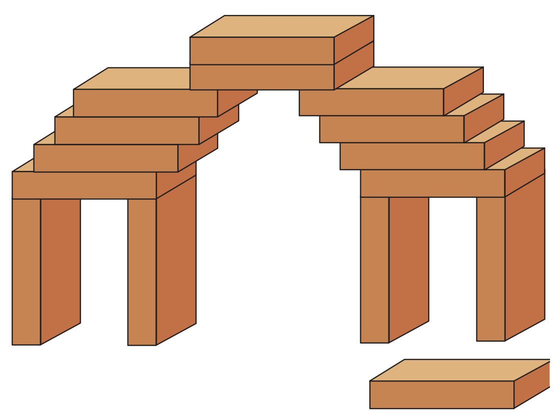
وحيث إن قسمة 2520 على 40 يساوي 63، فإن حاصل ضرب الرقمين المتبقيين يجب أن يكون 63. وحيث إن فقط 9 و 7 ناتج جمعهما 16 وحاصل ضربهما 63.

لذلك فإن الجواب هو 5 و 7 و 9.

16 هذا اللغز هو غالبًا ما يحاط بصعوبات تخيل. لكن، كما ترى، فإن الحل بسيط جدًا.



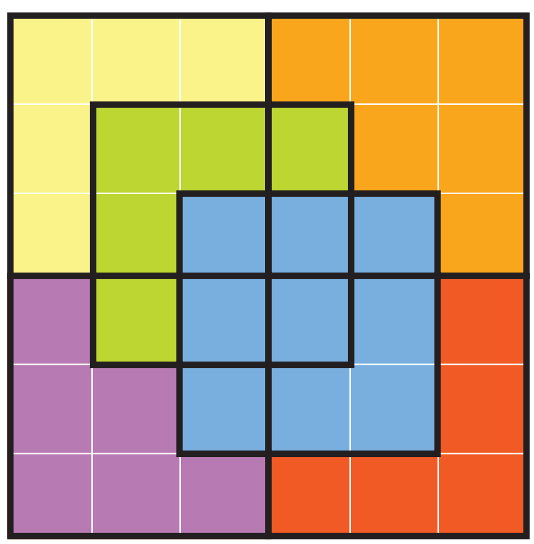
17 المفتاح لبناء الجسر هو وضع قطعتي الدومينو بوصفها دعامات مؤقتة، كما هو مبين في الرسم التوضيحي أدناه. وعندما نضع ما يكفي من قطع الدومينو لإعطاء الهيكل المستقر الشامل، يمكن إزالة الدعامات ووضعها على القمة.



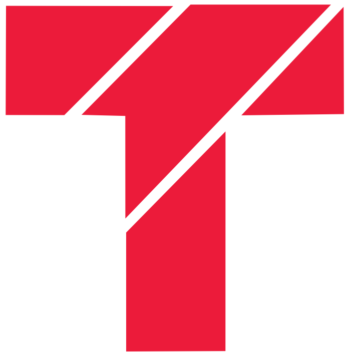
18 إذا كان الدرج يحتوي على جوارب، فإنك سوف تحتاج إلى اختيار أربعة فقط للحصول على زوج متطابق. ولكن القفازات لها سمة لا توجد في الجوارب:وهي استخدامها يدويًا. لا يكفي أن يكون لديك قفازان باللون نفسه ــ يجب أن يكونا مطابقين لليدين. لذلك لكي تتأكد من أن لديك زوجًا واحدًا من القفازات، يجب عليك اختيار واحد إضافي من عدد من قفازات اليد الواحدة، أو اثني عشر. على افتراض أنه بإمكانك التمييز في الظلام بين قفازات اليد اليمنى وقفازات اليد اليسرى، ربما تحتاج إلى تحديد أحد عشر فقط.



19 الخطوط العريضة الخارجية للمربعات الستة المتداخلة صنعت مربعًا واحدًا ستة في ستة، وستة مربعات ثلاثة في ثلاثة، وثلاثة مربعات اثنين في اثنين وثمانية مربعات واحد في واحد ــ أي ثمانية عشر مربعًا ككل.

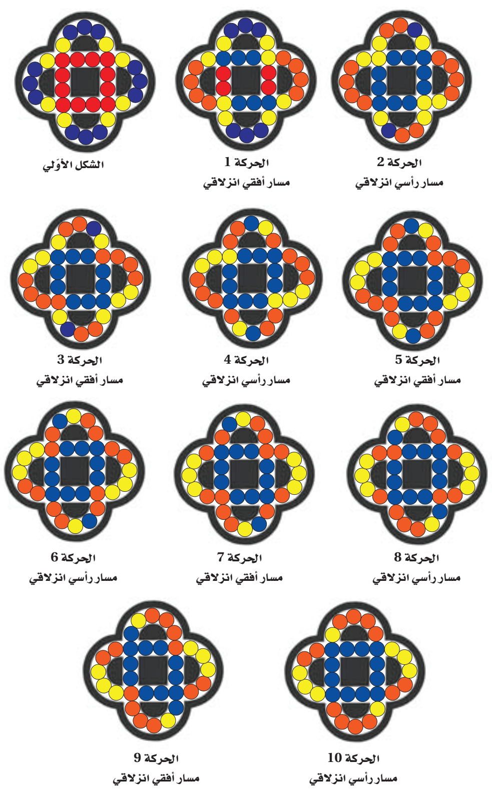


20 سام لويد، المشهود له على نطاق واسع بأنه أعظم مخترع ألغاز أمريكي، اخترع لغز T الكلاسيكي. من حيث الأناقة والبساطة، فإن لغز T لم يتم التفوق عليه أبدًا. وهو بسيط بدرجة مخادعة؛ لأن فيه عددًا قليلًا من القطع. لكنه مثال جيد للمسألة التي تبدو سهلة في البداية ولكن تمتلك العناصر التي تؤدي في كثير من الأحيان إلى صعوبات تخيل. وبمجرد أن تكون العقدة في مكان ما، فإنه غالبًا ما يكون من المستحيل إيجاد الحل حتى لو قُطعت القطع وتمَّ التعامل معها يدويًّا.



وقد يأتي الحل في نهاية المطاف، في ومضة من الإلهام. هذه اللحظة من البصيرة، تسمى (آها!)، عادة ما يرافقها شعور بإنجاز عظيم لقيام المرء بالتفكير الإبداعي.

21 هذا حل بحركات ثلاث (مع الشكر لـ جوي دي فيسنتس (Joe DeVicentis)). التحركات جميعها في اتجاه عقارب الساعة.



22 هناك ست عشرة توليفة ممكنة من الخيارات لإطلاق إشعاعات الليزر الأربعة. سوف تشكل أربع مجموعات من حقول الطاقة المغلقة حول الرجل:

يسار، يسار، يسار ويسار

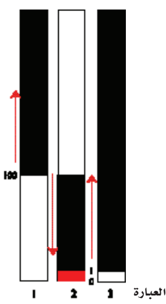
يسار، يمين، اليسار ويمين

يمين، يسار، يمين ويسار

يمين، يمين، يمين ويمين،

وهذا يعني أن احتمال النجاح هو واحد من أربعة.

23 أفضل طريقة لاستنباط الحل هي من خلال رسم تخطيطي مثل الرسم الموجود على اليسار. وكما ترى، فإن كلًّا من العبارة 1 (الخاصة بجيري) والعبارة 3 (الخاصة بأنيتا) يمكن أن تكونا صحيحتين، وعليه فإن عدد الألعاب لا يمكن أن تكون أكثر من 100.



العبارة 3 والعبارة 2 (الخاصة بجورج) يمكن أن تكونا صحيحتين إذا كان المجموع بين 100 و 1. لكن تكون عبارة 2 فقط صحيحة إذا كان المجموع 0. إيفان يختبئ في صورة بصرية مشوهة. وللعثور عليه، انظر إلى الصفحة من الأسفل في زاوية مائلة بدرجة كبيرة.

24 إذا كان الكنز مدفونًا في الجزيرة البرتقالية، فإن العبارات جميعها ستكون غير صحيحة. وإذا كان الكنز مدفونًا في الجزيرة الأرجوانية، فإن العبارات جميعها ستكون صحيحة. ولكن إذا كان الكنز مدفونًا في الجزيرة الصفراء، فإن العبارة الخاصة بالجزيرة الأرجوانية فقط ستكون غير صحيحة. ولذلك، فإن الكنز يقع في الجزيرة الصفراء.

25 إذا لم تكن الخيول تدور، فإن عدد الترتيبات الممكنة هو مضروب سبعة ($7!$ أي 5040). ولكن لأن كل ترتيب يشكل دائرة، فإن كل ترتيب سيكون مطابقًا للترتيبات الستة الأخرى التي يمكن تشكيلها بوضع أحد الأحصنة كحصان (أول) في الدائرة. وهذا يعني أن الجواب هو $6!$ أي $(1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6)$. ومضروب العدد ستة لا يزال عددًا كبيرًا: 720.

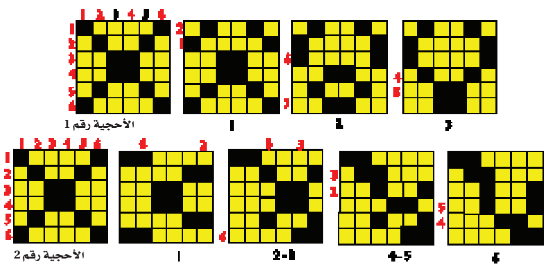
26 الخدعة هنا تكمن في الطريقة التي تصطف بها الكتب. تأكل عثة الكتب الغطاء الأمامي للمجلد 1 فقط، ثم تأكل المجلدات 2 و 3 و 4، وبعد ذلك تأكل الغطاء الخلفي فقط للمجلد 5. إذن المسافة الإجمالية هي 19 سم.

27 الخطوة الأولى التي يجب عليك القيام بها لحل المسألة هي العثور على عدد تركيبات الألوان الثلاثة التي يمكنك أن تكوِّنها من خمسة ألوان. وضع القيم في صيغ عامة لعدد التركيبات يعطيك ما يأتي:

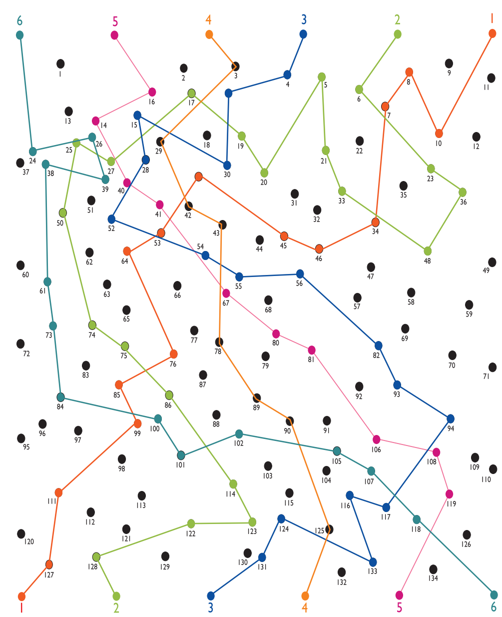
$$5! / [3! \times (5 - 3)!] = (5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) / [3 \times 2 \times 1 \times (2 \times 1)] = 120/12 = 10$$

هذه النتيجة تخبرنا أن هناك عشرة توليفات ممكنة من ثلاثة ألوان من أصل خمسة ألوان. ولكن عدد التوليفات هذا لا يخبرنا بأي شيء عن الترتيب الذي توضع به الألوان على القناع. الترتيبات المختلفة التي يمكن بها طلاء الألوان الثلاثة على القناع هي $3!$ (أي $3 \times 2 \times 1$)، أو ستة لكل توليفة ألوان. وهذا يعني أن هناك ما مجموعه ستون طريقة ممكنة يمكن دهن قناع الهالوين بها باستخدام ثلاثة ألوان من أصل خمسة.

28



29



30 صديقك مخطئ؛ لأن نواتج كل قطعة معدنية مستقلة عن نواتج القطع الأخرى، في الحقيقة هناك نتيجتان محتملتان للعملة الواحدة، وأربع نتائج محتملة لعملتين، وثماني نتائج محتملة لثلاث عملات:

1	2	3
H	H	H
H	H	T
H	T	H
H	T	T
T	H	H
T	H	T
T	T	H
T	T	T

31 يلاحظ أن نتيجتين فقط تظهر فيهما العملات الثلاث بوجه موحد.



32 يتم إخفاء الرسالة بوصفها صورة بصرية مشوهة. إذا حملت الصفحة بزاوية مائلة جدًّا، فسوف تكون قادرًا على قراءتها: HELLO (مرحبًا).

33

$2 + 2 = 4$

$2 + 3 = 5$

$5 - 2 = 3$

$6 - 3 = 3$

34 الرسالة تقول إن المفاهيم الرياضية مفهومة، وكذلك محاولة نقل المنطق.

$3 = 2 + 1$ ← صحيحة

$4 = 2 + 2$ ← صحيحة

$4 = 2 + 3$ ← خاطئة

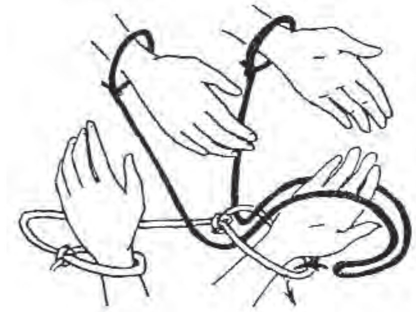
المثلث يمثل علامة (زائد)؛ والمعين يمثل يساوي؛ والشكل الخماسي يمثل علامة (صحيحة)؛ والشكل السداسي يمثل (خاطئة).

35



36

يمكن للمربوطين فصل أنفسهما بسهولة. يمسك أحدهما بالحبل الخاص به بكلتا يديه، بحيث تتكون حلقة فضفاضة محلولة في الحبل الخاص به على الجانب الآخر من حبل زميله، ثم يثني الحلقة من خلال دائرة الحبل حول معصم شريكه؛ وكما ستكتشف قريبًا، فمن الممكن فقط الحفاظ على الحبل مبرومًا من خلال التحرك نحو رسغ واحد، وليس الآخر. وبعد ذلك يحرك الحلقة لتصل نحو أصابع شريكه. ثم حين يمرر الأول الحلقة على يد شريكه ويثني الحلقة مرة أخرى من خلال الحبل، فإنهم يصبحان متحررين.

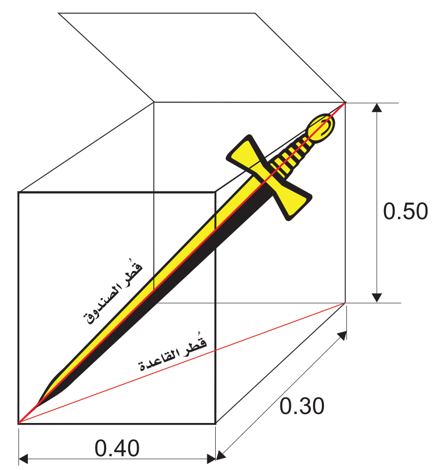


37

$6 + {}^{6}/_{6} = 7$

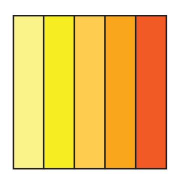
38

لحل استخدم نظرية فيثاغورس (مربع طول الوتر في المثلث قائم الزاوية يساوي مجموع مربعات أطوال الضلعين الآخرين) لحساب الطول من الزاوية الأمامية اليسرى في أسفل الصندوق إلى الزاوية الخلفية اليمنى في الأعلى. أولًا: قطر القاعدة محدد وليكن 50 سم؛ ثم يمكن استخدام طول الصندوق وارتفاعه لحساب الحد الأقصى للطول من خلال الصندوق. وهذا يبين أنه 70.7 سم ــ إذن الصندوق طويل بما يكفي ليناسب السيف!

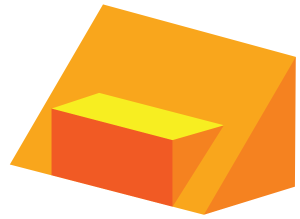


39

الحل واضح لدرجة أن الكثير من الأشخاص يغفلون عنه.



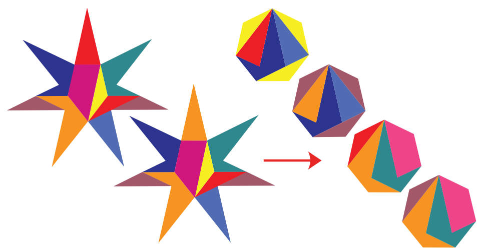
40



41

الحل هو الإنسان. الإنسان يزحف على أربع في بداية حياته عندما يكون طفلًا، ويمشي على قدمين منتصبًا في منتصف العمر، ويستخدم عصًا في سن الشيخوخة.

42



43

مع عبارتين هناك أربع تركيبات ممكنة من الصواب أو الخطأ:

صح / صح

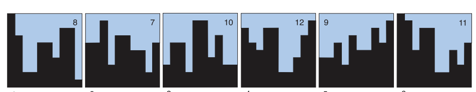
صح / أخطأ

أخطأ / صح

أخطأ / أخطأ

التركيبة الأولى لا يمكن أن تكون صحيحة؛ لأن واحدة على الأقل كانت كاذبة. والتركيبتان الثانية والثالثة لا يمكن أن تكونا صحيحتين؛ لأنه إذا كانت واحدة من العبارات غير صحيحة، فإن من المستحيل أن تكون العبارة الأخرى صحيحة. الاحتمال الوحيد المتسق منطقيًا هو أن تكون كلتا العبارتين غير صحيحة، وهذا يعني أن السيد خنفساء لديه نقاط صفراء والآنسة خنفساء لديها نقاط حمراء.

44

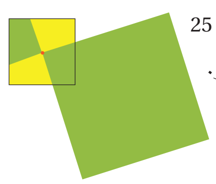


45

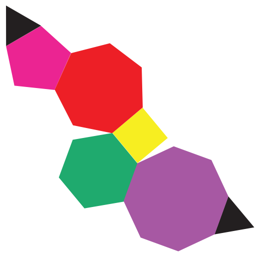
لا يمكن القيام بذلك. إذا بدأت برسم خط أحمر من خارج الخط الأسود المغلق الخط وقاطعته مع الخط الأسود عددًا فرديًا من المرات، فسوف ينتهي بك الأمر داخل الخط الأسود. لإغلاق الخط الجديد، يجب أن تقطع الخط الأسود، بعدد زوجي من التقاطعات. تسعة تقاطعات ليست فقط مستحيلة؛ بل الأعداد الفردية من التقاطعات جميعها مستحيلة.

46

السجاد الأكبر يغطي بالضبط 25 في المئة من السجاد الأصغر. والدليل على ذلك موضح في الرسم البياني إلى اليسار.



47



48

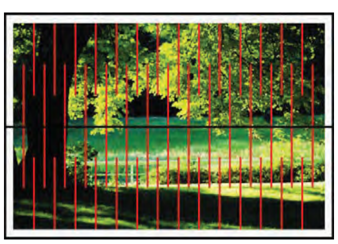
سيناريو أفضل الحالات ــ أن زوجي الجوارب المفقودة يكوّنان زوجًا، ما يترك لك أربعة أزواج متماثلة ــ يمكن أن يحدث هذا فقط بخمسة طرق مختلفة. إذا رمزنا الجوارب على النحو الآتي: A1، A2، B1، B2، C1، C2، D1، D2، E1 ، E2، فإن سيناريو أفضل حالة سيحدث فقط عندما تكون الجوارب المفقودة هي: A1ــA2، أو B2ــB1، أو C1ــ C2، أو D1ــD2 أو E1ــE2.

سيناريو أسوأ الحالات هو أن زوجيّ الجوارب المفقودة لا يشكل زوجًا، ما يترك لك فقط ثلاثة أزواج متماثلة واثنين من الجوارب بفردة واحدة لكلٍ منهما، وسيحدث ذلك عندما تكون الجوارب المفقودة هي: A1ــB1، A1ــB2، A2ــB1، A2ــB2،A1ــC1، A1ــC2، A2ــC1، A2ــC2، A1ــD1، A1ــD2، A2ــD1، A2ــD2، A1ــE1، A1ــE2، A2ــE1، A2ــE2، B1ــC1، B1ــC2،B2ــC1، B2ــC2، B1ــD1، B1ــD2، B2ــD1، B2ــD2، B1ــE1،B1ــE2، B2ــE1، B2ــE2، C1ــD1، C1ــD2، C2ــD1، C2ــD2،C1ــE1، C1ــE2، C2ــE1، C2ــE2، D1ــE1، D1ــE2، D2ــE1،D2ــE2.

أي إن هناك أربعين توليفة مختلفة للحصول على سيناريو أسوأ الحالات. وكما ترون، فإن حدوث سيناريو أسوأ الحالات يمثل ثماني مرات أكثر احتمالًا من حدوث سيناريو أفضل الحالات.

49

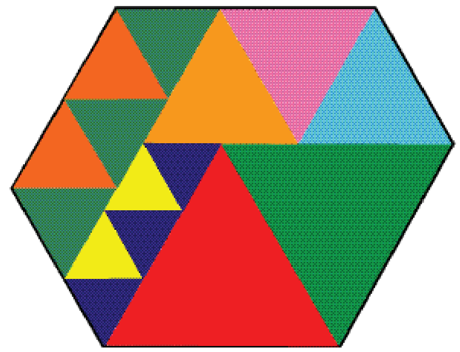
اعمل البطاقة كما هو موضح في الشكل، اثنِ البطاقة من المنتصف على طول الخط الأفقي، ثم قصَّ البطاقة على طول الخطوط الحمراء فقط. ستكون النتيجة هي حلقة طويلة رقيقة من الورق.



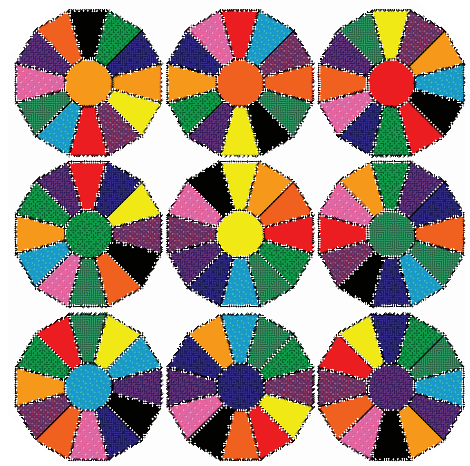
50

إجمالي عدد التباديل الممكنة لرقم هاتف مكون من سبعة أرقام هو مضروب سبعة (!7أو7×6×5×4×3×2×1)، أي ما يساوي 5040. وعليه فإن احتمال أن تكون أي تركيبة من الأرقام تمثل رقم الهاتف الصحيح هو 1 من 5040، أو قرابة 20%. للاطلاع على مناقشة كاملة للمضروبات، انظر **التوافيق والتباديل** ص 140.

51

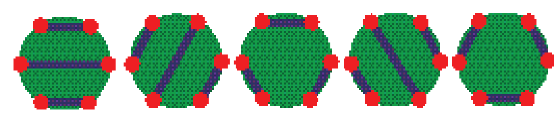


52

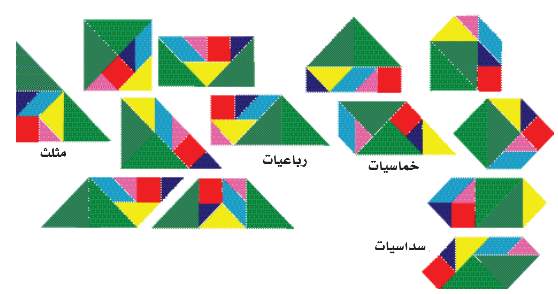


53 هنـاك سـتة أشـخاص فـي الاجتمـاع. كل شـخص صافح خمس مـرات، وعليـه، تحـدث خمس عشـرة مصافحـة، وليس ثلاثين؛ لأن كل مصافحة تشارك فيها شخصان.

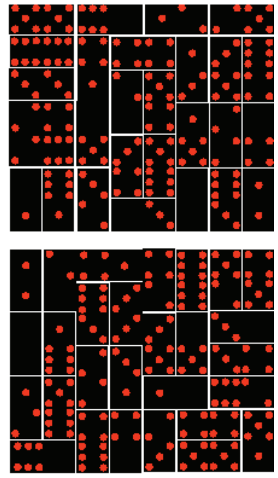
54 خمسة، كما هو موضح أدناه.



55



56

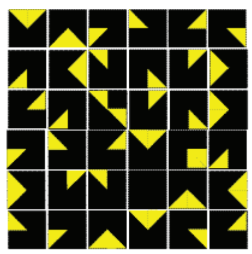


57 غيِّـر كلمـة رجل إلـى إنسـان. وإلا فمن الممكـن أن الرجل لديـه زوجـة والعديد من البنات وأن واحدة منهن هي التي طرقت الباب.

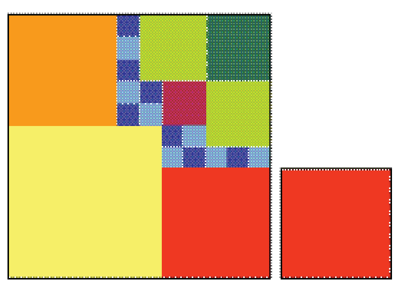
58 الحـد الأقصـى لعدد المحـاولات يمكن إيجـاده من خلال جمع:

1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36 محاولة

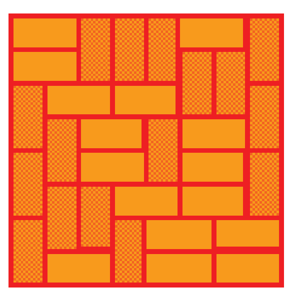
59 الأجـزاء الصفـراء في كل صف إذا جُمِّعت معًا فإنها تشكل مربعًا كاملًا.



60



61



62 شـبكة السداسـيات الخمس رقم 2 هي ليسـت جـزءًا من خلية النحل.

63 حيث إن سـعر تسـع موزات وتسـع برتقالات وتسع تفاحات في سلال الفاكهة الثلاث معًا يساوي 4.05 ريال، فإن سعر مـوزة وبرتقالـة وتفاحة واحدة من كل نوع ينبغي أن يكون واحدًا على تسعة فقط من ذلك السعر، أي 0.45 ريال. (لا حاجة إلى معرفة أن سـعر التفاحة 10 هللات، وسـعر الموزة 20 هللة وسـعر البرتقالة 15 هللة).

64 كان هناك سـبعة أشـخاص فقط في لقاء لم الشمل: رجل وزوجتـه وأطفالهما الثلاثـة (فتاتان وصبي) ووالد الرجل ووالدته.

من دون اشتراط أن شطري العلاقات كانا موجودين، يمكن أن يكون هنالك عدد أقل من ذلك يصل إلى أربعة أشـخاص. وبعبارة أخرى، يمكـن لرجـل واحد أن يكـون أبًا، وجـدًّا، وابنًا، وأخًا، وأبًـا لزوجة في الوقت نفسه.

65 اسـتنادًا إلى ملاحظة الآنسـة الزرقاء، نستنتج أن رداءها إمـا أن يكـون ورديًّا أو أخضر. وحيـث إن المرأة التي ردت عليها كانت ترتدي رداءً أخضر اللون، فهذا يعني أن الآنسـة الزرقاء مرتديـة للـون الوردي، وهذا يتـرك الرداء الأزرق للآنسـة الخضراء والرداء الأخضر للآنسة الوردية.

66 يمكنك كتابة أربعة أعداد:

أ. $2^{2^2} = 2^4 = 16$، أقل عدد

ب. 222

ج. $22^2 = 484$

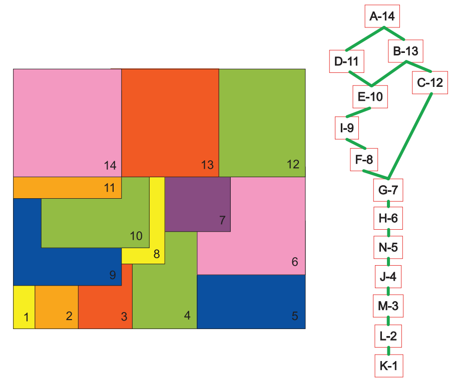
د. $2^{22} = 4194304$، أكبر عدد

اسـتخدام الأس هو وسـيلة فاعلة لكتابة أعداد كبيرة جدًّا أو أعداد صغيرة جدًّا. رفع رقم إلى الأس يعني ببساطة ضربه في نفسه عددًا من المرات مساويًا لقيمة الأس. لذلك:

$2^{22} = 2 \times 2 = 4194304$

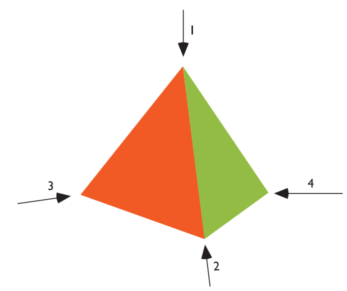
67 نفتـح الحصالـة الوسـطى (2) المكتوب عليهـا 150 ريال، فإذا وجدنا فيها 200 ريال، فذلك يعني أن الحصالة (1) تحوي 150 ريالًا والحصالة (3) تحوي 100 ريال. أما إذا وجدنا فيها 100 ريـال فهـذا يعني أن الحصالة (1) تحـوي 150 ريالًا والحصالة (3) تحوي 200 ريال.

68



يلاحظ أن الترتيب النسبي للمربعين (B_13 و D_11) لا يمكن تحديده. وكذلك الحال بالنسبة C_12 الذي يمكن أن يكون ترتيبه في أي مكان من (8) إلى (12) يمكن مراجعة ذلك في الرسم أعلاه.

69 الشكل 5 لا يتوافق مع الأشكال الأخرى.



70 الرزمة رقم 3 مستحيلة التكوين. بوجه عام، ليس من الممكن طي الورقة لجعل الطوابع التي لا تتلامس إلا في الزوايا تظهر بصورة متعاقبة وراء بعضها في الرزمة.

71 النمط رقم 3 غير موجود في الشبكة الملونة.

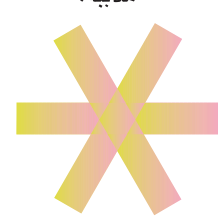
72 كل حرف من أحرف الأبجدية الإنجليزية نُقل مكانًا واحدًا إلى الأسفل. أي الحرف A يصبح B، والحرف B يصبح C وهكذا. الرسالة السرية هي:

ONE THOUSAND PLAYTHINKS

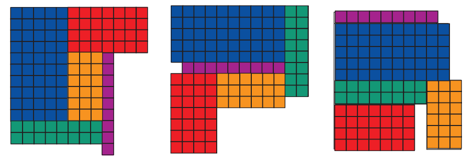
73



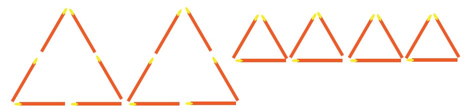
74 عندما تتداخل الشرائط يمكنها تكوين نجمة سداسية مدببة.



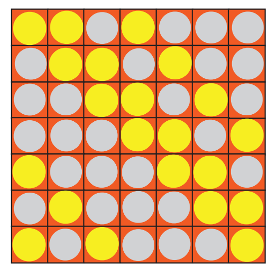
75



76



77

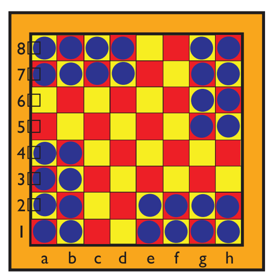


78 الحيوان المفقود هو الحمار. يتكون النمط من ستة حيوانات يتوزع عبر الشبكة ذات البعد 5 في 4. في كل مرة يتكرر فيها هذا النمط، يُحذف أول حيوان في هذه السلسلة. إذا كان كل حيوان يمثل عددًا، فإن السلسلة ستقرأ على النحو الآتي:

.123456234563456456

79 البطاقة المختلفة هي الثالثة في الصف الأول.

80 الإجابة نعم. كما في الصورة، من الممكن وضع اثنين وثلاثين فارسًا بوصفه حدًّا أقصى على اللوحة بحيث تهاجم كل قطعة قطعة واحدة أخرى فقط.



81 واحد من ستة. يمكن توزيع ثلاث قبعات على ثلاثة أشخاص بست ترتيبات مختلفة:

.CBA ،CAB ،BCA ،BAC ،ACB ،ABC

82 في كل صف بعد الصف الأول هنالك حروف تختلف عن تلك التي في الصف الذي قبله. وهذه الحروف تشكل نص الرسالة الآتية:

«هناك شيء واحد جيد؛ المعرفة، وشيء واحد شرير؛ الجهل». ــ سقراط (Socrates)

83 احتمال سقوط العملة على ركن يبلغ 50% تقريبًا. يمكنك التحقق من ذلك عن طريق إلقاء العملة على اللوحة مرات كثيرة. وبوجه عام، فإن احتمال أن العملة سوف تغطي ركنًا يمكن حسابه بقسمة مساحة العملة على مساحة مربع واحد من مربعات لوحة اللعب.

84 الأعداد الخمسة بين 1 و 100 التي لها اثنا عشر عاملًا هي:

60: 1، 2، 3، 4، 5، 6، 10، 12، 15، 20، 30، 60

72: 1، 2، 3، 4، 6، 8، 9، 12، 18، 24، 36، 72

84: 1، 2، 3، 4، 6، 7، 12، 14، 21، 28، 42، 84

90: 1، 2، 3، 5، 6، 9، 10، 15، 18، 30، 45، 90

96: 1، 2، 3، 4، 6، 8، 12، 16، 24، 32، 48، 96

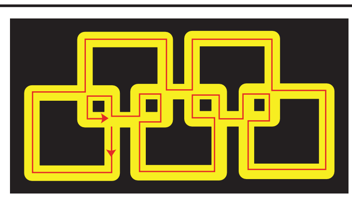
85



86 خمس قطع، كما هو موضح، سوف تكون كافية. لاحظ أن الأطوال مساوية للأعداد التي أساسها الرقم 2، أي نظام الأعداد الثنائي.



87



88 تسلسل الألوان الذي صاح به الدليل كان:

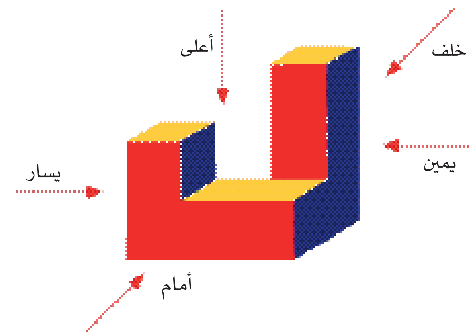
أحمر، أزرق، أزرق، أزرق، أحمر.

السياح جميعهم التقوا في الكهف المركزي. لاحظ أنه حتى السائح الذي بدأ من الكهف المركزي من شأنه أن ينتهي إلى هناك عند نهاية السلسلة.

الطريقان المنبثقان من كل نقطة في المتاهة الخماسية يمثلان نوعًا من المسائل الرياضية ــ رسم بياني متشعب بدقة. هذا النوع الخاص لألعاب التفكير القائم على مسألة تلوين الطرق في نظرية الرسم البياني التي تناولها علماء الرياضيات مثل أدلر (R.L. Adler)، وجودوين (L.W. Goodwin)، و ويس (B. Weiss)، وأوبراين (J.L. O'Brien)، وفريدمان (J.L. Friedman) بصورة مكثفة، وهي مثل غيرها من مسائل هذا النوع، والتي لم تحل بوجه عام. عندما يقول علماء الرياضيات (بوجه عام)، فهم يعنون أنهم لا يملكون صيغة جاهزة لحل كل مسألة من هذا النوع. بدلًا من ذلك، يتم إيجاد الإجابات من خلال التجربة والخطأ.

الفصل 2 الحلول

89



90

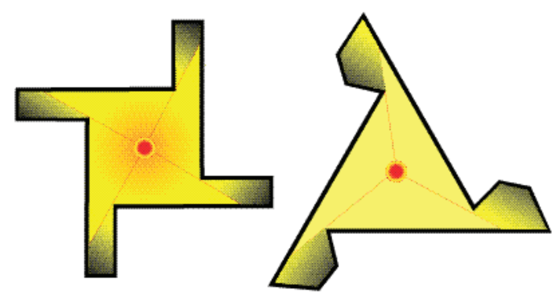
تم تجميع الواجهات الست عشرة بصورة صحيحة في الجدول الآتي:

A/15	E/10	I/14	M/13
B/11	F/12	J/7	N/1
C/8	G/16	K/9	O/4
D/6	H/3	L/2	P/5

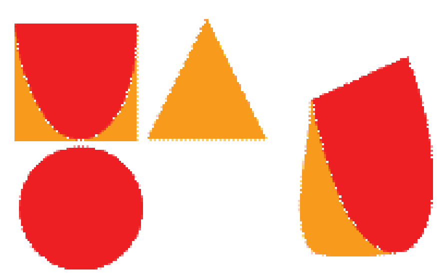
مسائل المناظر المتعددة تجمع الوعي المكاني مع المنطق؛ القدرة على التصور بوجهات النظر ثلاثية الأبعاد. في الواقع، المناظر العلوية والمناظر الأمامية تتوافق بصورة جيدة إلى حد ما مع ما يسميه المهندسون المعماريون المخطط والارتفاع الأمامي. ويمثل المخطط الشكل كما هو موضوع أفقيًّا على أرض الواقع؛ أما الارتفاع فهوالمشهد الأمامي المشتق بالضبط وعلى الفور من أبعاد المخطط.

هنالك ارتفاعات أخرى يشتقها المهندسون المعماريون بالطريقة نفسها، وتلك الارتفاعات تأتي من الجوانب المتبقية من البناء، وينظر لكل منها بوصفها واجهة عرض مباشرة مع عدم وجود منظور.

91

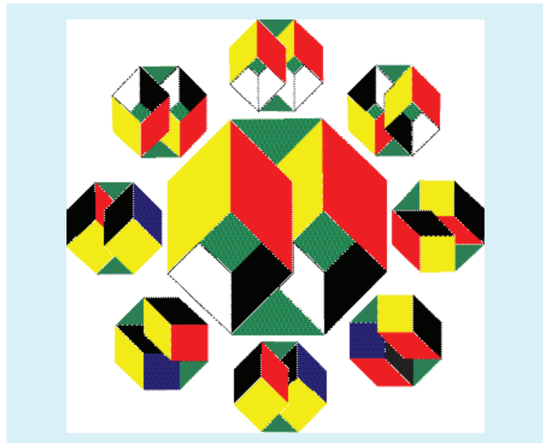


92

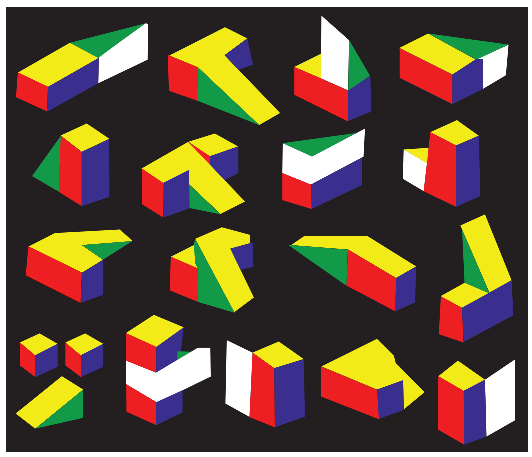


93

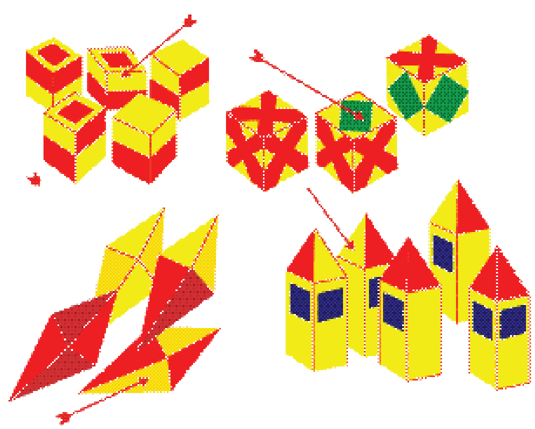
الشكل الأوسط الكبير جرى تتبع خطوطه من خلال خطوط الشبكة المركزية.



94



95



96



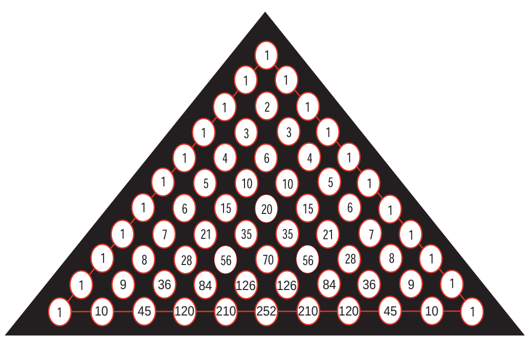
97



عند النظر من النقطة الحمراء، فإن الشكل سيتحول إلى مربع تام مقسم إلى سبع قطع ملونة ومتوائمة مع بعضها بصورة تامة. كان الشكل مصممًا باستخدام قوانين المنظور وقواعده، وكل ذلك لإعطاء دليل على أهمية الزاوية التي تنظر منها عند مراقبة مجسم ثلاثي الأبعاد.

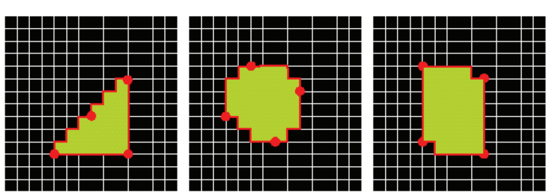
98

كل عدد هو مجموع العددين اللذين فوقه مباشرة. وتسمى هذا الشجرة الرياضية مثلث باسكال (Pascal triangle).

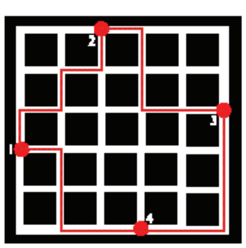


99

يمكن أن يكون هناك العديد من أشكال المربعات في هندسة سيارة الأجرة. وفيما يأتي مربعات عدة كل منها هو ستة مربعات صغيرة على جانب.



100

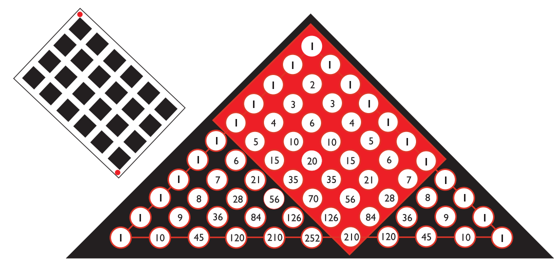


في هندسة المدينة المزدحمة، أقصر طريق يربط النقاط الأربع جميعها يبلغ طوله عشرين عمارة. وهناك 10000 طريق مختصر مختلف يمكنك أن تسلكها.

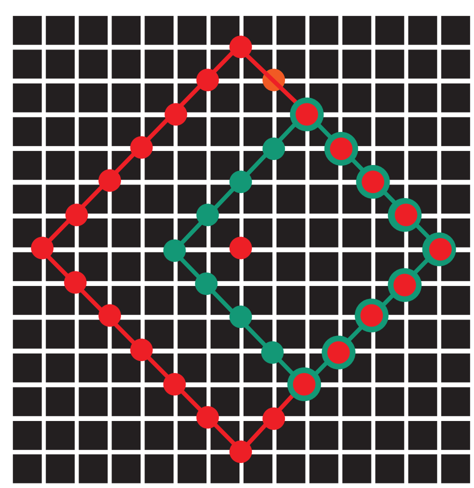
101 بصورة عامة يمكن أن يكون هنالك أكثر من مسار جميعها الأقصر بين نقطتين في المدينة المزدحمة؛ على سبيل المثال، للذهاب إلى نقطة في منتصف الطريق حول مربع من المباني، يمكنك التحرك في اتجاه عقارب الساعة أو عكس عقارب الساعة؛ حيث كلا المسارين له الطول نفسه.

لإيجاد عدد أقصر المسارات عند كل تقاطع في الشبكة، ابدأ بتحديد نقطة البداية بـ 1، التي تمثل الحقيقة التي تقول إن الوقوف في المكان نفسه هو أقصر الطرق للوصول إلى المكان الذي بدأت منه. إن أقصر طريق إلى الزاوية هو الخط المستقيم؛ لذلك ضع علامة على كل زاوية من الزوايا الأقرب لـ 1 كذلك. ولكن كما ذكر أعلاه، هناك مساران قصيران متساويان إلى الزاوية المقابلة لنقطة البداية؛ لذلك ضع رقم 2 عند هذه النقطة. إذا ملأت الشبكة بعناية ثم تأملتها قليلًا كما هو مبين، يجب أن تشاهد جزءًا من مثلث باسكال الشهير (لعبة التفكير 98).

كما يشاهد في الصورة أدناه، عند وضع مخطط للمدينة المزدحمة على مثلث باسكال، تقع النقطة B في النقطة الموضوع فيها العدد 210. وهكذا، هناك 210 مسارات قصيرة متساوية بين النقطة A والنقطة B.

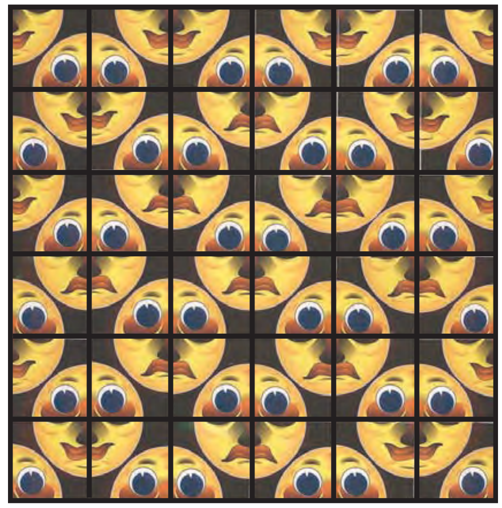


102 في هندسة سيارة الأجرة الدوائر هي مربعات. الدائرة التي يبلغ نصف قطرها 1 كيلومتر تظهر باللون الأحمر، تتقاطع معها دائرة نصف قطرها $^2/_3$ كيلومتر (ولكن المركز هو مربعان إلى الشرق) التي تظهر باللون الأخضر. الدائرتان تتقاطعان في تسع نقاط مختلفة.



على الرغم من أن الهندسة الإقليدية تنص على أن أي دائرتين متقاطعتين يمكن أن تكون لهما على الأكثر نقطتان مشتركتان، فإن هندسة سيارة الأجرة تسمح للدوائر بأن تتقاطع في أي عدد من النقاط. كلما كبرت مساحة المربعات زاد عدد النقاط التي يمكن أن تكون مشتركة بينها.

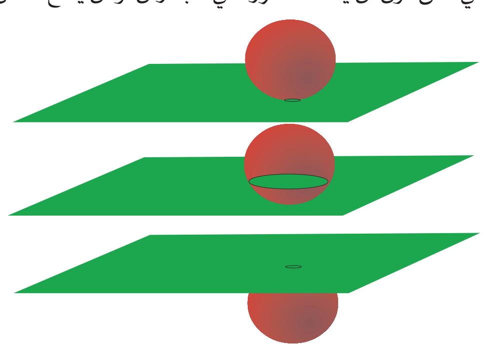
103 تشكيل مكون من تسعة وجوه عابسة وأربعة وجوه مبتسمة.



105 في الأرض المنبسطة صدر قانون يطالب النساء بالالتفاف والدوران باستمرار. وبهذه الطريقة سوف تكون النساء دائمًا مرئيات.

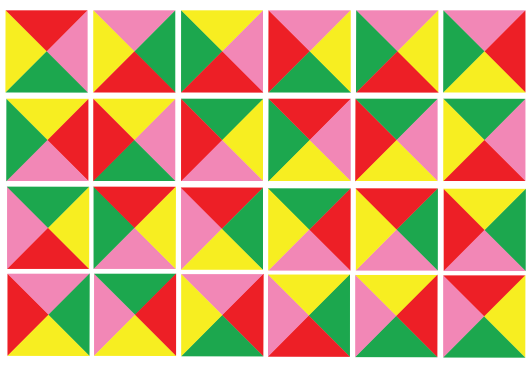
106 لن يكون سكان الأرض المنبسطة قادرين على الشعور باقتراب الكرة حتى تتقاطع مع مسطح عالمهم، أولئك الموجودون على مسافة سوف يرون نقطة تظهر من العدم، وهذه النقطة سوف تنمو لتصبح دائرة من شأنها في نهاية المطاف أن تصل إلى حجم الكرة نفسها. ثم سوف تبدأ الدائرة في الانحسار، لتنكمش وتصبح نقطة وتختفي في نهاية المطاف.

سيكون الحدث كارثة بالنسبة إلى سكان الأرض المنبسطة الموجودين عند نقطة تقاطع الكرة مع عالمهم، فسوف يرتفعون عن عالمهم إلى البُعد (الثالث) الغامض بالنسبة إليهم. في الواقع، لو أن شخصًا ما من بعدنا أراد أن يأخذ أجسامًا من الأرض المنبسطة، فسوف يواجه القليل من المشكلات. حتى القبو الأكثر أمانًا في الأرض المنبسطة هو ببساطة مربع ثنائي الأبعاد مع جدران ثقيلة. ويمكن لشخص من عالمنا أن يصل إلى القبو ويأخذ أي شيء من دون أن يحدث ضررًا في الجدران أو أن يفتح القفل.



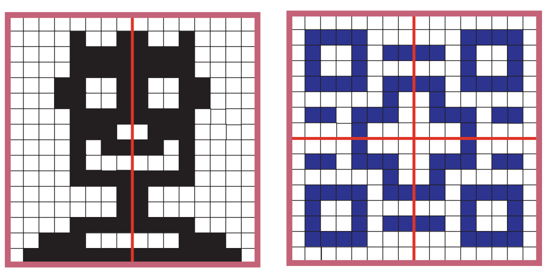
107 الإجابة تبدو سطحية، يمكنك جمعهم معًا عن طريق إغلاق الكتاب، ولكن بعض علماء الفيزياء يتوقعون بأنه إذا كان فضاؤنا ثلاثي الأبعاد ومرنًا يمكن تحويله إلى صفحات، فإن طي الفضاء نفسه قد يكون هو الوسيلة التي يمكن للإنسان من خلالها السفر من نجم إلى نجم.

108 المكعب الموضوع على أحد جوانبه يمكن تدوير وجهه في أربعة اتجاهات مختلفة. فالمكعب له ستة جوانب؛ لذا فإن أربعة اتجاهات في كل جانب مضروبة في ستة جوانب تعطي ما مجموعه أربعة وعشرون تدويرًا ممكنًا.



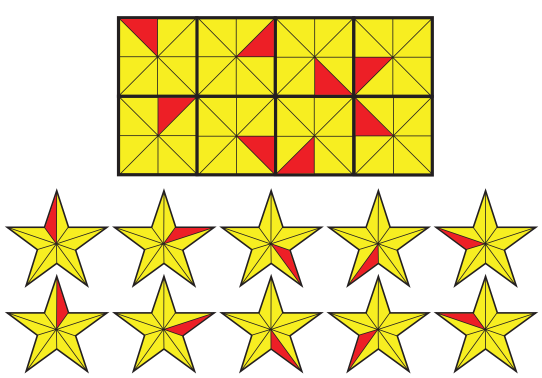
109 هناك ستون طريقة مختلفة يمكن من خلالها وضع المضلع الاثني عشري وجه على الطاولة.

110



111 يمكن للمربع أن يخضع لثمانية تحويلات، ويمكن للنجمة أن تخضع لعشرة تحويلات.

العمليات المتضمنة هنا تسمى تناظرات. عند الحديث عن التناظر، فإن عالم الرياضيات يتحدث عن طريقة تحويل شيء بحيث يحتفظ بشكله. يمكن تدوير الشيء أو قلبه حول محور؛ وتسمى مجموعة التحويلات من هذا النوع لشيء ما بمجموعة التناظر.

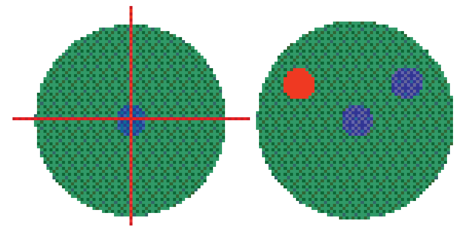


112

اللاعب الذي يقوم بالخطوة الأولى يمكنه الفوز دائمًا باتباع التعليمات الآتية:

ضع العملة الأولى في مركز المنضدة تمامًا. بعد هذه الحركة، تجاوب دائمًا مع حركة المنافس بحركة تناظر حركته، مثلًا: التناظر من خلال محور تماثل افتراضي مارًا بالمركز؛ ستكون هذه الحركة دائمًا ممكنة.

وإذا كانت تحركات اللاعب الأولى آمنة دائمًا، فلا يمكن أن يخسر. وفي نهاية المطاف سيستنفد جميع التحركات الآمنة من اللاعب الثاني.

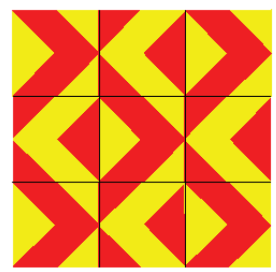


113

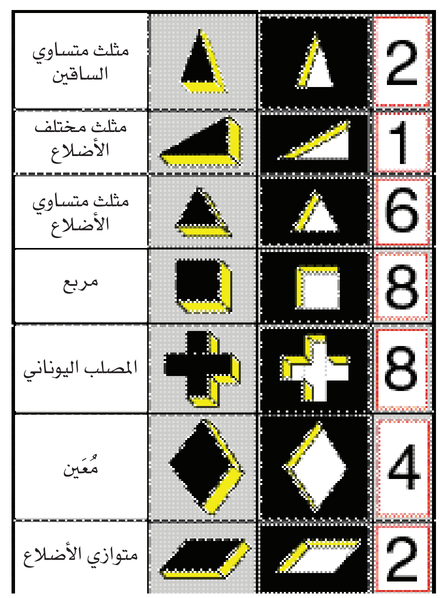


114

آخر بلاطتين لا تتبعان القاعدة.



115

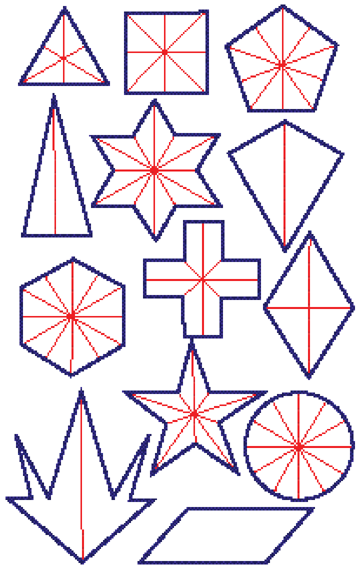


116

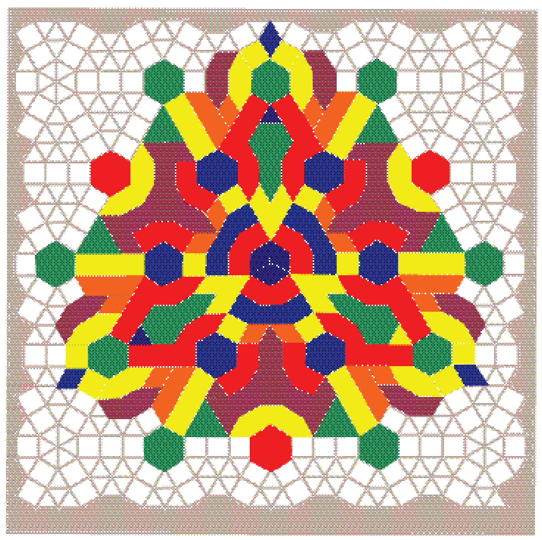
الحروف الحمراء هي الحروف الكبيرة في الأبجدية الإنجليزية التي لديها تماثل رأسي فقط، بينما الحروف الزرقاء هي الحروف الكبيرة التي لديها تماثل أفقي فقط.

117

متوازي الأضلاع ليس له أي محور تناظر، والدائرة لها عدد لا حصر له من محاور التناظر.



118

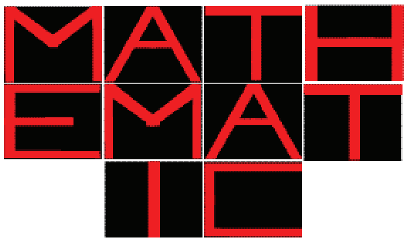


119

يمكن تصنيف تناظر الحروف الكبيرة على النحو الآتي:

1. الحروف التي فيها تناظر من خلال محور رأسي فقط: A، M، T، U، V، W، Y
2. الحروف التي فيها تناظر من خلال محور أفقي فقط: B، C، D، E، K
3. الحروف التي فيها تناظر من خلال محورين أفقي ورأسي: H، I، O، X
4. الحروف التي فيها تناظر دوراني فقط: N، S، Z
5. الحروف التي ليس فيها أي تناظر: F، G، J، L، P، Q، R

120



121

الحروف الزرقاء هي حروف لها تناظر أفقي ورأسي، أما الحروف الحمراء فليس فيها أي تناظر.

122

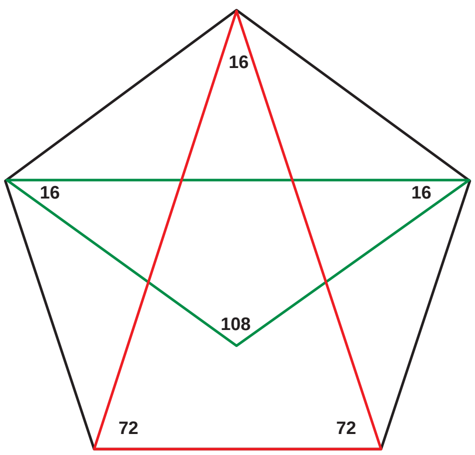
الحروف الحمراء ليس فيها تناظر. الحروف الزرقاء بها تناظران يدور الجسم في كل منهما نصف دورة. وعلى الرغم من أن بعض الأشكال – والحروف – ليس لها تناظر ثنائي، فإنها لا تزال تمتلك تناظرًا دورانيًّا.

123

من المستحيل إعادة إنشاء الوجه الأول في الصف الأول والوجه الثاني في الصف الثاني والوجه الثالث في الصف الثالث.

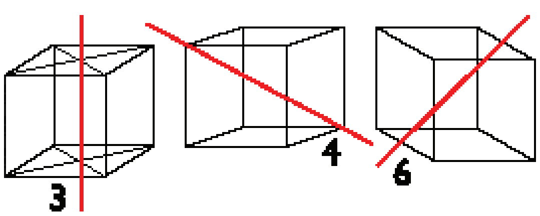
124

أثبت الإغريق أن النجمة الخماسية تتألف من مثلثين ذهبيين أطوال أضلاعهما مساوية للنسبة الذهبية؛ أي ما يقرب من 1.618 – في كثير من الأحيان يرمز لها بالحرف اليوناني ø.



125

المكعب له ثلاثة محاور دورانية يدور المكعب في كل منها ربع دورة، وله أربعة محاور دورانية يدور في كل منها ثلث دورة، وله ستة محاور دورانية يدور في كل منها نصف دورة، وفي كل مرة يكون لديك شكل بعد الدوران مطابق للمكعب الأصلي.

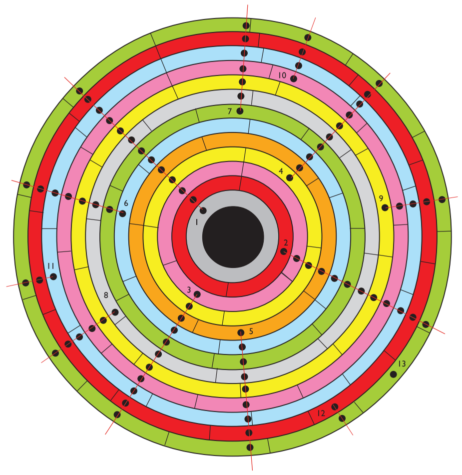


126 فـي نهاية اللعبة، سـيبقى مربع أخضـر واحد فقط على اللوحـة الدوارة. وآمـل أن تكون قد توقعت منذ البداية أن المثلثات والدوائـر وأنصاف الدوائر ستسـقط من خلال الثقوب المربعـة، وآمل أيضًا أنك لاحظت أن الاختلافات في الاتجاهات في بعض الحـالات من شـأنها أن تمنع المثلثات وأنصـاف الدوائر من السقوط خلال الثقوب ذات الشكل المماثل.

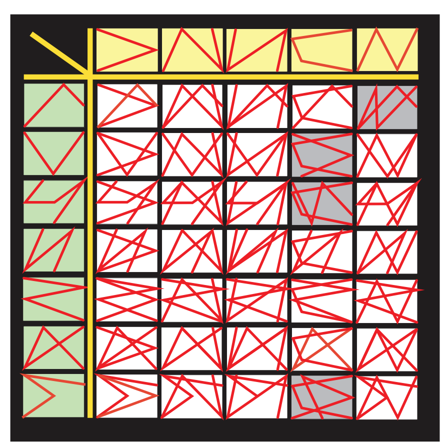
عدد الأشكال المتوافرة على اللوحة الدوارة	16	16	16	16
الأشكال				
عدد الأشكال الساقطة قبل الدوران	12	8	4	6
عدد الأشكال الساقطة بعد ربع دورة	0	7	6	5
عدد الأشكال الساقطة بعد نصف دورة	3	1	1	3
عدد الأشكال الساقطة بعد ثلاثة أرباع دورة	1	0	5	1
عدد الأشكال التي لم تسقط	0	0	0	1
عدد الأشكال في البداية على القمة	0	0	0	1

الفصل 3 الحلول

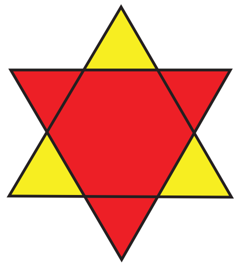
128 واحد من حلول كثيرة ممكنة.



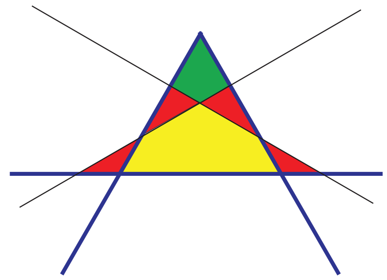
129



130

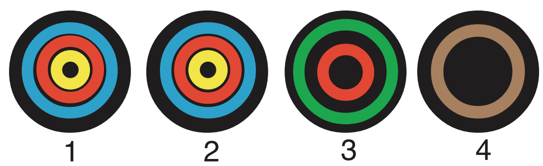


131

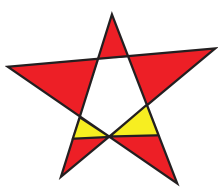


132 مجموعات مـن الخطوط المسـتقيمة سـوف تغطي الدوائـر المتحدة المركز بحجـوم مختلفة، والنتيجة المحيرة ترجع إلى الخداع البصري؛ لقد رأيت بلا شـك مثل هذا الخداع من قبل، ولكن ربما لا تعرف لماذا يعمل، فلا تشعر بالضيق؛ إذ حتى العلماء الذين يدرسون الإدراك البشري ليسوا متأكدين من السبب في أن الخطوط المستقيمة يمكن رؤيتها كدوائر.

أهـم عنصر من عناصر الخداع هو شـيء لا تـراه حقًّا ــ نقطة المركز التي تدور حولها بقية الأقراص. المسافة من نقطة المركز إلى منتصف الخط سـوف تعطيك نصف القطر التقريبي للدائرة التي تراها عندما يبدأ القرص الدوار في الحركة.



133 الحل بسبعة مثلثات موضح هنا.



بصورة عامة، ما أكبر عدد من المثلثات غير المتداخلة التي يمكن أن تعملها بـ n من القطع المستقيمة؟ سوف تقودك المحاولة والخطأ بسرعة إلى اكتشاف أنه عندما $n = 3، 4، 5، 6$، فإن الحد الأقصى لعدد المثلثات غير المتداخلة هو واحد، اثنان، خمسة، سبعة، على التوالي.

لكن عندما تصل المسـألة إلـى أن $n = 7$، فإن المحاولة والخطأ لا يمكن أن تقدم إجابة سهلة. والمسألة بوجه عام لأي عدد n لم تُحَلّ بعد.

134 المنحنـى المغلـق البسـيط هـو المنحنى الـذي لا يقطع نفسه، والحلقة التي تحقق هذه القاعدة يمكن دائمًا أن تتمدد لتصبح على شكل دائرة، وبالمثل يمكن سحب الدائرة لتشكل حلقة، ولكن مع الحلقة أو الدائرة، هناك دائمًا داخل وخارج.

هنالـك طريقـة واحـدة لتحديد مـا إذا كانت النقطة تقـع في داخل الحلقـة أو خارجهـا، وهـي أن تُظلِّل بعناية في المسـاحات الداخلية جميعهـا للحلقة، ولكن هذا بمثابة مضيعة للوقت؛ هنالك حل أقصر وأكثر أناقة، وهو رسم خط يربط النقطة بمنطقة من الواضح أنها خـارج الحلقـة، ومن ثم حسـاب عدد المرات التـي يقطع فيها الخط منحنـى الحلقة، فإذا كان الخط يقطع المنحنى في عدد فردي من المـرات، فـإن النقطة داخل الحلقة، وإذا كان الخط يقطع في عدد زوجي من المرات، فالنقطة خارج الحلقة.

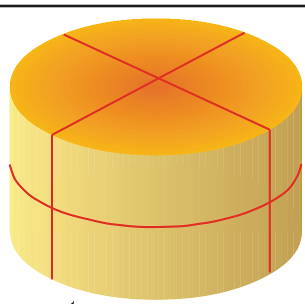
تعـرف هـذه القاعـدة بنظريـة منحنـى جـوردن (Jordan curve theorem).

135 النتيجـة صحيحـة ومثيـرة للدهشـة وتسـمى بنظريـة بابوس (Pappus)، يمكنـك التحقـق بنفسـك وذلـك برسـمك الخطوط بطريقة عشوائية، وسوف تكون التقاطعات دائمًا على استقامة واحدة.

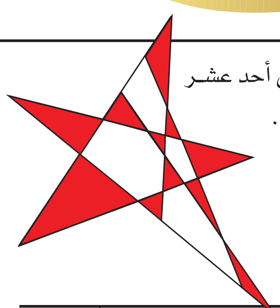
136 هناك مضلع محدب واحد فقط وهو الشكل السداسـي في الركن السفلي.

المضلـع الـذي على شكل رقم ثمانيـة مختلف عن الأشـكال الأخرى كافة؛ لأن خطوطه تتقاطع.

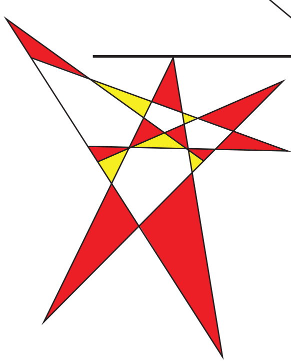
137



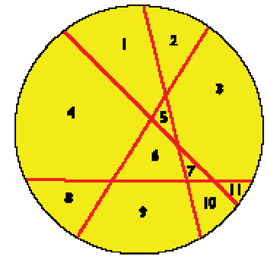
138 الحل المكون من أحد عشـر مثلثًا موضح هنا.



139 الحـل المكـون من خمسـة عشـر مثلثًا موضح هنا.



140

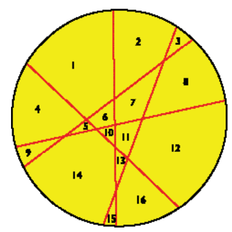


الرسم التوضيحي أعلاه يظهر أربعة خطوط قص تقسم الكعكة إلى إحدى عشرة قطعة. بوصفها قاعدة عامة، حاول وضع كل خط قص جديد عبر خطوط القص السابقة جميعها، وبهذه الطريقة فإن كل عدد n خط قص ينتج n قطعة جديدة.

الخطوط	**قطعة**	**المجموع**
0	1	1
1	1+1	2
2	2+2	4
3	4+3	7
4	7+4	11
5	11+5	16

وهكذا يمكن كتابة المبدأ العام بصيغة عامة: عدد خطوط القص n من القطعات يساوي: $1+ 2/[n\ (n+1)]$.

141

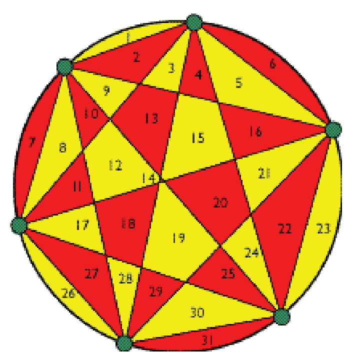


إذا فهمت القاعدة العامة (انظر لعبة التفكير 140)، ينبغي أن يكون هذا الأمر سهلًا: إذا قطعت الكعكة بأربعة خطوط، فيمكن أن تنتج إحدى عشرة قطعة، فإن قطعت الكعكة بخط خامس عبر القطعات الأربعة السابقة، ستنتج خمس قِطَع جديدة، ليصل المجموع إلى ست عشرة قطعة.

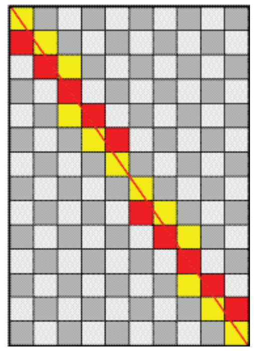
142

على الرغم من الإجابات بالنسبة إلى أصغر عدد من النقاط، فإن الحل إحدى وثلاثون منطقة، وليس اثنتين وثلاثين.

هذا مثال جميل يظهر أن تخمين الإجابة ليس أفضل وسيلة لحل المسألة؛ سلسلة المناطق التي أُنشئت لسلسلة النقاط من صفر نقطة إلى تسع نقاط، هي: 1، 2، 4، 8، 16، 31، 57، 99، 163، 256.



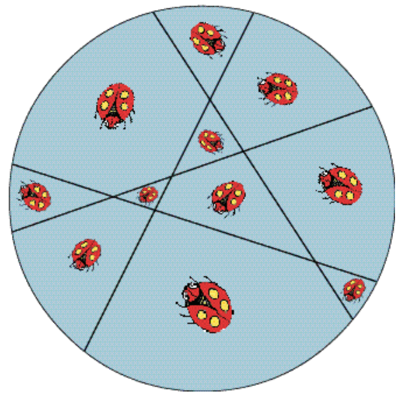
143



بوجه عام، عدد الغرف التي يخترقها الليزر هو مجموع جانبي الصندوق مطروحًا منه القاسم المشترك الأكبر لهذين الرقمين، في هذا المثال:

$10 + 14 – 2 = 22$.

144

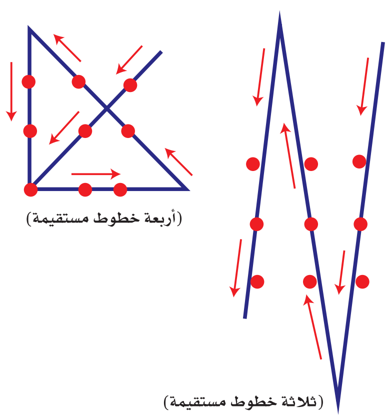


145

من السهل التقليل من عدد التقاطعات إلى الحد الأدنى: اجعل الخطوط جميعها متوازية. زيادة عدد التقاطعات إلى الحدِّ الأقصى أكثر صعوبة بكثير. يمكن أن يلتقي الخطان في نقطة واحدة فقط؛ وثلاثة خطوط في ثلاث نقاط بالتحديد، وأربعة خطوط في ست نقاط، وهكذا. سيقودك القليل من المحاولة والخطأ مستخدمًا قشات شرب العصير أو الأقلام والورق أو رسومات الحاسوب إلى الحد الأقصى. كل ما عليك القيام به هو تجنب جعل أي خط موازيًا للآخر – في نهاية المطاف سوف يتقاطع كل خط مع كل خط آخر.

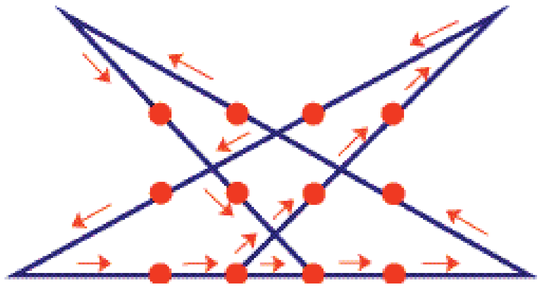
لذا بالنسبة إلى خمسة خطوط هناك حد أقصى قدره عشرة تقاطعات.

146

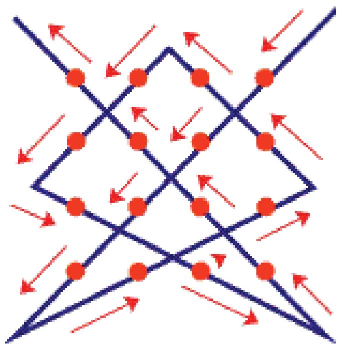


147

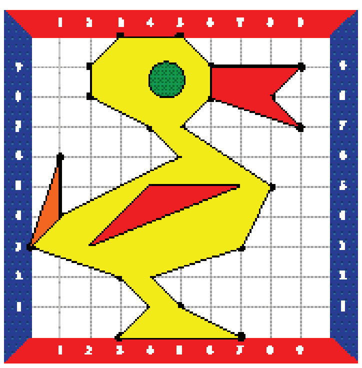
يمكن تعميم مهارة ذات قيمة بمجرد اكتسابها. إذا حللت المسألة الخاصة بالنقاط التسع، فإن حل المسائل التي تشمل عددًا أكبر من النقاط ينبغي أن يكون سهلًا. بالنسبة إلى هذه المسألة هناك حاجة إلى خمسة خطوط.



148



149



150



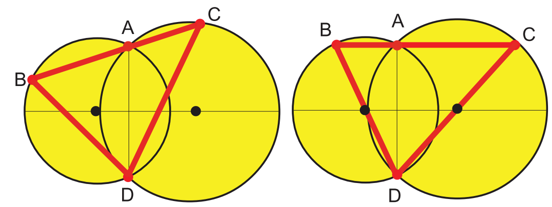
معظم الناس يعتقدون أن ثلاثة هي أفضل إجابة، ولكن إذا كانت الأشجار الثلاث تحيط بتلة شديدة الانحدار أو بواد، فمن الممكن زراعة شجرة رابعة في أعلى التلة أو في الجزء السفلي من الوادي، لتشكل رباعي الأسطح، وهو شكل ثلاثي الأبعاد مكون من أربعة مثلثات متساوية الأضلاع؛ وعليه فإن النقاط الأربع جميعها تصبح على مسافة واحدة.

151

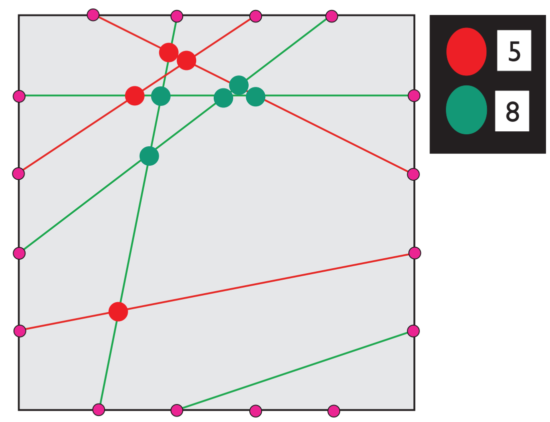
بما أن فيدو مربوط إلى شجرة، فيمكنه أن يصل إلى أي مكان داخل دائرة مركزها الشجرة و نصف قطرها عشر أقدام؛ وعليه فإن الوعاء الخاص بفيدو يقع على بعد خمس أقدام من الشجرة، على الجانب المقابل لمكان وقوفه الذي بدأ منه.

152 ابدأ عن طريق إنشاء مثلث يربط النقطتين B وC بالنقطة D. وأنت تحرك النقطتين B وC ـ احرص على التأكد من أن الخط BC يمر دائمًا من خلال النقطة A ـ سوف تجد أن الزوايا BDC وDBC وBCD متساوية، وهذا يعني أن الطريقة لجعل الخط BAC الأطول هي من خلال جعل الخطين BD وCD أطول ما يمكن، والخطان BD وCD أطول ما يمكن عندما يكونان أقطار الدوائر الخاصة بهما، وعندئذٍ يكون الخط BAC هو الأطول.

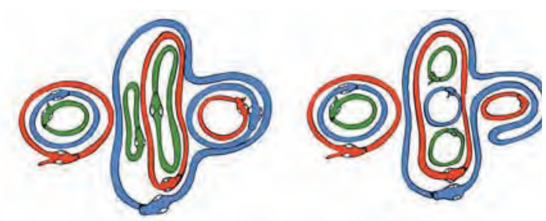
يتصادف أنه عندما يسير BD وCD عبر أقطار الدوائر، يكون الخط BAC عموديًّا على الخط AD.



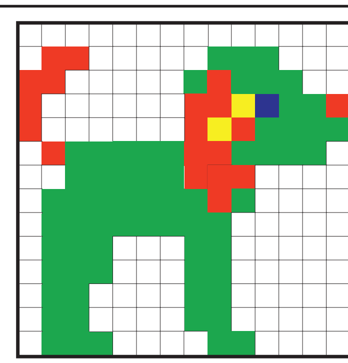
153 نموذج للعبة يفوز فيها الأخضر.



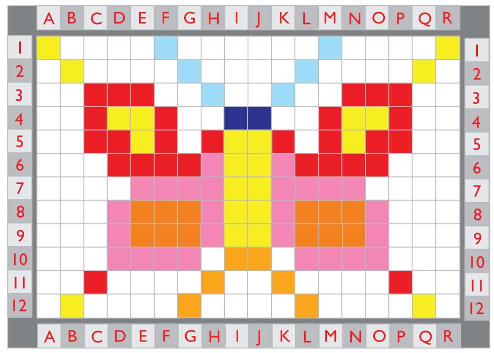
154 يوجد حلان ممكنان؛ الثعبان المخفي هو إما أخضر أو أزرق.



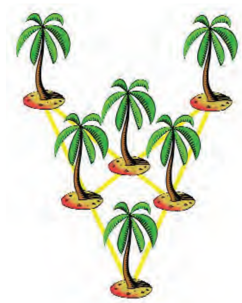
155



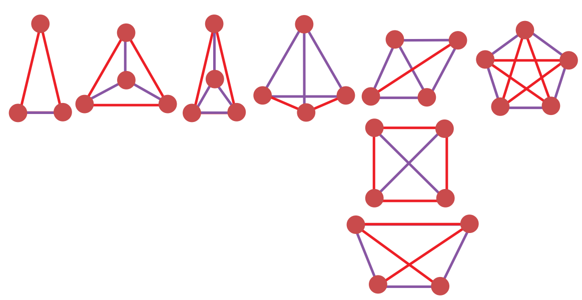
156



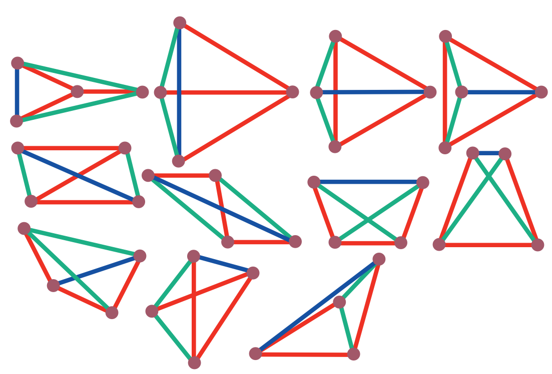
157 هذا مثال آخر على مسألة متعلقة بالخطوط والقيود على التشكيلات الممكنة. مع عدد الخطوط (n)، يمكن عمل تشكيلين كحد أعلى $[n(n-1)]/2$، ويمكن عمل عدد قليل من التقاطعات يصل إلى ($n-1$)، وهذه حالة تكون فيها الخطوط متوازية ما عدا خطًا واحدًا.



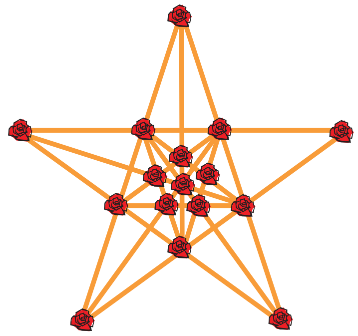
158 هناك بالتحديد ثماني مجموعات ذات مسافتين؛ وكلها موضحة هنا. في كل شكل الخطوط الحمراء لها طول، والخطوط الزرقاء لها طول آخر.



159

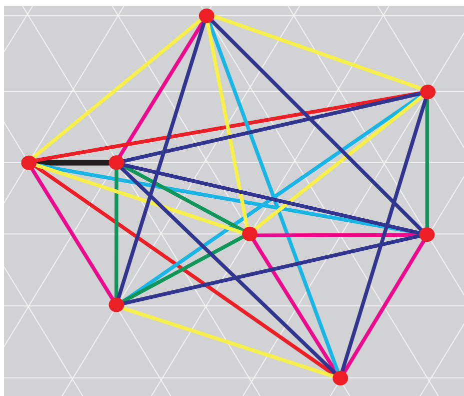


160

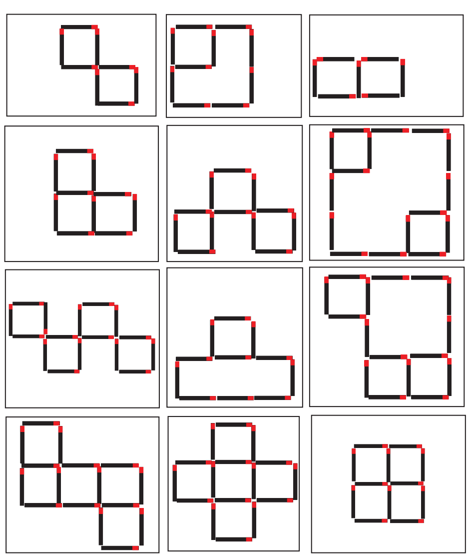


161 عالمة الرياضيات المجرية إيلونا بالاتسي (Ilona Palásti) اكتشفت الرسم البياني متعدد المسافة ذا النقاط الثماني في عام 1989م، وهو أكبر مجموعة نقاط معروفة: مجموعة من ثماني نقاط وسبع مسافات.

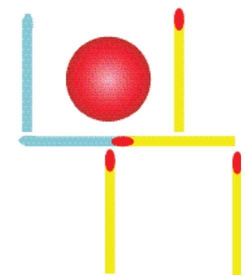
المسافات: 1 سوداء؛ 2 حمراء؛ 3 سماوية؛ 4 خضراء؛ 5 أرجوانية؛ 6 صفراء؛ 7 زرقاء



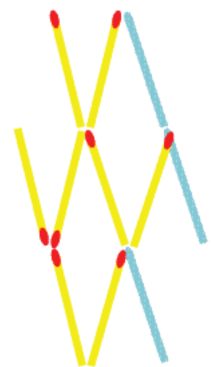
162 مفتاح حل هذا النوع من الألغاز هو تصور الجواب قبل أن تلتقط أول عود، وتتضمن بعض الإجابات مربعات مختلفة الحجوم، بعضها يتداخل؛ والكثير منها لديه جوانب مشتركة، ولكن إذا كانت لديك صعوبة في تخيل الجواب، فإن نهج المحاولة والخطأ سيساعدك على العمل نحو الوصول إلى حلٍّ وفهم أفضل للمبادئ التي وراء اللغز، وبمجرد أن تتقن هذه الألعاب، يمكنك تصميم المزيد من النسخ المعقدة بنفسك.



163

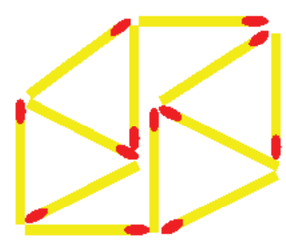


164



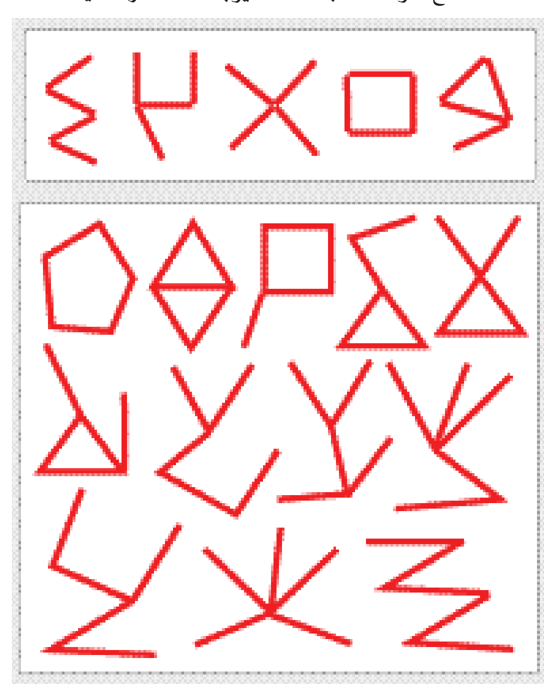
165

الحل الموضح هنا يتطلب اثني عشر عود ثقاب تلتقي في ثماني نقاط في المستوى. والهرم الثلاثي من ستة أعواد ثقاب تلتقي في أربع نقاط تمثل حلًّا في الفضاء.



166

مع أعواد الثقاب الأربعة توجد خمسة تشكيلات ممكنة.
مع أعواد الثقاب الخمسة يوجد اثنا عشر تشكيلًا ممكنًا.



167



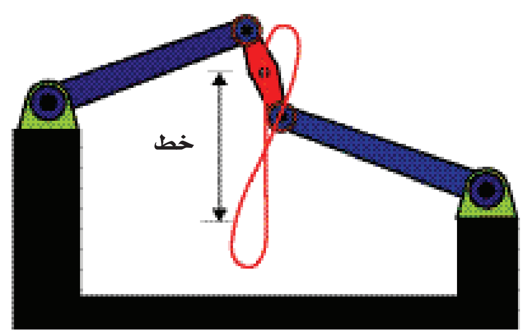
168

كما ترون، المساحة والمحيط لهما تأثير ضئيل في بعضهما، والطريقة التي تتغير بها المساحة والزوايا كما تتغير عناصر أخرى في الشكل تقدم مفهوم الدالة، وهو ما سوف ترى منه الكثير فيما بعد.

	ثابت	متغير
المساحة	لا	نعم
المحيط	نعم	لا
الأضلاع	نعم	لا
الزوايا	لا	نعم

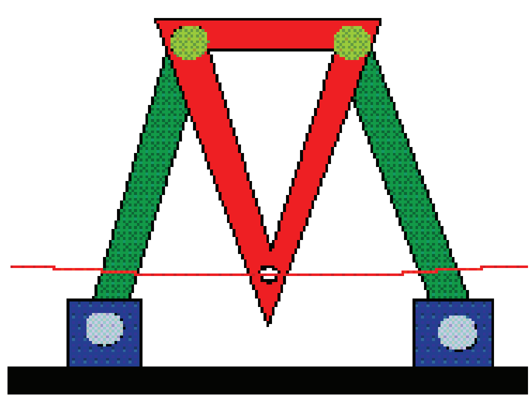
169

الوصلة الموضحة أدناه هي التمثيل التخطيطي لوصلة وات التي ترسم منحنى على شكل الرقم ثمانية، جزء من ذلك المنحنى – يسمى منحنى برنولي ذا العروتين (Bernoulli's lemniscate) – هو خط مستقيم تقريبًا.

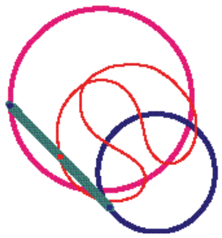


170

يعد المسار خطًّا مستقيمًا تقريبًا.

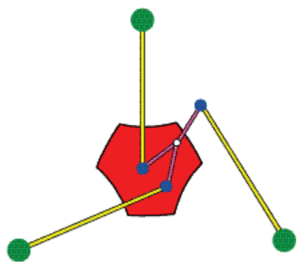


171

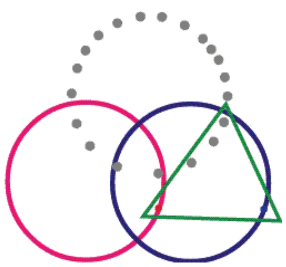


172

القلم الرصاص المتحرك سيغطي المنطقة الحمراء كما هو مبين.



173



الفصل 4 الحلول

174

الطريقة الوحيدة للوصول إلى صديقة الخنفساء هي من خلال الزهرة الحمراء في الجزء العلوي من الرسم؛ لذلك يجب أن يمثل اللون الأحمر الاتجاه إلى الأعلى.

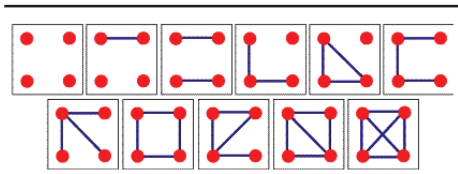
اللون الأرجواني لا يمكن أن يكون إلى الأعلى، وإذا كان إلى الأسفل، فسوف تكون أول حركة للخنفساء خارج الرسم، وإذا كان الأرجواني يعني إلى اليسار، فإن الخنفساء ستتحرك إلى الزهرة الصفراء؛ وعليه فإن الاتجاه الوحيد المسموح للون الوردي سيكون إلى اليمين – حلقة لا تنتهي أبدًا! لذلك يجب أن يمثل اللون الأرجواني الاتجاه إلى اليمين.

بعد معرفة كل ذلك، يصبح من السهل القول إن اللون الأزرق يمثل الاتجاه إلى اليسار، وإن اللون الأصفر يمثل الاتجاه إلى الأسفل.

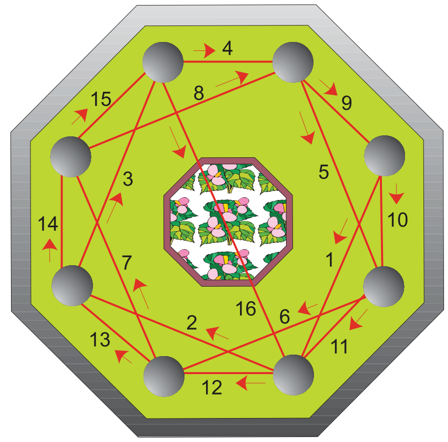
175

القرصان ذو الساق الخشبية، دفع العربة ذات العجلتين، ومشى كلب القرصان بجانبه.

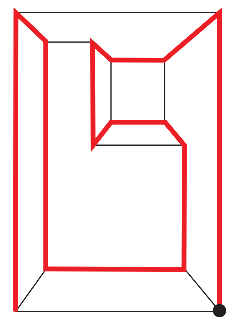
176



177 يوجد عشرون مسارًا مسموحًا بها بين الأعمدة، ولكن مهما كان عدد الطرق المختلفة التي ركضت فيها، لا يمكنني أبدًا أن أتجاوز سبعة عشر مسارًا. إذا كان للفناء سبعة أعمدة أو تسعة أعمدة، لكنت قادرًا على الوصول إلى الحد الأقصى الرياضي، وحيث إن الحال كانت بهذا الشكل، فقد اكتشفت لاحقًا ــ من خلال دراستي للطبوغرافيا ــ أنه من المستحيل تحقيق المجموعة الكاملة من المسارات في فناء ذي ثمانية أعمدة.



178 إذا كانت لديك مشكلة في حل هذه المسألة، فقد يكون ذلك بسبب صعوبة تخيل الحواف والأركان المخفية في الشكل الصلب، ربما يكون من المفيد رسم شكل ثنائي الأبعاد مكافئ طبوغرافيًّا للجسم ثلاثي الأبعاد. مثل هذا المخطط يجعل كل حافة وزاوية واضحة، ويمكّنك من رؤية العلاقات بينها، والحل مرسوم على هذا النوع من الرسم التخطيطي.



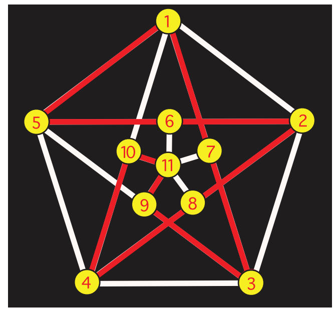
179 حلَّ ليونارد أويلر مسألة سبعة جسور كونجيسبيرج (انظر الصفحة 71)، اكتشف القاعدة العامة لمعالجة هذه الفئة من الألغاز. السر هو حساب عدد المسارات المنبثقة من كل نقطة تقاطع؛ إذا كان أكثر من تقاطعين ينبعث من كل منهما عدد فردي من المسارات، فسيكون من المستحيل تتبع النمط، وعلى ذلك فإن المسارين 4 و 5 مستحيلان.

إذا كان هناك بالتحديد تقاطعان لكل منهما عدد فردي من المسارات، فيمكن حل المسألة على أن تبدأ وتنتهي من أحد هذين التقاطعين. المسار 7 لديه هذه الصفة، ولتتبعه بالكامل، يجب أن تبدأ من إحدى الأركان المنخفضة، وتنتهي في الطرف الآخر.

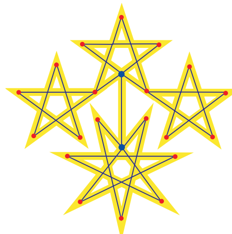
180 توجد عشر طرق مسموح بها.

181 دائرة هاملتون:

1ــ5ــ6ــ2ــ8ــ4ــ10ــ11ــ9ــ3ــ7ــ1



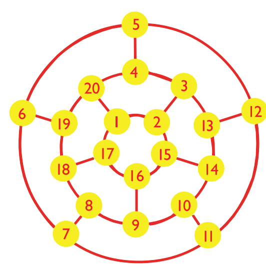
182 يمكنك تتبع الشكل فقط إذا بدأت من عند واحدة من النقاط الزرقاء، وانتهيت عند الأخرى.



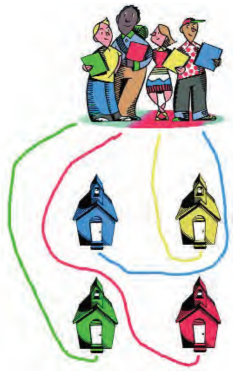
183



184

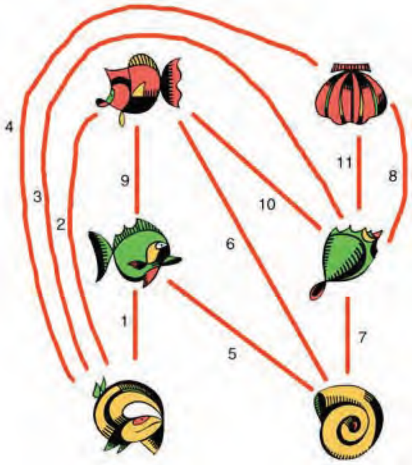


185

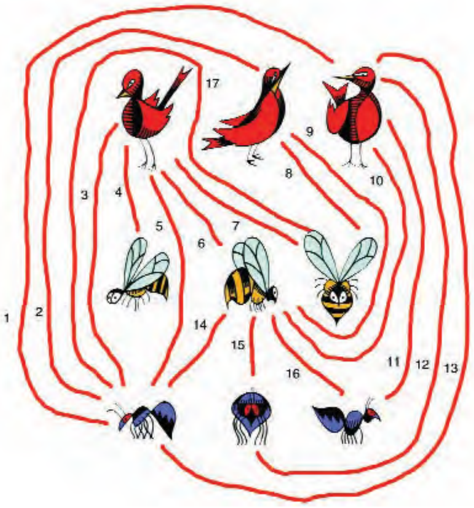


186 عليك إما أن تحفر نفقًا تحت أحد المنازل، أو تركب عمودًا لتوصيل الكهرباء له.

187



188

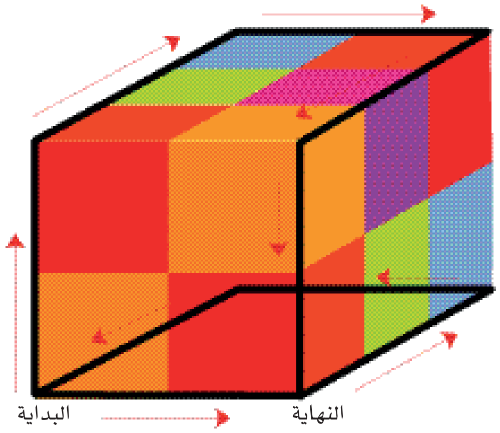


189

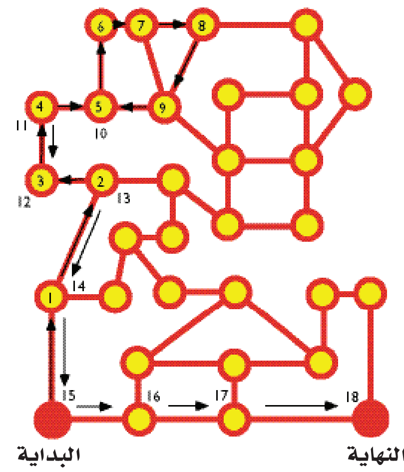


190

تستطيع الدودة الزحف 22 سم، كما هو مبين أدناه.

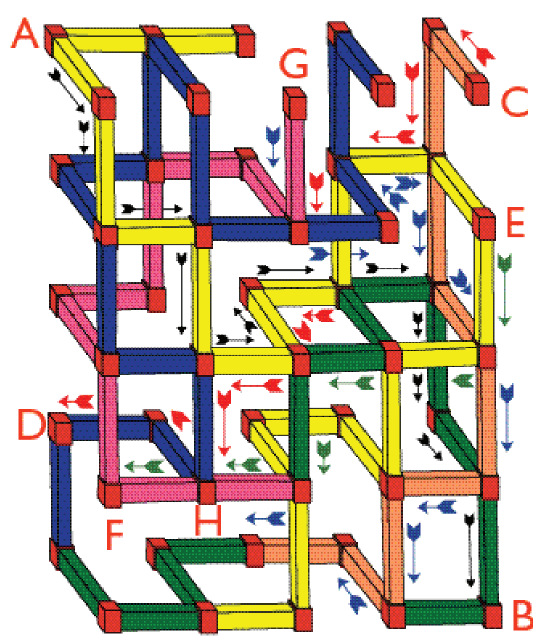


191



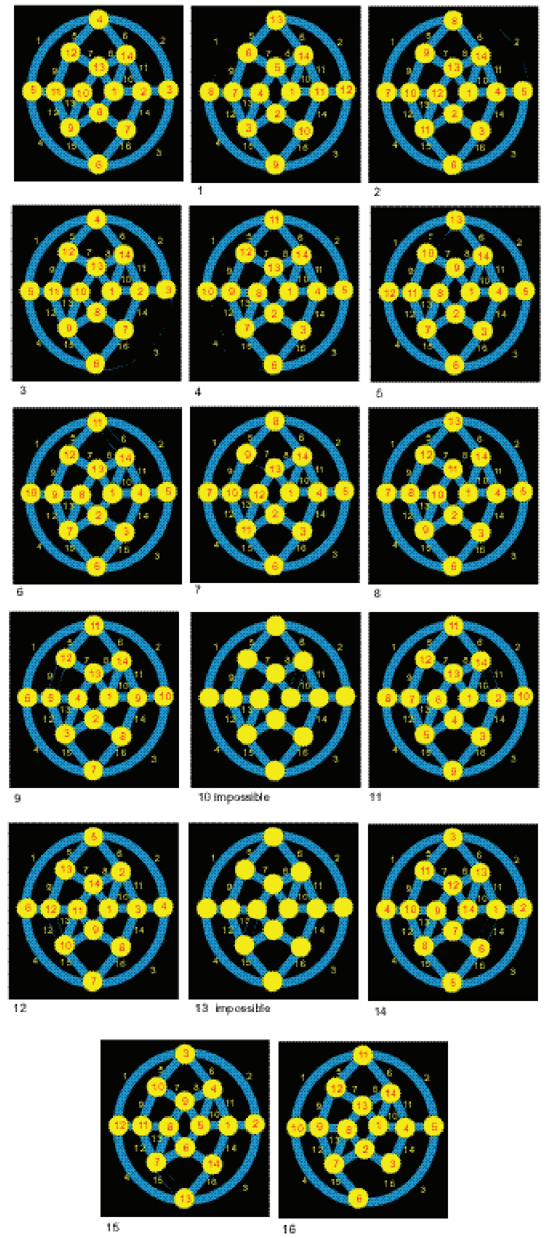
192

السفر من A إلى B سيستغرق ثلاث عشرة دقيقة؛ ومن C إلى D أيضًا ثلاث عشر دقيقة؛ ومن E إلى F تسع دقائق؛ ومن G إلى H خمس عشرة دقيقة، كما هو مبين.



193

الطريقان الاسترشـاديان اللذان إذا فقدا يجعلان هذا اللغز مستحيلًا هما رقم 10 و13.

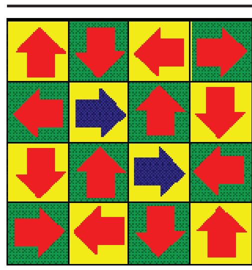


194

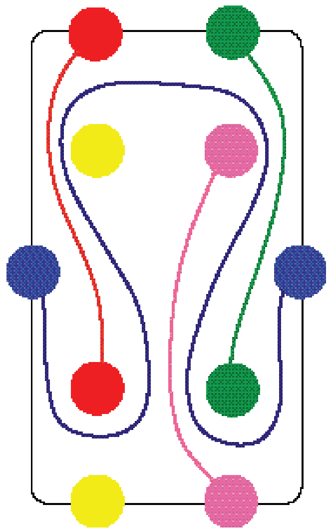
نعم توجد طريقة للحل، هـذا اللغـز عُـدِّل عـن النسـخة الأصليـة التي وضعهـا أسـتاذ الألغـاز سـام لويـد (Sam Loyd) الـذي نشـر لغزالمريـخ لأول مـرة فـي مجلـة (Our Puzzle Magazine) عـام 1907م، وكتـب عشـرة آلاف قـارئ يقولـون إنهـم حاولوا حل المسـألة، ووجدوا الحل وهـو: «THERE IS NO POSSIBLE WAY».

195

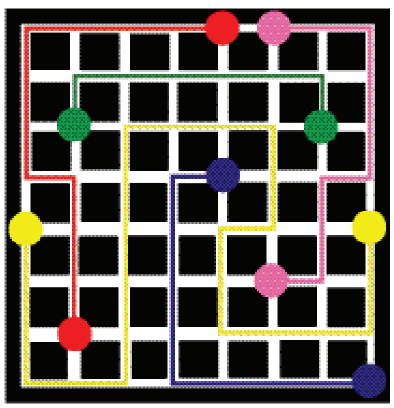
تشـير الأسـهم الأربعة في كل صف وعمود إلى اتجاه مختلف.



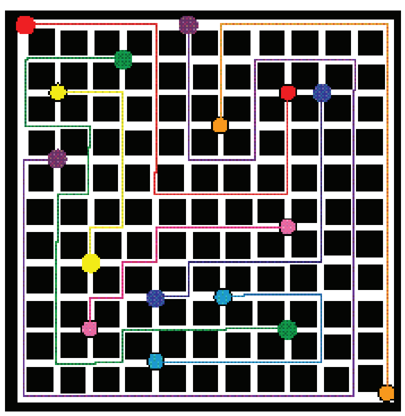
196



197

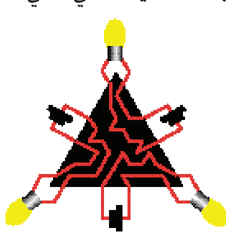


198



199

لوحـة الدائـرة الكهربائيـة الصحيحـة هي التـي تحمل الرقم 3.

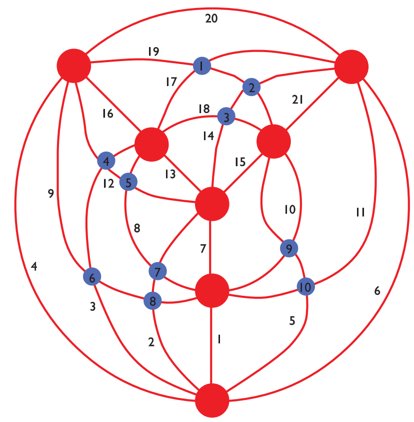


200

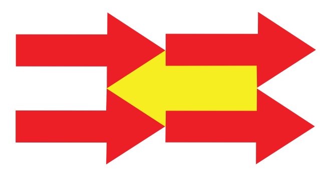
قبل الأخذ في الحسبان تماثلات المكعب، يمكنك وضع الأسهم بطرق عددها $4^6 = (4096)$ طريقة مختلفة، ولكن بحذف التكوينات التي هي نسخ متناظرة، فتبقى لك فقط 192 طريقة مختلفة لتعليم هذا المكعب بالأسهم.

201

يمكن تحريك الخط رقم 5، بحيث يعبر خطًّا آخر واحدًا فقط، وهذا يجعل هنالك تسعة تقاطعات، وهو أقل عدد ممكن عند توصيل سبع نقاط مختلفة. علماء الرياضيات لديهم طريقتهم للتعبير عن هذا: الحد الأدنى لعدد التقاطعات لسبع نقاط هو تسعة.

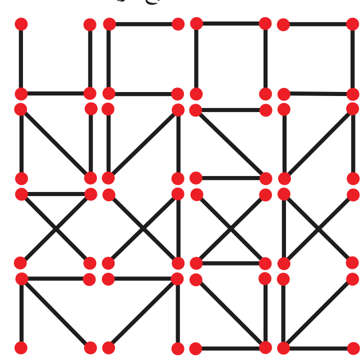


202



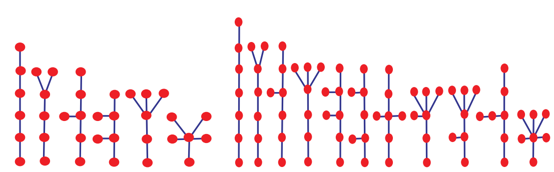
203

الرسوم البيانية للأشجار الست عشرة التي تربط النقاط الأربع موضحة أدناه.



204

الأشجار المختلفة طوبوغرافيًّا المرتبطة بمجموعة من ست نقاط أو مجموعة من سبع نقاط موضحة في الأسفل.



206

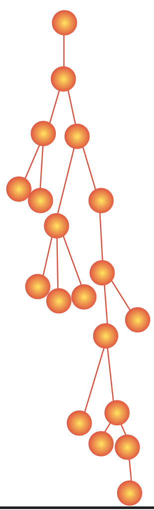
مجموعات بطاقات لعبة الشجرة

61_35_20_1
56_32_5_2
75_47_29_3
25_24_17_4
59_21_8_6
31_30_11_7
45_41_36_9
49_38_22_10
63_26_19_12
55_50_27_13
48_43_39_14
62_46_42_16
64_53_23_18
58_40_34_28
60_51_44_33
54_52_37_15

207

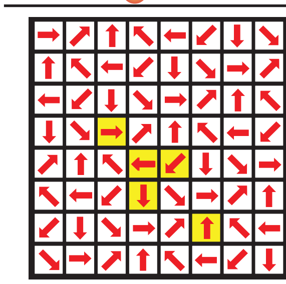
أحد الحلول موضح هنا؛ هناك العديد من الحلول الأخرى، ولكن كلها سيكون لها ثمانية عشر فرعًا. في حالة السلاسل والخرز، يمكن تعليق الإجابة الصحيحة بالطريقة المبينة، وكل خرزة تتدلى من قطعة واحدة من السلسلة بالتحديد؛ ولذلك فإن عدد السلاسل أو الخطوط أو الفروع يتساوى مع عدد الخرز أو النقاط، ناقص واحدة.

بصرف النظر عن كيفية رسمك للشجرة، فهذا هو الحد الأقصى والحد الأدنى لعدد الخطوط.

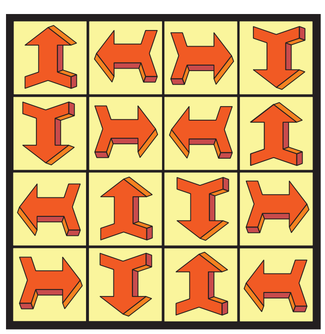


208

يحتوي كل صف وعمود على أسهم تشير إلى الاتجاهات الرئيسة الثمانية.

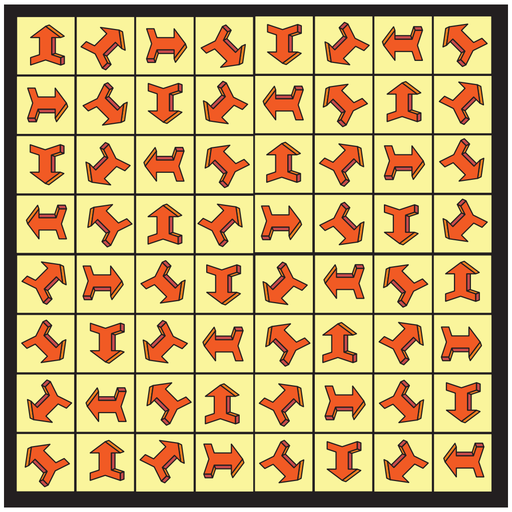


209



210

الحل التالي هو واحد من حلول ممكنة كثيرة.



211

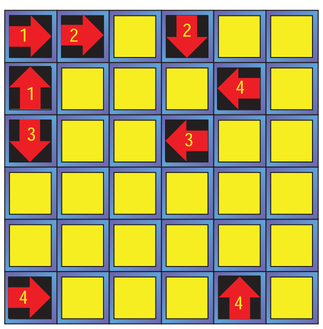
الطريق هو 3، 4، 2، 1، 5.

212

أحد الطرق هو 4، 2، 3، 5، 1، 6؛ وطريق آخر هو 2، 3، 5، 4، 1، 6.

213

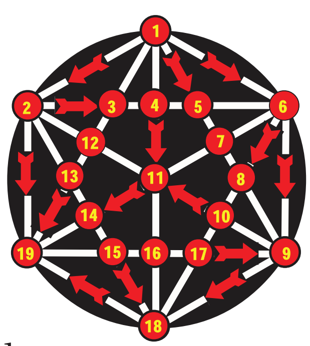
يوجد العديد من الحلول، بما في ذلك الحل الموضح أدناه.



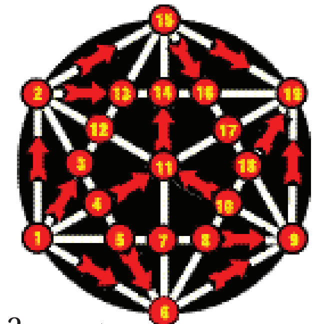
214

بصرف النظر عن كيفية وضع الأسهم، سيكون هناك دائمًا طريق يربط المدن الست؛ وذلك لأن هذا اللغز يُعدُّ رسمًا بيانيًّا كاملًا.

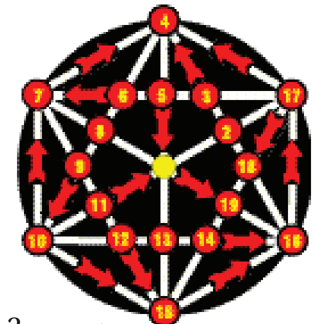
215



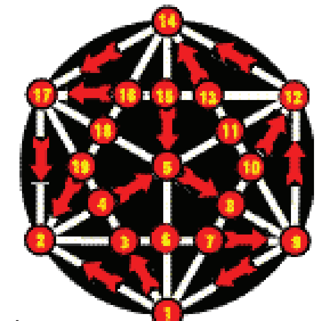
لغز هاملتون — 1



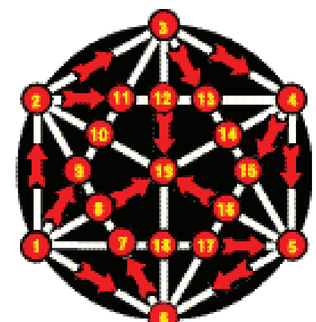
لغز هاملتون — 2



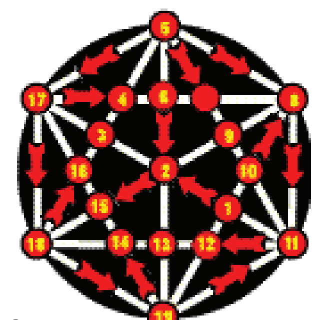
لغز هاملتون — 3



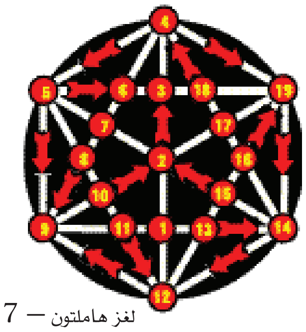
لغز هاملتون — 4



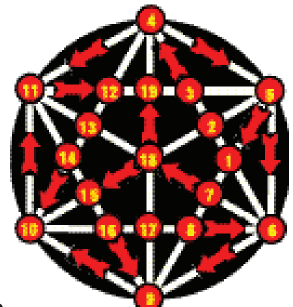
لغز هاملتون — 5



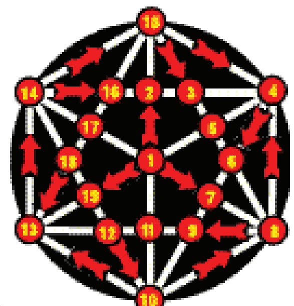
لغز هاملتون — 6



لغز هاملتون — 7



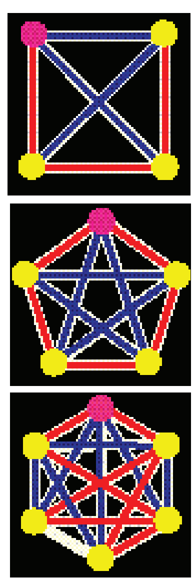
لغز هاملتون — 8



لغز هاملتون — 9

216

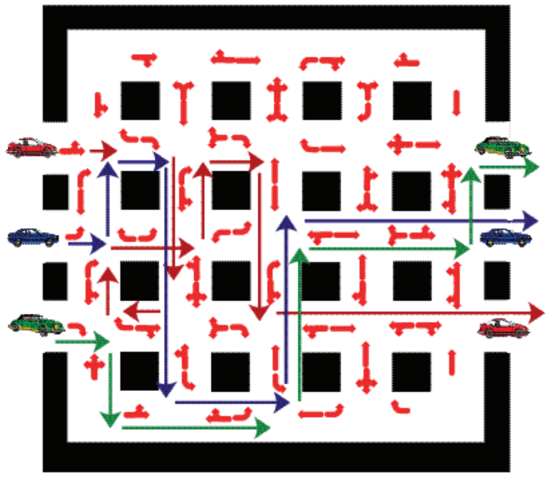
يمكنك تجنب مثلثات الحب أو الكراهية في مجموعات من أربعة أو خمسة أشخاص، كما هو مبين على اليسار. لأي ثلاث نقاط يوجد دائمًا نوعان مختلفان من العلاقات الممثلة.



لكن بالنسبة إلى مجموعة من ستة، فلا توجد وسيلة لتجنب وجود مثلث حب أو مثلث كراهية. كما ترى بصرف النظر عن اللون الذي ستختاره للخط غير الملون، فسوف تضطر إلى إنشاء إما مثلث أزرق أو مثلث أحمر.

يُعد هذا اللغز واحدًا من تطبيقات نظرية رمزي Ramsey؛ ويوجد عدد غير قليل من التطبيقات الأخرى.

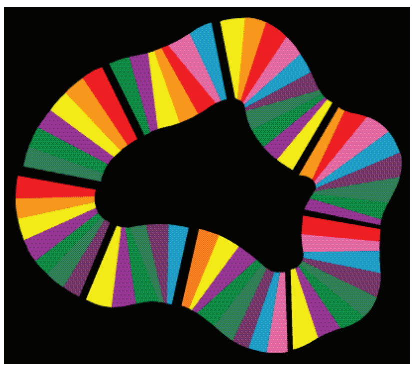
218



الفصل 5 الحلول

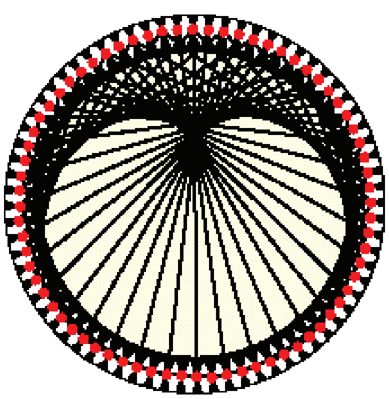
219

سر هذا اللغز هو في تسلسل الألوان: الأصفر والبرتقالي والأحمر والوردي والأزرق والبنفسجي والأخضر الفاتح والأخضر الداكن والأرجواني. التسلسل يتحرك في اتجاه عقارب الساعة؛ وتوضع الأجزاء معًا بحيث إن القطعة التالية تُكمل التسلسل من حيث توقفت آخر قطعة.

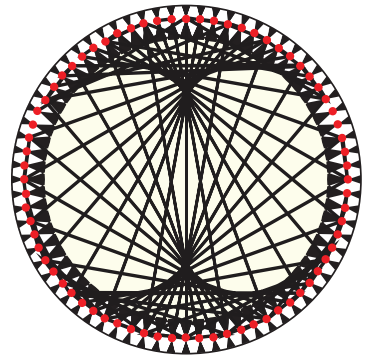


220

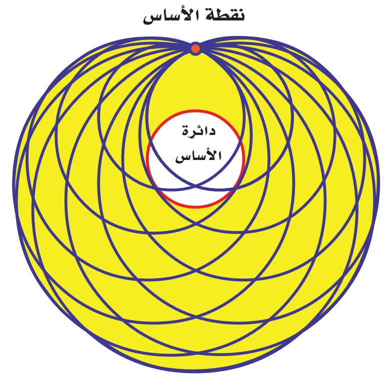
النمط الذي يظهر هو شبكة 1:2، على الرغم من أنه معروف باسم رائع: الشكل القلبي (cardioid)، أو منحنى القلب.



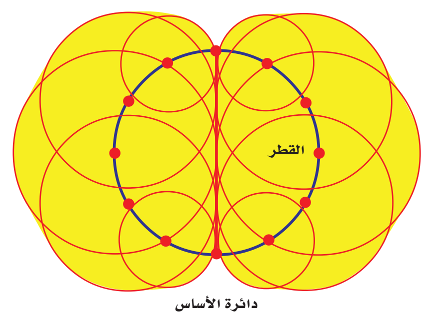
221 هذا النمط هو شبكة 1:3، والمعروف أيضًا باسم الشكل الكلوي (Nephroid)، أو المنحنى الكلوي.



222 سيكون النمط هو الشكل القلبي.



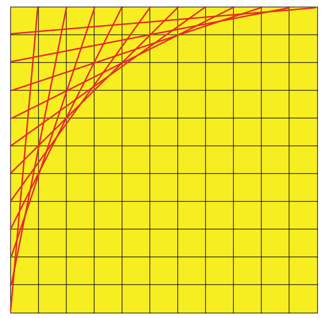
223 النمط الذي يظهر هو الشكل الكلوي.



224 المركز
محيط
نصف قطر
قطر
مماس
قوس
وتر
قطعة دائرية
نصف دائرة
قطاع دائري
ربع دائرة

225 المسار الذي يتكون عندما يطارد جسم ما جسمًا آخر يتحرك في طريق محدد سلفًا، وله اسم خاص، ومنحنى المطاردة، أو ما يسمى متساوي المماسات (tractrix). هو منحنى تتقاطع فيه نقاط التماس جميعها مع المحور X في المسافة نفسها التي تبدأ من نقطة التماس، وتكون لفة منحنى التسلسل.

من خصائص هذا المنحنى حقيقة أن طول خط التماس من نقطة تماسه ثابت على الخط المقارب.



226 السائل الأحمر يملأ تمامًا الدائرة التي نصف قطرها a/2، ولكنه يملأ المربع جزئيًّا. عن طريق الملاحظة يمكننا أن نرى أن السائل يملأ مساحة تساوي $3 + \frac{1}{7}(\frac{a}{2})^2$، وهو ما يترتب عليه أن π تساوي $(3 + \frac{1}{7})$.

مساحة المثلث تساوي $(a^2)/2$.

227



228 1. أغطية الحُفر المستديرة لا يمكن أن تقع من خلال فتحات مستديرة بالصدفة، لكن يمكن أن يحدث ذلك للأغطية المربعة أو المضلعة الأخرى.

2. يمكن نقل الأغطية المستديرة الثقيلة، وذلك بتدويرها على الأرض وصولًا إلى المكان المحدد، بينما سيتعين حمل الأشكال الأخرى.

3. يمكن للأغطية المستديرة تغطية الفتحات بصرف النظر عن طريقة توجيهها بالنسبة إلى الفتحة، بينما الأغطية المربعة مناسبة فقط عندما توضع في واحدة من أربعة اتجاهات.

229 بينما يتم تحريك (المداحل) إلى الأمام، فإن نقاط تلامسها مع الثقل تتحرك إلى الوراء بمعدل متر واحد لكل لفة، ولكن (المدحلة) أيضًا تلامس الأرض، وبالمقارنة مع ذلك فإنها تتحرك إلى الأمام بمعدل متر واحد لكل لفة، وهذا يعني أن الثقل يتحرك إلى الأمام فيما يتعلق بالأرض بمعدل مترين لكل لفة كاملة.

230 إن محيط كل دائرة هو قرابة $(3 + \frac{1}{7})$ مرة من قطرها. هذا العدد يشتهر باسم π، وهو أشهر الأعداد غير النسبية – الأعداد التي تستمر لعدد لانهائي من المنازل العشرية من دون تكرار.

$$\pi = 3.14159265358...$$

معظم الطلاب يتعرفون العدد π ببساطة عندما يعرِّفه المدرس. هنا يمكنك اكتشافه بنفسك، مثلما فعل الإغريق قبل آلاف السنين.

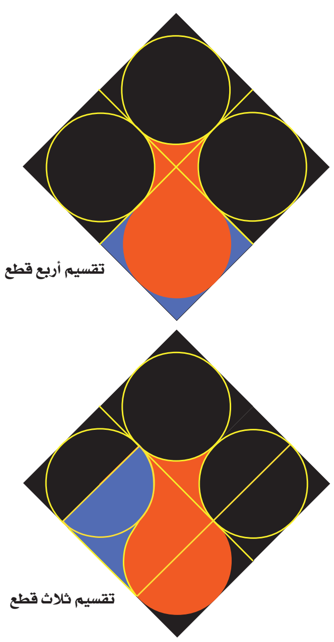
231 مجموع مساحتي الهلالين باللون الأحمر (وهي مساحة نصفي الدائرتين الصغيرتين اللتين لا تغطيهما نصف الدائرة السوداء الكبيرة) يساوي مساحة المثلث قائم الزاوية نفسه.

على الرغم من أن الدائرة نفسها لا يمكن تربيعها، فإن الأشكال الأخرى التي تحدها أقواس دائرية يمكن تربيعها، وتثير هذه الحقيقة أملًا خادعًا لدى أولئك الذين لا يزالون يودون تربيع الدائرة.



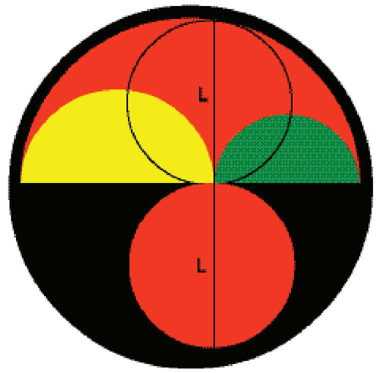
232 تزيد مساحة الأجزاء الحمراء أكثر قليلًا بمقدار 1.3 مرة عن مساحة المناطق السوداء. المناطق السوداء تبدو أكبر بسبب الخداع البصري.

233



234

مساحة المنجل تساوي مساحة الدائرة التي يبلغ قطرها (L). كان العالم اليوناني الشهير أرخميدس أول من حل هذه المسألة التي تحمل اسمه الآن.



235

بدلًا من عد الخطوط كلها، يمكنك حساب المجموع. أربعة عشر خطًّا تنبثق من كل نقطة، و210 = 15 × 14. وبما أن كل خط تتشارك فيه نقطتان، فإن العدد الفعلي للخطوط هو نصف ذلك؛ أي 105.

وبحسب مسألة أويلر (Euler) (لعبة التفكير 179)، فإنه من الممكن تتبع التصميم في خط واحد مستمر.

يمكن عدُّ الوردة السحرية أنها جميع أقطار وأضلاع مضلع منتظم له عدد محدد من الأضلاع.

236

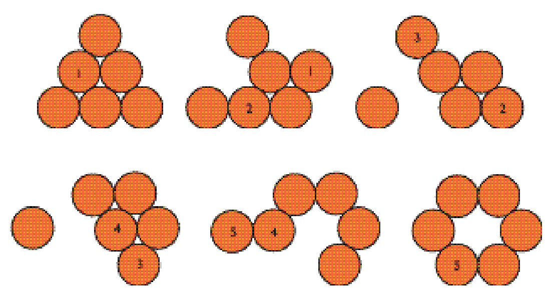
مساحة الدائرة هي πr^2.

237

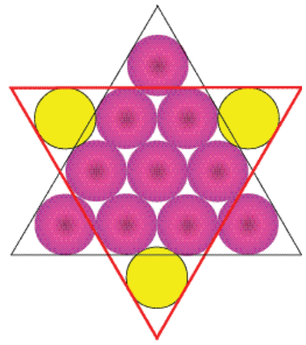
مثلث 1 يوفر المجموع الأكبر لمساحة الدوائر.

هذا اللغز هو حالة خاصة لمسألة مالفاتي (Malfatti) الشهيرة. في عام 1803م، سأل عالم الرياضيات الإيطالي جيان فرانشيسكو مالفاتي (Gian Francesco Malfatti) عن أكبر ثلاث أسطوانات (في الحجم) يمكن وضعها في منشور.

238



239

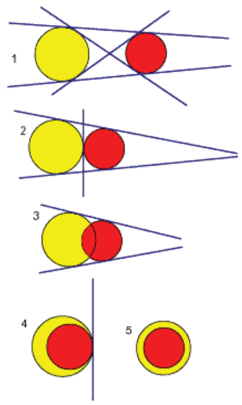


240

توجد أساسًا خمس طرق لترتيب دائرتين على سطح مستوٍ.

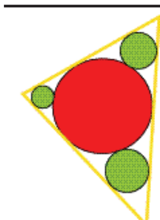
توجد عشرة مماسات مشتركة، كما هو موضح على اليسار.

نعم. إذا كانت الدوائر متطابقة، فإن الحالتين 4 و5 لن تكونا ممكنتين.



241

الدوائر الصفراء الثلاث سوف تكبر بدرجة كبيرة؛ بحيث ستشكل عند الحد الأقصى ثلاثة أضلاع لمثلث يحصر داخله الدائرة الحمراء.

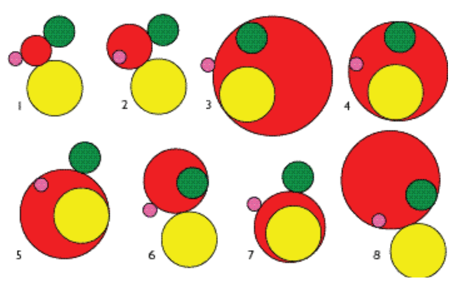


242

الأمر المثير للدهشة بدرجة كبيرة هو أنه لا توجد سوى ثماني طرق مختلفة يمكن من خلالها للدوائر الثلاث لمس دائرة رابعة على سطح مستوٍ، وهذه الطرق جميعها موضحة أدناه.

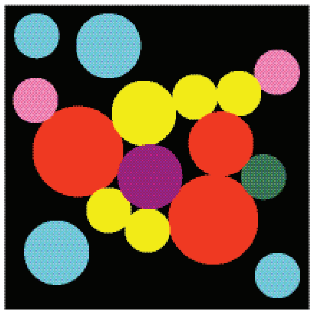
بالنسبة إلى الحالة العامة، خذ ثلاث دوائر، وحركها معًا بحيث تمس كل دائرة منها دائرة واحدة فقط، ثم في المنطقة بين الدوائر الثلاثة، ارسم دائرة رابعة تمس الدوائر الثلاث جميعها، وبهذه الطريقة تكون لدينا أربع دوائر متماسة مع بعضها ثنائيًّا؛ . يمكنك أيضًا رسم دائرة حول الدوائر الثلاث التي هي متماسة مع بعضها.

إن أكبر عدد ممكن من الدوائر المتماسة ثنائيًّا في المستوى هو أربعة.

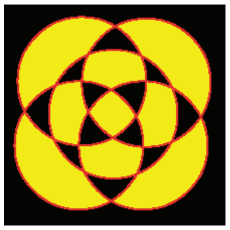


243

يعتمد لون الدائرة على عدد الدوائر التي تمسها.



244



خمس دوائر متقاطعة سوف تقسم السطح إلى اثنتين وعشرين منطقة، كما هو مبين.

صيغة أويلر للأشكال متعددة السطوح (انظر أدناه) هي أيضًا صالحة لهذا النوع من الرسم البياني المتصل؛ ببساطة تخيل الأشكال متعددة السطوح محرفة ومسطحة على سطح مستوٍ.

يمكن لدائرة أن تتقاطع مع دائرة أخرى عند نقطتين؛ أي دائرة ستتقاطع مع (n) من الدوائر المتقاطعة في $2(n-1)$ نقطة تقاطع. وباحتساب ذلك كالدوائر جميعها وقسمة الناتج على 2 (لأن كل نقطة تحسب مرتين)، يعطي $n(n-1)$ نقطة تقاطع (أو رأس). وتنقسم كل دائرة أيضًا إلى $2(n-1)$ قطعة دائرية، وهذا يعطي ما مجموعه $2n(n-1)$ حافة.

معادلة أويلر تعطي:

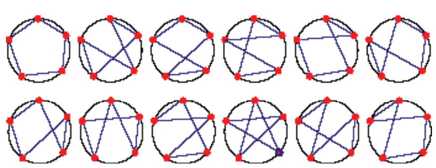
عدد المناطق = عدد الحواف – عدد الرؤوس + 2

$$= 2n(n-1) - n(n-1) + 2$$

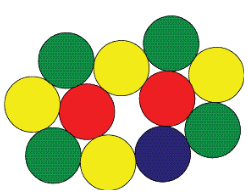
$$= n^2 - (n-2)$$

245

هناك اثنا عشر مضلعًا ممكنًا مع هذه النقاط الخمس، اثنان فقط من هذه المضلعات هما منتظمان؛ ويمكن تقسيم بقية المضلعات إلى مجموعتين لهما شكلان في خمسة توجهات مختلفة لكل منهما.

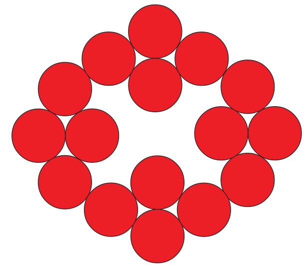


246

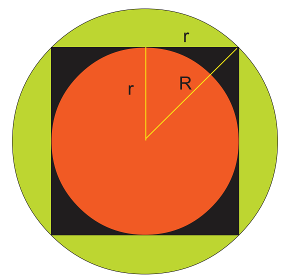


لا يحتاج الأمر سوى إلى إحدى عشرة دائرة، كما هو موضح، لتشكيل التكوين الذي يتطلب أربعة ألوان. وبصرف النظر عن ترتيب للألوان، ستكون هناك حاجة إلى لون رابع حيث تقع الدائرة الزرقاء.

247

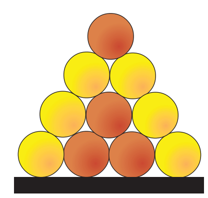


248 مساحة الدائرة الكبرى هي ضعف مساحة الدائرة الصغرى، ولحساب ذلك يوضح الرسم أدناه أن نصف قطر الدائرة الكبرى (R) يساوي نصف قطر المربع، بينما نصف قطر الدائرة الصغرى يساوي نصف طول ضلع هذا المربع، ويمكن حساب مساحتي الدائرتين لو فرضنا أن طول ضلع المربع يساوي (X)؛ فسيظهر لنا أن مساحة الدائرة الكبرى هي ضعف مساحة الدائرة الصغرى.



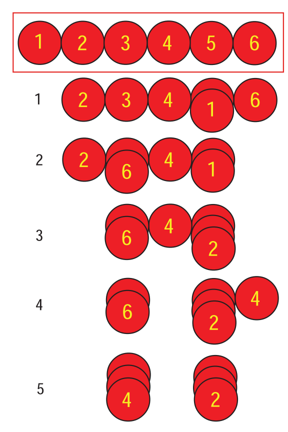
249 سوف ترى دائرة تامة.

250 إليك هذا الحل من حلول عديدة.

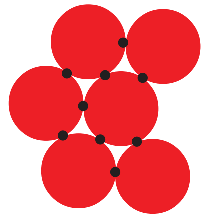


251 سوف تبقى الكرة العلوية بالضبط فوق الأخرى دائمًا، بصرف النظر عن حجميهما.

252



253 ست دوائر متطابقة، كما هو مبين.

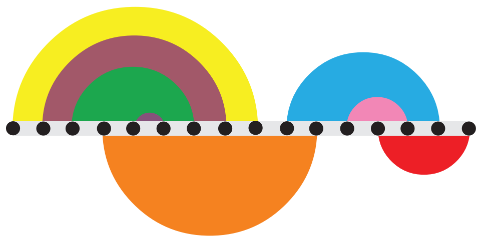


254 قطر الدائرة الحمراء = $\frac{1}{2}$

قطر الدائرة الصفراء = $\frac{1}{4}$

قطر الدائرة الخضراء = $\frac{\sqrt{2}-2}{4}$ أو قرابة $\frac{1}{6}$

255 إليك هذا الحل من حلول عديدة.



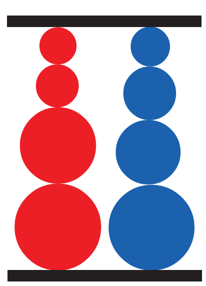
256 محيط الشكل الذي على هيئة زهرة يساوي بالضبط محيط الدائرة الكبرى، وهذا صحيح بصرف النظر عن عدد الدوائر وترتيبها في الشكل الذي على هيئة زهرة (طالما أنها جميعًا تمر من النقطة نفسها).

257 كل مثلث لديه هذه الخاصية؛ مساحة الدائرة ذات النقاط التسع تساوي نصف مساحة الدائرة المحيطة؛ (أي الدائرة التي تمر عبر رؤوس المثلث الثلاثة كلها)، ومركزها يقع في منتصف المسافة بين مركز الدائرة المحيطة ونقطة تقاطع ارتفاعات المثلث الثلاثة.

نشر شارل جوليان بريانشو (Charles–Julien Brianchon) وجان فيكتور بونسيليه (Jean–Victor Poncelet) هذه النظرية لأول مرة في عام 1821م، على الرغم من أن الإنجليزي بنيامين بيفان (Benjamin Bevan) اقترح مثيلًا لهذه المسألة في عام 1804م.

258 نظرًا إلى كبر حجم الكرة، فهناك قدر كبير من الفراغ الآمن لمصعب حيث يلتقي جدار النفق مع الأرض، وإذا ضغط نفسه في هذا الحيز من الفراغ، فيمكنه أن يجعل الصخرة تتدحرج متجاوزة إياه، ما يسمح له بالهرب.

259 بصرف النظر عن طريقتك في تثليث المضلع، فإن مجموع أطوال أقطار الدوائر في كل من المجموعتين سوف يكون دائمًا هو نفسه. للتحقق من ذلك، قم ببساطة بقياس الدوائر وإضافة أطوال الأقطار معًا.



260 الأوتار المشتركة للدوائر الثلاث المتقاطعة سوف تمر دائمًا من خلال نقطة واحدة.

261 نقاط التقاطع الثلاث للمماسات سوف تقع دائمًا على خط مستقيم. تخيل أن الدوائر هي ثلاث كرات مختلفة في الحجم فوق سطح مستوٍ، الخطوط بين الدوائر هي خطوط منظور تتلاقى عند الأفق.

262 الحل الأمثل هو على النحو الآتي:

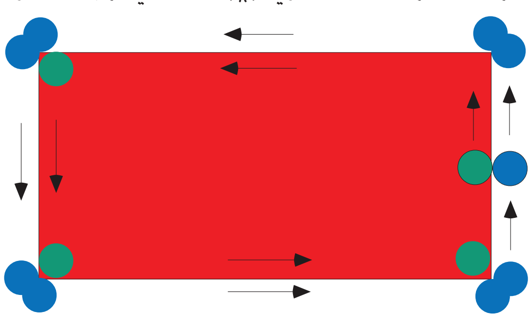
الخطوة الأولى: 5 ،4 ،3 ،2 ،1

الخطوة الثانية: 6 ،5 ،4 ،3 ،2

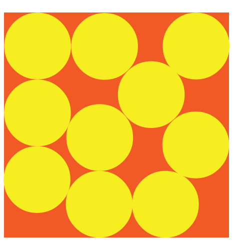
الخطوة الثالثة: 7 ،5 ،4 ،3 ،2

263 بينما تتحرك الدائرة مسافة تساوي محيطها، فإنها تعمل دورة واحدة كاملة، محيط المستطيل يساوي حاصل ضرب 12 في محيط الدائرة، وهذا يعني أن الدائرة الخارجية سوف تعمل 12 دورة أثناء دورانها عبر أضلاع المستطيل الأربعة؛ أيضًا، ستعمل الدائرة ربع دورة عند كل ركن؛ ولذلك فإن الدائرة الخارجية ستعمل ما مجموعه 13 دورة.

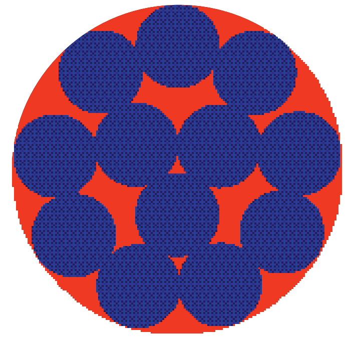
الدائرة الداخلية ستتحرك مسافة مساوية لحاصل ضرب 12 في محيطها، مطروحًا منه 8 أضعاف نصف قطر الدائرة؛ كل نصف قطر هو المحيط مقسومًا على 2π، وهذا يجعل المسافة الكلية التي تتحركها الدائرة الداخلية تساوي $[12 - (\frac{4}{\pi})]$؛ أي قرابة 10.7 دورة.



264 هذا هو الحل الأفضل، وقد أثبته مايكل مالارد (Michael Mallard) وتشارلز بايتون (Charles Payton) في عام 1990م. وفي حالات تعبئة الدوائر في مربعات، وجد الرياضيون أنه بينما يقل حجم الدوائر، فإن كثافة التعبئة تقترب من 0.9069، وهذا هو الحد الذي يُحصَل عليه للتعبئة المألوفة المحكمة للدوائر؛ بحيث تشكل مراكزها شبكة من المثلثات متساوية الأضلاع.



265



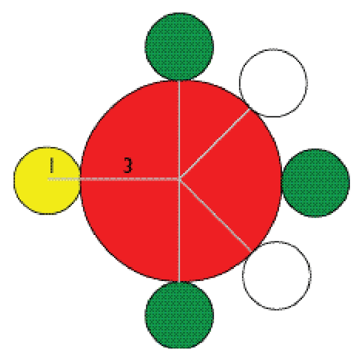
266

في لغز سابق رأينا أن قطعة عملة واحدة تدور حول قطعة أخرى ضعف ما يمكن للمرء أن يتوقعه، وفي هذا المثال فإن العملة تدور ضعف محيطها (ثلثُ محيط لكل عملة نقدية تدور حولها)؛ لذلك فإنها تعمل أربع دورات، ومرة أخرى سوف يتجه الوجه في الصورة إلى اليسار.

267

تدور الدائرة الصغيرة على مسار أطول ثلاث مرات من محيطها. لو كان خطًّا مستقيمًا، من شأنه أن يجعل الكرة الصغيرة تدور ثلاث دورات، ولكن لأنها تدور على سطح دائري، فإن الدائرة الصغرى ستكسب دورة إضافية، وهذا من شأنه أن يكون صحيحًا حتى لو لم تدر الدائرة الأصغر، ولكن ببساطة لو حافظت على نقطة تلامسها نفسها وهي تنزلق على طول محيط الدائرة الكبرى ــ فإن هذه الدائرة ستقوم بدورة واحدة كاملة من دون تدحرج على الإطلاق؛ إذن ستقوم الدائرة بأربع دورات كاملة.

مفهوم الدورة هو فخ للعقل في هذا اللغز؛ الدورة هي مجرد لفة بمقدار 360 درجة.



268

الإجابة البديهية هي أن العملة النقدية ستكون مقلوبة رأسًا على عقب؛ بسبب أنها قد تدور على حافة تساوي نصف محيطها، ولكن إذا اختبرت اللغز تجريبيًّا، فسوف تجد أن العملة تدور بمقدار الضعف. وهي ستنتهي مواجهة لليسار في التوجه نفسه الذي بدأت به.

269

كثافة التعبئة المستطيلة الشكل هي $\frac{\pi}{4}$، أو نحو 78%. وكثافة التعبئة السداسية هي $\frac{\pi}{2\times\sqrt{3}}$، أو قرابة 90.7%. إن التعبئة سداسية الشكل هي الأكثر كفاءة بين أنواع التعبئة الممكنة جميعها.

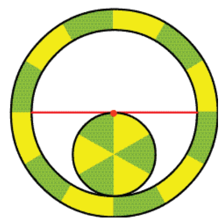
270

من الممكن أن تلمس كرة واحدة اثنتي عشرة كرة أخرى من الحجم نفسه وفي الوقت نفسه: ست كرات حول خط الاستواء وثلاث كرات حول كل قطب، هذا هو الحد الأقصى لعدد الكرات التي يمكن أن تتلامس في وقت واحد؛ ولذلك فإن عدد الكرات المتطابقة التي يمكن تعبئتها في كرة قطرها ثلاثة أمثال قطر أي من كرات التعبئة هو ثلاث عشرة كرة.

عدد الكرات المتطابقة التي يمكن أن تلمس كرة واحدة من حجمها نفسه يسمى عدد التماس. والمسائل التي تشمل أعداد التماس هي ذات صلة بالعديد من المجالات المهمة، بما في ذلك رموز تصحيح الخطأ ــ الرموز التي تستخدم في إرسال رسائل عبر القنوات الكهربائية الصاخبة.

271

الأمر الغريب هو أن النقطة الحمراء سوف ترسم خطًّا مستقيمًا يمثل قطر الدائرة الكبرى.



272

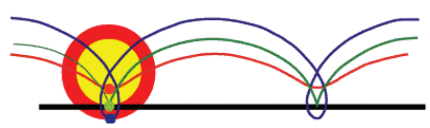
الطائرة على بعد 50 كيلومترًا من القطب الشمالي، في أثناء رحلتها المتجهة شرقًا، ظلت الطائرة على مسافة ثابتة من القطب.

273

فقط خذ العملة المعدنية الأولى أو الأخيرة من الصف الرأسي؛ ثم ضعها فوق العملة المعدنية التي في الوسط.

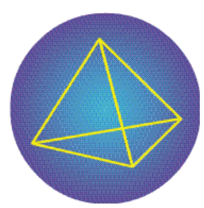
274

النقاط الثلاث ترسم منحنيات دويرية ــ تعدُّ أمثلة لعائلة من المنحنيات تسمى منحنيات دويرية متعامدة أي (orthocycloid). النقطة على المحيط ستتبع منحنى دويريًّا، أما النقطة في الداخل فستتبع منحنى دويريًّا متقاصرًا (curtate cycloid)، وبالنسبة إلى النقطة على الحافة فستتبع منحنى دويريًّا متطاولًا (prolate cycloid).

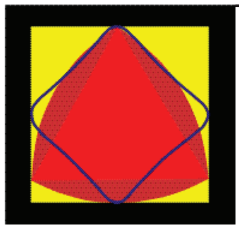


275

تخيل أن القطع الأربع قد صنعت شكلًا رباعي الأسطح في المنطقة الداخلية من الكرة، وبناءً على ذلك فإن الكرة قسمت إلى المناطق الآتية: أربع مناطق عند الرؤوس، ست مناطق على الحواف، أربع مناطق عند وجوه الشكل رباعي الأسطح، ورباعي الأسطح نفسه، وبذلك يبلغ المجموع خمس عشرة منطقة.



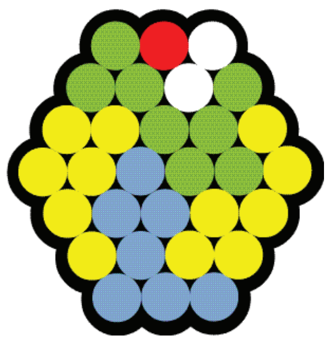
276



النقطة سوف ترسم مربعًا شبه كامل، وقد استُغلَّت هذه الخاصية في اختراع أداة لحفر ثقوب مربعة.

277

مخطط للوحة النهائية لأحد الحلول تم التوصل إليه في خمسين حركة.



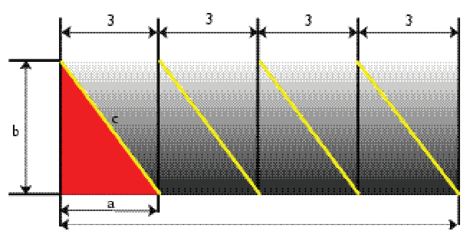
278

تخيل أنه يمكنك شق الأسطوانة ووضعها بصورة مسطحة، كما هو مبين. وفقًا لنظرية فيثاغورس:

$c^2 = a^2 + b^2 = 9 + 16 = 25$ متر

$c = 5$ أمتار

وهكذا، فإن طول الحبل هو 5 × 4 أمتار، أي 20 مترًا.



279

الإجابة البديهية هي كما يأتي: بما أن 2 متر لا تمثل شيئًا مقارنة بمحيط الأرض، فإن المتوقع أن الحزام لا يكاد يتزحزح عن سطح الأرض، لكن في هذه الحالة يعدُّ الحدس خطأً:

فقليل من التحليل سيظهر السبب في ذلك، محيط الأرض هو حاصل ضرب 2π في نصف قطرها (r)، ومن ثم فإن طول الحزام هو مجموع حاصل ضرب 2π في نصف قطر الأرض وفي ارتفاع سحب الحزام (x) عن سطح الأرض. إذا كان الفرق بين هذين الطولين يبلغ 2 متر، فإن:

$2\pi(r + x) - 2\pi r = 2$ متر

$2\pi r + 2\pi x - 2\pi r = 2\pi x = 2$ متر

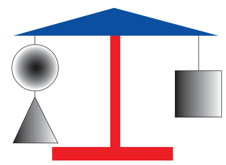
$x = 1/\pi$ meter $= 0.33$ مترًا

الجواب نفسه سيظل صحيحًا لأي (أرض) من أي حجم، حتى لكرة بحجم كرة التنس.

280

الكرة والأسطوانة لهما المساحة السطحية نفسها $4\pi r^2$:

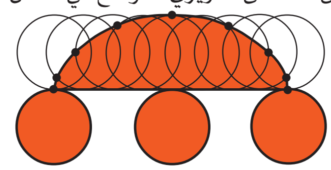
281 حجم الأسطوانة يساوي بالضبط مجموع حجمي الكرة والمخروط؛ هذه هي النظرية الأساسية التي اعتمد عليها أرخميدس لتحديد حجم الكرة، حيث عُدَّ ذلك واحدًا من أعظم إنجازاته.



إن النسبة التي تبين العلاقة بين حجوم المخروط والكرة والأسطوانة التي لها الارتفاع ونصف القطر نفسه تبدو رائعة:

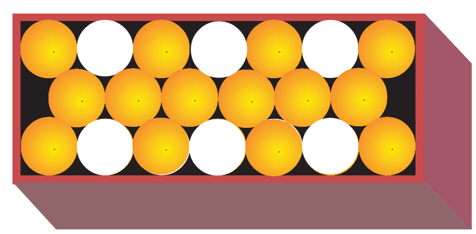
1 :2 :3

282 مساحة المنحنى الدويري هي ثلاثة أمثال مساحة الدائرة المولدة له، هذا الحل صدم الرياضيين عندما اكتشف لأول مرة؛ طول قوس المنحنى الدويري الموضح في الشكل، هو أربعة أمثال قطر الدائرة، وهي أيضًا نتيجة غير متوقعة، فقد كان علماء الرياضيات متأكدين أنه سيكون عددًا غير نسبي، مثله مثل محيط الدائرة. إن المنحنى الدويري أكثر تعقيدًا من الدائرة، فكان مفاجئًا وغريبًا أن طوله بسيط جدًا.



في عام 1664م، كتب إيفانجيليستا تورشيللي (Evangelista Torricelli)، وهو تلميذ جاليليو (Galileo)، أول مقال حول المنحنى الدويري.

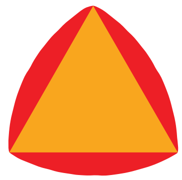
283 يمكن إزالة ست كرات، كما هو مبين.



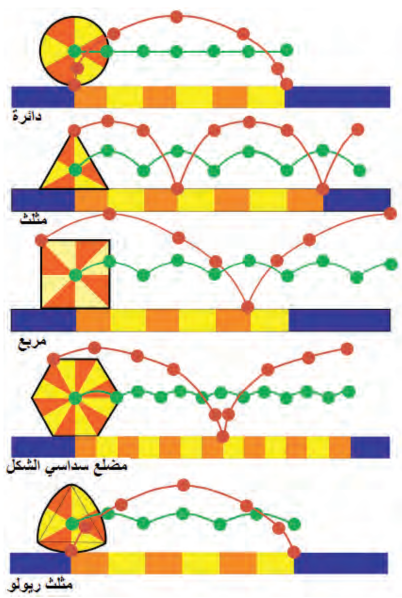
284 إن المسار الأقصر الذي هو الخط المستقيم ليس هو الأسرع، فبدلًا من ذلك، إن الكرة التي تتحرك على المسار الدويري ستكون أول من يصل. وبصورة مثيرة للدهشة، فإن المسار الدويري هو الأطول بين هذه المسارات الأربعة.

يسمى المنحنى الدويري بمنحنى الانحدار الأسرع (أو brachitochrone). الكرة التي تهبط من خلال المنحنى الدويري تصل إلى سرعة عالية في وقت مبكر من هبوطها، وتستخدم تلك السرعة لسبق الكرات الأخرى.

285 سوف يدور الكل مثل دائرة باستثناء آخر منحنى.



286



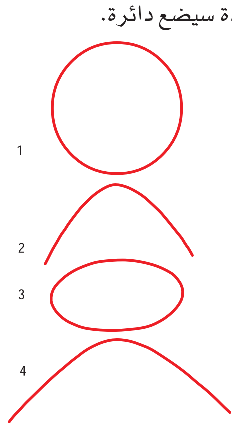
287 المشكلة تكمن في إخراج السيوف من الأغماد؛ من المستحيل على المحارب صاحب السيف المتموج أن يخرجه من غمده، والسيوف الأخرى سوف تدخل وتخرج من أغمادها. على الرغم من أن السيف الحلزوني يجب أن يتم (فكه)، وهو عمل سيستغرق وقتًا طويلًا، وسيترك صاحبه في وضع سيء قليلًا.

288 1. إن قطعًا موازيًا للقاعدة سيضع دائرة.

2. إن قطعًا موازيًا لخط سينتج مخروطًا يصنع قَطعًا مكافئًا.

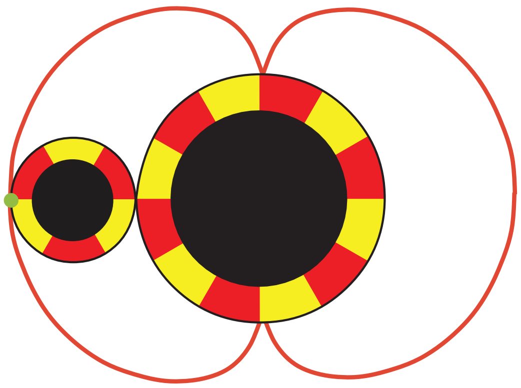
3. إن قطعًا يميل على المحور بزاوية أكبر من نصف العمود في المخروط سيضع قَطعًا ناقصًا.

4. إن قطعًا يميل على المحور بزاوية أقل من نصف العمود في المخروط يصنع قطعًا زائدًا.



289 يُشكِّل القَطع الناقص (الإهليجي) بقطع مائل لكل من المخاريط أو الأسطوانات؛ يمكن للرجل عمل مثل هذا القَطع عن طريق التقاط كوب الماء الخاص به وإمالته، سوف يشكل سطح الماء قَطعًا ناقصًا تامًا.

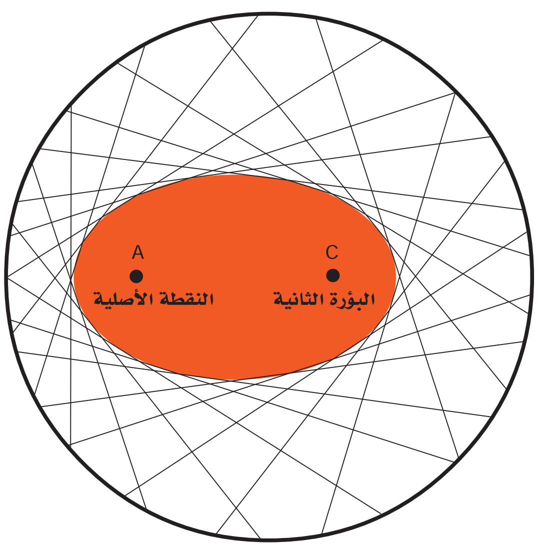
290 المنحنى الناتج سيكون شكلًا كلويًا (nephroid).



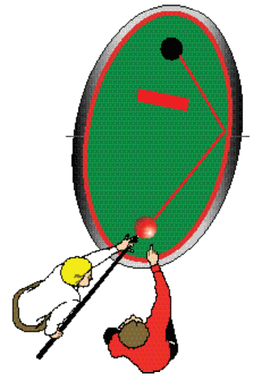
291 حدد نقطة على الدائرة، ثم اثنِ الدائرة على طول أي خط، بحيث تلامس حافة الدائرة تلك النقطة. اصنع تجعدًا في خط الثني. كرر عملية الثني والتجعيد. قبل أن يصبح لديك الكثير من الطيات، سوف ترى قطعًا ناقصًا (إهليجًا) تحيط به خطوط الثني جميعها.

خطوط الثني هي مماسات للقَطع الناقص وتشكل مغلفًا من حوله. باستخدام دوائر أخرى من الورق، افحص ما سيحدث للقَطع الناقص بينما تحرك النقطة إلى مكان أقرب لمركز الدائرة.

في الرسم التوضيحي أدناه، النقطتان (A) و (C) هما بؤرتا القَطع الناقص.



292 لا يهـم أين تسـدد الكرة الموضوعة فـي إحدى بؤرتي القَطـع الناقص (الإهليج)، فسـوف تسـير دائمًا إلى البـؤرة الأخـرى الموجودة حيث يوجـد الجيـب (طالمـا أنك لا تضرب العائق)، من ناحية أخرى إذا وضعـت الكـرة بيـن نقطتي البـؤرة، فإن ضرب الكرة بالقَطع الناقص سوف يرسلها في مسار لا يقترب أبدًا من البؤرة.

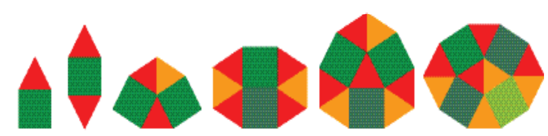


خاصية انعكـاس القَطع الناقص مستخدمة في الهندسة العمارية لما يسـمى بصالات الهمس ــ غرف بيضوية الشـكل بحيث يمكن سـماع الأصوات الضعيفة التي تخرج من إحدى بؤرتيها بوضوح في البؤرة الأخرى.

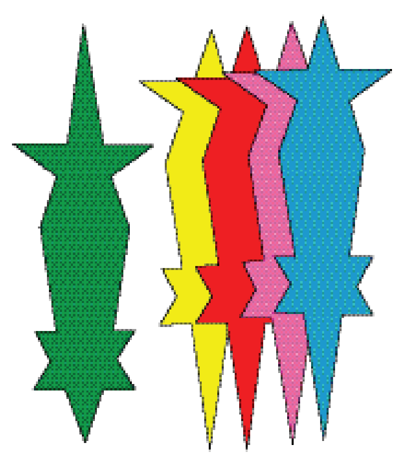
الفصل 6 الحلول

293 الشكل الـوردي هـو المضلع الوحيد غيـر المنتظـم؛ فليست أضلاعه وزواياه كلها متطابقة.

294



295



296 الرقم المفقود هـو 5؛ مجمـوع الأرقـام علـى الزوايا المحدَّبـة يسـاوي خمسـة أمثـال مجمـوع الأرقـام على الزوايا المقعَّرة.

297 هذه الآلية لا يمكن أن تصنع الشكل الخماسي.

298 ستكون النتيجة دائمًا 1؛ العملية التي قمت بها، النقاط ــ الأضلاع + المناطق = 1

وهـذه تمثل صيغـة أويلـر، وهي تمثل علاقـة رياضية مهمـة ومثالًا جميلًا للبساطة وسط التعقيدات.

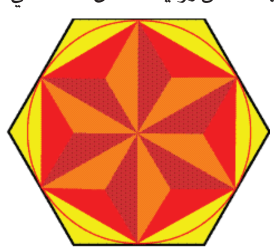
299 المربـع الوحيـد الذي يتسـاوى محيطه مع مسـاحته هو مربـع 4×4 من الوحـدات، أما المسـتطيل الوحيد الذي توجد به هذه الخاصية فهو 3×6 من الوحدات.

300 قـد يتصـور المـرء أن الدوائـر المتقلصـة سـوف تصل فـي نهايـة المطـاف إلى حجـم 0، ولكن من المسـتغرب أن الحجـم الذي سـتصل إليـه الدائرة بعيد عن ذلـك؛ للوصول إلى النتيجـة المرجـوَّة، فـإن الأمـر يحتـاج إلـى شـيء مـن الرياضيات المتقدمـة، ولكـن الحـل النهائـي المنشـود هـو أن أنصـاف أقطـار الدوائـر المتقلصة تقترب من نصف قطـر الدائرة الأولى، أو قرابة 0.115 وحدة.

301 المسـاحتان متطابقتـان؛ وذلـك لأن المسـاحة الكلية للمثلثات الصغيـرة تسـاوي مسـاحة المثلث الكبيـر، بالإضافـة إلـى أن الأجـزاء المتداخلـة باللون الأبيض سـتحذف من كليهما بصورة متساوية.

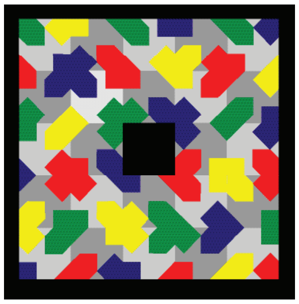
302 فهم هذا اللغز يعتمد على ملاحظة أن قطر المسـتطيل يقسمه إلى جزأين متطابقين ومتساويين في المساحة؛ فمثلًا في مستطيل بُعداه واحد في اثنين تكون مساحة كل جزء تساوي وحدة مربعة واحدة. يوجد في اللوحة تسعة مربعات مقسمة بالطريقة نفسـها: بمعنى أنه يوجد 4.5 وحدة مربعة تقع داخل الشـريط، و 4.5 وحـدة مربعـة تقع خارج الشـريط، إذا أضفت 4.5 وحـدة مربعة إلى المربعـات الثلاثـة التـي تقـع بصـورة تامـة داخل الشـريط، فإنك ستحصل على المساحة الكلية التي تساوي 7.5 وحدة مربعة.

303 الخطـوة الأولـى لحـل هـذا اللغـز هـي تدوير الشـكل السداسي الداخلي، بحيث تلمس زواياه الشكل السداسي الخارجي، بعد ذلك قسِّـم الشـكل السداسي الداخلي إلى ستة مثلثات متساوية الأضلاع، ثم قسِّم كلًّا من هذه المثلثات المتسـاوية الأضلاع إلـى ثلاثـة مثلثـات متطابقـة متسـاوية السـاقين. مـن الواضح أن المساحات الست في الشـكل السداسي الخارجي التي لا يغطيها الشكل السداسـي الداخلي تكون متسـاوية في المساحة مع مساحة هذه المثلثات المتسـاوية السـاقين، بعد ذلك من السهل أن نرى أن مساحة الشكل السداسي الخارجي تساوي 4 وحدات مربعة.

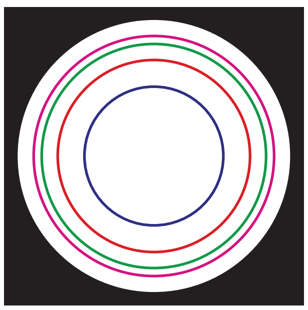


304 يوجد بالضبط خمسة عشر مثلثًا متساوي الساقين جميعها متطابقة تظهر بصورة متداخلة؛ إذا حسبت عدد المثلثات التي ستتكون نتيجة هذا التداخل، سيكون إجمالي عددالمثلثات ثمانية وعشرين مثلثًا.

305



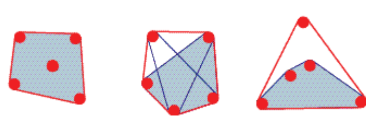
306 إذا أدرجت عددًا من المضلعات المنتظمة المختلفة على دائرة، فسـوف يغطي كل شكل دائرة تمثل نسبة محددة من الدائرة الأصلية؛ على سـبيل المثال، سـوف يغطي المثلث دائرة بنسبة 50% من حجم الدائرة الأصلية، والمربع سوف يغطي 71%، والمضلع الخماسـي سـوف يغطي 82%، والمضلع السداسي سوف يغطي 87.5%.



انبهر عالم الفلك يوهانـس كبلـر (Johannes Kepler) بفكـرة إدراج المضلعـات المنتظمـة والمجسـمات الكثيـرة الأسـطح الثلاثية الأبعاد في الدوائر والأجسام الكرويـة، واعتقد أن النتائج قد تـؤدي بطريقـة أو بأخرى إلى فهـم أفضل لترتيـب الكواكب في نظامنا الشمسي، وفي النهاية لم يُعثر على أي علاقة.

307 نعم، لقد اكتشف هذه الحقيقة الغامضة وغير المتوقعة تمامًـا عالـم الرياضيـات الإنجليـزي فرانـك مورلـي (Frank Morley) فـي عـام 1899م، وهـذا هو سـبب تسـمية المثلث باسم مثلث مورلي.

308 تعدُّ أربع نقاط غير كافية؛ تخيل مثلثًا فيه نقطة داخلية، فإننا نحتاج إلى خمس نقاط لضمان تكوين شكل رباعي محدب، وقد تم توضيح هذه الحقيقة عن طريق مبرهنة إردوسـ سيزيكرز (Erdös_Szekeres) في عام 1935م، فإذا إحطت النقاط الخمس بشريط من المطاط، فسيكون هناك ثلاث نتائج ممكنة:



١. سيشـكل الشريط شكلًا رباعيًّا محدبًا مع وجود النقطة الخامسة في الداخل.

٢. سيشكل الشريط شكلًا خماسيًّا، وإن ربط أي رأسين فسوف ينتج منه شكل رباعي محدب.

٣. سيشـكل الشـريط مثلثًا في داخله نقطتين، وإذا ربطت النقطتين الداخليتين بخط، سيوجد رأس واحد من رؤوس المثلث في جانب من هذا الخط، ورأسـان من رؤوس المثلث في الجانب الآخر من الخط. اربط هذين الرأسين بالنقطتين الداخليتين لتكوين شكل رباعي محدب.

309 يمكن لمجموعة تتكون من 213 من الماعز أن ترعى داخل هذا الحقل.

توفر الرياضيات وسيلة سريعة وممتازة لحل هذا النوع من المسائل التي تتضمن مضلعات متداخلة، وقد اكتشف عالم الرياضيات التشيكي جورج بيك (Georg Pick) في عام 1898م طريقة بسيطة لحساب مساحة مضلع تقع رؤوسه على سطح مستوٍ مربع: ببساطة قام بعدِّ نقاط الشبكة التي تقع داخل المضلع، ثم عدَّ نقاط الشبكة الحدودية ــ الموجودة على الحدود الخارجية للمضلع، ويحسب من ضمنها رؤوس المضلع. مبرهنة بيك تقول إن مساحة المضلع تساوي مجموع عدد النقاط الداخلية زائد نصف عدد النقاط الحدودية، ناقص 1.

في هذه المسألة يوجد 115 نقطة داخلية و 198 نقطة حدودية؛ لذلك فإن مساحة المضلع 213 = 1 ــ (198/2) + 115.

310 36 مثلثًا

52 مثلثًا

36 مثلثًا و 13 مربعًا

22 مربعًا

76 مثلثًا

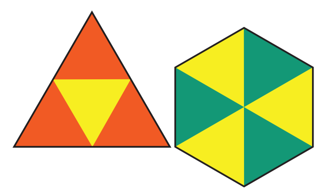
9 مثلثات و6 مربعات

15 مضلعًا سداسيًّا منتظمًا

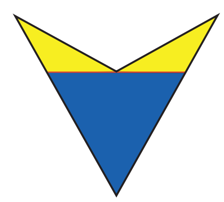
29 مربعًا

31 مربعًا

311 مساحة المثلث إلى مساحة المضلع السداسي هي 3 : 2.



312



313 يوجد سبعة وعشرون مثلثًا.

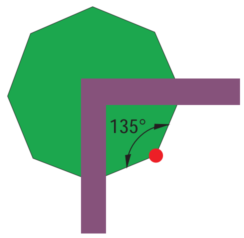
وبوجه عام فإن عدد المثلثات ذات الحجوم المختلفة في الشبكة المثلثية يتبع تسلسل 1، 5، 13، 27، 48، 78، 118، إلخ، وذلك بالنسبة إلى المثلثات ذات الحجوم المتزايدة، أما بالنسبة إلى عدد المثلثات في شبكة مثلثية الشكل ذات عدد زوجي (n) من الصفوف أو المستويات، فإن المعادلة العامة هي:

$$\text{عدد المثلثات} = \frac{n(n+2)(2n+1)}{8}$$

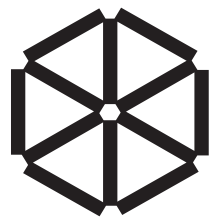
وبالنسبة إلى عدد فردي (n) من الصفوف أو المستويات، تكون المعادلة العامة هي:

$$\text{عدد المثلثات} = \frac{n(n+2)(2n+1)-1}{8}$$

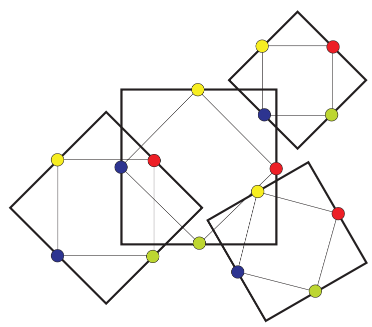
314 حتى تغطي الشاشة أكبر منطقة ممكنة، يجب فتح اللوحين بزاوية 135 درجة؛ ستكون مساحة المنطقة التي تغطيها الشاشة ربع مساحة المضلع الثماني المنتظم.



315



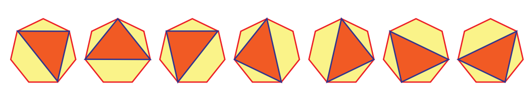
316 تظهر هنا نقاط المنتصف والمربعات التي أعيد تكوينها.



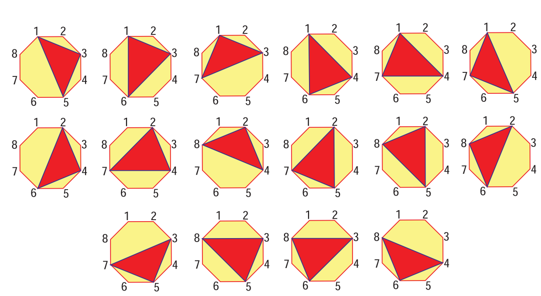
317



318



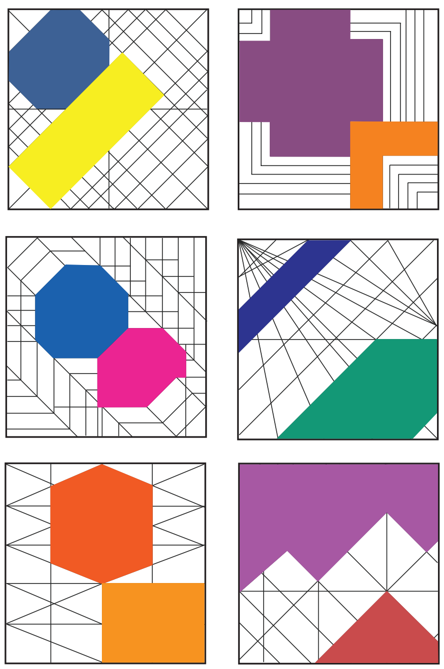
319



320 الترتيب هو الدائرة، ثم المضلع الخماسي، ثم المربع، ثم المثلث؛ الدائرة هي المضلع الذي يحصر أكبر مساحة لكل وحدة من وحدات المحيط، وهي أكثر الأشكال اقتصادًا بالنسبة إلى عمل سور أو سياج.

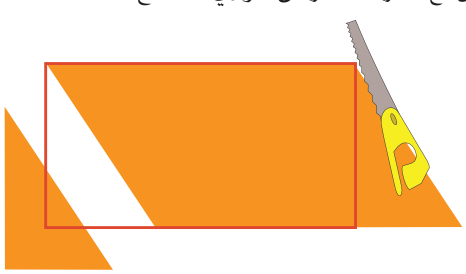
321 الحل هو المثلث، المربع، المضلع الخماسي، والدائرة؛ بالطبع فإن الدائرة لها أقصر محيط لعمل سياج حول المساحة المحددة.

322

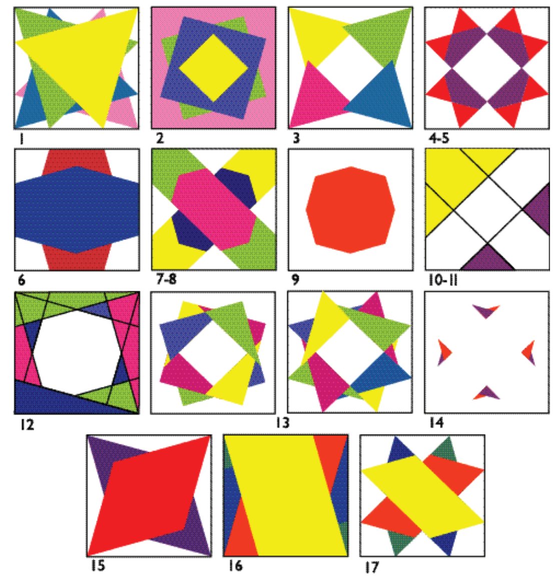


إن إحدى الطرق الشائعة والخادعة الموجودة في الطبيعة هي طمس حدود المجسم حتى يتلاشى ببساطة في الخلفية التي كان يظهر فيها، ولكن يظهر نوع آخر من النماذج مرتبط بهذه المشكلة، ويتضمن إنشاءً متعمدًا لنموذج ما لتشتيت انتباه عين الناظر؛ وبهذه الطريقة يكون شكل المجسم إلى حد ما أقل وضوحًا. وتجذب الخطوط الزائدة انتباه عين الناظر بانتظامها وزواياها، ويمكن أيضًا أن يكون هناك عدد من الأشكال داخل النموذج بغرض التضليل: تكون قريبة الشبه ولكنها لا تماثل الأشكال التي نسعى إليها.

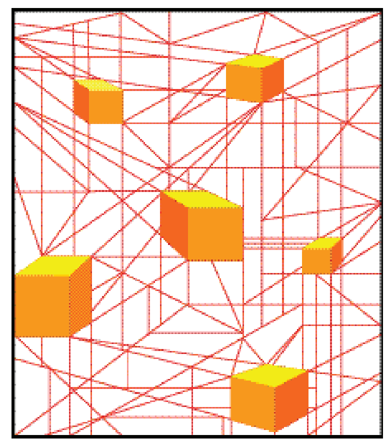
323 يحتاج الأمر إلى القيام بقَصَّة واحدة كما هو موضح. لتكوين المستطيل، ادمج المثلث الناتج من عملية القص مع الطرف الآخر من متوازي الأضلاع.



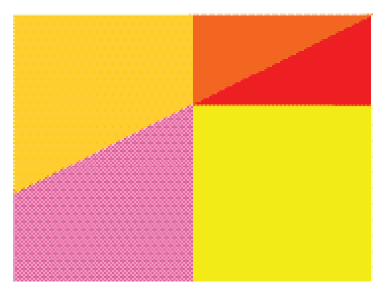
324



325

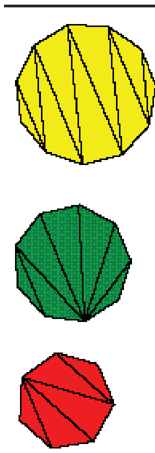


326



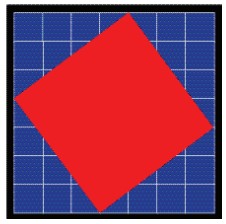
327

بوجه عام، المضلع المحدب ذو (n) من الاضلاع يحتاج إلى 3 ــ n من الأقطار حتى يتحول الى 2 ــ n من المثلثات؛ وعليه، بالنسبة إلى المضلع السباعي، فإن أربعة أقطار ستشكل خمسة مثلثات، والمضلع التساعي يحتاج إلى ستة أقطار لعمل سبعة مثلثات، والمضلع ذو الأحد عشر ضلعًا يحتاج إلى ثمانية أقطار لعمل تسعة مثلثات.



328

من الممكن إدراج مربع بُعداه خمسة في خمسة داخل مربع بُعداه سبعة في سبعة، كما هو موضح في الشكل.



329

لعمل مثلث من ثلاثة أشرطة، من الضروري أن يكون مجموع أطوال أي ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث. إن مجموعات الأشرطة الخضراء والزرقاء لا تتبعان هذه القاعدة، ومن ثم لا يمكن عمل مثلثين منهما.

330

الحل البسيط هو جعل الجدران على شكل مضلع من أربعة عشر ضلعًا، وهنالك حل آخر يتطلب قدرًا أقل من المساحة الأرضية، وذلك من خلال عمل الجدران على شكل نجمة سباعية.



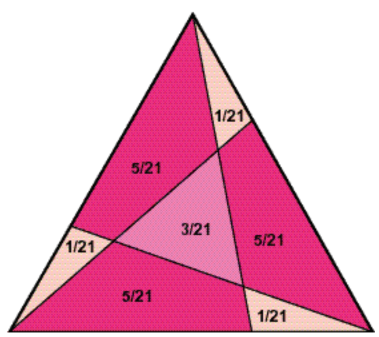
331

الحد الأدنى لعدد الوصلات هو خمس عشرة وصلة تُضاف كما هو موضح في الشكل. هذا الحل اكتشفه العالم أندريه كودوليوف (Andrei Khodulyov).

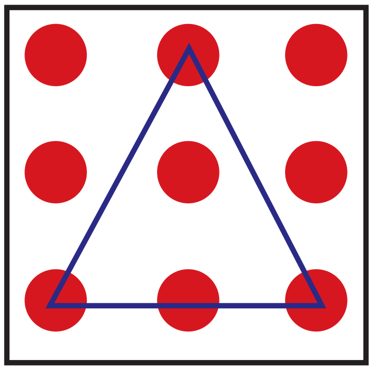


332

كل خط تثليث يقسم المثلث إلى $1/3$ أو $7/21$، الذي ينقسم بدورة مرة أخرى إلى ثلاثة أجزاء، والملاحظة البسيطة تخبرنا أن المساحة يمكن أن تكون فقط $1/21$، $5/21$ و $1/21$. وبناءً على ذلك، فإن المثلث الذي في المنتصف تكون مساحته $3/21$.



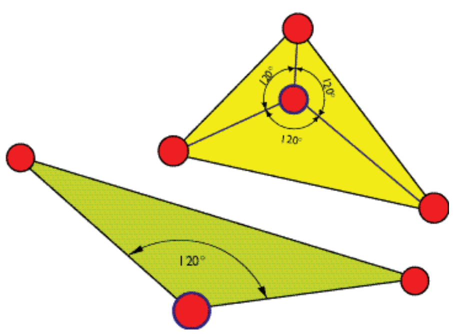
333



334

المسألتان مترابطتان؛ لأن القرى الثلاث ــ بصرف النظر عن كيفية ترتيبها ــ يمكن أن يقال إنها تشكل رؤوس مثلث. بالنسبة إلى المثلثات والقرى، فإن الطريق الأكثر اقتصادًا سيتكون من ثلاثة مسارات تلتقي عند نقطة، وتُعدُّ هذه المسارات هي الحد الأدنى للمسافة الكلية بين القرى أو الرؤوس.

في حالة المثلث الذي تكون زواياه جميعها أقل من 120 درجة، تكون المسارات خطوطًا مستقيمة تلتقي عند نقطة تكون زواياها 120 درجة تمامًا، كما هو موضح في الشكل. وبالنسبة إلى المثلث الذي تكون إحدى زواياه 120 درجة أو أكثر، فان المسار الأدنى سيمر من خلال رؤوس ذلك المثلث.

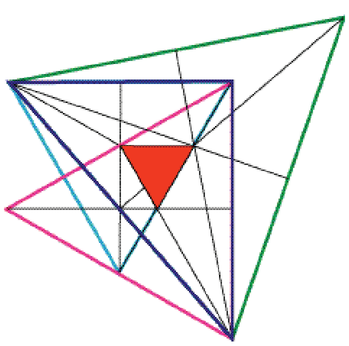


335

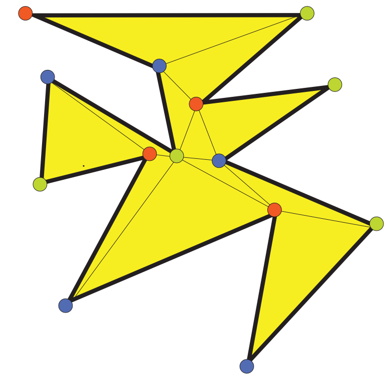
سينطبق هذا الأمر على كل مثلث. في المثال الموضح، شُكِّلت المثلثات إلى الداخل كما ترى، ولا تزال المراكز تشكل مثلثًا متساوي الأضلاع له مركز المثلث الأصلي نفسه، ومن المثير للاهتمام أن الفرق في المساحة بين المثلثات الثلاثة التي تم تكوينها يساوي مساحة المثلث الأصلي.

336

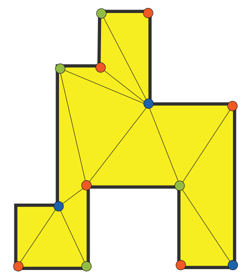
بصورة دقيقة بما فيه الكفاية، فإن الخط المستقيم من رأس المثلث والمار بنقطة منتصف الوسيط سوف يقسم الضلع المقابل للرأس بنسبة 1 :2.



337
أربع (كاميرات) تعدُّ كافية (انظر إلى النقاط الحمراء على المخطط). وتوجد طرق كثيرة لترتيبها.



338
الحل هو النقـاط الزرقاء الثلاث.



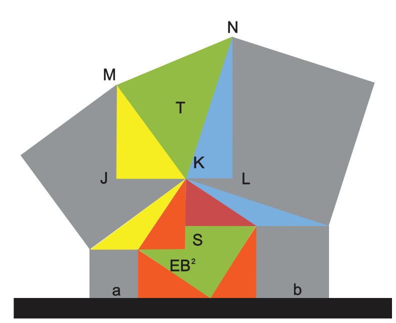
إن أول من طرح مسـألة العدد اللازم مـن الكاميرات لمراقبة كل نقطة على أرضيـة ما كان فيكتـور كيلي (Victor Klee) فـي عـام 1973م، وفي غضون أيـام قليلة بعـد ذلـك، برهـن عالم الرياضيات فاسيك تشافاتال (Vasek Chvátal) من جامعة روتجرز على أنه إذا كان شكل الأرضية يحتوي على عدد (n) من الرؤوس، فيوجد من الأماكن ما يمكن عن طريقها مشـاهدة المعرض الفني كله. وأصبحت المشـكلة تعرف بمشـكلة (معرض تشـافاتال الفني)، حتى استخدم عالم الرياضيات ستيف فريسـك (Steve Frisk) من جامعة بودوين (Bowdoin College) برهانه الرائع عن المثلثات لمعرفة الموضع الدقيق للكاميرات.

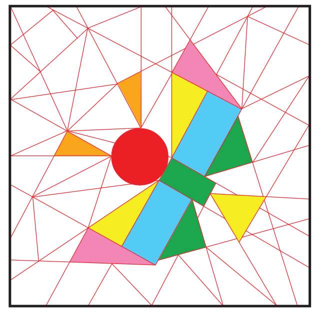
وإليك ما تفعله: قسِّـم المخطـط إلى مثلثات، ولوِّن رؤوس كل مثلث بثلاثـة ألـوان، يجب اسـتخدام الألوان الثلاثة نفسـها فـي كل مثلث، ويجب اسـتخدام اللون نفسـه للرؤوس كلها التي تشترك في النقطة نفسـها، يجـب وضـع الكاميرات علـى النقـاط الملونة باللـون الذي يظهر بصورة أقل.

339
مسـاحة (T) = مسـاحة (J L N M) _ مسـاحة (J K M) _ مسـاحة (L K N)

$$= ab - ab - \frac{(2a+2b)(b+a)}{2}$$

$= b^2+a^2 = EB^2 =$ مساحة (S)



340


341


342
لا؛ إن عـدد أجـزاء الكعكـة رقـم 1 و الكعكـة رقـم 3 متسـاوية، ولكـن المجموعـة الحمـراء سـتحصل علـى شرائح أكبر من الكعكة رقم 2.

إذا كان عدد الأوتار (أو خطوط القَطع خلال الكعكة) زوجيًّا ويساوي أربعة أو أكثر، فإن المساحات (أو قِطع الكعكة) دائمًا متساوية.

وإذا كان عدد الأوتار فرديًّا أو أقل من أربعة، فإن المساحات لا تكون متسـاوية _ مـا لم تمر الأوتار بمنتصـف الدائـرة، كما هي الحال في الكعكة رقم 1.

وقد استلهم هذا اللغز عن طريق (مسألة البيتزا) التي اكتُشفت من قبـل ل. ج. أبتون (L. J. Upton) في عام 1968م، والتي برهنها كل من لاري كارتر (Larry Carter) وسـتان واجن (Stan Wagon) في عام 1994م.

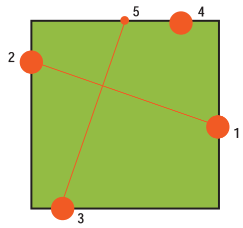
343
الترتيب هو الأصفر، فالبرتقالي، فالأحمر، فالوردي، فالبنفسـجي، فالأخضـر الفاتح، فالأخضـر الداكن، فالأزرق الفاتح، فالأزرق الداكن وأخيرًا الليموني. الترتيب هو أيضًا طبقًـا لعدد الأضلاع المتزايد، بدءًا من المثلث ذي الأضلاع الثلاثة إلى المضلع الاثني عشري ذي الاثني عشر ضلعًا.



345
بصورة عجيبة، نعم!

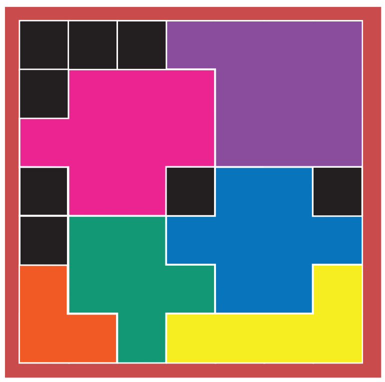
إن هـذه الجوهـرة الهندسـية تعرف بمبرهنـة فون أوبل (von Auble)، وسـوف تكـون صحيحـة أيضًا مع الأشـكال الرباعية غيـر المحدبة وحتى الأشـكال الرباعية التي تقـع فيها ثلاثة أو أربعة رؤوس على الخط المستقيم نفسه.

346
فـي المضلـع الرباعي يكون دائمًا طـول كل ضلع أقل من مجمـوع أطـوال الأضـلاع الثلاثة الأخرى، ومـن ثم فإن مجموعـة الأشـرطة الزرقاء ذات الأطـوال 8، 3، 3، 2، لا يمكـن أن تشكل مضلعًا رباعيًّا.

347


الحل يبدأ برسـم خط بين نقطتيـن، مثل الخـط بين النقطتين 1 و2، ثم رسم خط من النقطة 3 طوله يساوي طول الخط بين النقطتين 1، و2 وعموديًّـا عليه، ويتم ترميز نقطة نهاية هذا الخط برقم 5، وتكون بصورة واضحة على خط المربع.

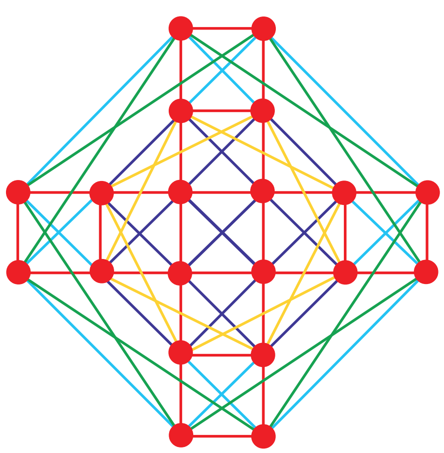
ارسـم خطًّا يمر من خلال النقطتين 4 و 5، ثم ارسـم خطًّا موازيًا له يمـر من خـلال النقطة 3. لاسـتكمال المربع، بعدها ارسـم خطوطًا عمودية على هذين الخطين يمران من خلال النقطتين1 و 2؛ سـوف تتقاطع الخطوط الأربعة لتكوِّن مربعًا.

348


349
إذا أخذنـا المضلع الخماسـي المنتظـم حيث كل وجه مـن أوجهـه يتكـون مـن وحـدة واحـدة، فـإن المربع الموضـح فـي المسـألة لـه ضلـع أكبـر مـن 1.0605. لكـن المربـع الموضـح هنا الـذي يعدُّ هـو الحل لهذه المسـألة نُشـر من قبل فيتش تشـيني (Fitch Cheney) فـي مجلـة الرياضيـات الترفيهيـة (The Journal of Recreational Mathematics) في عام 1970م، وهذا المربع له ضلع أكبر من 1.0673.



350
يوجد واحد وعشرون مربعًا ممكنًا.



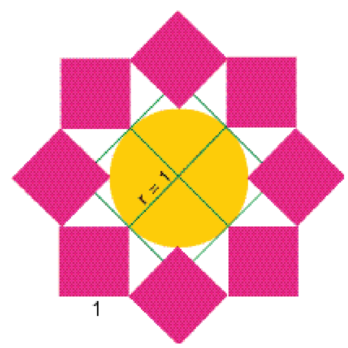
351

1. $1\frac{1}{2}$ وحدة مربعة
2. $2\frac{1}{2}$ وحدة مربعة
3. 1 وحدة مربعة
4. 2 وحدة مربعة
5. 3 وحدات مربعة
6. $2\frac{1}{2}$ وحدة مربعة
7. $4\frac{1}{2}$ وحدة مربعة
8. $6\frac{1}{2}$ وحدة مربعة
9. $5\frac{1}{2}$ وحدة مربعة
10. 2 وحدة مربعة
11. 5 وحدات مربعة
12. 18 وحدة مربعة
13. $5\frac{1}{2}$ وحدة مربعة
14. 7 وحدات مربعة
15. 7 وحدات مربعة
16. $7\frac{1}{2}$ وحدة مربعة

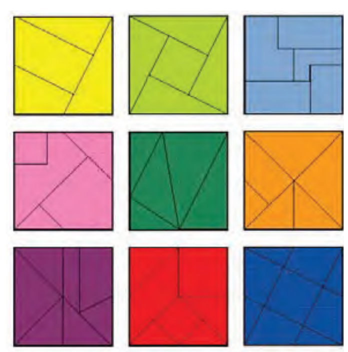
352

يوجد ما مجموعه 204 مربعات بحجوم مختلفة:
64 مربعًا مساحة كل منها وحدة مربعة واحدة.
49 مربعًا مساحة كل منها أربع وحدات مربعة.
36 مربعًا مساحة كل منها تسع وحدات مربعة.
25 مربعًا مساحة كل منها ستَّ عشرة وحدة مربعة.
16 مربعًا مساحة كل منها خمس وعشرون وحدة مربعة.
9 مربعات مساحة كل منها ست وثلاثون وحدة مربعة.
4 مربعات مساحة كل منها تسع وأربعون وحدة مربعة.
1 مربع مساحته ستون وحدة مربعة.
العدد الإجمالي للمربعات المختلفة على مصفوفة مربعة من الرتبة (n) وحدة في الضلع الواحد، هو ببساطة مجموع مربعات أول (n) من الأعداد الصحيحة.

353



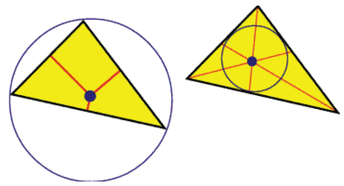
354



355

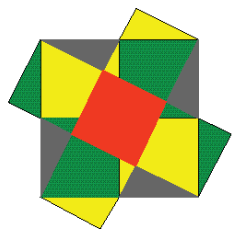
للعثور على مركز الدائرة الداخلية التي تمس أضلاع المثلث، نصِّف زوايا المثلث الثلاث، كما هو موضح في الشكل.

لإيجاد مركز الدائرة المحيطة، نصِّف كل ضلع من أضلاع المثلث الثلاث من خلال خط عمودي.



356

يمكن إعادة ترتيب الشكل إلى خمسة مربعات متماثلة، كما هو موضح، ومن هذا المنطلق فإن المربع الأحمر له خُمس مساحة الشكل الأصلي.



الفصل 7 الحلول

357

تستطيع عمل ثلاث كلمات حقيقية؛ الحرف الأول يمكن أن يكون أيًّا من الحروف الثلاثة، والثاني يمكن أن يكون أيضًا أيًّا من الحرفين المتبقيين، والثالث هو الحرف المتبقي: $3 \times 2 \times 1 = 6$ كلمات ممكنة. الاحتمالات هي OWN، ONW، NOW، NWO،WON،WNO.

بالنسبة إلى حروف أو أرقام أو مجسمات مختلفة عددها n، فيمكن حساب عدد الترتيبات الممكنة:

$$n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \ldots 3 \times 2 \times 1$$

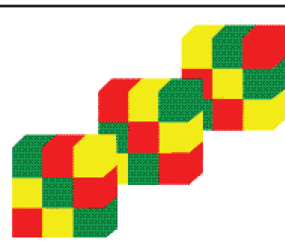
هذا العدد يطلق عليه مضروب العدد (n)، ويكتب بصورة مختصرة على النحو (n!).

358

إذا كان من المسموح عمل تيجان متطابقة بالتدوير، فإن الإجابة ستكون (7!) أي 5040. ولكن لأن أيًّا من هذه التيجان الـ 5040 سيكون مطابقًا لـ 6 تيجان أخرى من خلال التدوير، فإن العدد الكلي للتيجان المختلفة يكون (6!) والذي يساوي 720.

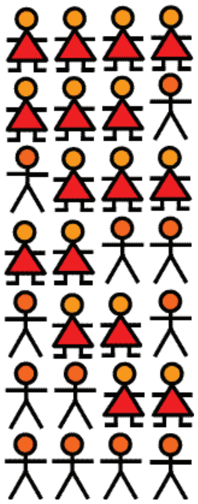
وإذا ما منعنا تشكيلات مشابهة محتملة عن طريق قلب التاج، فإن الإجابة ستكون هي نصف العدد 720 أي 360.

359

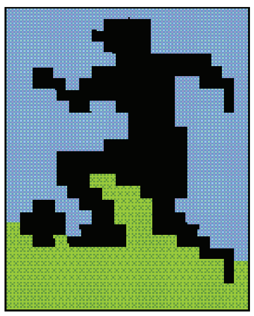


360

مع وجود أربعة أطفال في كل مجموعة، توجد ستة تباديل مختلفة حيث تجلس فيها كل فتاة بجوار فتاة أخرى على الأقل، كما هو موضح في الشكل، ويوجد أيضًا تبديل آخر ممكن وهو أربعة أولاد مع عدم وجود أي فتاة.

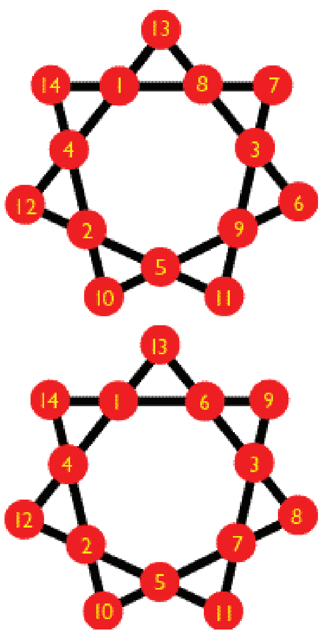


361



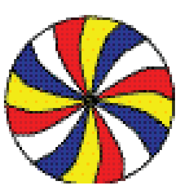
362

يوجد حلَّان لهذا اللغز.

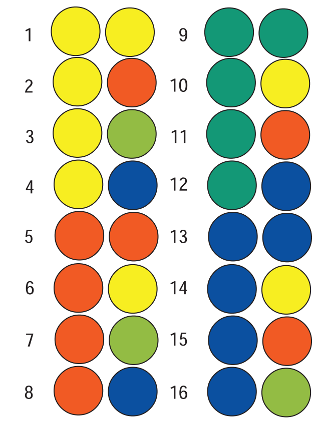


363

توجد ثمانية رموز، مرتبة أفقيًّا في صفوف، والتسلسل هو 1؛ 1_2؛ 1_2_3؛ 1_2_3_4؛ 1_2_3_4_5. وهكذا حتى نصل إلى 1_2_3_4_5_6_7_8. وعند هذه النقطة يبدأ النمط بالتكرر.



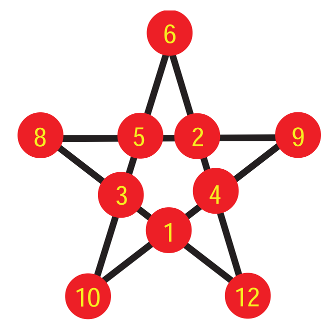
364 يوجد ستة عشر زوجًا ممكنًا.



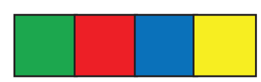
365 توجد فقط ستة ترتيبات مختلفة للمجسمات الثلاثة، توجد ثلاثة احتمالات مختلفة لحبة الفاكهة ناحية أقصى اليسار، بالنسبة إلى كل حبة فاكهة باقية، فيوجد احتمالان مختلفان للحبة في الوسط، أما بالنسبة إلى حبة الفاكهة التي في ناحية اليمين، فيوجد احتمال واحد فقط؛ العملية التي يتم فيها ترتيب مجموعة من العناصر واحدًا تلو الآخر يطلق عليها اسم التبديل.

366 ستجلس العائلة في 5040 طريقة مختلفة.

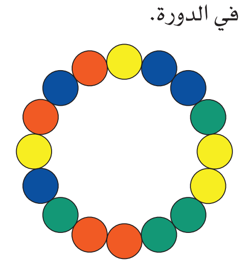
367



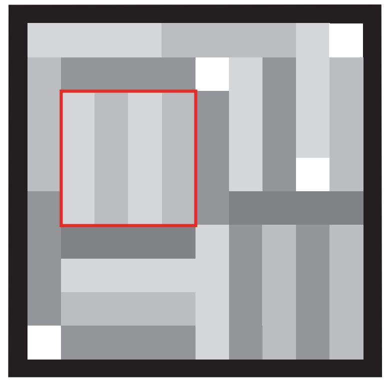
368 عندما تقصّ الشـرائط، سوف تجد أنه يوجد فقط اثنا عشر نمطًا مختلفًا.



369 يطلق علماء الرياضيات على هذا اسم الدورة الكلية أو الشاملة لمتتاليتين، وهي توجد بالنسبة إلى أي عدد من الألوان أو المجسمات، والدورة (cycle) هي مربع عدد الألوان المختلفة في الدورة.



370 لاحِظ أن الشـرائط الأربعة فـي المربع المحدد باللون الأحمر والشرائط الأربعة في المربع الأسفل منه يمكن أن توضع في الشبكة بصورة أفقية أو رأسية.



371 هذا حل من بين حلول كثيرة.

2	1	4
3	5	7
6	9	8

372

12	1	18
9	6	4
2	36	3

373

3	1	2
9	6	4
18	36	12

374 هـذا حل من بين حلول كثيرة، وهذا الحل تم الحصول عليه عن طريـق أخذ مربع دورر (Dürer) السحري (لعبة التفكير 377)، وطرح العدد 17 من كل عدد أكبر من العدد 8.

-1	3	2	-4
5	-7	-6	8
-8	6	7	-5
4	-2	-3	1

375

	1	4	
3	10	7	11
8	12	2	5
	6	9	

376

14	10	1	22	18
20	11	7	3	24
21	17	13	9	5
2	23	19	15	6
8	4	25	16	12

377 يوجد حلّان، كما هو موضح في الأسـفل؛ في المربعات السحرية لدورر (الغريبة)، توجد مجموعات كثيرة من الأرقام التي تضاف إلى الثابت السحري. انظر ــ على سبيل المثال ــ إلى المربع 2 × 2 الموجود في الركن الأعلى ناحية اليسـار: أُضيفت الأعداد 10، 5، 3، 16 للوصول إلى مجموع 34.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	5	2	11
3	10	13	8
9	4	7	14
6	15	12	1

378 إن مجموع الأرقام التسـعة ــ الذي يسـاوي 45 ــ موزع علـى ثلاثة صفوف أو أعمدة، وهذا يعني أن العدد الثابت السـحري هـو 15. وبشـكل عـام، إن العـدد الثابت السـحري (K) لمربع سـحري من الرتبة (n)؛ أي يحـوي (n) صف وعمود، يمكن حسابه على النحو الآتي:

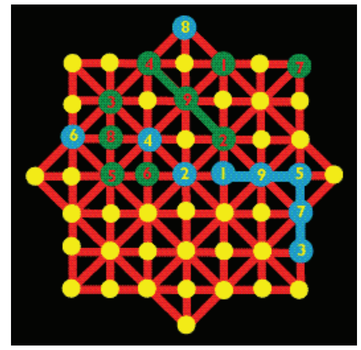
2	9	4
7	5	3
6	1	8

$$K=\frac{(n^3+n)}{2}$$

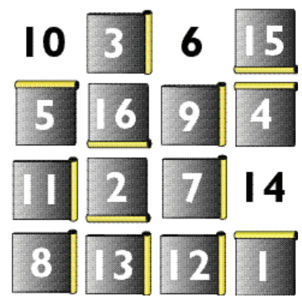
لحل لو ــ شـو (Lo_Shu)، يجب أن ندرك أن هناك (8) تكوينات ثلاثية ممكنـة مجموعها (15)، وهـي: (1ــ5ــ9)، (2ــ4ــ9)، (1ــ6ــ8)، (2ــ5ــ8)، (3ــ4ــ8)، (2ــ6ــ7)، (4ــ5ــ6)، (3ــ5ــ7).

يظهر الرقـم الموجود في مركـز المربع أربع مـرات (في الصف الأوسـط، وفي العمود الأوسـط، وفي كلا القطرين). ولأن الرقم 5 هـو الرقم الوحيد الذي يظهر في أربعـة تكوينات ثلاثية كما يظهر في الأعلى، فـإن الرقم 5 يجب أن يكون رقـم مركز المربع، وحيث يظهـر الرقم 9 في اثنين فقط من التكوينات الثلاثية، فإنه يجب أن يذهب إلى وسـط الصف أو العمـود، وبالمثل يكون الرقم 1 المكمل للثلاثية 1ــ5ــ9. وبالمثـل، الرقمان 3 و 7 يظهران في اثنين فقط مـن التكوينات الثلاثيـة؛ لذلك يجب أن يكونا في وسـط الصف أو العمود. أما بقية الأرقـام الأربعة المتبقية فيمكن أن توضع بطريقة واحدة صحيحة ــ هذا البرهان الأنيق يظهر وجود حل وحيد لمربع لو ــ شو السحري.

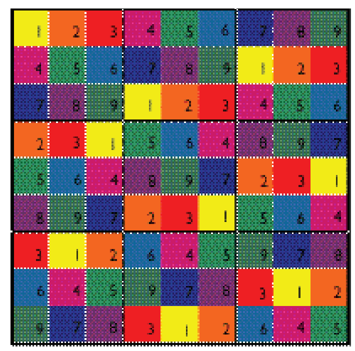
379



380 يظهر الشكل أن البلاطات ذات المفصلات هي التي قلبت.

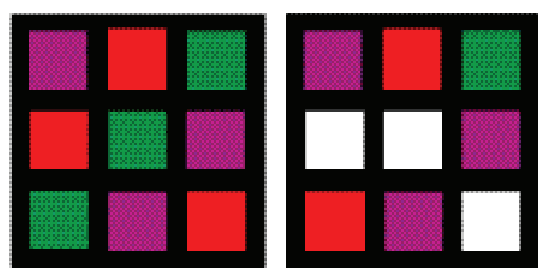


381

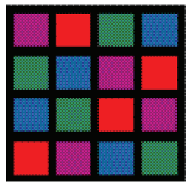


382 توجد خمس عشرة مجموعة مختلفة. تستطيع أن تختار لكل قـرد أيًّا مـن الحميـر الثلاثة؛ لذلـك توجد ثلاثة أزواج ممكنة. ولأن هذا يعدُّ صحيحًا بالنسبة إلى كل قرد من القرود الخمسة، فإن ذلك يؤدي إلى خمسة عشر زوجًا ممكنًا.

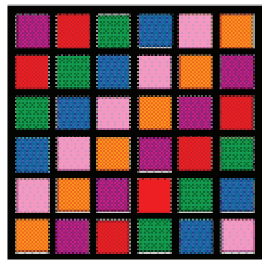
383 ليس من الممكن دائمًا استكمال مربعات الألوان السحرية أو مربعات الألوان القُطرية. في كثير من الحالات يمكن للمـرء أن يجد الحل الأفضل فقط؛ الحل الـذي يضع معظم البلاط على الشبكة بصورة صحيحة.



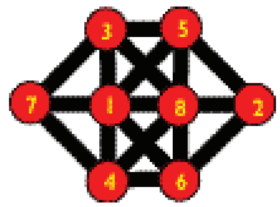
384 يظهر هنا المربع السحري الملون ليشمل القطرين الرئيسين، ومع ذلك فمن المستحيل إيجاد حل يشمل الأقطار جميعها.



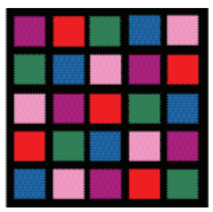
385 إن قطـر المربـع السـحري الملـون مـن الرتبـة 6 يُعـدُّ مستحيلًا.



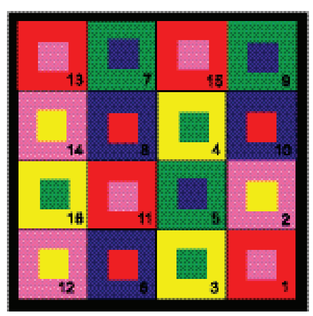
386



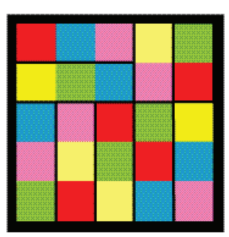
387 هـذا مربع سـحري قُطري ملون بالكامل، حيث يشمل ذلـك الأقطار الصغيـرة كلها بالإضافة إلـى القطريـن الرئيسـين. بوجه عام، تعدُّ المربعات الملونة السحرية الكاملة ممكنة فقط عندما تكون رتبة المربع لا تقبل القسمة على 2 أو 3.



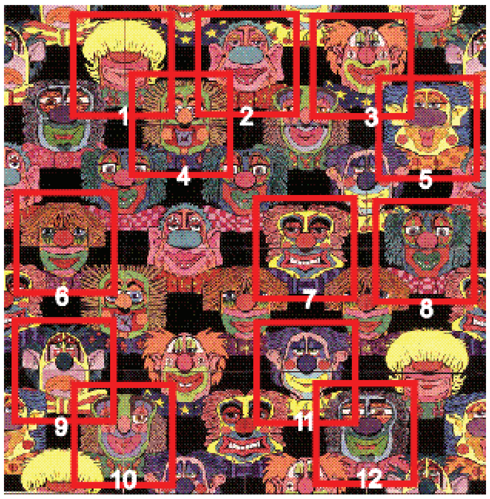
388



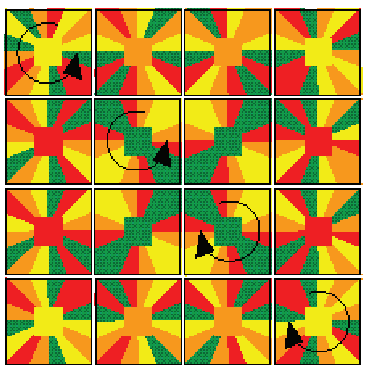
389



391 يوجـد اثنـا عشـر مهرجًـا مختلفًـا، كمـا هـو موضح في الأسـفل: المهرجون الذين يحملـون الأرقام 1، 2، 3، 6، 7، 8، 9، 11 يظهـر كل منهـم ثـلاث مـرات، والبقية يظهـر كل منهم مرتيـن فقـط. يوجد اثنان وثلاثون مهرجًا كامـلًا، ولكن يمكن فقط وضع أربعة وعشرين مهرجًا معًا في وقت واحد.



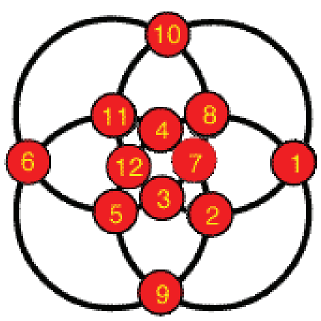
392



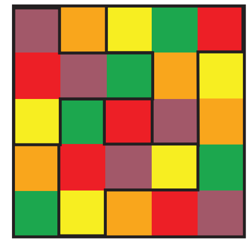
393 هذا الترتيب هو الوحيد الذي لم يحاولوا القيام به.



394

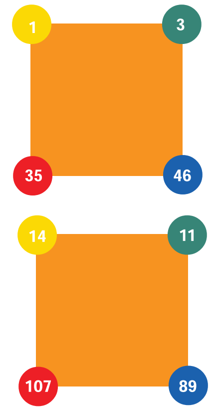


395



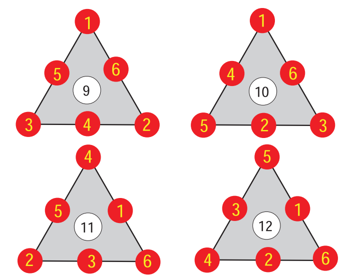
396

يوجد هنا حلَّان من بين عدد لانهائي من الحلول.

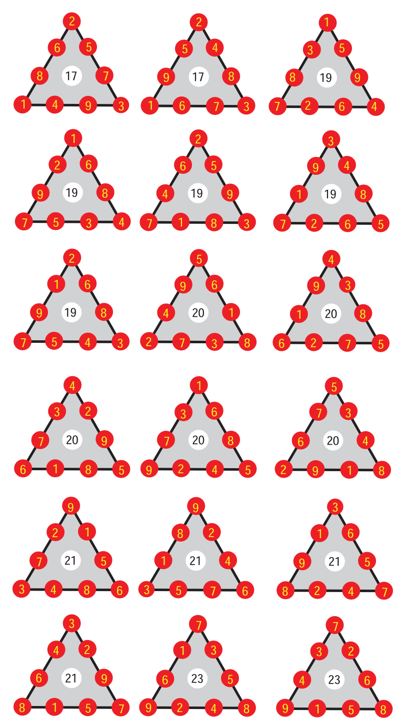


397

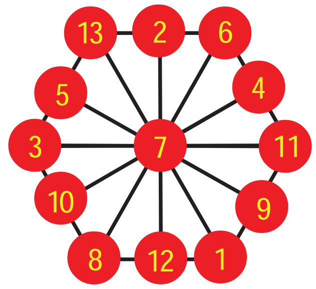
باستبعاد عمليات التدوير والانعكاسات للمثلث، هنالك فقط أربعة حلول مختلفة.



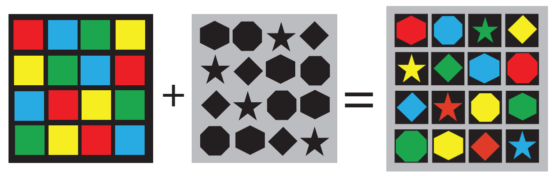
398



399

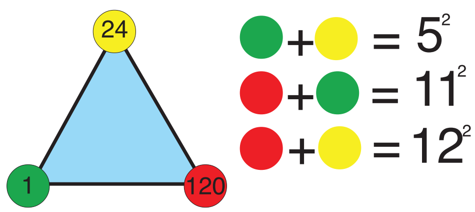


400

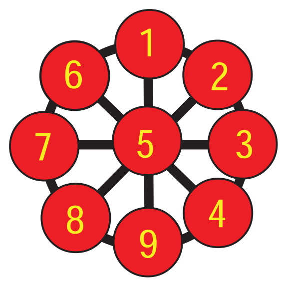


401

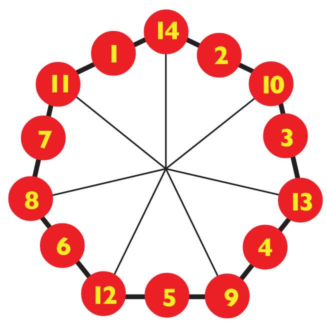
n = 5; k = 11; p = 12



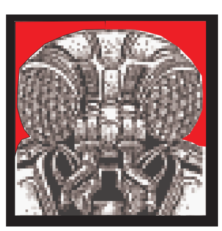
402



403

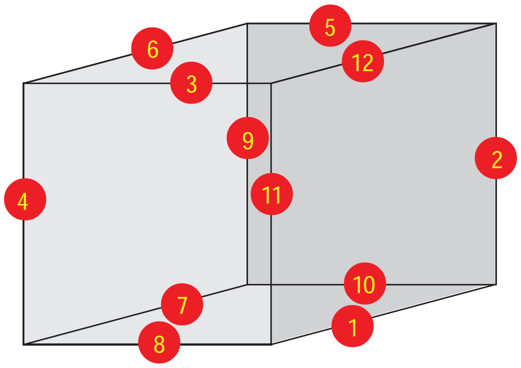


404

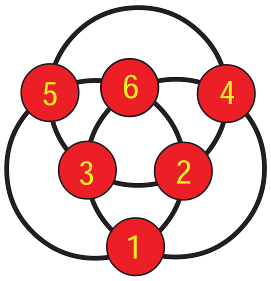


لا يظهر أي كائن فضائي أكثر من مرة واحدة في أي صف أو عمود أو خط قطري؛ وعليه، فإن الكائن الفضائي الذي سيكمل النمط هو الفضائي ذو الخلفية الحمراء.

405



406



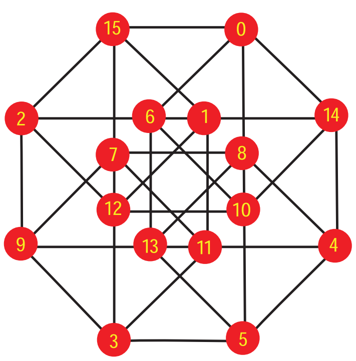
407

يظهر هنا حلَّان من بين حلول كثيرة ممكنة.

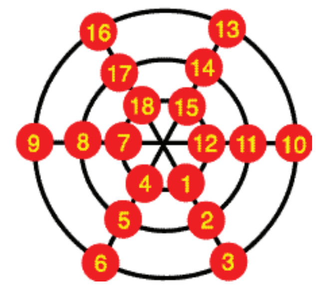
9	8	4
7	5	3
6	2	1

16	12	8	4
15	11	7	3
14	10	6	2
13	9	5	1

408

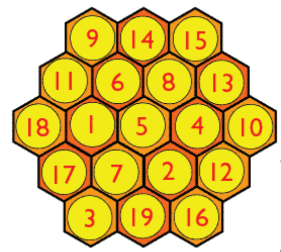


409



410

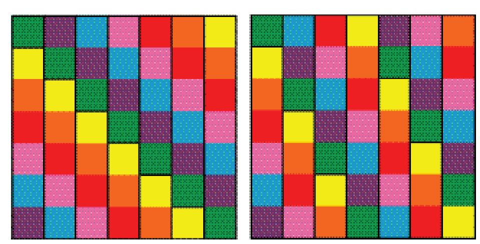
إن مجموع الأعداد من 1 إلى 19 يبلغ 190، وهو عدد يقبل القسمة على 5، ويوجد هناك خمسة صفوف متوازية في كل اتجاه، ومن ثم فإن المتوالية السحرية هي 190 مقسومة على 5 أو على 38.



وبوجه عام، فمن الممكن ترتيب مجموعة من الأعداد الصحيحة الموجبة من 1 إلى n في قرص العسل سداسي الشكل به عدد n من الخلايا، بحيث يكون لكل صف مجموع ثابت؛ أي العدد الثابت السحري.

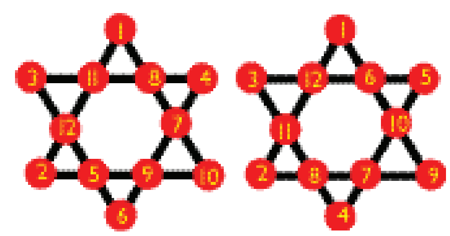
وكما نرى في الشكل التوضيحي في الأعلى، فإن الشكل السداسي السحري من الرتبة 3 (أي إن كل ضلع من أضلاعه يتكون من ثلاث خلايا) يعدُّ أمرًا ممكنًا، ولكن الشكل السداسي السحري من الرتبة 2 (بمعنى آخر هو شكل سداسي مكون من 7 خلايا) هو أمر مستحيل؛ ويعود ذلك إلى أن مجموع خلاياه السبعة يساوي 28، وبقسمة 28 على ثلاثة (عدد الصفوف في كل اتجاه) يكون الناتج عددًا غير صحيح، وبالمثل فإن الأشكال السداسية السحرية من الرتبتين 4 و 5 تعدُّ أيضًا مستحيلة، في الواقع أظهر برهان معقد للغاية أنه لا يوجد شكل سداسي سحري ذو رتبة أكبر من 3، والأمر المثير للدهشة هو أن الشكل السداسي السحري الموضح في الأعلى الذي اكتشف في عام 1910م، هو الحل الوحيد الممكن.

411



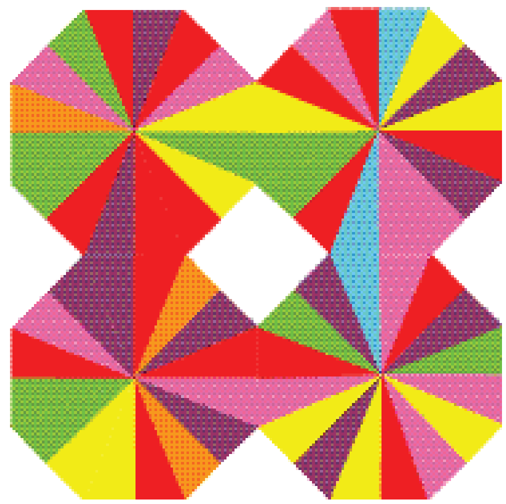
412

يظهر هنا حلَّان من الحلول.



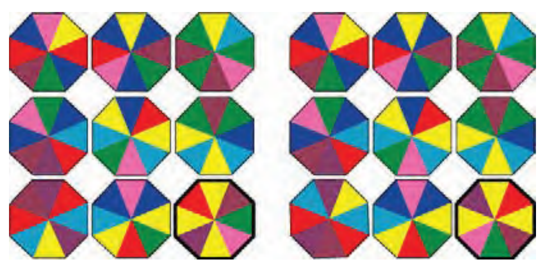
413

المضلع الثماني في الأعلى ناحية اليمين: ربع دورة عكس اتجاه عقارب الساعة؛ المضلع الثماني في الأسفل ناحية اليسار: نصف دورة واحدة؛ المضلع الثماني في الأسفل ناحية اليمين: ربع دورة في اتجاه عقارب الساعة.



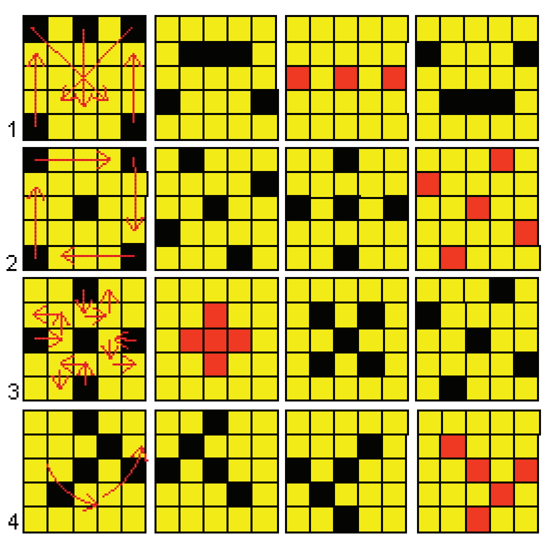
414

أشكال المضلعات الثمانية في الأسفل ناحيتي اليمين واليسار يمكن وضعهما بطريقتين، ليصنعا بذلك أربعة حلول ممكنة.

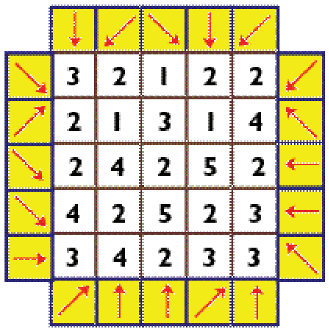


415

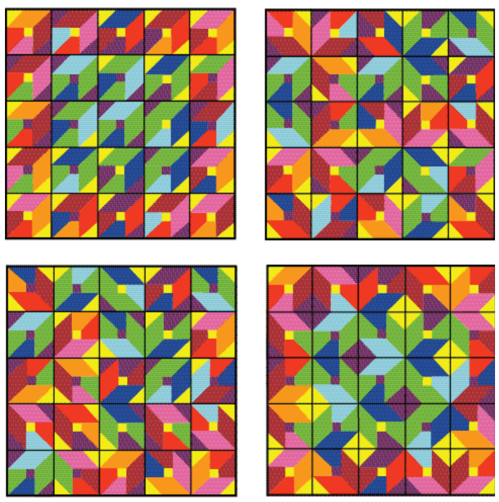
توضح الأسهم حركة المربعات في كل نمط، والنمط المفقود في كل متوالية موضح باللون الأحمر.



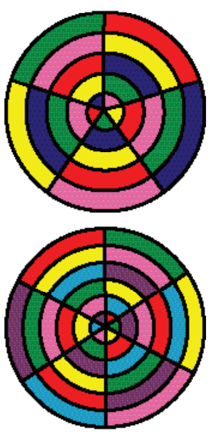
416



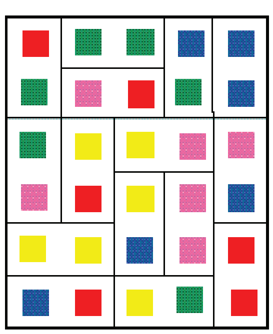
417



418

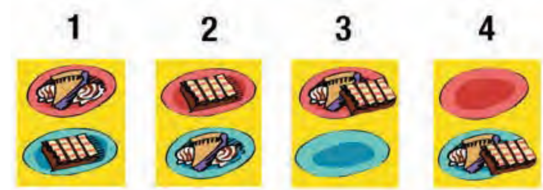


419

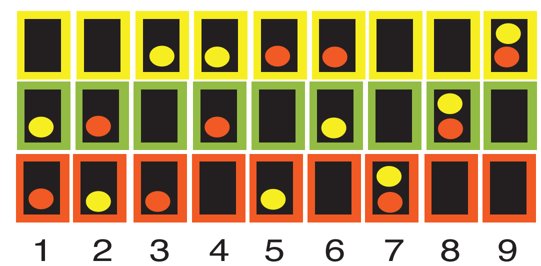


420 البرهان البسيط التالي يوضح استحالة تكرار النمط باستخدام واحد وثلاثين حجرًا من أحجار الدومينو:
إن كل حجر دومينو فيه مربعان أحدهما أحمر والآخر أصفر؛ وعليه، لابد أن يكون عدد المربعات من كل لون متساويًا، ولكن تظهر رقعة الشطرنج بطريقة مختلفة؛ حيث إن فيها اثنين وثلاثين مربعًا أحمر وثلاثين مربعًا أصفر فقط.

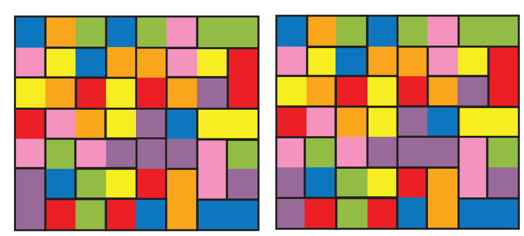
421 توجد أربع طرق مختلفة لتقديم نوعين من الحلوى على طبقين، كما هو موضح في الشكل في الأسفل.



422 النقطة الصفراء تمثل الأناناس، والنقطة الحمراء تمثل التفاح؛ توجد تسع طرق مختلفة لتقديم نوعي الفاكهة على الأوعية الثلاث، كما هو موضح في الشكل.



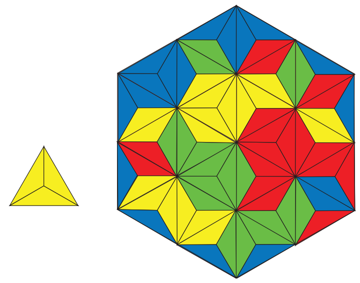
423 يظهر هنا حلّان مختلفان بصورة طفيفة.



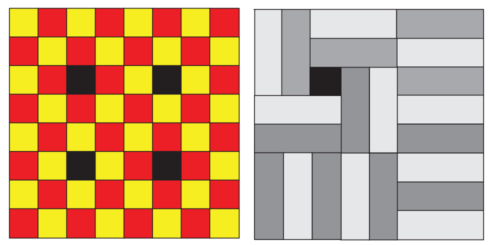
424



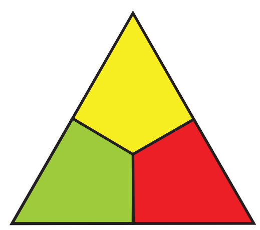
425 المثلث الناقص هو المثلث الذي أجزاؤه الثلاث جميعها صفراء اللون.



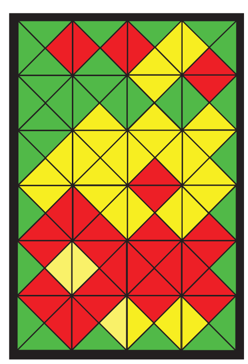
426 من الممكن القيام بذلك شريطة أن يغطي حجر الدومينو الأحادي (monomino) أحد المربعات الموضحة باللون الأسود.



427

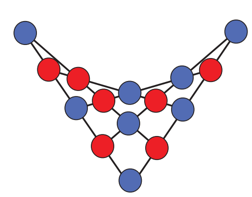


428 المربع المفقود هو المربع الذي تكون أجزاؤه جميعها صفراء اللون؛ يوجد العديد من الترتيبات الممكنة لهذه المربعات، هنا يظهر أحدها.

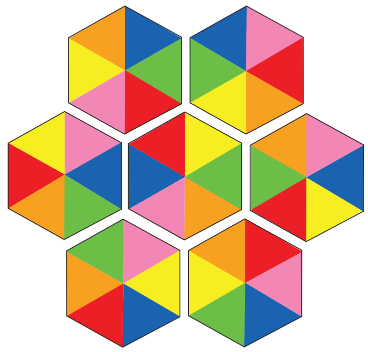


429 الخط المتعرج يمر عبر اللون الأخضر.

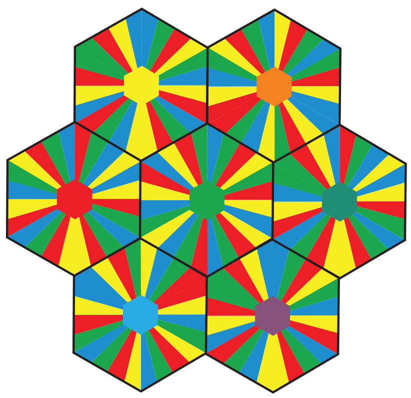
430



432



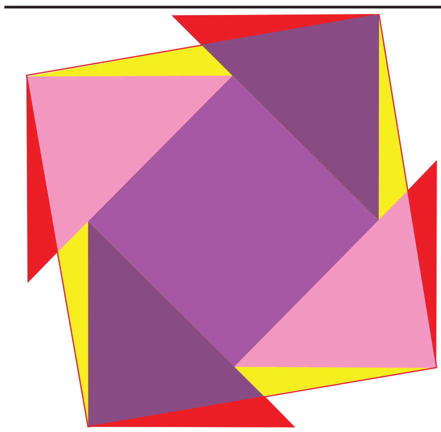
433



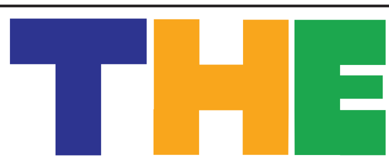
434 البطاقة رقم 3 غير موجودة في النمط.

الفصل 8 الحلول

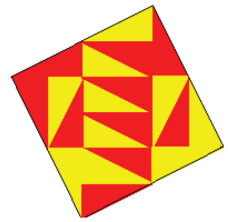
435



436



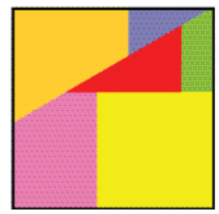
437 هذا واحد من حلول عدة.



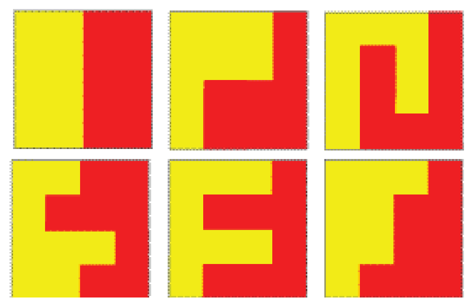
438 النتيجة هي حل لغز حرف T التقليدي (لعبة 20).



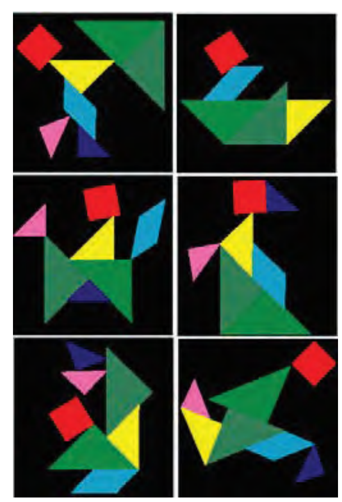
439 على الرغم من أن الحد الأدنى لجواب مسألة المربعات الثلاثة يتضمن عمل خمسة أجزاء فقط، لكن لم يستطع أحد حتى الآن التوصل إليه، وهذا الحل باستخدام ستة أجزاء هو المسجل حاليًّا.



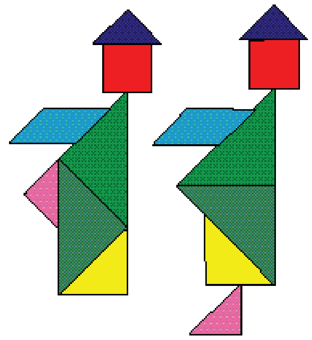
440



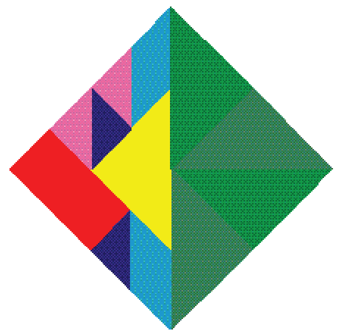
441



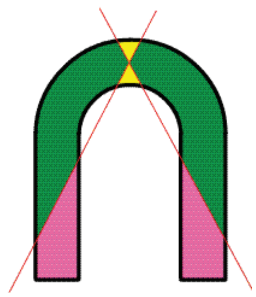
442



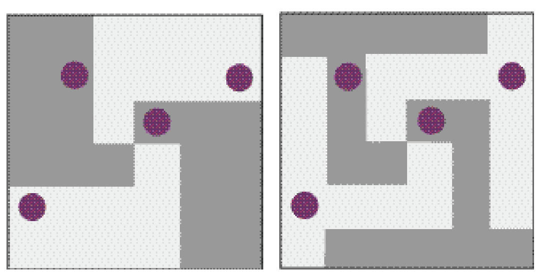
443 أحد الحلول الكثيرة الممكنة.



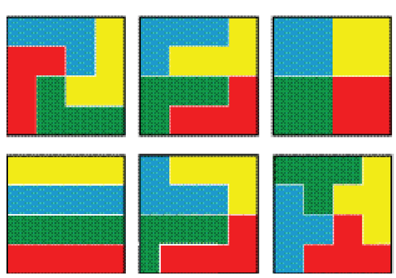
444



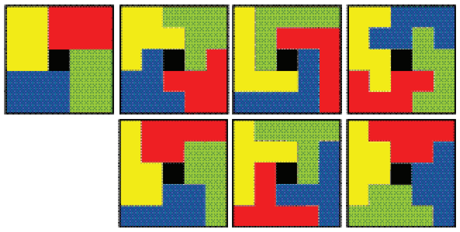
445



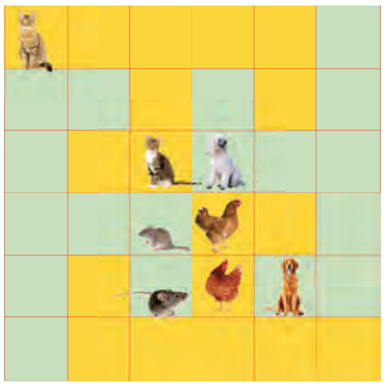
446



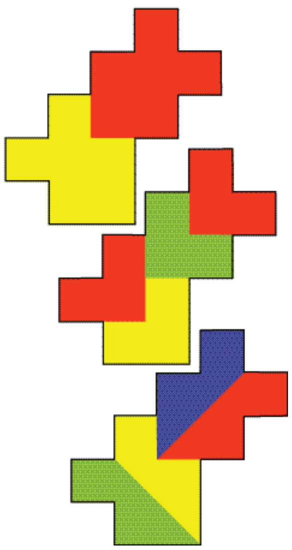
447



448



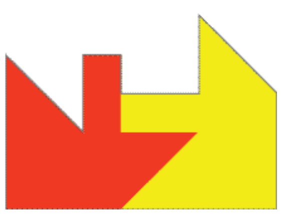
449



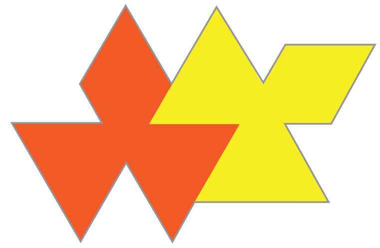
450



451



452

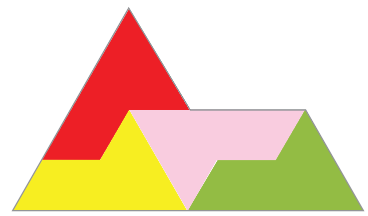


453 تبين أن كل خط مرسوم من خلال النقطة الصفراء يقسم المحيط إلى نصفين.

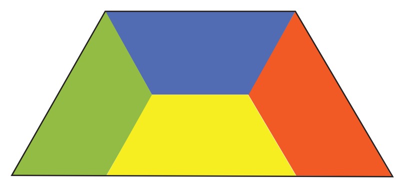
454



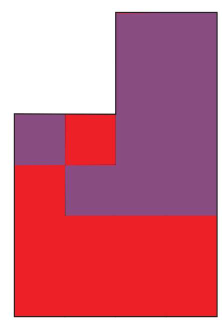
455



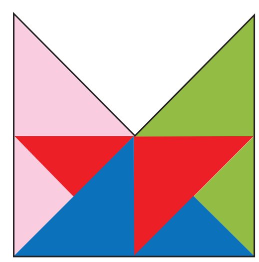
456



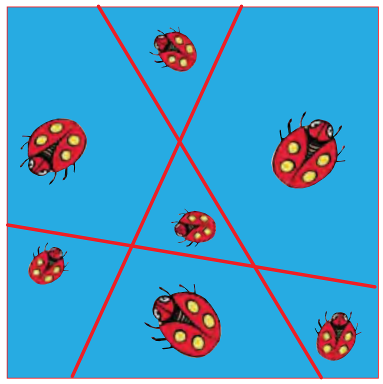
457



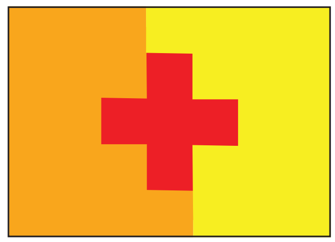
458



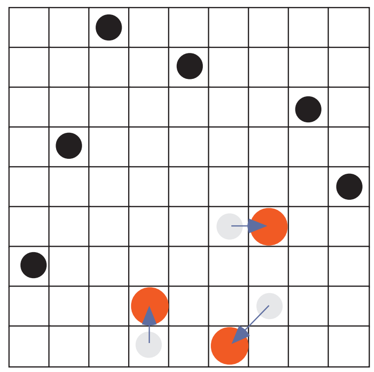
459



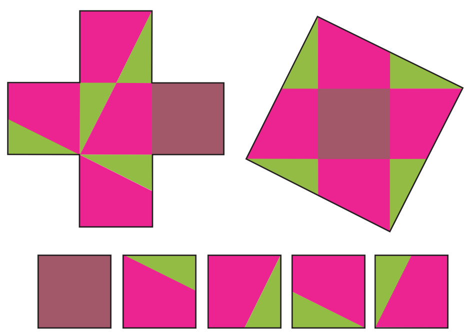
460



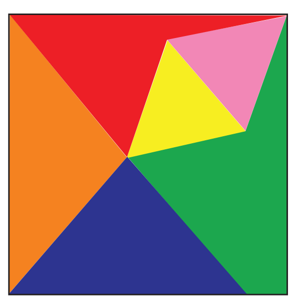
461



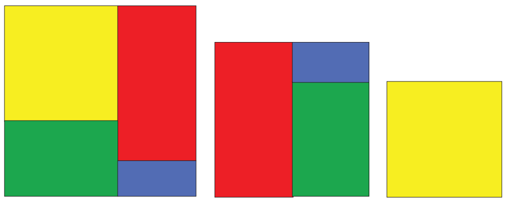
462



463



464 تستطيع أن تعمل مربعين من أربعة أجزاء: جزء واحد للمربع الأصغر، وثلاثة أجزاء للمربع الأكبر.

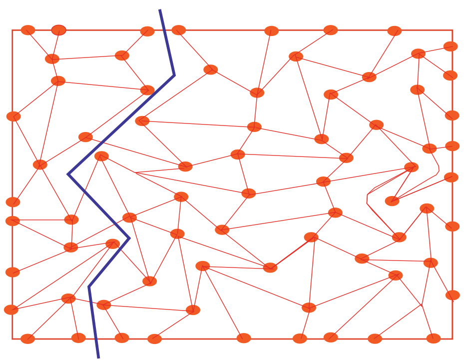


465 تشكل القطع سلسلة؛ عند تأرجحها في اتجاه واحد، فإنها تشكل مثلثًا متساوي الأضلاع، وعندما تتأرجح في عكس الاتجاه، فإنها تشكل مربعًا.

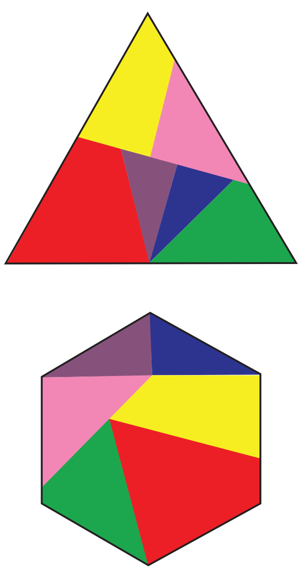


إن مخترع هذه الجوهرة الرياضية هو هنري إرنش دَدني (Henry E. Dudeney)، وهو أشهر صانع ألغاز في إنجلترا، ولد في عام 1857م، وكان ناجحًا للغاية في التحليل، وحقق أرقامًا قياسية كثيرة، ومع ذلك فقد كان هذا التحليل هو أشهر اكتشافاته.

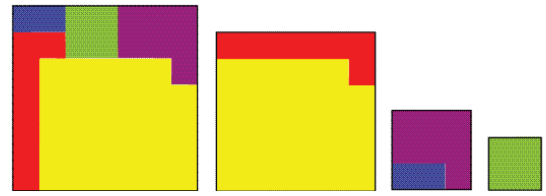
466 تتطلب المهمة سبع قطع فقط.



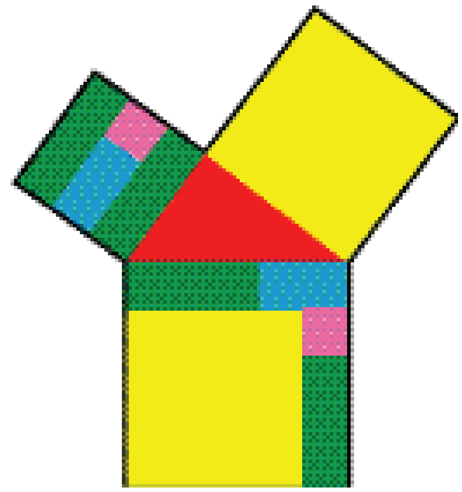
467



468 تستطيع عمل المربعات الثلاثة من خمسة أجزاء فقط.

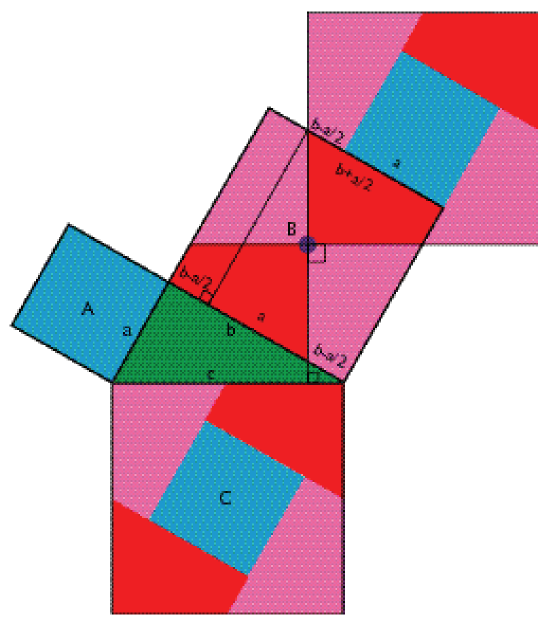


469 تهانينا، لقد أظهرت الحقيقة التي تكمن وراء نظرية فيثاغورس.

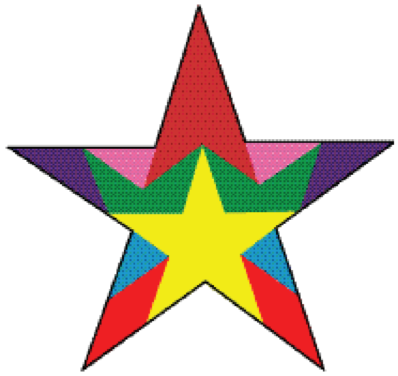


470 اشتُقّ هذا اللغز من أحد أجمل البراهين لنظرية فيثاغورس الذي اكتشفه هنري بيريجال (Henry Perigal) (1801 ــ 1898)م، وقد تضمن برهانه إسقاط عمود من مركز المربع B على الخط C، وعمل خط موازٍ للخط C من خلال مركز المربع B.

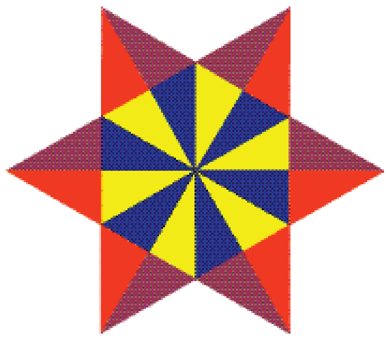
ويمكن إعادة ترتيب الأجزاء الأربعة الناتجة من هذا التقاطع، بالإضافة إلى المربع A لتكوين المربع C، كما هو موضح بالشكل. وهذا التكوين يصلح مع أي مجموعة من المربعات حول المثلث القائم الزاوية.



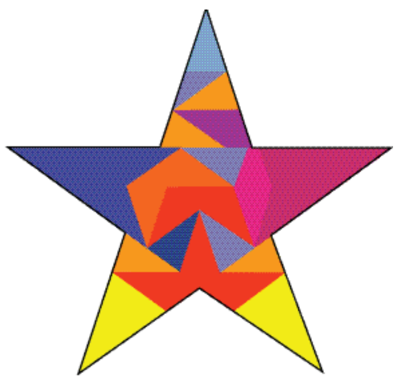
472



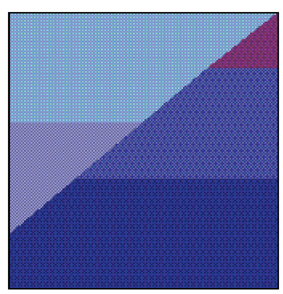
473



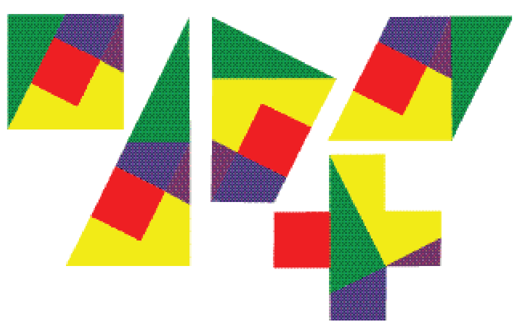
474



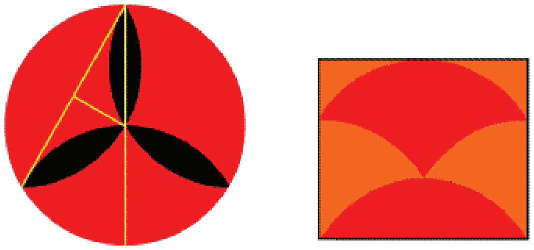
475



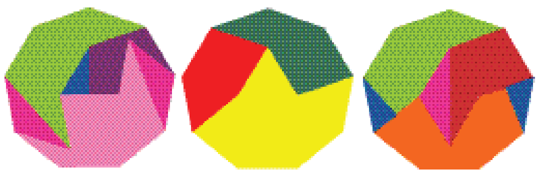
476



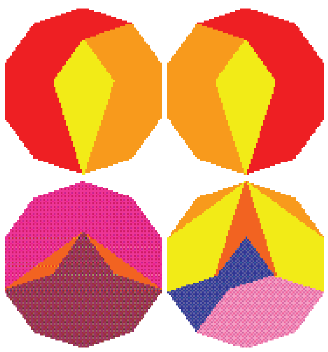
477 الحل يتضمن ستة أجزاء.



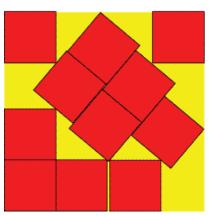
478



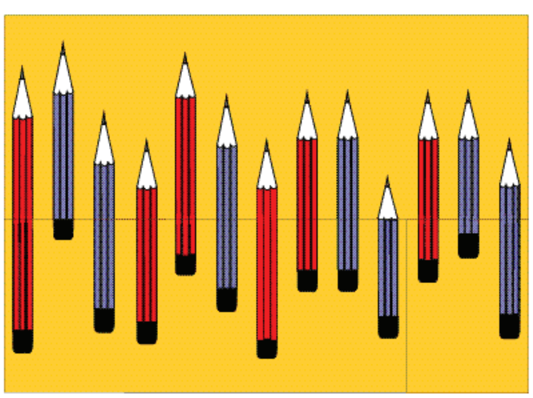
479



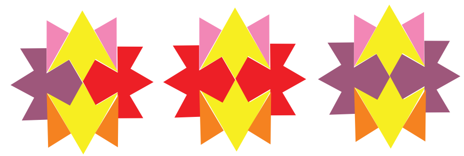
480 اكتشف عالم الرياضيات الألماني والتر ترامب (Walter Trump) الحل الموضح هنا. بعض المربعات الحمراء تميل بدرجة 40.18.



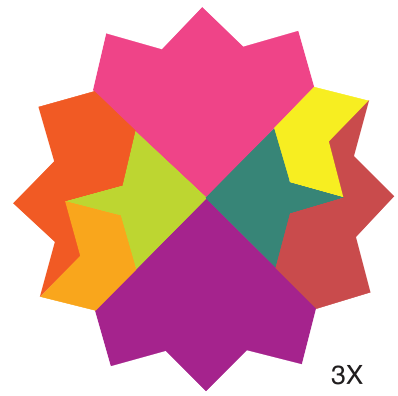
481 عندما تبدل الأجزاء السفلية من الرسم، يكون لديك ستة أقلام رصاص حمراء وسبعة أقلام رصاص زرقاء، ومن خلال الفحص الدقيق ستعرف أي أقلام الرصاص قد تغير لونه.



482 كل نجمة تحتوي على ترتيب الأجزاء نفسه.



483 كل نجمة تحتوي على ترتيب الأجزاء نفسه.



484 المساحة رقم 1 ___ 1.5 وحدة

المساحة رقم 2 ___ 4.5 وحدة

المساحة رقم 3 ___ 1.5 وحدة

المساحة رقم 4 ___ 2.5 وحدة

المساحة رقم 5 ___ 2.5 وحدة

المساحة رقم 6 ___ 3 وحدات

المساحة رقم 7 ___ 4 وحدات

المساحة رقم 8 ___ 15.5 وحدة

ولأن المساحة التي لم تُشغل بالمثلث الأحمر يبلغ مجموعها 19.5 وحدة، فيكون هو الأكبر.

485 إن المستطيل التام ذا الأضلاع اثنين وثلاثين × ثلاثة وثلاثين هو أصغر مستطيل تام معروف.

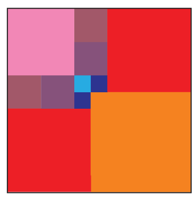


486 المثير للدهشة، أنه على الرغم من تساوي مجموع مساحات المربعات مع مساحة المربع الكبير والبالغة 4900، وهذا من قبيل الصدفة، فلا يوجد حل معروف يمكن من خلاله وضع المربعات الأربعة والعشرين كلها على المربع الكبير من دون تداخل فيما بينها. وأفضل الحلول المعروفة حتى الآن يمكن أن يناسب وضع ثلاثة وعشرين مربعًا من أصل المربعات الأربعة والعشرين، وفي كل مثال لابد أن يُترك المربع ذو 7×7. وهنا أحد هذه الحلول.



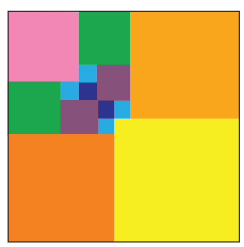
وعلى الرغم من وجود مجموعات أخرى من المربعات على التوالي، التي تضاف إلى عدد المربعات، فلا يوجد من بينها مربع أقل من المتوالية من واحد إلى أربعة وعشرين.

487 يتكون الحل الأدنى للمربع 11 × 11 من أحد عشر مربعًا صغيرًا، كما هو موضح إلى اليسار.



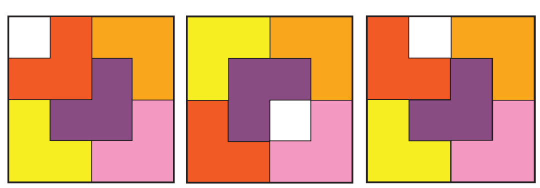
يتكون الحل الأدنى للمربع 12 × 12 من أربعة مربعات صغيرة، كل منها 6 × 6.

يتكون الحل الأدنى للمربع 13 × 13 من أربعة عشرة مربعا صغيرًا.

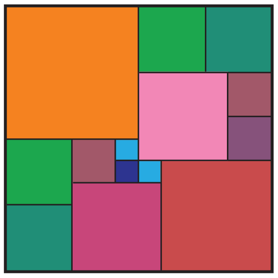


يتكون الحل الأدنى للمربع 14 × 14 من أربعة مربعات صغيرة، كل منها 7 × 7. أتمنى أن تكون قد فهمت نمط المربعات ذات الأضلاع الزوجية.

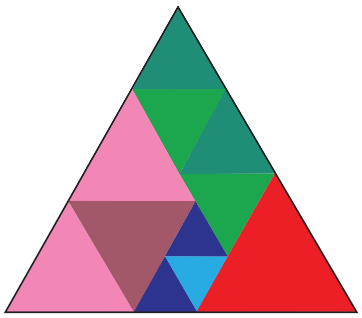
488 يمكن أن يوضع المربع المغطى في أي مكان على اللوحة. موضح أدناه ثلاثة ترتيبات بوصفها أمثلة، ومن خلال التدوير والانعكاس، فإن أحد هذه الترتيبات لن يغطي (سيكشف) أي مربع محدد.



489



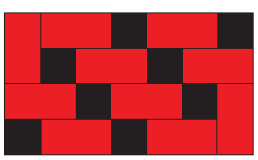
490 يلزم أحد عشر مثلثًا صغيرًا لتغطية المثلث 11 × 11 على نحو كامل. موضح هنا أحد هذه الحلول.



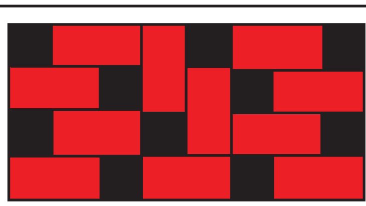
491



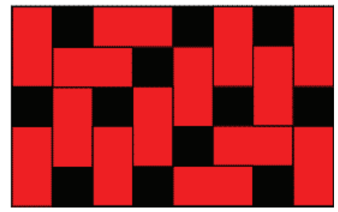
492 أقصى عدد من الفتحات (الثقوب) التي يمكن عملها على اللوحة لا يمكن أن يتخطى عدد قطع الدومينو. في الحقيقة، إذا كان طول أحد جوانب اللوحة يقبل القسمة على ثلاثة بالتساوي، فعندها يكون أقصى عدد من الفتحات هو حاصل ضرب الضلعين، مقسومًا على ثلاثة.



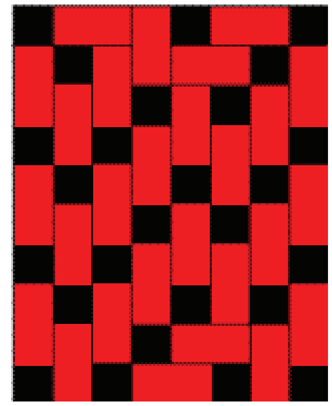
493



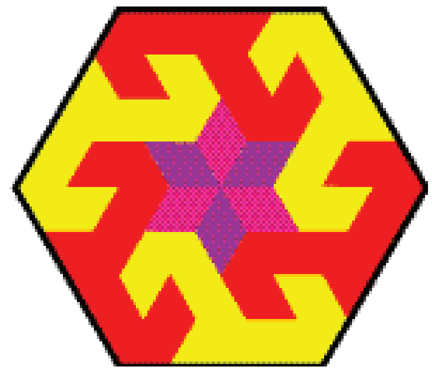
494



495



496

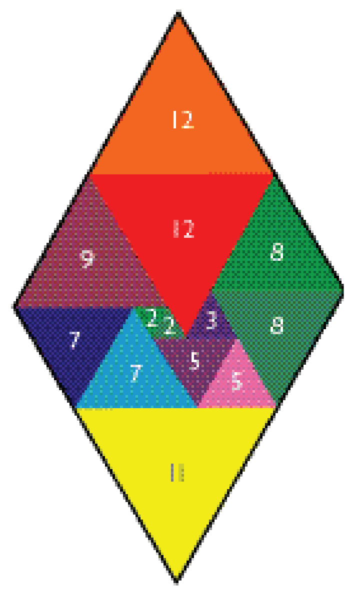


497

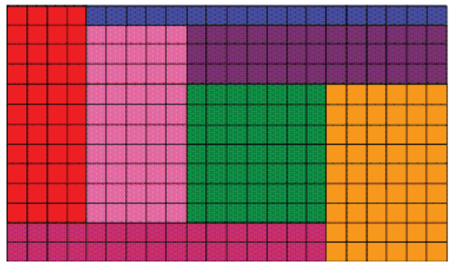
فـي المثاليـن الأول والثالث، غُطي ثلاثـة أرباع المثلث، وفي المثالين الآخرين، غُطي أقل من ذلك بكثير.

498

لهذا الحل أقل عدد من المثلثات؛ ثلاثة عشر مثلثًا.

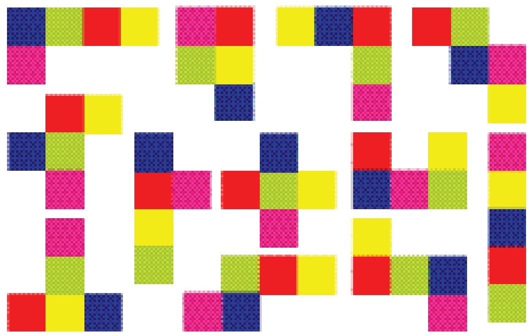


499

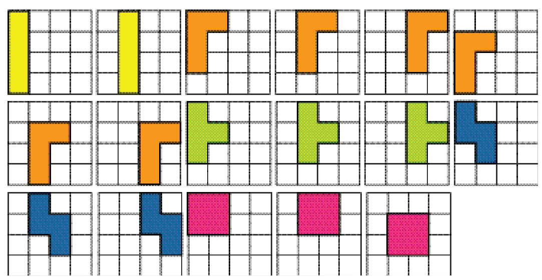


500

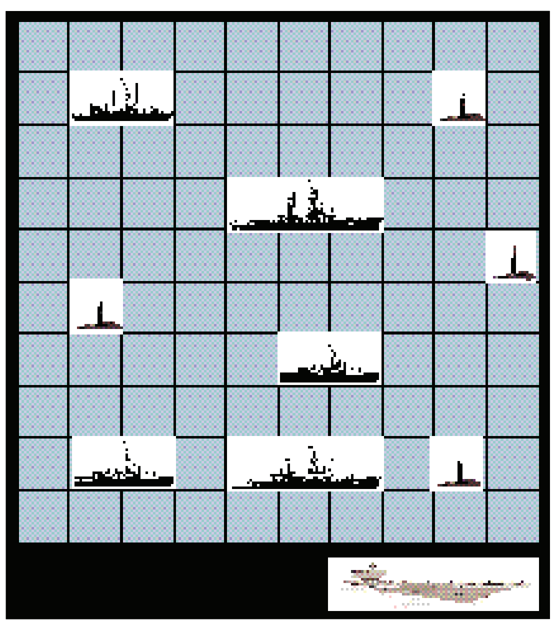
تـم توضيـح الاثنتـي عشـرة طريقـة لوصـل المربعـات المتطابقـة الخمسـة هنـا في الأعلـى، ويطلـق على مثل هذه الأشكال قطع الدومينو الخماسية (pentominos).



501



502

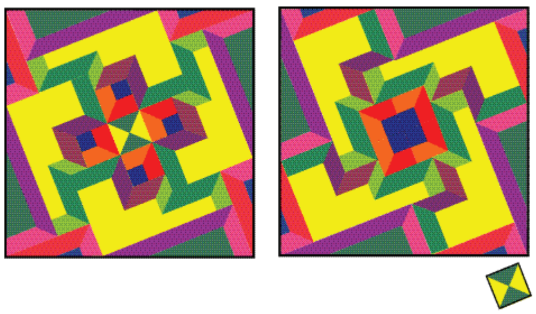


503

يبـدو أن المربعيـن متطابقـان، ولكـن لأن 2 ناقص 1 لا يسـاوي 2، فمن الواضح أن المربـع الثاني لابد أن يكون أصغر في المسـاحة، وإن لم يكن أصغر بكثير. وقد وزعت المسـاحة الناقصة التي تسـاوي مسـاحة المربع الصغير الـذي تم إزالته على نحـو رفيع حـول الأجـزاء المتبقية، بحيـث أصبح من المسـتحيل أن نلاحظ إزالته.

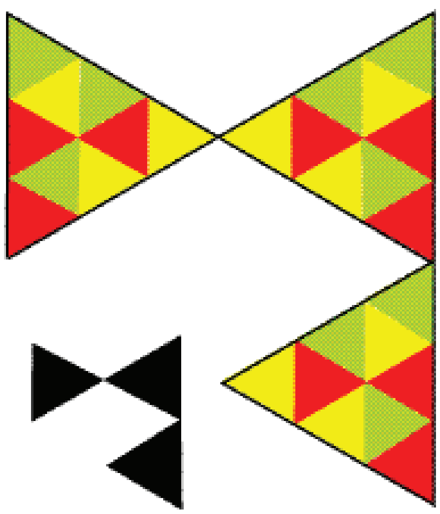
بالمناسـبة، إن سـرَّ تجميـع المربـع الصغيـر هـو لتبـادل المثليـن اللذيـن بمحـاذاة جانـب المربـع. بعـد القيـام بذلـك، فـإن ترتيـب الأجزاء المتبقية أمر واضح جدًّا.

إن أحد الأشياء التي يمكن تعلمها من الألغاز المتلاشية هو: من أجل خداع العين والعقل، يجب أن تكون ماهرًا. وعلى الرغم من أن البشر بارعون في اكتشـاف الاختلافات، إلا أنهم قد يغفلون بسـهولة كبيرة التغييرات البسيطة التي تكون مخفية ببراعة.

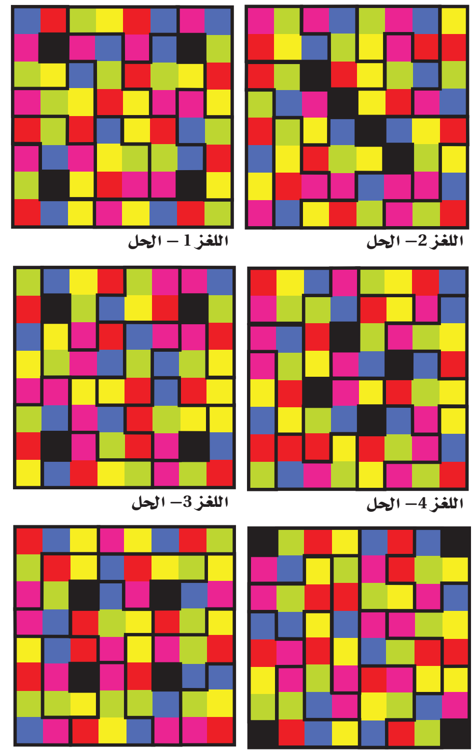


504

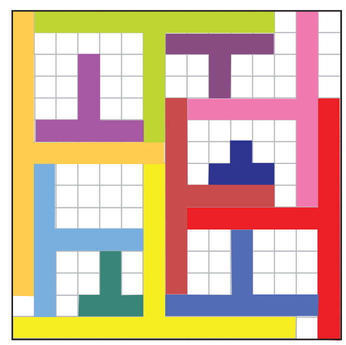
تسعة أشكال صغيرة كما هو موضح هنا.



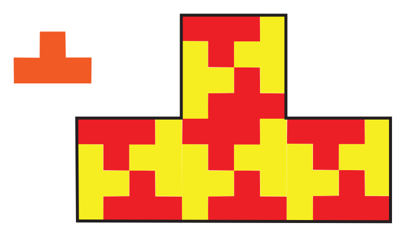
505 توجد طرق كثيرة لوضع قطع الدومينو الخماسية الاثنتي عشرة على اللوحة.



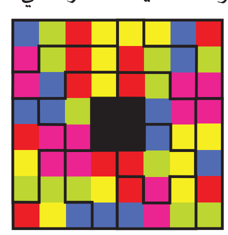
506



507 تحمل النسخة المطابقة الكبيرة ستَّ عشرة بلاطة على هيئة حرف T الإنجليزي.



508 في هذا الحل، وهو واحد من حلول كثيرة، كُوِّنت قطعة الدومينو الخماسية الصفراء في الأعلى.

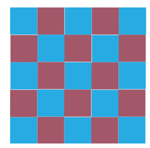


509 إن إحدى أكثر الحقائق البديهية في الهندسة هي أنه فقط ثلاثة مضلعات منتظمة (المثلث المتساوي الأضلاع، والمربع، والشكل السداسي المنتظم) قادرة على الانضمام معًا على شكل مربعات تشبه رقعة الشطرنج على سطح مستوٍ.

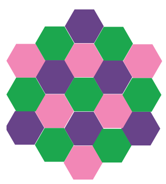
يوجد منطق جميل وراء ندرة التقسيمات المنتظمة إلى مربعات تشبه رقعة الشطرنج؛ ففي كل نقطة تتقابل عندها رؤوس المضلعات الرباعية، لابد أن يكون مجموع زوايا هذه الرؤوس يساوي 360 درجة. وإن المضلعات المنتظمة الوحيدة التي من الممكن أن تنقسم إلى مربعات تشبه رقعة الشطرنج هي المضلعات التي تكون زواياها عوامل العدد 360.



ويمكن أن تتقابل ستة مثلثات متساوية الأضلاع، لكل منها زوايا 60 درجة، في نقطة؛ ولذلك فمن الممكن أن تنقسم هذه إلى مربعات تشبه رقعة الشطرنج.



ومن الممكن أن تتقابل أربعة مربعات، لكل منها زوايا 90 درجة، في نقطة؛ ولذلك فمن الممكن أن تترتب هذه المربعات على سطح مربع مستوٍ يشبه رقعة الشطرنج.

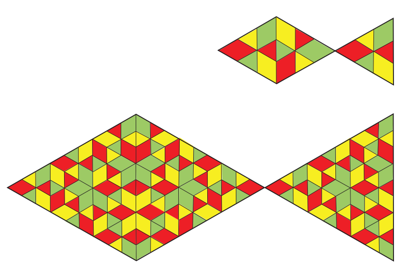


الأشكال الخماسية لها زوايا داخلية 108 درجات، وهي ليست عاملًا للعدد 360، ومن ثم فلا يمكن للأشكال الخماسية أن تكون مربعات تشبه رقعة الشطرنج.

ومن الممكن أن تتقابل ثلاثة أشكال سداسية، لكل منها زوايا 120 درجة، في نقطة؛ ولذلك فمن الممكن أن تغطي الأشكال السداسية مربعات تشبه رقعة الشطرنج.

وكما ترون، فإن العدد الكلي التالي الذي من الممكن أن يتقابل عند نقطة هو العدد 2 ـ ويصنع 180 درجة على كل جانب. ولا يعدُّ هذا انقسامًا إلى مربعات تشبه رقعة الشطرنج ـ بل هو التنصيف (الشطر إلى نصفين). ومن هذا المنطلق، فإن المثلث المتساوي الأضلاع، والمربع والشكل السداسي المنتظم فقط، تكون قادرة على تكوين مربعات تشبه رقعة الشطرنج على سطح مستوٍ.

510 يمكن أن تحمل السمكة متوسطة الحجم تسع أسماك صغيرة، ويمكن أن تحمل السمكة الكبيرة تسع أسماك متوسطة الحجم، وهذا يعني أن الأسماك الصغيرة كلها، والبالغ عددها 81، يمكن أن تتناسب داخل السمكة الكبيرة، ولكن حتى هذه السمكة لا ينبغي أن تكون هي الأكبر؛ لأن هناك دائمًا سمكة أكبر في مكان ما.



الفصل 9 الحلول

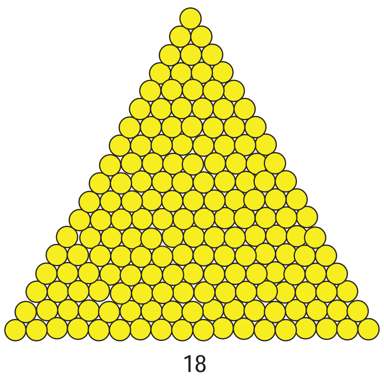
511 يمكن ترتيب المجسمات المرقمة للأشكال الرباعية في (3×2) / (10!)، أي 604800 طريقة مختلفة.

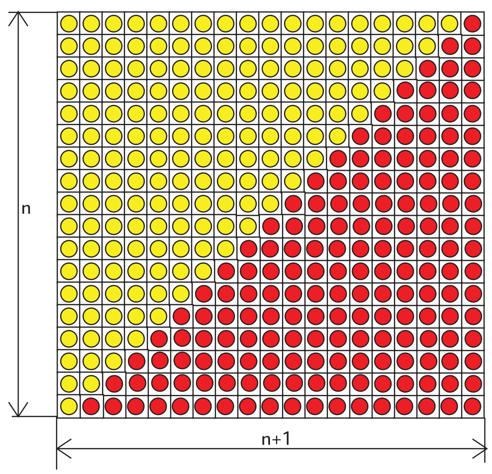
512 الأعداد المثلثية هي مجموع أي عدد من الأعداد الصحيحة الموجبة المتتالية، بدءًا من 1. والعدد المثلثي الرابع هو 10، ويساوي 4 + 3 + 2 + 1.

تظهر الألواح المسمارية البابلية أن معادلة اشتقاق الأعداد المثلثية كانت معروفة منذ العصور القديمة. لأي عدد n، يمكن حساب رقمه المثلثي على النحو:

$$\frac{n\,(n+1)}{2}$$

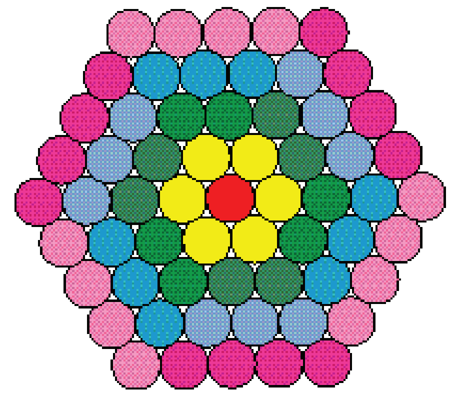
وللعثور على الرقم الطبيعي الثامن عشر، جد ببساطة 18، $18\,(18+1)/2$، الذي هو 171.





513 $99 + {}^{99}/_{99} = 100$

514 لكل حلقة متعاقبة عدد من العناصر يساوي $6\,(n-1)$، وهذا يعني أن رقم الشكل السداسي التالي هو $61 = 37 + 6\,(5-1)$



515 تتشكل المربعات عن طريق جمع سلسلة من الأعداد الفردية. بدءًا من 1.

$1^2 = 1$

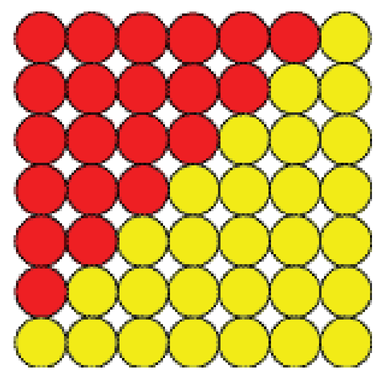
$2^2 = 1 + 3 = 4$

$3^2 = 1 + 3 + 5 = 9$

$4^2 = 1 + 3 + 5 + 7 = 16$ ، وهكذا.

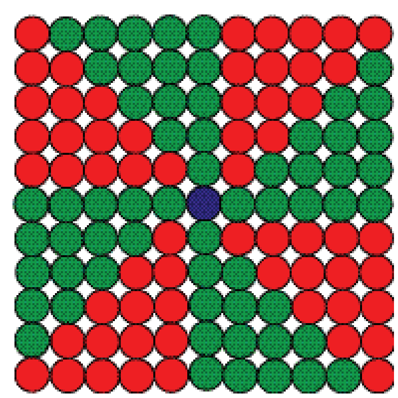
إن المربع السابع سيكون $49 = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 = 7^2$.

516 إن العددين المثلثين السادس والسابع، هما 21 و28، وعند جمعهما معًا يكون الناتج 49.



517 إنه العدد المثلثي الخامس: 15.

$(15 \times 8) + 1 = 121$



518 يمكن التعبير عن سلسلة الشكل الرباعي السطوح من خلال الصيغة $n\,(n+1)\,(n+2)\,/6$، وهذا يعطي سلسلة 1، 4، 10، 20، 35، 56، 84 . . .

ويمكن التعبير عن السلسلة الهرمية المربعة من خلال الصيغة $n\,(n+1)\,(2n+1)\,/\,6$، وهذا يعطي المتوالية 1، 5، 14، 30، 55، 91، 140.

519 تستطيع أن تستخدم مبدأ التطابق واحدًا إلى واحد للعثور على الإجابة من دون الحاجة إلى العد؛ ببساطة ضع علامة على أزواج الأغنام – واحدًا للوجه المتجه إلى اليمين وواحدًا للوجه المتجه إلى اليسار – حتى لا يبقى هناك المزيد من أي نوع.

520 الأعداد هي (1, 3, 9, 27) . وتعدُّ هذه المسألة تدريبًا جيدًا للحصول على أقصى عمل من أقل عدد من العناصر.

1	=	1	9+3-1	=	11
3-1	=	2	9+3	=	12
3	=	3	9+3+1	=	13
3+1	=	4	27-9-3-1	=	14
9-3-1	=	5	27-9-3	=	15
9-3	=	6	27-9-3+1	=	16
9-3+1	=	7	27-9-1	=	17
9-1	=	8	27-9	=	18
9	=	9	27-9+1	=	19
9+1	=	10	27-9+3-1	=	20

27-9+3	=	21	27+3+1	=	31
27-9+3+1	=	22	27+9-3-1	=	32
27-3-1	=	23	27+9-3	=	33
27-3	=	24	27+9-3+1	=	34
27-3+1	=	25	27+9-1	=	35
27-1	=	26	27+9	=	36
27	=	27	27+9+1	=	37
27+1	=	28	27+9+3-1	=	38
27+3-1	=	29	27+9+3	=	39
27+3	=	30	27+9+3+1	=	40

521 أدرك جاوس (F.Gauss) أنه يمكن كتابة المتوالية $1 + 2$ $+ 3 + 4 \ldots\ldots 97 + 98 + 99 + 100$ على الصورة الآتية:

$1 + 100 + 2 + 99 + 3 + 98 + 4 + 97 \ldots\ldots$

أو 101ضرب 50 للحصول على مجموع كلي 5050.

وتصلح هذه الخدعة لمجموع أي أعداد صحيحة متتالية. في الواقع، إن المعادلة العامة بسيطة، وهي:

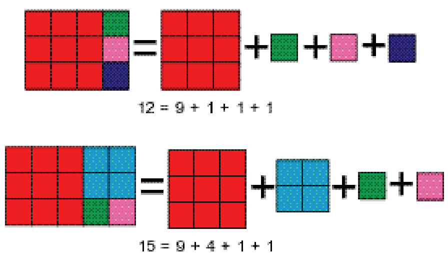
$n(n+1)/2$، وهي معادلة الأرقام الثلاثية.

وتعدُّ هذه المسألة توضيحًا رائعًا لأهمية فهم النمطية الموجودة في الأنظمة العادية، فإذا استطعت استيعاب ما تطرحه المسألة في الواقع، فأنت تستطيع تجنب الكثير من الصعوبات في الإجابة عنها.

522 إن مفهوم التكافؤ الرياضي، أو التماثل، هو مفتاح الفوز في هذه اللعبة؛ فكر فيما مضى في المربع السحري الشهير لو–شو (لعبة 377): حيث يتم تعبئة المربع بالأرقام من 1 إلى 9، وكل صف، وعمود وقطر رئيس للوصول إلى الرقم 15، وكما ترى، حاول وضع علامات على الأرقام الثلاثة التي يكون مجموعها 15 وهو ما يعادل لعب لعبة تيك تاك تو (Tic_Tac_Toe).

إن أفضل إستراتيجية، إذن، هي تذكر هذه الحقيقة – وحتى يكون من الأفضل تذكر مربع لو–شو السحري، وتقوم بالهجوم والدفاع كما لو كنت تلعب لعبة تيك تاك تو. إن أفضل أول حركة – على سبيل المثال – هي تلوين الرقم 5.

523



524 باستخدام نظرية فيثاغورس، نحسب طول الوتر:

$1^2 + 1^2 = c^2 = 2 \qquad \therefore \quad c = \sqrt{2}$

لكن من المستحيل إيجاد عدد حقيقي كسري (Rational Number) يساوي $\sqrt{2}$، ويُعد هيباسوس (Hippasus)، وهو تلميذ فيثاغورس، أول من أثبت أن المربع الذي ضلعه عدد حقيقي كسري لا يكون قطره عددًا كسريًا؛ لذلك تسمى الأعداد مثل $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ التي يمكن التعبير عنها بكسور من عددين صحيحين بالأعداد الكسرية غير الحقيقية (irrational numbers). على الرغم من أن هذا الاكتشاف قد هز أسس الرياضيات اليونانية، إلا أن دراسة الطول أصبحت فيما بعد جسرًا بين الهندسة والجبر، حيث أثمرت محاولات قياس خصائص المنحنيات في نهاية المطاف في ظهور حساب التفاضل والتكامل.

525 $4 - 1 + 2 \times 3 + 5 = 20$

526 ناتج جمع عددين فرديين هو عدد زوجي، ولكن هذا يعني أن مجموع عدد فردي من الأعداد الفردية سوف يكون دائما فرديًا؛ لذلك لا يمكن إضافة خمسة أعداد فردية لتصل إلى 100، ولكن يمكن ذلك لستة أعداد فردية؛ حيث الأعداد 1، 3، 13، 27، 45 و 11 هي مجموعة واحدة فقط من الأعداد الفردية التي يكون مجموعها يساوي 100.

527 خمسة فقط؛ حيث يستطيع قاطفو التفاح الذين يستطيعون قطف خمسة تفاحات في خمس ثوانٍ، قطف ستين تفاحة في ستين ثانية، بمعدل تفاحة في الثانية.

528

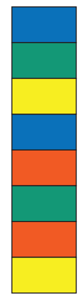
العدد التام الثاني هو 28،
و هو مجموع 14 ، 7 ، 4 ، 2 ، 1.

ولقد لاحظ الطلاب أن أول رقمين تامين يتجسدان في بنية الكون. فلقد خلق الله الكون في ستة أيام، ويدور القمر حول الأرض كل ثمانية وعشرين يومًا.

العدد التام الثالث هو 496.

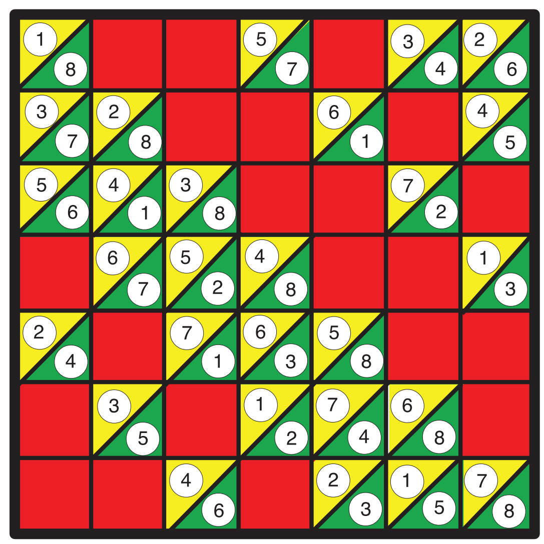
لا أحد يعرف ما إذا كان المعروض من الأعداد المثالية لا ينتهي، ولا نعرف أيضًا ما إذا كان هناك أي عدد مثالي فردي، وهذا السؤال هو ما حير علماء الرياضيات منذ وقت فيثاغورس.

529



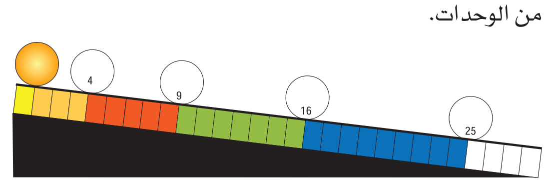
الحل الفريد لأربعة أزواج من المكعَّبات موضح هنا. يعدُّ عالم الرياضيات الأسكتلندي دادلي لانجفورد (C.Dudley Langford) أول من وضع الصيغة العامة لهذه المسألة في عام 1950م، بعد مشاهدة ابنه وهو يلعب بالمكعَّبات الملونة؛ فقد اتضح أن المسألة لها حل إذا كان عدد أزواج المكعَّبات فقط من مضاعفات العدد 4، أو كان أقل من مضاعفات العدد 4 بالمقدار 1.

531

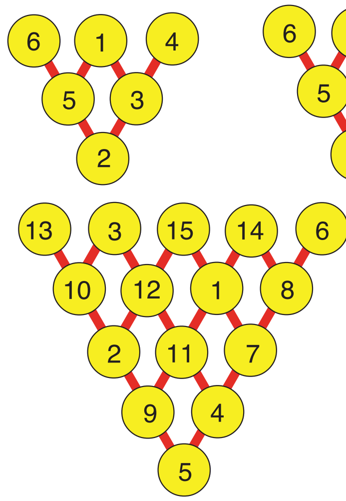


532

بصرف النظر عن كيف يميل السطح المستوي على نحو حاد، فإن الكرة التي تتدحرج لمدة ثانيتين سوف تتحرك مسافة أربعة أضعاف قدر ما تتدحرجه بعد ثانية واحدة، وبعد ثلاث ثوان، سوف تتحرك تسع مرات أكبر. وأصبح النمط العددي واضحًا تمامًا: إذا كانت الكرة تتحرك وحدة واحدة بعد ثانية واحدة، فمن ثم، لكل n من الثواني، فسوف تتحرك الكرة n^2 من الوحدات.



533



534

عشرون دعسوقة.

535

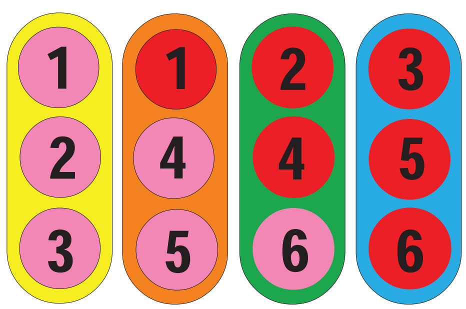
بدل 8 و 9، ثم اقلب 9 رأسًا على عقب بحيث تقرأ على أنها 6. وهكذا يكون كلا العمودين مجموعهما 18.

536

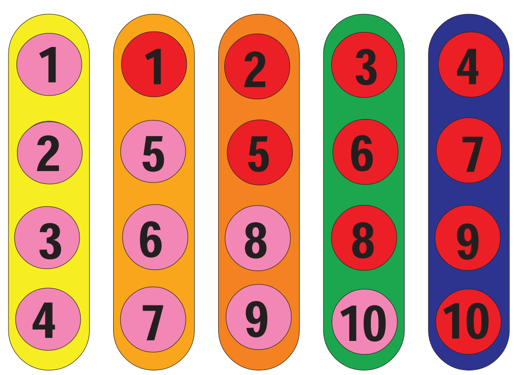
وبما أن هناك سبع صفحات قبل الصفحة رقم 8، فلابد أن يكون هناك سبع صفحات بعد الصفحة رقم 21. الجريدة فيها ثمانٍ وعشرون صفحة.

537

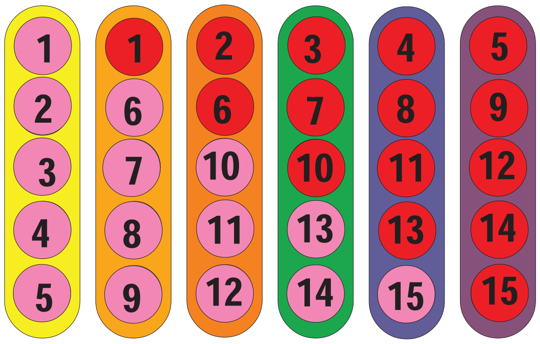
هذا أحد الحلول الكثيرة الممكنة.



538



539



540

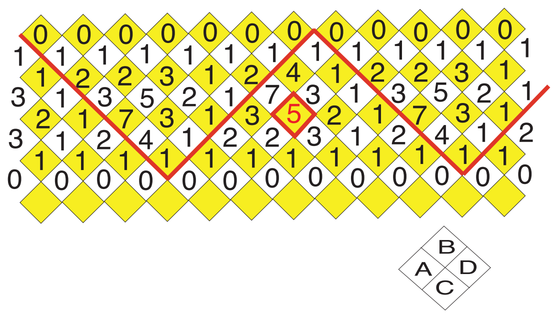
هناك العديد من الأمثلة على ذلك: 918 = 675 + 243؛ 927 = 586 + 341؛ 936 = 782 + 154؛ 628 + 317
945=628+317 ؛ 954=738+216 . . . وهكذا.

541

يمكن عمل تباديل للأرقام العشرة بـ !10، أو بـ 3628800 طريقة. ولكن ولأنه لابد من حذف الطرق كلها التي تبدأ بصفر، فيكون الرقم الفعلي هو 362880 أقل مما مجموعه 3،265،920

542

تشكل أربع خلايا متجاورة الماسة حيث يكون A × D ـ B × C = 1.



543

واحد ـ بالطبع ـ هو أصغر عدد مستمر؛ خمسة وعشرون هو أصغر عدد مستمر لـ 2، و 39 هو أصغر عدد مستمر لـ 3، و77 هو أصغر عدد مستمر لـ 4.

544

7	+	1	÷	4	=	2
+		+		+		+
5	x	2	-	8	=	2
÷		-		-		+
6	+	3	÷	9	=	1
=		=		=		=
2	+	0	+	3	=	5

545 كل عـدد يمثل مجموع الأعداد الثلاثـة المجاورة له من اليسار ومن أعلاه ومن القطر الذي بينهما، مثال العدد (13) مجموعـه (3+5+5). باتباع هذه القاعدة فإن العدد المفقود هو 63، حيث (25+25+13=63).

546

$4 - 4 = 0$

$4 - 4 = 0$

$4 \div 4 = 1$

$4/(4 + 4) = 2$

$(4/4) - 4 = 3$

$4 = 4$

$(4 / 4) + 4 = 5$

$4 + (4 / (4 + 4)) = 6$

$4 - (4 / 44) = 7$

$4 + 4 = 8$

$(4 / 4) + 4 + 4 = 9$

$4 / (4 - 44) = 10$

547

$13 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 20$

$11 + 3 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 20$

$9 + 5 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 20$

$9 + 3 + 3 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 20$

$7 + 7 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 20$

$7 + 5 + 3 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 20$

$7 + 3 + 3 + 3 + 1 + 1 + 1 + 1 = 20$

$5 + 5 + 5 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 20$

$5 + 5 + 3 + 3 + 3 + 1 + 1 + 1 = 20$

$5 + 3 + 3 + 3 + 3 + 1 + 1 + 1 = 20$

$3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 1 + 1 = 20$

548 ستة أسهم:

$100 = 16 + 16 + 17 + 17 + 17 + 17$

549

16	−	5	+	2	=	13
2	x	15	÷	3	=	10
11	+	7	=	14	+	4
12	=	8	x	9	÷	6

550 مـن المثيـر للدهشـة أن كلا المجموعيـن يسـاوي 1083676269.

551 الأعداد الأربعة التالية هي: 55، 34، 21، 89. كل عدد هو مجموع العددين السابقين له. ومع استمرار المتتاليـة، فإن نسـبة الخانات المتتالية تقترب من النسـبة الذهبية الشهيرة 1.6180037 :1.

552 يمكـن أن يكـون الرقـم الأول أي رقم من 1 إلـى 9، ويمكن أن يكـون الرقـم الثانـي أيًّـا مـن تلـك الأرقام باسـتثناء المتتالية منها، ما يجعل العدد واحد وثمانين لا يتبع الأعداد المكونة من رقمين.

553 كانـت هـذه المسـألة موجـودة لمـدة طويلـة، ولقد وجد علمـاء الرياضيـات لها إجابـات عديدة، وهـذا هو أحد هذه الحلول.

$1+2+3-4+5+6+78+9=100$

554 $9 \times 8 \times 7 \times 5 = 2520$

555 معظـم النـاس الذين حلُّوا هذه المسـألة يـرون كل عدد علـى أنه الفرق بين الرقميـن المكونين له، ولكن هذا لا يمكن أن ينطبق على رقم 7، حيث $8 = 13 - 21$.

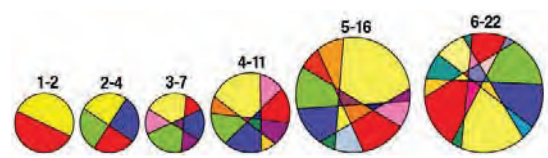
وبـدلًا مـن ذلـك، تفحـص الأرقـام الفردية للأرقـام التـي تكون كل دائرة، سـوف تجد أن إضافة 7 ،9 ،9 و2 يكون 27، وأن مجموع 4 و 5 و 2 و 7 هـو 18، ومـن ثم يمكن إيجاد العدد الناقص عن طريق إضافة 2 ،6 ،3 و1، فيكون العدد الناقـص هو 12.

556 312211

كل صندوق يصف العدد في الصندوق الذي يسبقه:

(11) يعنـي أن هنـاك عـددًا واحـدًا من الرقـم (1). (21) يعني أن هنـاك عدديـن من الرقم (1). (1211) يعني أن هناك عددًا واحدًا مـن الرقـم (2) وواحدًا من الرقـم (1). (111221) يعني أن هناك عدد واحد من الرقم (1) وعددًا واحدًا من الرقم (2) وعددين من الرقم (1).

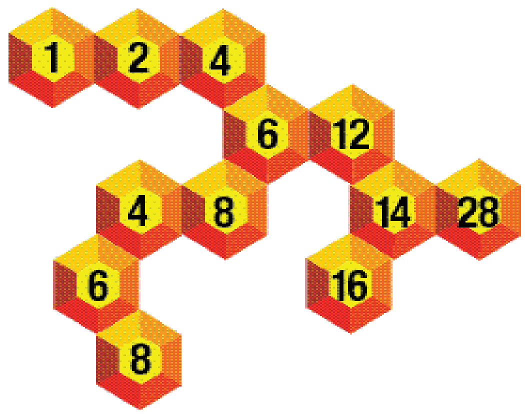
557 الأرقام التي تشـكل متتالية قطع الكعكة: الحد الأقصى لعـدد القطـع التـي يمكـن أن تتكـون من عـدد معين من التقطيعات المسـتقيمة خلال سـطح مسـتوٍ. وبوصفها قاعدة عامة، فإن كل n من عدد مرات القطع ستكون عدد n من القطع الجديدة. ومـن ثم، بالنسـبة إلـى عملية التقطيع السادسـة، سـوف يكون عدد القطع 6 + 16، أي 22.



558 تعتمـد المتتاليـة على مبدأ الاسـتمرار، حيث تتضاعف أرقـام العـدد معًـا للحصول على عـدد آخـر، تُنفَّذ هذه العملية حتى يبقى عدد من رقم واحد فقط. وهكذا، فإن آخر رقم في المتتالية هو 8.

559 الإجابة هي 20 سنة؛ لأن 210 هو العدد المثلثي العشرين الذي يساوي مجموع الأعداد جميعها من 1 إلى 20.

560 تتضاعـف الأرقـام عند الانتقال من اليسـار إلى اليمين أفقيًّا، وتزداد الأرقام بمقدار 2 عندما تتحرك من أعلى إلى أسفل قطريًّا.



561 الأجوبة المحتملة هـي:ـ(74) (58ـ85) (69ـ96) (25ـ52) (36ـ63) (47). ولكن الأعمار التي تتطابق مع بداية مزاولة صديقي لعلم الرياضيات هي 74 و 47.

562

IOTOIO

563 $17 \times 4 = 68 + 25 = 93$

$$\begin{array}{r} 17 \\ \times\ 4 \\ \hline =68+25=93 \end{array}$$

564 إضافة 40 إلى كليهما.

$$\begin{array}{r} 170 \\ +40 \\ \hline 210 \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \\ +40 \\ \hline 70 \end{array} \quad \frac{Y}{Z} = \frac{210}{70} \quad \boxed{X=40}$$

565 $2^6 - 63 = 1$

566 يبدأ اللغز بمئة قطعة منفصلة، وتنتهي بمجموعة واحدة كاملة؛ لأن كل خطوة تقلل من عدد القطع أو المجموعات بمقدار قطعة، أو مجموعة واحدة، هناك حاجة إلى تسع وتسعين حركة فقط.

567

4	1	4	2	5	2
1		1	5		5
4	1	4	2	5	2
1	7	1	0	9	0
7		7	9		9
1	7	1	0	9	0

568



569 في لعبة خروج المغلوب، يتم إقصاء فريق واحد في كل مباراة؛ لذلك إذا كان هناك ثمانية وخمسون فريقًا وبطل واحد، فيجب التغلب على سبعة وخمسين فريقًا في أثناء البطولة، ومن هذا المنطلق لابد من لعب سبعة وخمسين مباراة.

إن مبدأ تحديد التطابق واحدٍ الى واحد بين مجموعتين يتضح في نظرية الاحتمال، وفي التعداد، وفي حل المشكلات اليومية.

570 نعم، توجد معلومات كافية للقيام بذلك. حتى لو كان هناك اثنتان من الزهور الحمراء، فسوف يكون ممكنًا اختيار زوجين من دون أن يكون أحدهما من اللون الأرجواني؛ لذلك سوف تكون هناك زهرة حمراء واحدة فقط، والباقي أرجواني.

571 لا يمكن أن يكون هناك حتى زهرتين من اللون الأحمر، وإلا سيكون من الممكن اختيار زهرتين من اللون الأحمر والأصفر، ولن يكون هناك أي زهرة أرجوانية من ضمن الأزهار الثلاثة. يفترض المنطق نفسه أنه لا يمكن أن يكون هناك أكثر من زهرة واحدة أرجوانية أو زهرة واحدة صفراء، ومن هذا المنطلق هناك فقط ثلاث زهور في الحديقة بأكملها.

572

الطابق العلوي

1	5	1		3	1	4
5		5		2		1
1	5	1		3	1	3

الطابق الأرضي

1	2	1		1	1	1
2		2		1		1
1	2	1		1	2	1

بعد الهروب — قبل الهروب

573 يوجد ثلاث وعشرون نعامة واثنا عشر جملًا.

574 رأيت اثنين وعشرين طائرًا برجلين وأربعة عشر حيوانًا بأربع أرجل.

575 نعم، يوجد حل مميز؛ عليك ببساطة أن تتذكر أنه يتم عدُّ الأرجل كلها ــ أرجل المقاعد الدائرية، وأرجل الكراسي ذات المسند، وأرجل الأشخاص.

وهكذا، فبالنسبة إلى كل مقعد دائري، يوجد خمس أرجل (ثلاث أرجل للمقعد ورجلان للشخص). وكل كرسي يحسب كستة أرجل. لذلك: 5 × (عدد المقاعد) + 6 × (عدد الكراسي) = 39

من هذا يصبح من السهل معرفة أن هناك ثلاثة مقاعد، وأربعة كراسي وسبعة أشخاص.

576 نعم.

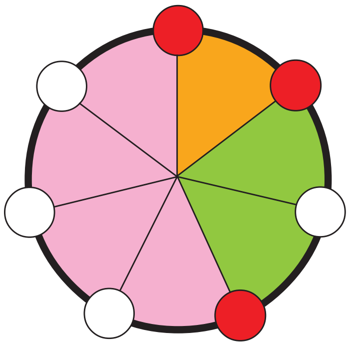
577 لحل هذه المسألة، عليك معرفة عدد الأزواج الممكنة للأصدقاء التسعة، وبلغة الرياضيات، تتضمن المسألة «النظام الثلاثي لشتاينر لترتيب التسعة». ولكن من خلال مصطلحات أكثر بساطة، بالنسبة إلى أي صديق محدد، يكون من الضروري أن يكون هناك أربع وجبات عشاء منفصلة ليتمكن من رؤية المجموعات الثمانية كلها.

اليوم الأول ــ أحمد، بدر، توفيق.
اليوم الثاني ــ ثامر، جمال، حامد.
اليوم الثالث ــ خالد، داود، رائد.
اليوم الرابع ــ أحمد، ثامر، خالد.
اليوم الخامس ــ بدر، جمال، داود.
اليوم السادس ــ توفيق، حامد، رائد.
اليوم السابع ــ أحمد، جمال، رائد.
اليوم الثامن ــ توفيق، جمال، خالد.
اليوم التاسع ــ بدر، حامد، خالد.
اليوم العاشر ــ توفيق، ثامر، داود.
اليوم الحادي عشر ــ أحمد، حامد، داود.
اليوم الثاني عشر ــ بدر، ثامر، رائد.

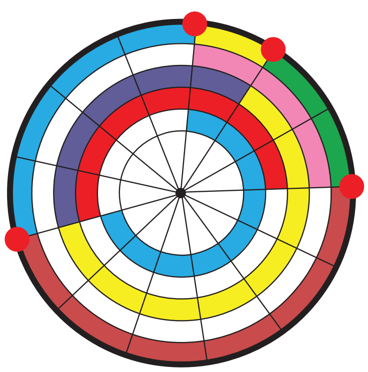
578 ولأنه بقي للقطة الأم حيوانان، فلابد أن تتقاسم القطط الثلاثة والعشرون الحياة المتبقية، وهذا يعني أن هناك إجابتين محتملتين: سبع قطط (لإحداهما خمس حيوات متبقية وست قطط لديها ستُّ حيوات)، أو خمس قطط (لإحداهما ثلاث حيوات وأربع قطط لديها خمس حيوات).

579 هناك 9 أعداد تتكون من رقم واحد، و 90 عددًا يتكوَّن من رقمين، و900 عدد تتكون من ثلاثة أرقام؛ أي ما مجموعه 2889 رقمًا، وهذا يترك 40 رقمًا إضافيًّا، أو 10 أعداد مكونة من أربعة أرقام: 1000 إلى 1009؛ لذلك يجب أن يكون الكتاب به 1009 صفحات.

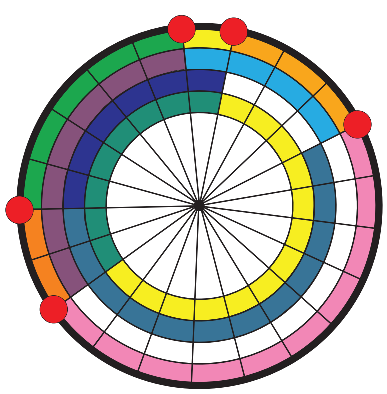
580



581 لابد أن تتوزع النقاط الأربع الموجودة على الدائرة بإحدى طريقتين: 4ــ6ــ2ــ1 أو 7ــ2ــ3ــ1.



582 بالنسبة إلى النقاط الخمسة الموجودة على الدائرة لتمثيل إحدى وعشرين وحدة طول مختلفة، لابد أن تتوزع بمسافات 5 ــ 2 ــ 10 ــ 3 ــ 1.

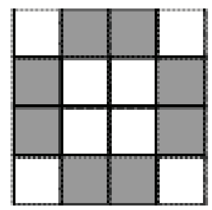


584

اليوم 1 –	2_5_4	9_1_7	3_8_6
اليوم 2 –	5_8_7	1_3_4	2_9_6
اليوم 3 –	2_1_8	6_7_4	5_3_9
اليوم 4 –	7_5_1	8_2_3	6_4_9
اليوم 5 –	1_4_8	2_6_5	9_7_3
اليوم 6 –	4_2_7	5_9_8	3_6_1

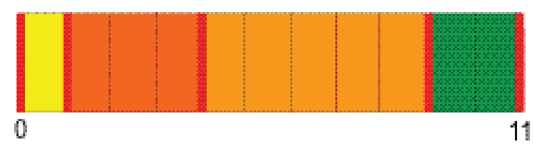
585

السر هو النظر إلى العملات المعدنية الثمانية في المساحات المظللة، وعن طريق أي حركة محددة، سوف تتقلب قطعتا نقود معدنية، أو لا تتقلب أي قطعة على الإطلاق، وهذا يعني أنه إذا كان عدد المربعات زوجيًّا، فيمكن حل ترتيب الصور، وإذا كان عدد المربعات فرديًّا، فلا يمكن حلها.



586

مسطرات الطول الأدنى التي اخترعها سولومون و. غولومب (Solomon W. Golomb)، يمكن أن تكون فقط (مثالية) حتى طول 6 لكن المسطرات جميعها ذات الطول الأعلى تكون (غير مثالية)؛ لأن بعض المسافات تحدث أكثر من مرة واحدة أو لا تحدث على الإطلاق. باستخدام مسطرة من 11 وحدة، يكون من المستحيل وضع علامات يمكن فيها قياس مسافة 6 وحدات.

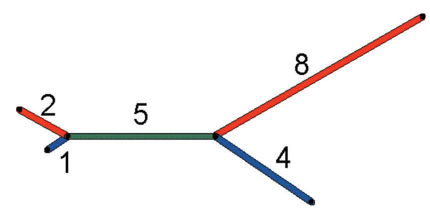


587

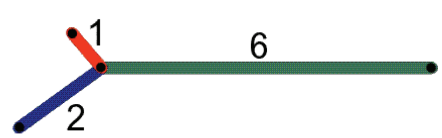
يوجد خمس عشرة دعسوقة:

$3 + 5 + 6 + 1 = 15$

588



589



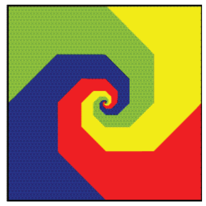
590

عند مضاعفة القياسات الخطية للمجسمات ثنائية الأبعاد، تزيد مساحتها بعامل (2^2) 4. وبالمثل، فإن مضاعفة القياسات الخطية للمجسمات ثلاثية الأبعاد تزيد الحجم بعامل (2^3) 8، وبافتراض أن كثافة هذا الحجم قد ظلت ثابتة، فإن وزنك سوف يزداد أيضًا بعامل 8؛ أي لإيجاد وزنك الجديد، عليك أن تضرب وزنك الحالي في 8.

591

المثلثات الحمراء تحتل المساحة التي تقارب ثلث مساحة المربع.

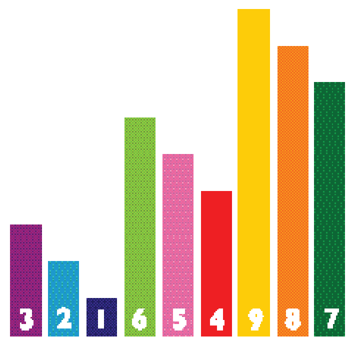
592



الذراع الأحمر يحتل بالضبط ربع مساحة المربع، يمكنك تقسيم المربع كله إلى مثل هذه الأذرع الحلزونية الأربعة.

593

يوجد أربعة وثمانون حلًّا مختلفًا، والحل الموضح هنا يتضمن أطوال: 7، 8، 9، 4، 5، 6، 1، 2، 3.



594

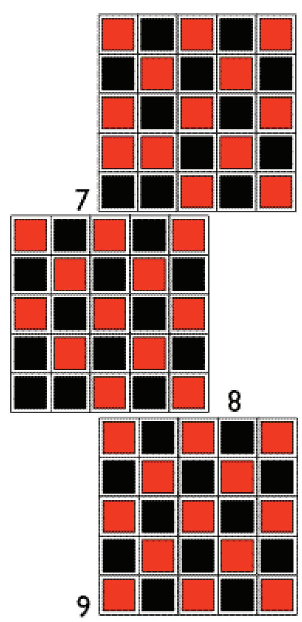
أي تسلسل بديهي لعشرة أعداد أو أطوال سيكون له دائمًا متتالية زائدة أو ناقصة لأربعة أطراف معادلة على الأقل، وعلى الرغم من أنه يمكن ترتيب تسعة أطوال بهذه الطريقة: فإن الطرف العاشر سوف يكمل إما الحركة التصاعدية أو التنازلية، بصرف النظر عن المكان الذي يوضع فيه.

595

كان الدورق نصف ممتلئ بعد 39 دقيقة.

596

قد ترغب في تجربة تكوينات أولية أخرى في محاولة معرفة ما إذا الناتج سيكون دائمًا نموذج لوحة شطرنج. ولكن هناك كلمة تحذير: لم تُثبت هذه الإجابة مطلقًا.

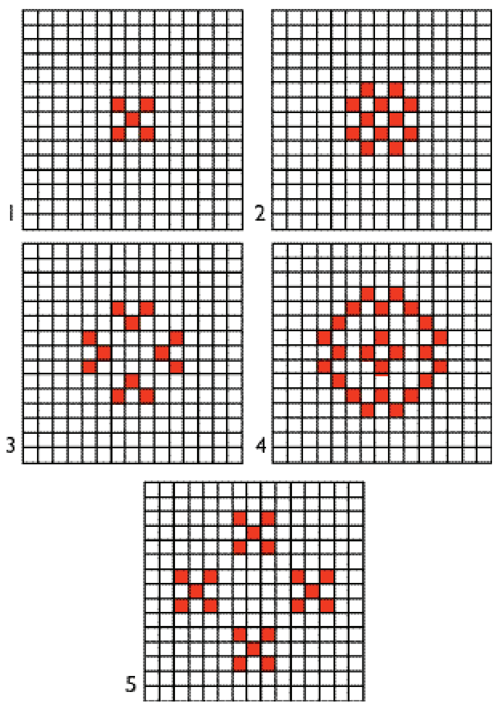


597

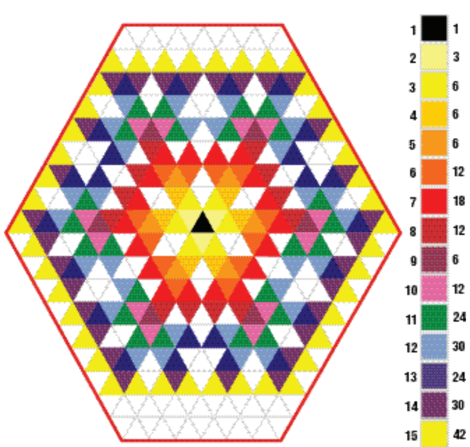
التكوين الأولي لخمس خلايا حمراء أو خلايا حية تتغير من خلال الأجيال الخمسة إلى أربع نسخ متطابقة، كما هو موضح في الأسفل.

يطلق على هذا النظام الآلية الخلوية، ولها خاصية رائعة: إن أي تكوين أولي بصورة عملية سوف يتكرر بعد أجيال قليلة إلى أربع، وست عشرة، وأربع وستين نسخة من التكوين نفسه. وجدير بالملاحظة أن وجود نظام بسيط جدًّا كهذا من الممكن أن يمتلك خاصية نابضة بالحياة، مثل الاستنساخ الذاتي.

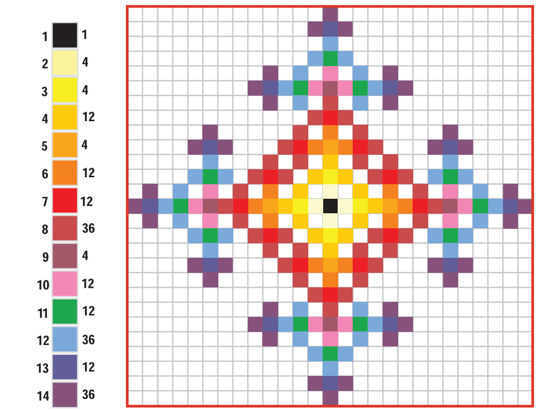
ابتكر إدوارد فريدكين (Edward Fredkin) من معهد ماساسوتش (MI1) نظام الاستنساخ الذاتي في عام 1960م. واختُرعت لعبة الحياة بوساطة عالم رياضيات برينستون، جون هورتون كونواي (John H. Conway)، وهي الآلية الخلوية الماهرة التي تعمل وفق مبادئ مماثلة. وفيها، إذا ما كان مربع معين (حياة) أو (موت) يعتمد على عدد المربعات (الحية) من حوله أم لا، فإن إيجاد تكوينات سوف تعيش، وتنمو، أو حتى تستنسخ يعدُّ مشكلة رياضية مثيرة للاهتمام.



598

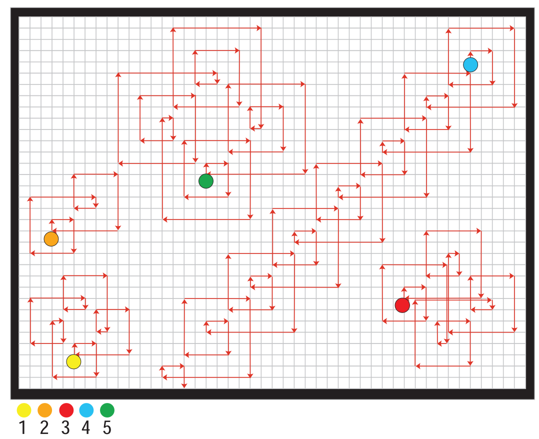


599



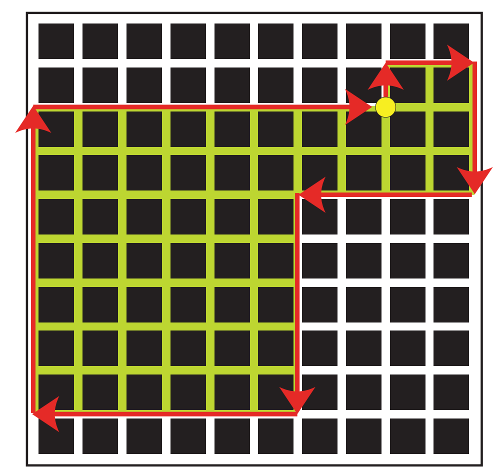
600

تعـود الدعسـوقة فـي الألعـاب 3 ،2 ،1 ، و5، ولا تعود في اللعبة رقم 4.



601

وجد سالواس (Sallows) أن المضلع ذا الجوانب الثمانية هو أبسط الأشكال الممكنة: له قدرة مثيرة للاهتمام على التزويق إلـى مربعات (Tessellate) على السـطح المسـتوي. وأبسـط المضلعات التالية له سـتة عشـر جانبًا، يوجد ثمانية وعشـرون شـكلًا مختلفًـا لـه. وقـد أثبـت مارتـن جاردنـر (Martin Gardner) أن عدد الجوانب في المضلع لابد أن تكون من مضاعفات الرقم 8.



602

علـى الرغـم من أن العديـد من خواص الأعـداد الأولية تظل من دون إثبات، فقد أظهر إثبات مشـهور أنه يوجد دائمًـا عـدد أولـي بين كل عدد صحيح أكبر مـن 1، وأنه ضعف العدد الصحيح.

603

لا يوجد أي من الأرقام 362880 يكون عددًا أوليًّا.

فـي كل حالـة يكون مجمـوع أرقامه هو 45، ويقبل القسـمة علـى 9. وإن أي عدد لـه أرقام تضاف لمضاعفات الرقم 9 يكون هو في حد ذاته من مضاعفات الرقم 9. ويوضح هذا الفحص البسيط لعملية القسمة سبب عدم وجود أي رقم ممكن أن يكون عددًا أوليًّا.

604

إن حدَّ المساحة يقترب من 1.6 مرة تقريبًا من مساحة المثلث الأصلي، والمثير للدهشة أن المنحنى لن يتجاوز الدائرة التي تحيط بهذا المثلث.

أمـا بالنسـبة إلى المحيط، فلنقل إن كل ضلع مـن المثال الأول يبلغ طوله وحدة واحدة، بمجموع ثلاث وحدات للمحيط، ويتكون المضلع الذي يحل محل المثلث بعد جيل واحد من اثني عشر ضلعًا، كل ضلع منها يساوي ثلث طول الأضلاع الأصلية، ليصبح المجموع الإجمالي 4 وحـدات. وفـي كل خطـوة متتالية نـرى المحيط يزداد بوسـاطة المعامـل 4/3 نفسـه؛ وعليه، ليـس هنـاك حد نهائـي للمحيط؛ إذا اتخذت خطوات غير محددة، سيكون لديك محيط لانهاية له.

اللون الأصفر في المسألة يوضح عكس العملية؛ سوف يشكل منحنى عكس رقائق (ندف) الثلج.

605

سـتقترب مجموعـة الصـور من الارتفاع بمقـدار ضعف الصـورة الأصليـة، لكنها لـن تصل إلى هـذا الحد. وإن مجمـوع $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} \ldots$ هو أقل من 2.

606

تفحص مجموع عوامل العدد 220:

$$1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284$$

الآن انظر لعوامل العدد 284:

$$1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220$$

إذا كان مجمـوع عوامـل العـدد يسـاوي العـدد الـذي تكون عوامله مساوية للعدد الأول، فيطلق على الزوجين أعدادًا متاحبة. إن أصغر زوج معروف هما 220، و 284.

وقد عرف فيثاغورس الأعـداد المتحابة، وبحث علمـاء الرياضيات العـرب فـي هـذه الأزواج خـلال العصـور الوسـطى. حتـى إن يولـر (Euler) بنفسـه نشـر 60 زوجًا من هذه الأعداد، واليوم يوجد 5000 زوج معروف من هذه الأعداد.

وعلـى الرغـم مـن أن الأعـداد المتحابـة كانت موضـوع دراسـات مكثفـة علـى مـدى آلاف السـنين، فقـد اكتشـف نيكولـو باجانينـي (Nicolo Paganini)، وهو تلميذ إيطالي، ثاني أصغر الأزواج، وهما 1،184 و1،210 في عام 1866م، وهذا يظهر أنه توجد أحيانًا مكافآت كبيرة في انتظار حتى علماء الرياضيات الهواة.

607

التحليل الكامل للعدد 420 هو $42 \times 10 = 6 \times 7 \times 2 \times 5 = 2 \times 3 \times 7 \times 2 \times 5$

608

يرقص بجوار أحمد إما راقصين سعوديين أو راقصين إماراتييـن. إذا كانا راقصين إماراتيين، عندها لابد أن يكـون بجـوار كل منهمـا راقصًـا إماراتيًّـا؛ لأن كليهمـا بجـوار أحمد. لذلـك فـي المثال حيث يكـون بجوار أحمـد إماراتيين، لابـد أن تكون الدائرة كلها راقصين من الإمارات.

ولأنه يوجد سـعوديون في الدائرة، فإن الدائرة بالتأكيد ليسـت كلها راقصيـن مـن الإمـارات، وهذا يعني أنـه لابد أن يكون بجـوار أحمد راقصيـن مـن السـعودية، وكل منهـم يكـون بجـوار أحمـد وراقـص إماراتي. ويسـتمر هـذا النموذج المتغير حول الدائـرة، حتى تحتوي الدائرة على اثني عشر راقصًا من الإمارات واثني عشر راقصًا من السعودية.

609

إن أفضل طريقة لتجنب التحركات غير الصحيحة في هذه اللعبة هي تحريك أصغر قرص من عمود إلى عمود آخر، ومن ثـم أي قرص آخر بخلاف القرص الأصغر. وعلى الرغم من أن مثل هذه الوصفة تبدو كيفية، فإنها تضمن أنه سيكون هناك دائمًـا حركة قانونية. وإن تكرار هذا النموذج مرارًا وتكرارًا سـوف يصـل بك بأعجوبة إلى الحل. هناك بعـض الارتباطات القوية بين الحركة الدورية للأقراص والأسس الرياضية لهذه اللعبة.

بالنسبة إلى الألغاز من 1 إلى 4، فإن الحد الأدنى لعدد التحركات هو على التوالي: ثلاثة، سبعة، خمسة عشر، وواحد وثلاثون.

وبالنسبة إلى اللغز رقم 5 الذي يكون لديه قيود ضد وضع القرص 1 على القرص 4، فيتطلب الأمر تسع عشرة حركة.

وبالنسـبة إلـى اللغز رقم 6 الـذي لديه قيود ضد وضـع القرص 1 علـى القرص 3، والقرص 2 على القرصـ 4، فإن الحد الأدنى لعدد التحركات المطلوبة هو خمسة عشر ــ وهو عدد الحركات نفسه كما لو لم يكن هناك قيود.

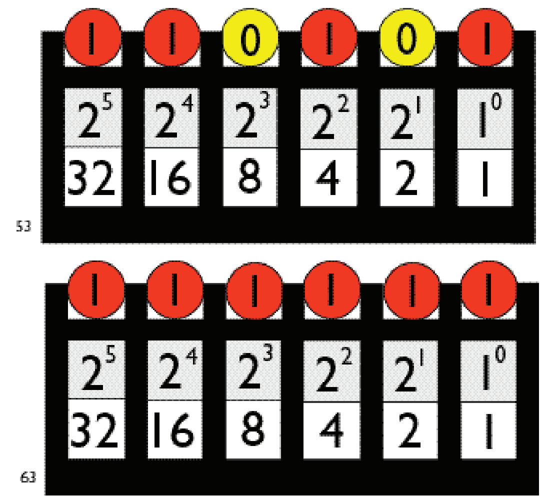
610

الإجابة هي 24، وتتكون من: 24 ،12 ،8 ،6 ،4 ،3 ،2 ،1.

611

$$1 + 2 + 3 = 1 \times 2 \times 3 = 6$$

612



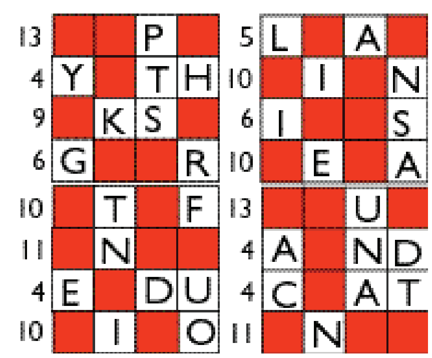
613

قبل أن تدير ظهرك، تحقق من رؤية عدد قطع العملات المعدنية التي على وجهها الأعلى (صورة). أنت تعرف أن عدد الصور سـوف يزيد بنسبة اثنين، أو ينخفض بنسبة اثنين، أو يبقى كما هو بالنسـبة إلى كل زوج من العملات النقدية المقلوبة. ومـن هذا المنطلق إذا كان عدد الصـور الأولى (الصورة) فرديًّا، فإن العدد سوف يظل فرديًّا، بصرف النظر عن عدد أزواج العملات المعدنية التي تم قلبها.

وعندمـا تعود لرؤيتها، عُدَّ الصور التي تظهـر الآن. فإذا كان العدد فرديًّا، كما في البداية (أو زوجيًّا، كما في البداية)، فيجب أن تكون العملة المعدنية المغطاة كتابة، وإذا كان عدد الوجوه زوجيًّا بالنسبة إلـى بداية فردية (أو فرديًّا بالنسـبة إلى بدايـة زوجية)، فلابد أن تكون العملة المعدنية المغطاة صورة.

هذه الخدعة البسـيطة تساعد على توضيح أهمية التكافؤ: إن الزوج الفـردي والزوجـي لهذا النظام يبقى كما هو طالمـا يتم قلب أزواج العملات المعدنية (وليست عملات معدنية مفردة).

614



"PlayThinks is great fun and education."

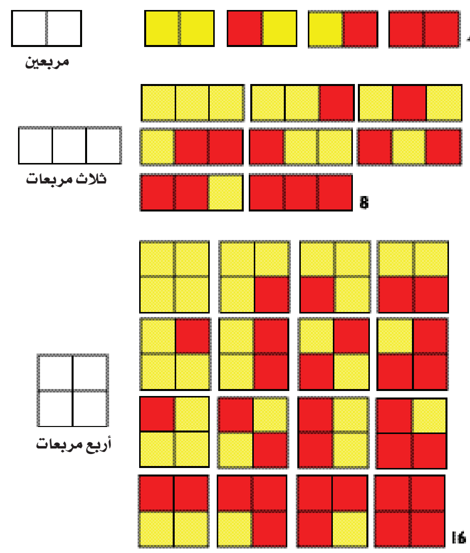
ألعاب العقل معرفة ومتعة عظيمة

615

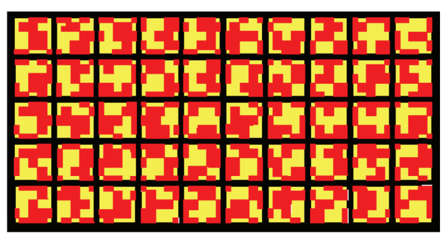
تعـدُّ المصفوفات المملوءة بنظـام 2 في 2 تمثيلًا مرئيًّا للأعـداد بـدءًا من 0 إلى 15 في نظـام الأعداد الثنائية:

0000، 0001، 0010، 0011، 0100، 0101، 0110، 0111، 1000، 1001 ،1110، 1101، 1100، 1011 ،1010 و 1111.

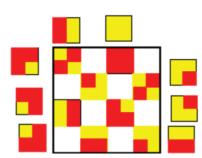
لكـن، هـل حقًّـا تكون البلاطات السـتة عشـرة مختلفـة؟ وعن طريق ملاحظـة وثيقة تلاحظ أن هناك سـت بلاطات مختلفة فقط، ثلاث منها موجودة في أربعة اتجاهات مختلفة.



616

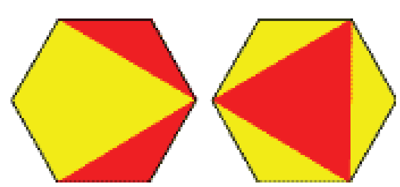


موضح أعلاه خمسـين حـلًّا للعبة مطابقة الألـوان Q_Bits. ولا تُعدُّ عمليات التدوير، والانعكاسات، وعكس الألوان مختلفة.



ومـن الممكـن أن تنتهي أقصر لعبة ممكنة بين شـخصين في ثمانية نقـلات، ويمكـن أن يكون هنـاك عدد كبير من الحلـول، أحد الحلول موضـح هنا، ويمكـن ملاحظة أنه لا يمكن تركيب أي من البلاطات المتبقية الثمانية على هذه اللوحة.

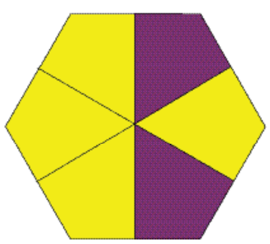
617



618

1	100	26	89
2	72	27	95
3	90	28	69
4	59	29	93
5	94	30	63
6	77	31	96
7	86	32	91
8	85	33	73
9	80	34	81
10	51	35	78
11	58	36	76
12	68	37	99
13	92	38	74
14	53	39	79
15	84	40	83
16	62	41	82
17	98	42	87
18	67	43	64
19	97	44	55
20	52	45	57
21	71	46	54
22	61	47	88
23	75	48	70
24	56	49	60
25	66	50	65

619



620

حاول وفقًا لذلك، فسـوف تفشـل؛ وهذا لأن قلب كأسين في وقت ما يغير عدد الكؤوس في وضع الاعتدال بنسبة اثنتيـن أو بنسـبة صفر. وعلـى الرغم من أن عدد الكؤوس في وضع الاعتـدال فـي الإعـداد الأول كان كأسًـا واحـدة، لذلـك فـإن إضافة اثنتيـن قـد أعطى مجموع ثلاث كؤوس، وإن عدد الكؤوس في وضع الاعتـدال في الإعداد الثاني يكون صفـرًا. وإن تغيير اثنتين في وقت واحد سيسـمح لأصدقائك بالتردد ما بين صفر أو كأسـين، ولكنهم لـن يحصلـوا أبدًا علـى ثلاث كؤوس. وبعبـارة أخرى، فـإن الإعداد الأولـي لـه تكافؤ فـردي، في حين أن الإعداد الثانـي له تكافؤ زوجي. وفـي كلتـا الحالتيـن، فـإن قلب كأسـين في وقت واحـد لا يغير ذلك التكافؤ.

621

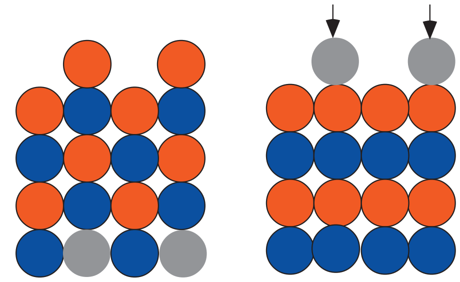
إن تكافـؤ الإعـداد الأولي هو فردي كما هـو واضح، ولن يغيـر ذلك عـدد الحركات الزوجية؛ وعليـه فإن كلًّا من النتائج في وضع الاعتدال والمقلوبة تكون غير ممكنة.

622

سـوف يبقى اللص دائمًا متقدمًا بخطـوة واحدة ما لم يتحـرك الشـرطي أولًا ويغير تكافؤ اللعبـة، وبإمكانه أن يقـوم بذلـك عـن طريـق الالتفاف حـول الكتلة الثلاثية مـرة واحدة فقط، عندها يقبض على اللص في سبع حركات أو أقل.

623 الشكل السداسي رقم 19 هو الشكل المختلف بينها.

624



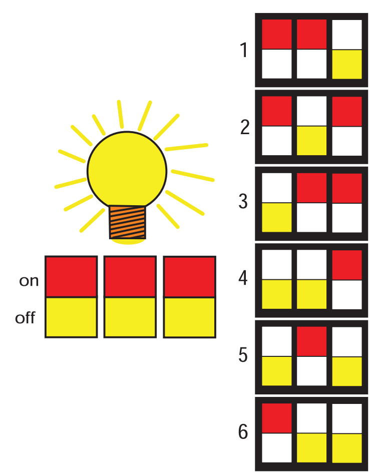
625 ولأن حلقة التروس تدور بالتناوب في اتجاه عقارب الساعة وعكس عقارب الساعة، فإن عددًا زوجيًّا من التروس يعدُّ مطلوبًا من أجل الإعداد للعمل. وإن عددًا فرديًّا من هذه التروس، كما هي الحال في هذا اللغز، لا يمكن أن تدور على الإطلاق.

626 كثير من الناس يدعي أنه لا يوجد ما يكفي من المعلومات التي تم تقديمها لحل هذه المسألة، ولكن هذا بسبب نظرتهم الضيقة.

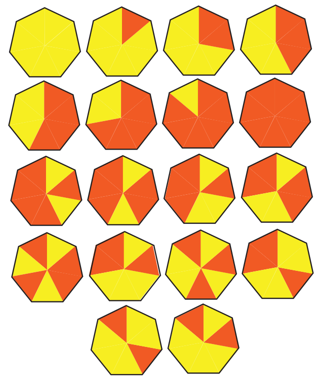
يعدُّ المفتاح فهم ما يفعله المصباح: إنه لا ينتج فقط الضوء ولكن أيضًا الحرارة، ويبقى دافئًا لمدة دقائق عدة بعد أن يتم إطفاؤه.

مع أخذ ذلك في الحسبان، يمكنك أن تتوصل إلى الحل بسهولة كبيرة. أولًا، شغِّل المفتاح رقم 1، واتركه مضاءً لمدة دقائق عدة حتى يكون المصباح جيدًا وساخنًا، وبعد ذلك أغلق المفتاح رقم 1 وشغِّل المفتاح رقم 2، ومن ثم انتقل بسرعة إلى السندرة (العلية). إذا كان هناك ضوء، فشغِّل المفتاح رقم 2 ليعمل المصباح، إذا لم يكن هناك ضوء والمصباح دافئ، فشغِّل المفتاح رقم 1 ليعمل المصباح. إذا كان المصباح مظلمًا وباردًا، فشغِّل المفتاح رقم 3 – وهو المفتاح الذي لم يستعمل – ليعمل المصباح.

627 مثل هذا الرهان يعدُّ قضية خاسرة؛ فقط هناك ثلاثة من أصل ستة إعدادات عشوائية ممكنة تسمح للمصباح بالعمل بالضغط على مفتاح واحد فقط.



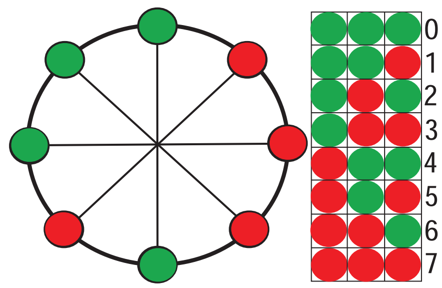
628



629 فقط خمس حركات:

11_9_8 ، 10_9_8 ،9_8_7 ،6_5_4 ،3_2_1.

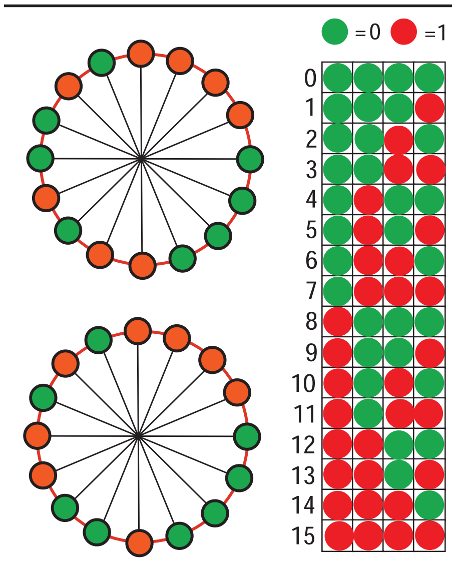
630



هذا الحل هو الحل الوحيد الممكن.

استُخدمت العجلات الثنائية الأطول لتشفير الرسائل في النقل الهاتفي وخرائط الرادار. وقد أطلق عالم الرياضيات من جامعة كاليفورنيا – دافيس، شيرمان ك. شتاين (Sherman K. Stein) على هذه التراكيب الثنائية اسم عجلات الذاكرة، وقد أطلق عليها أيضًا حلقات أوروبوريان (Ouroborean)، وهو اسم مشتق من الثعبان الأسطوري الذي أكل ذيله.

631



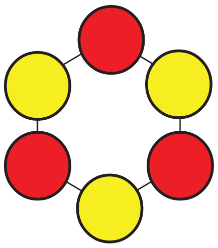
يوجد على الأقل اثنان من الحلول:

0_1_0_0_1_0_1_1_0_0_0_0_1_1_1_1

و

0_1_0_1_1_0_0_1_0_0_0_0_1_1_1_1.

632 القلادة (العقد) المفقودة.



633 توجد ثلاثة أنواع من القلائد (العقود) المختلفة الممكنة، ويمكن وصف القلائد المختلفة عن طريق عدد الخرز الأحمر بين الخرز الأخضر: فإما لا يوجد، أو يوجد خرزة واحدة أو اثنتان.

الفصل 10 الحلول

634 عليك أن تتعامل مع مثل هذه المسائل بأسلوب منظم. إن أفضل طريقة لرؤية المتغيرات هي رسم مخطط للخلايا معًا، لنقل إن المواقع من خلال القمة والأسماء أسفل الجانب. ضع علامة × في الخلية التي استُثنيت بصورة منطقية، وضع علامة * في الخلية التي تعتقد أنها صحيحة.

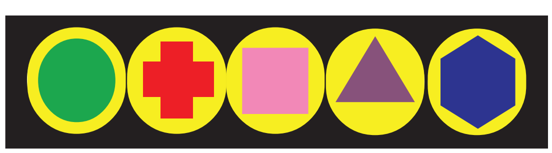
	الرئيس	المدير	السكرتيرة
سلمان	×	•	×
ليلى	×	×	*
مي	*	×	×

ثم شق طريقك من خلال المسلمات:

لسلمان أخ، والسكرتيرة هي بنت وحيدة لأبويها؛ لذلك لا يمكن لسلمان أن يكون السكرتيرة. مي تكسب أموالًا أكثر من المدير، والسكرتيرة تكسب أقل من أي فرد؛ لذلك لا يمكن أن تكون مي المدير ولا السكرتيرة، من ثم تكون النتائج كالآتي: ليلى هي السكرتيرة، سلمان هو المدير، ومي هي رئيسة المجلس.

635 نسي الموظف أن يذكر أن الببغاء كان أصمَّ.

636 تحذف القواعد الثلاث الأولى 118 من أصل 120 من التباديل المحتملة للأقراص الخمسة. والقاعدة الأخيرة اختيار أحد الاحتمالين المتبقيين.



637 الإجابة السريعة هي أنه إذا كان من المحتمل أن يتساوى الأولاد مع البنات، فإن احتمالية أن يكون الطفل الآخر بنتًا تكون $^{1}/_{2}$.

ولكن تُعد هذه الإجابة خطأ؛ يوجد أربعة تكوينات محتملة لطفلي عائلة رمضان: ولد وولد، ولد وبنت، بنت وولد، بنت وبنت. يمكن استثناء أحد الاحتمالات (ولد وولد)، ولكن الاحتمالات الثلاثة الأخرى تكون متساوية. ومن الاحتمالات التي بقيت، هناك احتمال يتضمن بنتًا ثانية؛ لذلك فإن احتمال أن تكون عائلة رمضان لديها بنت ثانية يكون فقط $^{1}/_{3}$.

هذه المسألة تُعدُّ مثالًا على الاحتمالية الاشتراطية؛ بمعنى، احتمالية حدث ما تؤكد حقيقة أن الحدث الآخر قد حدث فعلًا. تعدُّ النتائج غير متوقعة ويساء فهمها بوجه عام.

638 إن السؤال يكون بالأحرى، أين تستطيع بناءه؟ فقط في القطب الشمالي.

639 FISH

640 أخضر

641 تزوج من الأخت أولًا.

642 الملاحظة قصد بها: «ينبغي علي ألا أكون مدينًا بأي شيء؛ لأنني لم آكل شيئًا.» "I ought to owe nothing for I ate nothing."

643

$$1-\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$$

$$\frac{8}{9}-\frac{8}{9}\times\frac{1}{4}=\frac{6}{9}$$

$$\frac{6}{9}-\frac{6}{9}\times\frac{1}{3}=\frac{4}{9}$$

$$\frac{4}{9}-\frac{4}{9}\times\frac{1}{2}=\frac{2}{9}$$

النسبة المئوية $\frac{2}{9}\times100=22.22\%$

أقل عدد من الطيور يحقق ذلك هو (9).

644 يقول الطفل الأول إنه صادق، وتكون العبارة صحيحة إذا كان يقول الحقيقة، وغير صحيحة إذا كان يكذب.

ما قالته الطفلة الثانية يعدُّ صحيحًا بصرف النظر عما إذا كان الطفل الأول يقول الحقيقة، ومن هذا المنطلق فهي تعدُّ صادقة.

وإن الصدق في كلام الطفل الثالث يعتمد على مدى صدق الطفل الأول؛ إذا كان الطفل الأول يكذب، فإن الطفل الثالث يقول الحقيقة، وإذا كان الطفل الأول يقول الحقيقة، فإن الطفل الثالث يكذب.

الاحتمالات تكون إما (من اليسار إلى اليمين):

صادق ـ صادقة ـ كاذب

كاذب ـ صادقة ـ صادق

في كلتا الحالتين يكون اثنان يقولان الحقيقة، ويكون الثالث كاذبًا.

645 بدّل الوريثان الحصانين.

647 إن فرص رسم كرة حمراء تكون $^{20}/_{50}$ أي 40%. وفرص رسم كرة زرقاء تكون $^{30}/_{50}$ أي 60%.

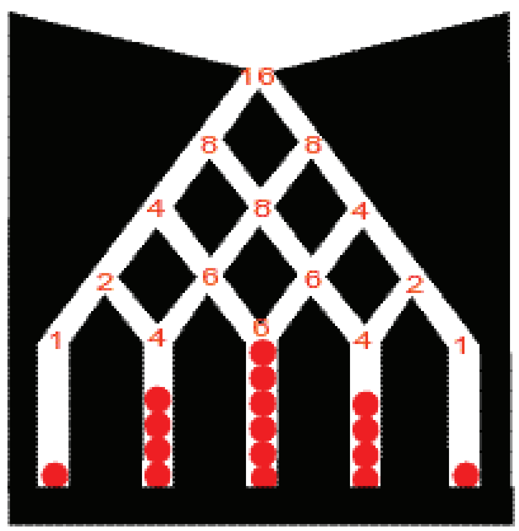
648 الحل هو: "Solve Play Thinks"

649 عليك أخذ الرهان. إن احتمال أن يسترد رجل واحد على الأقل قبعته يكون 632 تقريبًا.

650 86

651 يقدم الصف الخامس لمثلث باسكال الحل؛ يتضاعف متوسط عدد الكرات التي تصل إلى كل نقطة اتصال متطابقة مع مثلث باسكال بالنسبة إلى كل صف متوالٍ من الأسفل عن طريق معامل إضافي 2؛ لذلك يكون لكل صف المجموع نفسه.

في آلة الاحتمال الكامل التي تحتوي على عدد كبير من الكرات والفروع، يقترب نموذج التوزيع من منحنى جاوس الشهير، يعرف أيضًا بمنحنى الجرس.



652 من الأفضل لك محاربة البرونتوسور (نوع من الديناصورات). على الرغم من أن فرص التغلب على أي ستيجوسور (نوع آخر من الديناصورات) تكون $^{1}/_{2}$، فإن هزيمة ثلاثة في سلسلة تجعل الاحتمالية هي: $^{1}/_{2}\times{}^{1}/_{2}\times{}^{1}/_{2}$، أي $^{1}/_{8}$.

653 كان تفسيره غير صحيح. بالطبع، إن فرصة أن يحدث حدث غير محتمل مرتين تكون منخفضة جدًا، ولكن لا يمكن حساب سلامة البحار بمجرد النظر إلى الطريقة العشوائية لقذيفة أخرى تستقر في هذه الحفرة. بالنسبة إلى شيء ما، إن هدف القذيفة ليس عشوائيًا تمامًا ـ تم تصويب البنادق، والمصوبون الذين ينجحون بطلقة واحدة ربما يحاولون تكرار جولة أخرى في الاتجاه نفسه. وبالنسبة إلى شيء آخر، في كل مرة تحدث ظاهرة عشوائية، إن احتمالية حدث معين أن يحدث مرة أخرى تكون نفسها تمامًا؛ لذلك حتى ولو كانت البنادق لم تصب الهدف، فإن المنطقة التي تضربها القذيفة تكون من المحتمل تمامًا أن يتم ضربها في الجولة التالية كأي منطقة أخرى.

654 يجب أن تبدأ الدعسوقة في حشرة المن الخامسة من الزنبور، سواء أكان في اتجاه عقارب الساعة أو في عكس اتجاه عقارب الساعة، اعتمادًا على أي اتجاه سوف تتحرك فيه.



655 استغرق الأمر سبع حركات فقط، أربع منها إلى السفينة وثلاث للعودة.

1 أخذت ماهر إلى غرفة معادلة الضغط في السفينة الفضائية وتركته هناك.

2 عدت بمفردي.

3 أخذت نادر إلى غرفة معادلة الضغط في السفينة الفضائية.

4 عدت مع ماهر.

5 أخذت المخلوق الفضائي إلى غرفة معادلة الضغط في السفينة الفضائية.

6 عدت بمفردي.

7 أخذت ماهر مرة أخرى إلى غرفة معادلة الضغط في السفينة الفضائية. ومن ثم يستطيع الثلاثة الدخول معًا.

656 رقم 1 هو جواد الذي يحب الدجاج.

رقم 2 هو أحمد الذي يحب الكعك.

رقم 3 هو جمال الذي يحب السلطة.

رقم 4 هو هيفاء التي تحب السمك.

657 إن احتمال تطابق الصورة أو الكتابة في هذه العملة مع الجـزء الأسـفل لها (يكـون مثلها)، هو $^2/_3$. فـإذا كنت ترى صورة في هذه العملة، فهناك ثلاثة احتمالات ممكنةلذلك:

1. أنك ترى صورة للعملة التي فيها صورة وكتابة.
2. أنك ترى صورة للجانب الأول من العملة التي فيها صورة وصورة.
3. أنـك تـرى صـورة للجانب الثاني مـن العملـة التـي فيهـا صورة وصورة.

في هـذه الاحتمـالات الثلاثـة يوجد احتمـالان يحققـان المطلـوب أي $^2/_3$. الكثير من الناس يرفضون تصديق هذه النتيجة. فإذا كنت متشككًا فجربها باستخدام نقود مقطوعة من ورق المقوى.

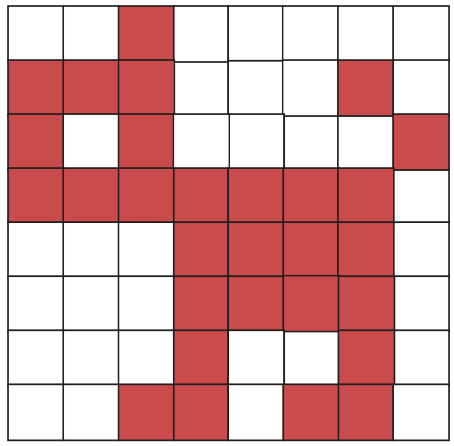
658

C	U	B	E
U	G	L	Y
B	L	U	E
E	Y	E	S

659 عيد ميلاد مجيد



660 تعتمـد مثل هذه الألغاز بقدر كبيـر على المنطق بالقدر نفسـه الـذي تعتمـد فيـه علـى الملاحظة. يعـدُّ المنطق مطلوبًـا لفهـم الأدلـة البصريـة، والتأكد مـن وجود معلومـات كافية لاسـتخلاص النتائـج. فـي هـذا المثال، علـى الرغم من عـدم توافر المعلومـات كلهـا، فيمكن أن يسـاعدك المنطق على اسـتنتاج إجابة متماثلة. لأن الكثير من الناس وخاصة الذين يستخدمون الملاحظة أو المنطـق يصابـون بالحيرة إذا طلب منهم حل لغز من دون القطع كلهـا. وغالبًـا ما يكونـون مترددين في اسـتخدام الاسـتنتاج أو حتى الحدس من أجل التوصل إلى إجابة.

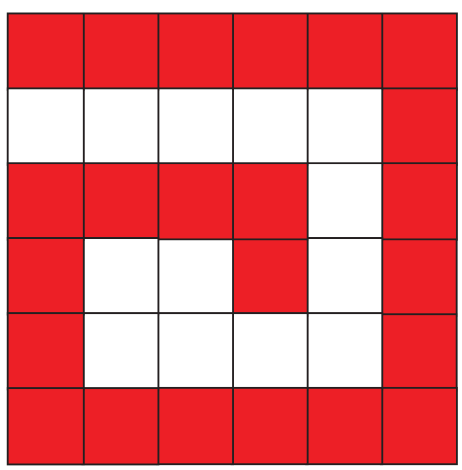


661 أن تكـون مالـكًا لكازينـو القمـار فجميـع الألعـاب فيهـا بمـا فـي ذلـك الروليت مصممـة لضمان كسـب صاحب الكازينو ماديًّا؛ لذلك لو فاز واحد من المقامرين فإن عشرة آخرين قد خسروا.

662 (بيني وبينك، فقط) و(قسِّم التوقيت الثاني).

"Just between you and me" and "Split second timing."

663 حل ممكن:



664 يوجـد سـتُّ نتائج محتملـة، وفي أربع من هـذه الحالات يفوز عثمان؛ لذلك تعدُّ فرص فوزه $^2/_3$.

665 1. هناك خطأ في تهجئة كلمة (three) ثلاثة.

2. كلمة mistake لابد أن تكون جمعًا (mistakes).

3. يوجـد هنـاك فقـط خطـآن فـي الجملـة، وهـذا يعـدُّ الخطأ الثالث.

666 RANGE and ANGER (المدى والغضب).

667 إذا عـددت الحـروف، فسـوف تجـد أن هنـاك حرف D واحـدًا. وحرفين I، وثلاثة حروف S، وأربعة حروف C، وخمسة حروف O، وستة حروف V، وسبعة حروف E، وثمانية حروف R، وكلمة السر هـي يكتشف (DISCOVER).

668 يرتبـط هـذا اللغـز إلـى حـد مـا بالتناقـض فـي تاريـخ الميـلاد؛ إن الإجابـة المعتـادة التي يقدمها النـاس هي أنه ينبغي أن تحصل على قرابه 100 ارتباط. ولكن تدل البحوث التي أجريت في جامعة هارفارد في ولاية ماساشوستس على أنه يمكن أن يرتبـط أي اثنين غرباء في الولايات المتحدة عن طريق سلسـلة من معارف وسيطة يقدر طولها بمقدار خمسة أو ستة معارف.

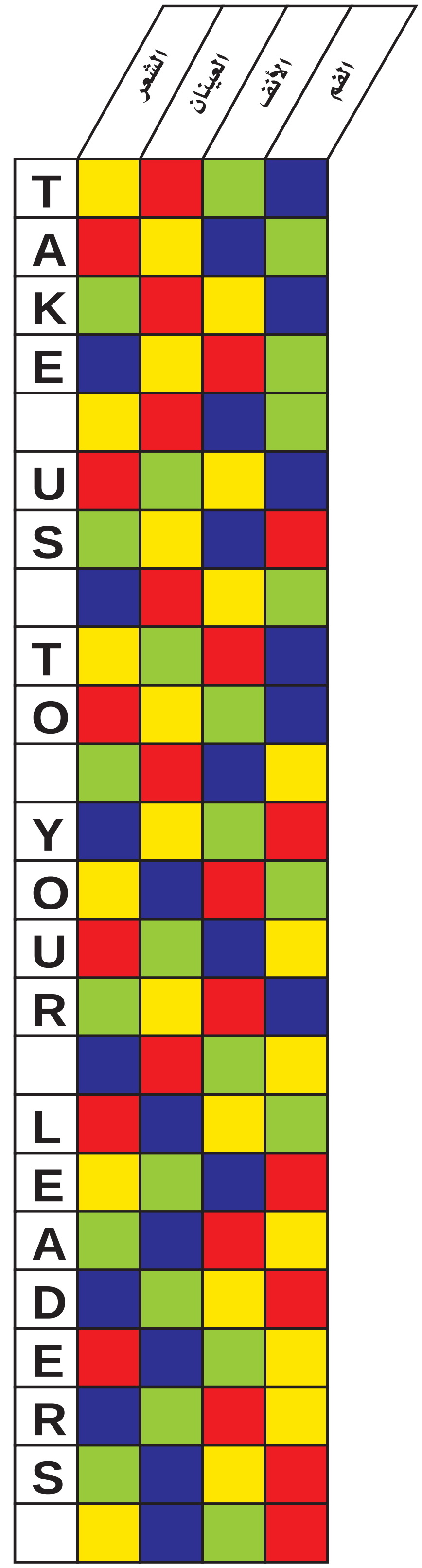
هذه المسـألة، والمعروفة باسـم مسـألة (عالم صغير)، هي أساس لعبـة المعلومـات الشـعبية التي يحاول المرء ربط أي ممثل بـ كيفين باكون في سـت خطوات فقط. وتعدُّ كل مـن هوليوود والعالم بصورة كبيرة أمثلة على هذه الشبكات، وهو نظام به العديد من الارتباطات المتداخلة. تُعد سلسـلة المعارف أمرًا ضروريًّا للمرء، لكن مع تطور العالـم وكثـرة التنقـل والاتصـالات أصبحـت هـذه السلسـلة طويلـة والتقارب بين النـاس كبيرًا جدًّا.

669 إن اللاعـب مـع القـالـب (قطعة المعـدن) A، من خلال المدى الطويل، يفوز B %55 من الوقت، كما هو موضح في المخطط الموجود أعلاه.

B \ A	2	4	5
1	L	L	L
3	W	L	L
6	W	W	W

670 في التكوين الأخير لا يتداخل المستطيل مع الشكل البيضوي.

671 «خذنا إلى قائدك».



672 يوجد أربعة عشر مربعًا على هذه الورقة، ستة على وجه واحد وثمانية على الوجه الآخر.

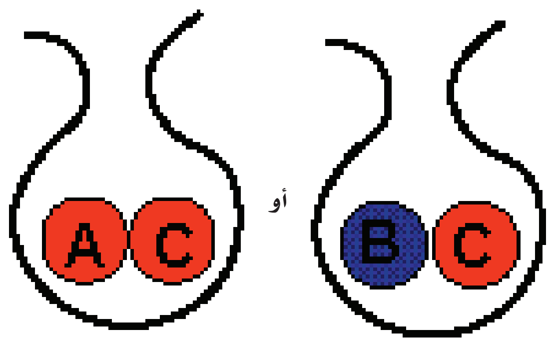
673 العبارة الثانية هي الصحيحة فقط؛ فالعبارة رقم 3 تلغي كلًا من العبارة رقم 1، والعبارة رقم 3.

674 أدرك المسافر أنه إذا كان وجهه نظيفًا، فإن أحد المسافرين الآخرين سيدرك أن وجهه أسود من السخام. وبما أن أيًّا منهم لم يتوقف عن الضحك، فقد أدرك أن وجهه لابد وأن يكون قد اتسخ بالسخام أيضًا.

675

6	+	6	+	8	+	8	=	28
+		+		+		+		
6	+	6	+	6	+	6	=	24
+		+		+		+		
12	+	12	+	10	+	8	=	42
+		+		+		+		
8	+	10	+	12	+	6	=	36
32		34		36		28		

676



للوهلة الأولى يبدو أن فرص بقاء الكرة الحمراء في الحقيبة هي 50 %. ولكن توجد هناك حقيقة ثلاث حالات — وليس اثنتين — محتملة بصورة متساوية:

1. تُسحب الكرة الحمراء الأولى (A)، تاركة الكرة الحمراء المضافة (C).
2. تؤخذ الكرة الحمراء المضافة (C)، تاركة الكرة الحمراء الأولى (A).
3. تؤخذ الكرة الحمراء المضافة (C)، تاركة الكرة الزرقاء (B).

كما ترون، في اثنتين من هذه الحالات الثلاث، لا تزال الكرة الحمراء في الحقيبة.

في السحب الأول، فإن فرصة سحب كرة حمراء هي 75%، ولكن بمجرد سحب الكرة الأولى، تتغير الاحتمالات.

677 لا تكون الفرص $^2/_3$ بل هي $^1/_3$. والتفسير بسيط. اختر أي بطاقة من البطاقات الثلاث المتبقية، بطاقة واحدة فقط باللون نفسه؛ وعليه، فإن فرص التقاطها تكون فقط الثلث.

يعدُّ تفسير صديقك غير صحيح؛ لأن الاحتمالات الثلاثة التي وضعها في حسبانه ليست على الأرجح متساوية.

678 على الرغم من أن أحمد وسعيد من الرماة الماهرين إلا أن فرص عبدالله في البقاء حيًّا ضعف فرصة الاثنين، والسبب واضح ومباشر؛ إذا أطلق أحمد أو سعيد الرمية الأولى، فإن من يصيب الهدف أولًا سوف يقتل الآخر (حيث أنهما يمثلان التهديد الأكبر) ثم يجرب حظه مع عبدالله، تتوافر لعبدالله الآن فرصة بنسبة 50% لإصابة من تبقى على قيد الحياة و 50% بأن يخطئ وأن يُقتل. إذا أطلق عبدالله الطلقة الأولى فمن الأفضل له أن يخطئ؛ لأنه لو قتل فعلًا أحمد أو سعيد فإن الآخر سوف يرديه قتيلًا؛ ولهذا فإن فرصة أحمد في البقاء حيًّا، هي 50%، وتتوافر لأحمد وسعيد الفرصة نفسها: إذا خسروا في المواجهة الأولى فإنهما يقتلان في الجولة الأولى: إذا ربح، فإن أحدهما سوف يقتل الآخر ويجرب حظه مع عبدالله. وبما أن احتمال حدوث كلتا النتيجتين متساوٍ، فإن فرصة أحمد أو سعيد سوف تكون 0%+50% مقسمة على اثنين — أو 25%

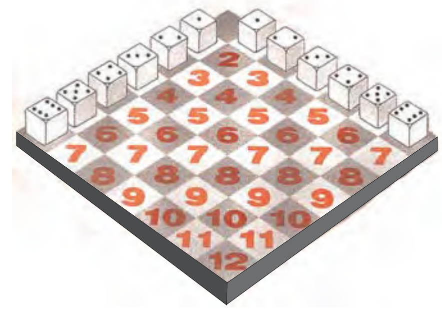
679 لقد حيرت معادلة حل مثل هذه المسائل علماء الرياضيات لقرون، وتوجد الحلول العملية بصورة أفضل من خلال الأسلوب البسيط للمحاولة والخطأ؛ ففي الدائرة المكونة من ستة وثلاثين سجينًا، فإن الأماكن الملائمة لتوزيع أعدائك هي الأماكن رقم 30، 26، 20، 15، 10، 4.

680 في حالة تجربتنا لرمي العملة المعدنية، تم إيجاد احتمال يثير الدهشة في قانون بنفورد (Benford's Law). وتعدُّ الاحتمالات واضحة لدرجة أنه في بعض النقاط من سلسلة مكونة من 200 رمية، سوف نحصل على إما صورة أو كتابة لستِّ مرات أو أكثر في صف واحد. ولا يعرف معظم المزيفين هذا، ولن يضعوا مثل هذه الحوادث غير العشوائية في نتائجهم المزيفة.

681 في حساب الاحتمالات، يحدد علماء الرياضيات بوجه عام أربع نتائج محتملة: صورة مع صورة وكتابة مع كتابة، صورة مع كتابة، وكتابة مع صورة. لكن من الممكن أن تكون هناك نتيجة خامسة محتملة (لا يمكن إحصاؤها)؛ على سبيل المثال، من الممكن أن تقف عملة معدنية على الجانب، أو يمكن أن تضيع في شبكة الصرف، أو أن يحملها طائر في الجو، من المحتمل أن يكون على علماء الرياضيات وضع مثل هذه الحوادث في الحسبان عند حساب الاحتمالات في المستقبل.

682 الاجابة كلمة واحدة. ONE WORD

683 توجد ستة أعداد زوجية محتملة، ومن الممكن أن تكون 2، 4، 6، 8، 10، 12، وخمسة أعداد فردية محتملة فقط؛ 3، 5، 7، 9، 11. وعلى الرغم من ذلك، كما يوضح الشكل، فإن هناك ثماني عشرة طريقة لرمي عدد زوجي وثماني عشر طريقة لرمي عدد فردي؛ وعليه فإن احتمالات عدد زوجي متساوية.



684 عند رمي النرد، فإن احتمالات عدم ظهور العدد 6 هي $^{5}/_{6}$؛ لأن كل رمية تكون منفصلة عن الرميات الأخرى، وفرص عدم رمي النرد عند العدد 6 في سلسلة معينة يمكن أن تُحسب على النحو الآتي:

رميتان: $^{5}/_{6} \times {}^{5}/_{6} = 0.69$

ثلاث رميات: $^{5}/_{6} \times {}^{5}/_{6} \times {}^{5}/_{6} = 0.57$

أربع رميات: $^{5}/_{6} \times {}^{5}/_{6} \times {}^{5}/_{6} \times {}^{5}/_{6} = 0.48$

وهو ما يعني أنه في أكثر الأحيان، سوف تحصل على رقم 6 واحد بعد أربع رميات.

685 من الملاحظ، أن يكون احتمال اشتراك شخصين في يوم ميلاد هو قرابة 0.5، وذلك في مجموعة تتكون فقط من ثلاثة وعشرين شخصًا.

لحساب هذا، لا بد من مراعاة احتمال أن كل شخص لديه يوم ميلاد مختلف. وبالنسبة إلى مجموعة تتكون من شخصين، فإن الاحتمال يكون مرتفعًا للغاية ــ قرابة $^{364}/_{365}$ ــ أن يكون لديهما يوما ميلاد مختلفان. وبالنسبة إلى مجموعة تتكون من ثلاثة أشخاص، فإن الاحتمال لا يكون مرتفعًا بالشكل نفسه ــ $^{363}/_{365}$ ــ وحيث إن مجموعة الأشخاص الثلاثة لا تزال تحتوي على الشخصين، فيتم ضرب الاحتمالين معًا. واستمر في هذا المسار، حتى يقل احتمال أن يكون كل شخص في المجموعة له يوم ميلاد مختلف. ينخفض إلى دون النصف (0.5)، ويعني هذا أن احتمال اشتراك شخصين في يوم ميلاد واحد هو الآن أكثر من (0.5).

ويقترب هذا الاحتمال من التأكد مع وصول عدد الأشخاص إلى 90 أو أكثر.

687 في القرن السابع عشر اشتبه أنطوان جومبود شوفالييه دي ماري (Antoine G. C. de Méré)، وهو نبيل فرنسي لديه اهتمام بالاحتمالات، والاحتمالات لم تكن في صالحه؛ لذلك فقد فحص شكوكه مع مشاهير علماء الرياضيات بليز باسكال (Blaise Pascal) وبيير دي فيرما (Pierre de Fermat) اللذين وجدا أن احتمال تضمين رقمي 6 بعد أربع وعشرين رمية كان $^{35}/_{36}$ بالنسبة إلى قوة الأربعة والعشرين، أو حول 0.49، ما يعني الخسارة على المدى الطويل.

ويعدُّ طلب جومبود البسيط هذا بداية ميلاد علم الاحتمالات.

688 لقد قدمت مارتن جاردنر (Martin Gardner) إصدارات عدة من هذا التناقض، ولكن تعدُّ الكاتبة في مجلة باراد، مارلين فوس سافانت (Marilyn vos Savant)، هي الأشهر ارتباطًا بها؛ فقد قدم مقالها في عام 1990م حول هذا الموضوع الجواب الصحيح، ولكنه أثار آلاف الرسائل من عدم التصديق والاتهام.

لا تبادل

الباب رقم 1	الباب رقم 2	الباب رقم 3	النتيجة
سيارة	قرد	قرد	يفوز
قرد	سيارة	قرد	يخسر
قرد	قرد	سيارة	يخسر

الفوز $^{1}/_{3}$

تبادل

الباب رقم 1	الباب رقم 2	الباب رقم 3	النتيجة
سيارة	قرد	قرد	يخسر
قرد	سيارة	قرد	يفوز
قرد	قرد	سيارة	يفوز

الفوز $^{2}/_{3}$

الباب المختار

لماذا؟ لأن الاجابة تبدو غير صحيحة.

وإذا تمسكت بإجابتك الأولى، فستكون فرص فوزك هي واحدًا من ثلاثة. ومن السهل فهم ذلك: سيارة واحدة وثلاثة أبواب.

يمكنك فهم هذه الإجابة بتجربة اللعب بالطريقة نفسها عدد لا بأس به من المرات من دون تبادل ثم بتبادل، لتكتشف الحقيقة.

689 عند ترتيب الحروف تتبع الأسهم اتجاه عقارب الساعة، وتنطق توني بلير (TONY BLAIR).

690 لا يعدُّ هذا رهانًا عادلًا، حتى مع وجود احتمالات 3 إلى 2.

يمكنني التأكد من أن فرصي في الفوز هي على الأقل $^{2}/_{3}$، وتصل في بعض الأحيان إلى $^{7}/_{8}$. وإن كل ما علي فعله هو السماح لك باختيار الثلاثي الخاص بك، بعد ذلك أختار الثلاثي الخاص بي بحيث يبدأ رمي العملة المعدنية الثانية لك، ثم القيام بالاختيارين نفسهما الأولين لك. إذا اخترت HTH، فسوف أختار أنا HHT، وسيكون لدي ميزة $^{2}/_{3}$. وإذا اخترت TTT، فسوف اختار أنا HTT، وسيكون لدي ميزة $^{7}/_{8}$ ــ ومن الممكن فقط أن تفوز إذا كانت الرميات الثلاث الأولى كلها كتابة.

الفصل 11 الحلول

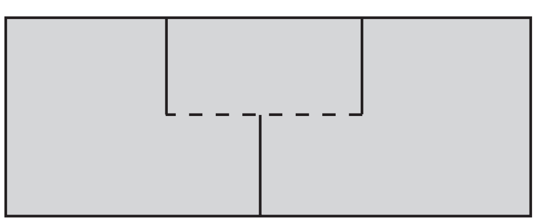
691



692 a_5، b_1، c_9.

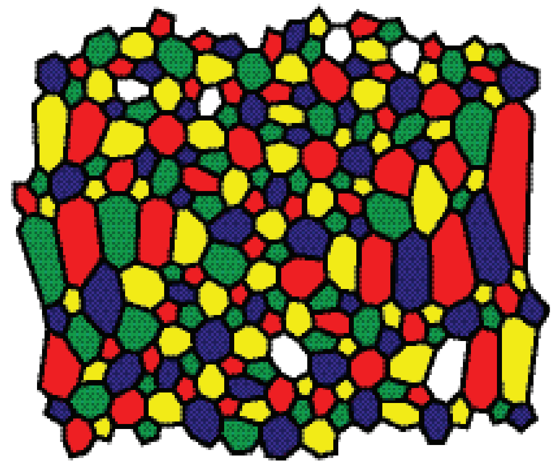
693 هناك نوعان من الأطوال المختلفة؛ عشرة طويلة وعشرة قصيرة، وكل لون يظهر في اثنين من الأطوال. والسلسلة التي تزيلها كلها يكون لونها أصفر قصيرًا، برتقاليًّا قصيرًا، أحمر قصيرًا، ورديًّا قصيرًا، أرجوانيًّا قصيرًا، أخضر فاتحًا قصيرًا، أخضر قاتمًا قصيرًا، أزرق فاتحًا طويلًا، أزرق قاتمًا قصيرًا، أصفر طويلًا، برتقاليًّا طويلًا، أحمر طويلًا، ورديًّا طويلًا، أرجوانيًّا طويلًا، أخضر فاتحًا طويلًا، أخضر قاتمًا طويلًا، أزرق فاتحًا قصيرًا، أزرق قاتمًا طويلًا، بنفسجيًّا قصيرًا، وبنفسجيًّا طويلًا.

694



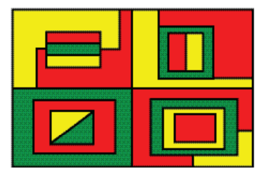
695 موضح بالأسفل عينة من اللعبة حيث لا يمكن تلوين الخريطة بالكامل، لابد من ترك ست مناطق فارغة من دون تلوين.

إذا بدأت بخريطة فارغة، فهل يمكن أن تفعل ما هو أفضل؟

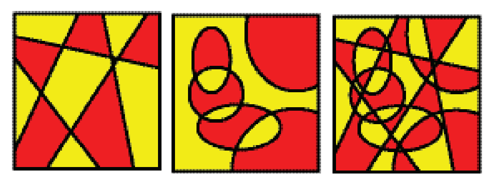


696 فقط الرقمان 2، و9 متطابقان طوبوغرافيًا.

698 سوف تحتاج على الأقل إلى ثلاثة ألوان. وموضح هنا أحد الاحتمالات الكثيرة الممكنة.

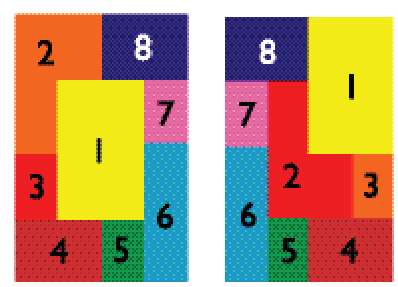


699 الحل يوضح نظرية اللونين.

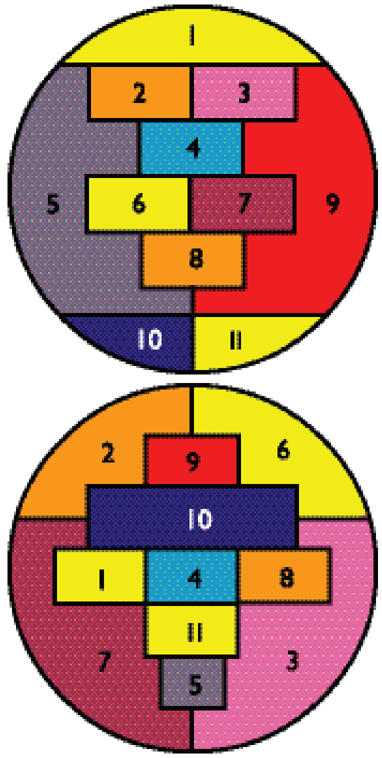


700 في اتجاه عقارب الساعة: المثلث الأصفر، الشكل الخماسي البرتقالي، الشكل السباعي الأحمر، الشكل التساعي الوردي، المربع البنفسجي، الشكل السداسي الأخضر الفاتح، الشكل الثماني الأزرق، والشكل العشاري الأرجواني.

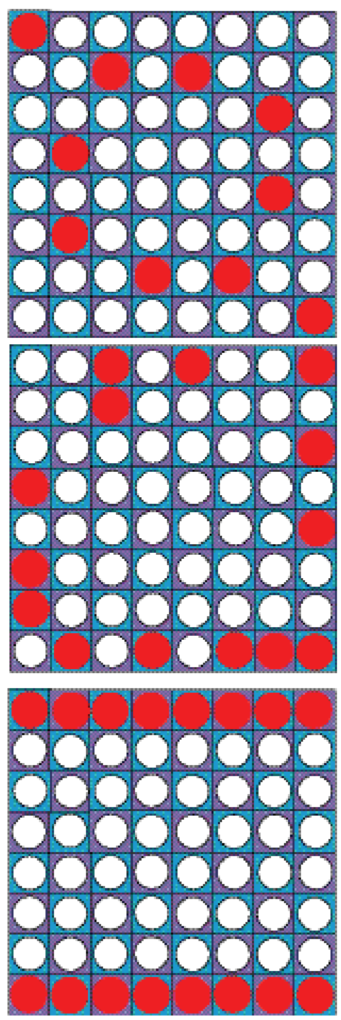
701



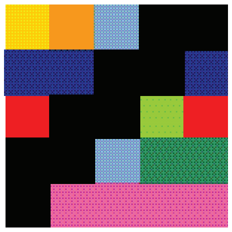
703 أقل عدد من الألوان هو ثمانية ألوان، كما هو موضح أدناه.



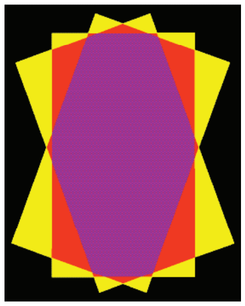
704



705 أولًا يوضع الشريط الأفقي الأصفر في الأسفل. وتوضع فوقه الأشرطة البرتقالية والحمراء وذات اللون الأخضر الفاتح، واللون الأخضر الداكن والأزرق الفاتح والأزرق الداكن والوردي، على التوالي. انظر المخطط الموضح هنا بالنسبة إلى مواضع الأشرطة على الشبكة.



706



707 يتطلب الأمر على الأقل ست حركات للعين لاستبدال الأطراف.

708 سوف يظل الشريط في قطعة واحدة، وسيكون ضعف الطول وله منحنيان كاملان.

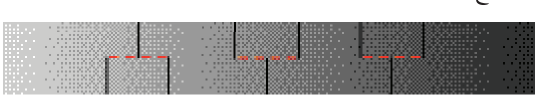
709 سوف ينقسم الشريط إلى اثنين من الأربطة المتصلة، أحدهما هو شريط موبيوس وله الطول نفسه، والشريط الآخر له ضعف الطول وبه منحنيان كاملان.

710

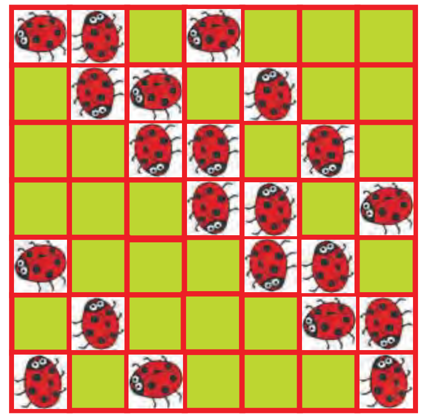
1. أربعة ألوان.
2. ثلاثة ألوان.
3. لونان.
4. لونان.
5. أربعة أولوان.
6. لونان.
7. لونان.
8. ثلاثة ألوان.

711 لعمل النموذج، اعمل ثلاث مجموعات من قطع البطاقات الفائقة، كما هو موضح أدناه، على شريط من الورق، ثم اثنِ الشريط لعمل ثلاث لوحات. الصق طرفي الشريط بالصمغ معًا لعمل حلقة (دائرة).

عندما يجف الصمغ، يمكنك تغيير رقم المقاعد الخارجية من واحدإلى اثنين، عن طريق تغيير الحلقة كاملة من الداخل إلى الخارج.



712

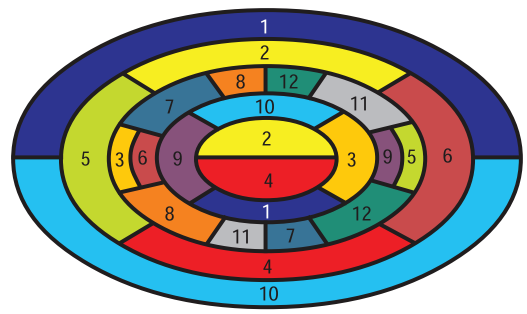


713 الرباعيات هي:

(1 _ 9 _ 11 _ 14)، (2 _ 3 _ 7 _ 13)، (4 _ 5 _ 6 _ 8)

ويتبقى الزوج: (10 _ 12) فقط.

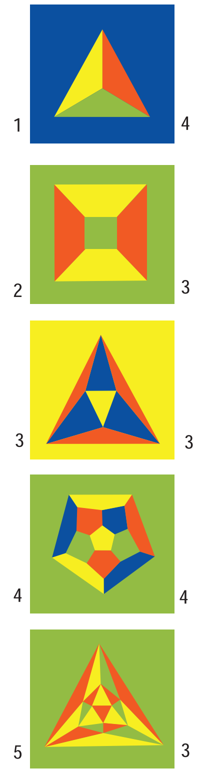
714 كل اثنين من التقسيمات يمس كلًّا من التقسيمات الإحدى عشرة الأخرى؛ وعليه، فإن أقل عدد من الألوان يلزم لتكملة هذا اللغز هو اثنا عشر لونًا.



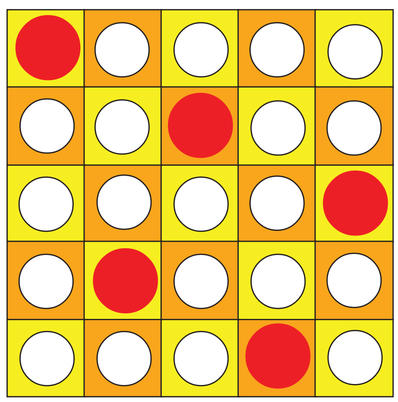
715 حرف E الكبير يساوي طوبوغرافيًا حروف F، G، J، T، و Y



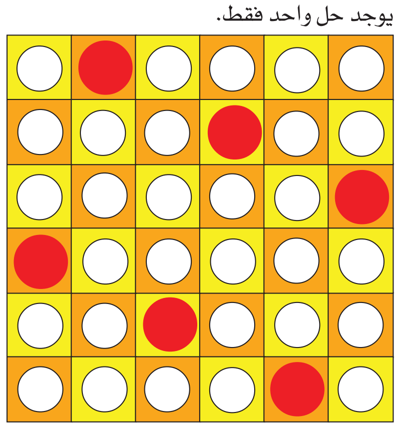
716



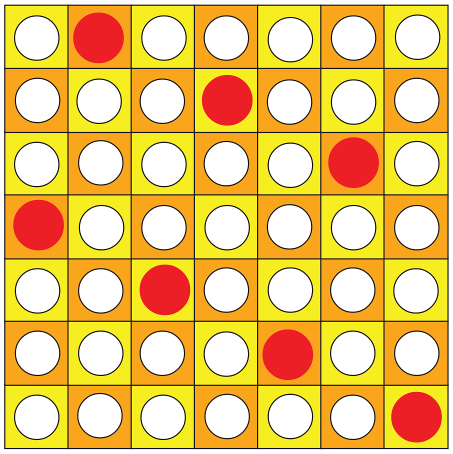
717 يوجد حلَّان مختلفان، أحدهما موضح أدناه.



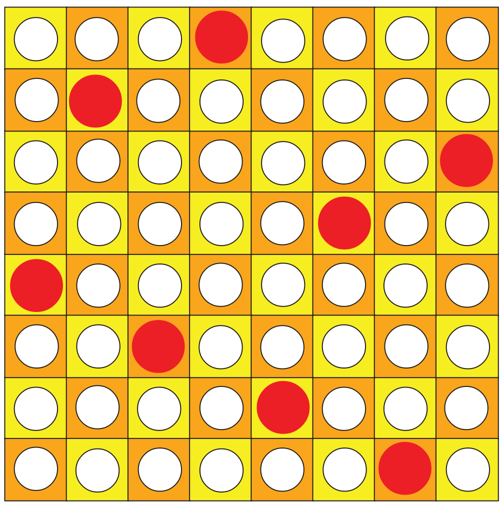
718 يوجد حل واحد فقط.



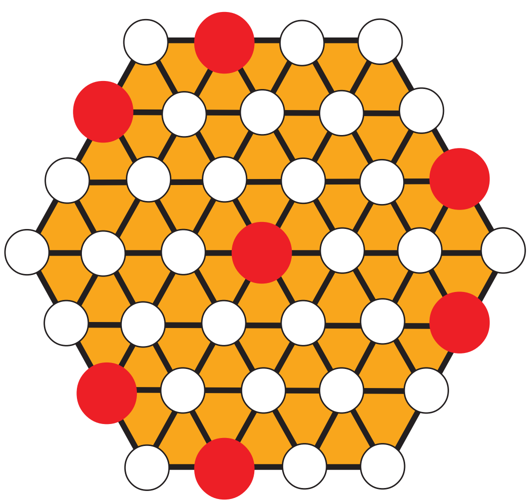
719 موضح هنا الحل المميز.



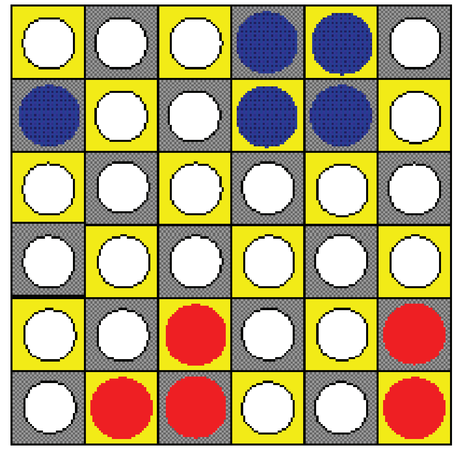
720 يوضح المخطط أدناه أحد الحلول الاثني عشر المختلفة، من دون حساب عمليات التدوير والانعكاسات.



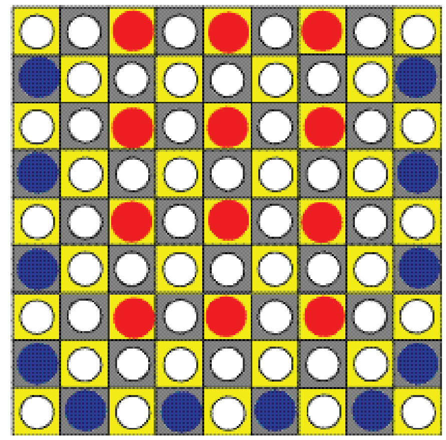
721 يظهر الرسم التوضيحي أدناه أحد الحلول الأربعة الممكنة.



722

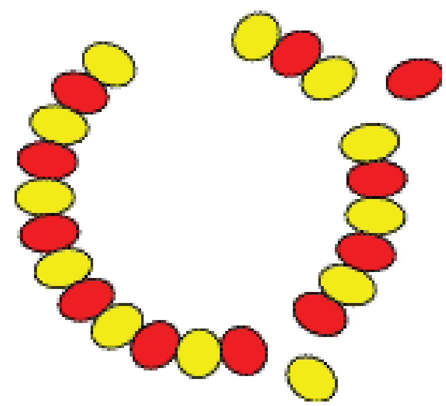


723

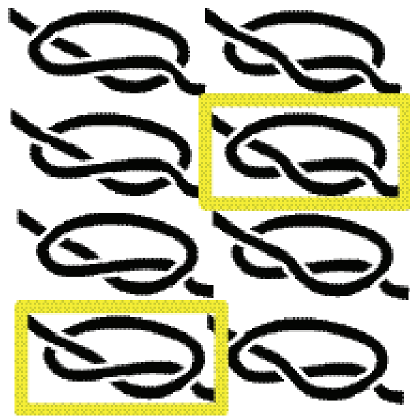


724 كل شكل فيما عدا الشكل الخماسي من الممكن تكوينه عن طريق قطع المكعب.

725 نحتاج إلى قطعين فقط، كما هو موضح، لتكوين خمسة أطوال هي: حبة خرز واحدة، ثلاث حبات خرز، ست حبات خرز ثم اثنتا عشرة حبة خرز. من هذه الأطوال الخمسة يمكننا تكوين قلائد بأطوال مختلفة تتكون من حبة خرز واحدة وحتى ثلاث وعشرين حبة خرز.

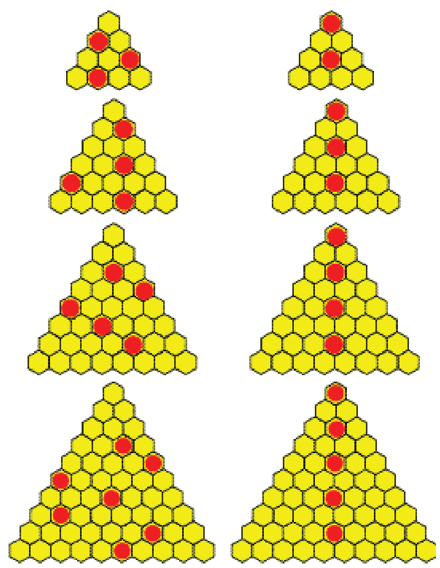


726 بالنسبة إلى النقاط الثلاثة لتقاطع الحبل التي تتداخل فيما بينها، فإنه يوجد ثمانية تكوينات مختلفة للحلقة. سوف يشكل اثنان منها فقط عقدة، كما هو مبين أدناه. ومن هذا المنطلق فإن الاحتمال هو 1/4.



727 سوف تُعقد حلقتان فقط إذا سُحب الخرطوم بشدة: جزء الخرطوم الموجود في أسفل اليمين وجزء الخرطوم الموجود على يسار الوسط.

728

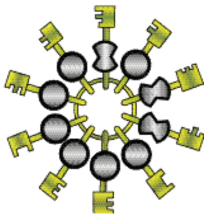


729 يمثل المكعبات المتصلة الأربعة وعشرون عقدةً بسيطة عادية.

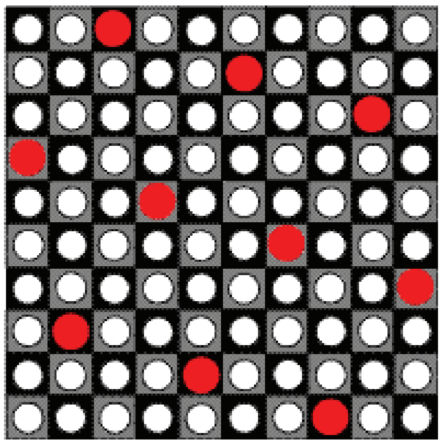
730 هناك حاجة إلى قصة واحدة فقط. إذا قمت بقص الحلقة الرابعة من اليسار، فسوف تنقسم السلسلة إلى أربعة أجزاء بأطوال 1، 1، 3، 6 حلقات، على التوالي. ومن الممكن أن تغطي هذه الأجزاء، بمفردها أو مجتمعة، الكميات المخصصة لكل يوم؛ على سبيل المثال، في اليوم الثالث، من الممكن أن يستعيد الحلقتين (1،1) ويعطيه الحلقات الثلاث (3).

732 المفتاح ينطق P_L_A_Y_T_H_I_N_K_S.

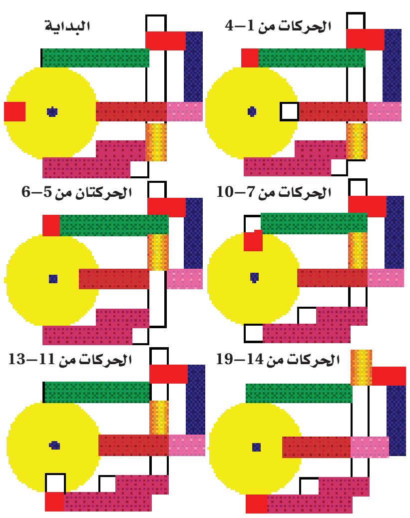
733 إذا أعدت تشكيل المفاتيح المميزة جميعًا بالطريقة نفسها، فسوف تحتاج إلى تمييز ثلاثة مقابض رئيسة. يجب تجميع مفتاحين مميزين معًا، بينما يفصل المفتاح الثالث بمسافة مفتاح واحد ذي مقبض غير مميز، وبهذه الطريقة يمكنك تحديد نقطة البداية؛ المفتاح المميز المفرد، والاتجاه الذي يمثله المفتاحان المميزان، ومنها يمكن تذكر التسلسل.



734 الحل بالنسبة إلى اللوحة 10 في 10 يعدُّ حلًّا فريدًا.

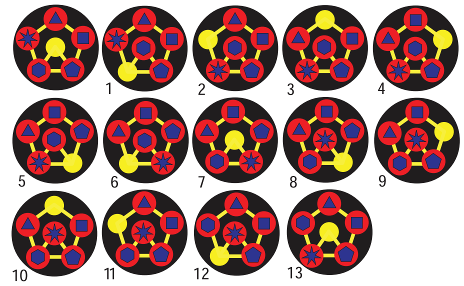


735 سوف يستغرق الأمر تسع عشرة حركة لإزالة المكبس.



736

يستغرق الأمر ثلاث عشرة حركة.



737

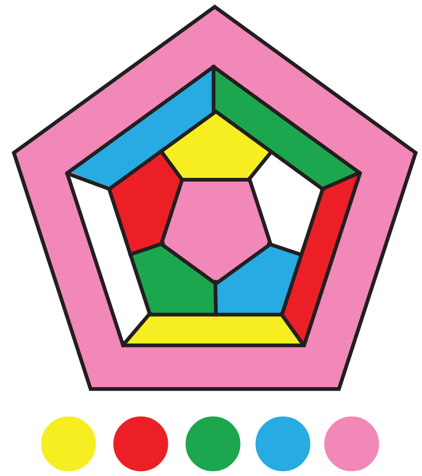
يستغرق الأمر عشرين حركة لإيصال الحيوانات كلها إلى أقفاصها المناسبة. وبوجه عام، يجب أن تقوم الحركات بإنشاء نظام دوري لحل اللغز بأقل عدد ممكن من الحركات.

738

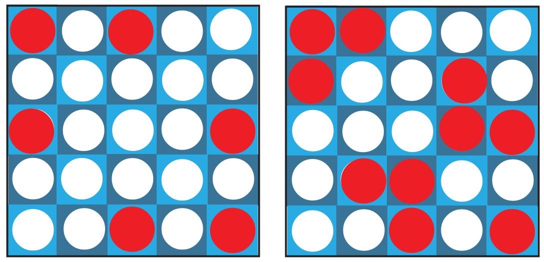


739

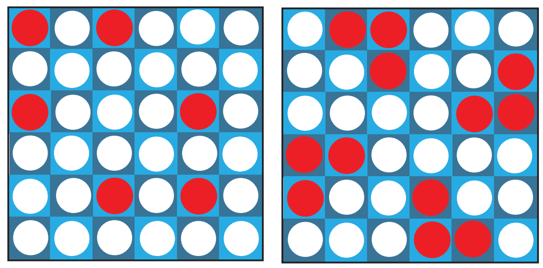
إن إستراتيجية فوز اللاعب الأقصى (Maxinizer) هي أن يلعب في وجه الشكل الاثني عشري المحرف قبالة موضع آخر حركة قام بها اللاعب الأدنى (Minimizer)، وأن يستخدم اللون نفسه الذي استخدمه. اللعبة أدناه، بدأت بأن ملأ اللاعب الأقصى الشكل الخماسي في الوسط، ثم اتبع الإستراتيجية المشار إليها، وكما يُلاحظ أن اللاعب فاز باللعبة؛ لأنه لا يمكن تلوين الجزأين الأبيضين بأي لون من الألوان الخمسة.



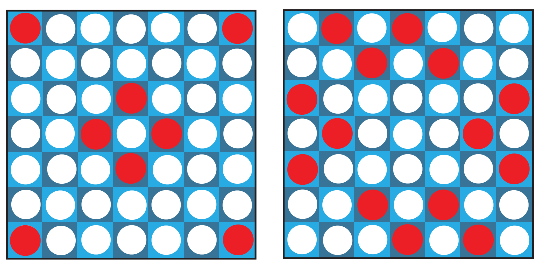
740



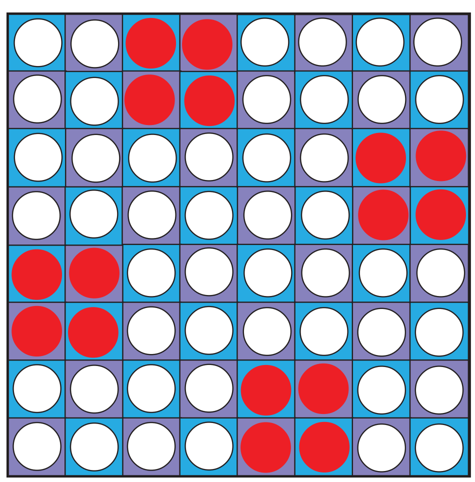
741



742



743



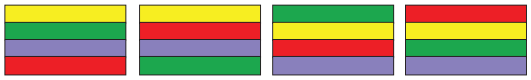
744

موضح هنا الطيات الثلاث المحتملة.



745

موضح هنا الطيات الأربع المحتملة.



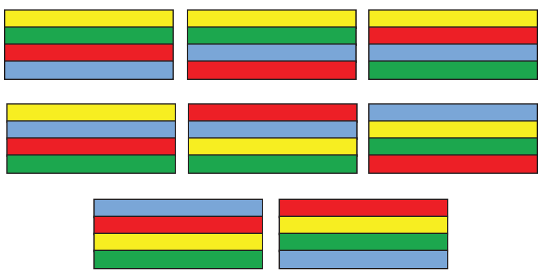
746

اتضح أنه من المستحيل تقريبًا ثني ورقة من ورق الصحف من المنتصف إلى أكثر من ثماني أو تسع مرات، مهما كانت كبيرة أو رقيقة الورقة.

في كل مرة تثني فيها الورقة، فإنك تقوم بمضاعفة عدد الصفحات في المجموع. وإن ثنية واحدة تصنع صفحتين، وثنيتين تصنع أربع صفحات. وسوف ينتج من تسع ثنيات حزمة من ورق الصحف سمكها 512 صفحة؛ تماثل حجم دليل هاتف صغير. ويمنع سمك الحزمة أي عملية ثني إضافية.

747

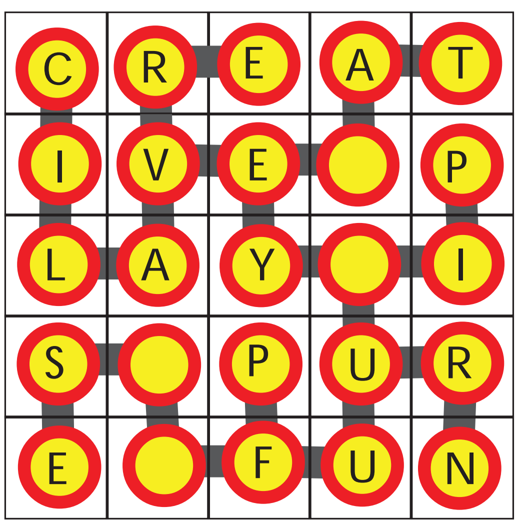
موضح بالأعلى الطيات الثمانية المحتملة.



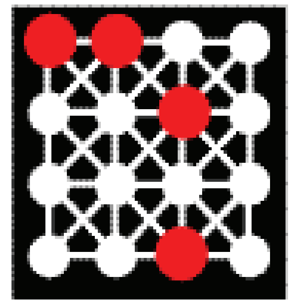
748

الرسالة هي «اللعب الإبداعي يعدُّ متعة خالصة».

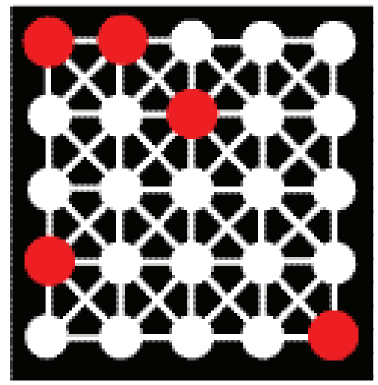
CREATIVE PLAY IS PURE FUN



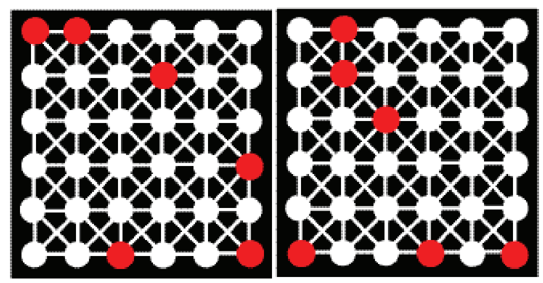
749 هذا أحد الحلول الستة عشر الممكنة.



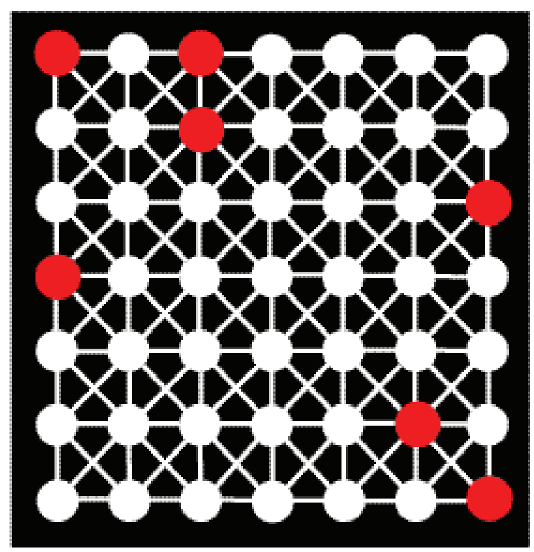
750 هذا أحد الحلول الثمانية والعشرين الممكنة.



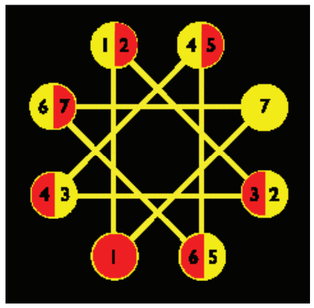
751 توجد فقط إجابتان محتملتان، وكل منهما موضح أدناه.



752 يوجد فقط حل واحد ممكن موضح أدناه، ولا يوجد أي حل للمصفوفة الأكبر من ذلك.



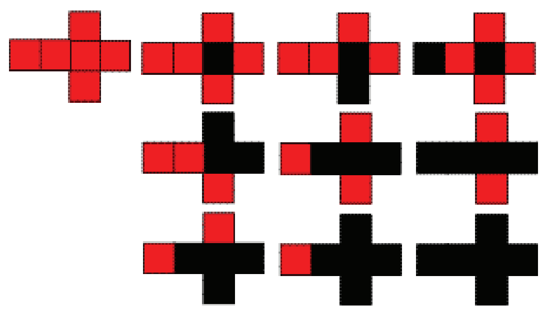
753 إن مفتاح الحل هو وضع كل عملة معدنية على دائرة متصلة بموضع البداية للعملة المعدنية السابقة لها. سيكون هناك دائمًا مسار واحد حر، وفقًا لهذه الإستراتيجية.



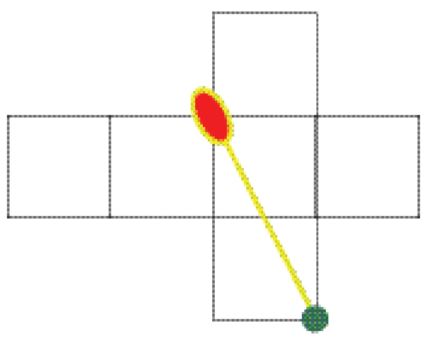
ويتضمن أسلوب المحاولة والخطأ بشكل أكثر ملء نجمة مكونة من سبع عملات معدنية ولعب اللغز في الاتجاه المعاكس، مع ملاحظة الحركات. ومن الممكن أن تتخيل أيضًا فك تشابكات النجم لتشكيل دائرة، من شأنها أن تمكنك من تصور الحل بسهولة.

يقدم هذا اللغز مقدمة (لحساب الساعة) ولأنظمة الأعداد اللامنتهية. من الممكن وصف مسار النجمة على أنه معيار 8 مع عملية ربط لـ 3+ (أو – 5)، بمعنى أن هناك ثماني نقاط متباعدة حول دائرة، وكل نقطة ثالثة تنضم لتشكل مسارًا واحدًا مستمرًا.

754 توجد عشر طرق مميزة.

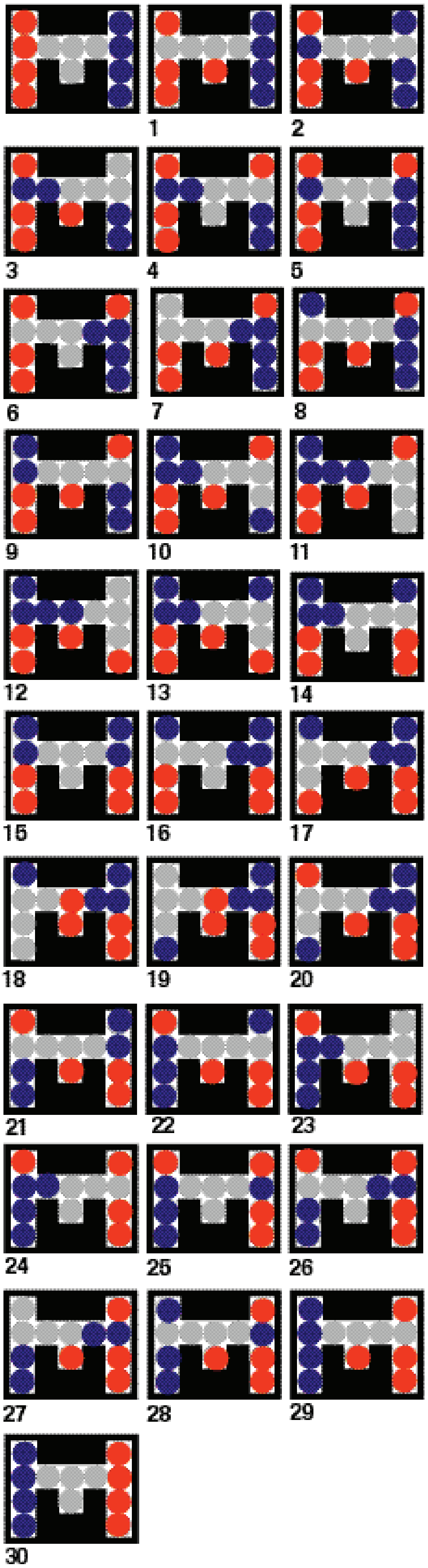


755 لن يتبع أقصر الطرق حافة المكعب. ولتصور أقصر طريق، تخيل أنه تم بسط وجوه المكعب، كما هو مبين أدناه. إذا رسمت خطًا مستقيمًا من الدعسوقة إلى حشرة المن، فسوف ترى أن أقصر طريق لا يمر من أسفل الحافة.



756 تفصل إحدى السلاسل الصغيرة إلى ثلاث حلقات منفصلة، ومن ثم يتم استخدامها لربط السلاسل الأربعة الأخرى.

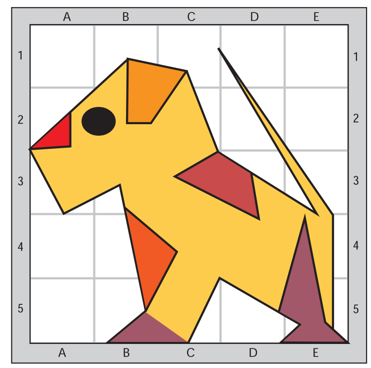
757 يمكن نقل السيارات بثلاثين حركة.



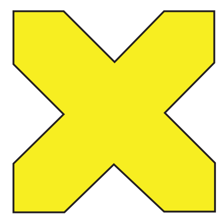
758 هل لاحظت أن الأرقام تحت كل مجموعة من الأقراص يبلغ مجموعها 15 و 24، على التوالي؟ تبين المتتالية عدد الحركات التي يجب أن تتم بالتتابع من قبل كل مجموعة لون محدد (على سبيل المثال، واحد من اللون الأحمر، اثنان من اللون الأزرق، ثلاثة من اللون الأحمر، ثلاثة من اللون الأزرق، ثلاثة من اللون الأحمر، اثنان من اللون الأزرق، واحد من اللون الأحمر). إذا تتبعت المتتالية، فسوف تتوصل إلى الحل (وإلا سوف يظل بعيد المنال) بأقل عدد ممكن من الحركات.

على سبيل المثال، يمكن حل اللغز الأول أولًا عن طريق تحريك القرص الأحمر في المركز، ثم يتبع بحركتين للأقراص الزرقاء، ثم ثلاث حركات للأقراص الحمراء، وهكذا. ونظرًا إلى القيود المفروضة على حركات الأقراص، فسوف تكون الحركات واضحة.

759

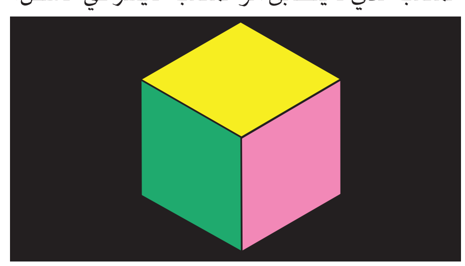


760



761 الأصفر والبرتقالي، الأحمر والأخضر، الوردي والأزرق.

762 المكعب الذي لا يتطابق هو المكعب الأيسر في الأسفل.



763 1. يوجد أربع وعشرون طريقة لوضع المكعب الأول. وفي أي من هذه الطرق، يمكن أن يكون المكعب الثاني في أحد الأماكن الأربعة. وفي أي مكان محدد، يمكن تحويل المكعب الثاني بإحدى الأربع والعشرين طريقة المختلفة؛ لذلك 24 × 4 × 24 = 2304 طريقة مختلفة.

2. طالما بقيت المكعَّبات في الترتيب نفسه، فإن الاختلافات المحتملة مع ثلاثة مكعَّبات هي ببساطة 24 × 24 × 24، أي 13824 طريقة مختلفة.

3. طالما حافظت المكعَّبات الثمانية على مواضعها النسبية ـ وتم حساب كل لفة مفردة لأحد وجوه المكعب على أنها اختلاف في النمط كله ـ فإن عدد الاختلافات هو 8 24 ، أي 110075314176.

إذن فمن العجيب أن يكون هناك الكثير من الألعاب الخاصة بالمكعب في السوق، مثل مكعب روبيك (Rubik's Cube) الذي يتضمن ستة وعشرين مكعبًا، قد ثبت أنه صعب للغاية.

764 هاربو ماركس (Harbo Marx) ممثل أمريكي قديم ومشهور.

765 للكشف عن الشكل الحقيقي للصور المشوهة، قم ببساطة بحمل الحافة الخارجية من الصفحة على بعد 15 سم تقريبًا من أنفك، وانظر إلى الصفحة من زاوية مائلة جدًّا. أغمض عينًا واحدة وسيكون كل شيء واضحًا.

766 جروتشو ماركس (Groucho Marx) ممثل أمريكي قديم ومشهور.

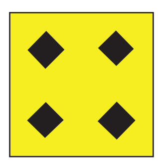
767 لن تملأ الأسطح الرباعية المنتظمة المساحةَ. وعند تجميع أربعة أهرامات لتحديد سطح رباعي أكبر، تكون المساحة في المنتصف مجسمًا ثمانيًّا منتظمًا؛

لذلك يتكون الهرم من أحد عشر مسطحًا رباعيًّا، وأربعة مجسمات ثمانية.

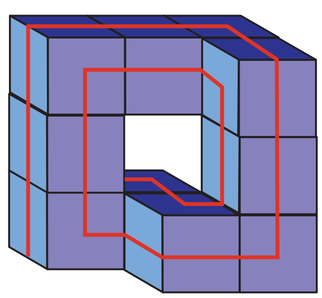
768 كما تعلمت من الألغاز السابقة، يمكن أن يؤدي الفحص البسيط في فهم إمكانية الحصول على شكل من شكل آخر، قم ببساطة بتبديل زوجين من الكتل حتى يتحقَّق النمط المطلوب، فإذا كان عدد التبديلات زوجية، فيمكن حل اللغز، وإذا كان عدد التبديلات فردية، فإنه من المستحيل حل هذا اللغز.

وبالنسبة إلى هذا اللغز، فإن الحل ممكن في ثلاثين حركة.

769



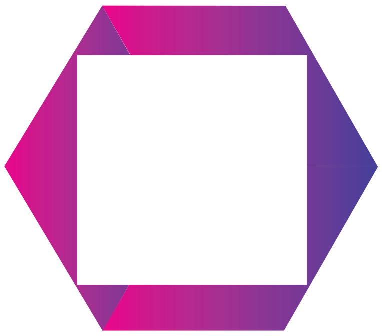
770 الحد الأدنى من الحلقات منشورية الجانب الواحد يتكون من عشر وحدات مكعبة.



771 الأرقام 2 و 3 و 4 و 5 و 10 متطابقة. والأرقام 7 و 8 و 9 متطابقة، لكن الرقم 1 والرقم 6 هما الرقمان المميزان.

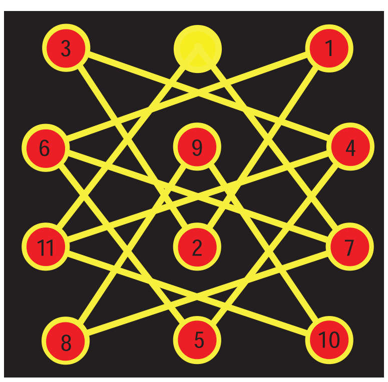
772 إذا كنت تحمل مكعبًا بحيث يتجه أحد جوانبه مباشرة نحوك، فإن أطرافه تشكل شكلًا سداسيًّا، ومن ثم يكون من الواضح أن المكعب به مساحة واسعة لحفرة مربعة أكبر قليلًا من وجوهه.

إذا كان للمكعب جوانب تتكون من وحدة واحدة، فمن الممكن حفر حفرة مربعة من خلاله، حيث تكون جوانبها 1.06 وحدة تقريبًا.



773
1. ثمانية وخمسون مكعبًا.
2. ثمانية عشر مكعبًا.
3. عشرون مكعبًا.
4. ستة وخمسون مكعبًا.
5. ثلاثة وثلاثون مكعبًا.
6. ثمانية عشر مكعبًا.
7. ثلاثون مكعبًا.
8. أربعون مكعبًا.

774



775 لحل هذه المسألة الصعبة بطريقة حديثة منظمة، يمكنك إنشاء جدول يظهر عدد المكعَّبات المختلفة الممكنة لكل مزيج من الألوان.

عدد الأركان الحمراء: 0 1 2 3 4 5 6 7 8

عدد الأركان الصفراء: 8 7 6 5 4 3 2 1 0

عدد المكعَّبات المختلفة: 1 1 3 3 7 3 3 1 1

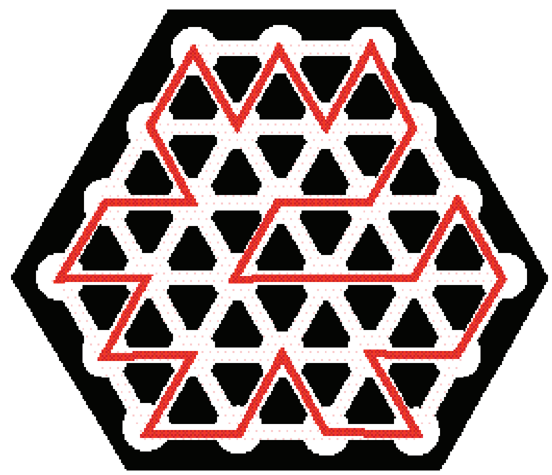
ولذلك، يكون هناك ثلاثة وعشرون مكعبًا مختلفًا ممكنًا.

776 الحلقة الخضراء.

777 فقط يمكن ثني الشبكات الصفراء، والخضراء، والبرتقالية لتتحول إلى مكعَّبات مكتملة.

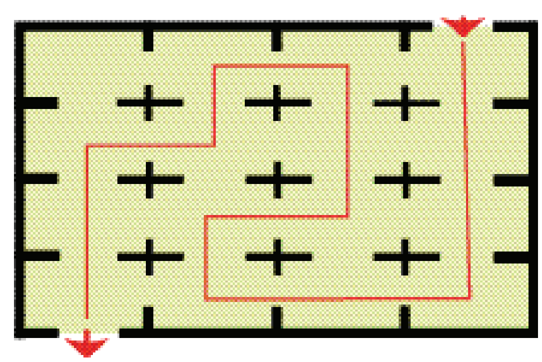
778 البرتقالي والأخضر، الأصفر والوردي، الأزرق والأحمر.

780



781 إن الشكل الرباعي الوجوه المقطع له سدس حجم الصندوق كله.

782 لا يوجد مسار؛ الإجابة الأفضل هي المسار الذي تُترك فيه غرفة واحدة من دون أن يمر الفأر بها.



783 لغز انزلاق الكتلة الشهير والقصة وراء ذلك.

إذا بذلت بعض الجهد في حل اللغز رقم (15—14)، ربما تصاب بخيبة أمل؛ لأنك لن تجد الجواب، لا تكن كذلك. فإن هذا اللغز الشهير الذي صممه سام لويد (Sam Loyd)، من المستحيل حله. عرف لويد هذا عندما قدم اللغز قبل نحو 120 عامًا؛ لذلك قدم 1000 دولار مكافأة لمن يبتكر الحل؛ وعليه فقد اكتسب هوسًا عالميًّا، والمثال الآخر على هذا الهوس العالمي كان ابتكار مكعب روبيك في عام 1980م.

إن تكوين لغز لويد رقم (15 ــ 14) يُعد واحدًا فقط من 600 بليون ترتيب محتمل من البلاطات المرقمة، ومثل لغز لويد، من المستحيل وضع نصفها في ترتيب متوالٍ، ومن الممكن بالتحقق مما إذا كان التكوين المحدد له حل. ببساطة قم بمبادلة بالبلاط المختلف الموقع، ثم احسب عدد التبديلات التي قمت بها، فإذا كان العدد زوجيًّا، فمن الممكن حله، وإذا كان العدد فرديًّا (كما هو الوضع في هذه الحالة) فلن يكون حله ممكنًا.

784 عن طريق اللعب بصورة صحيحة، فإن الشخص الثاني سوف يفوز دائمًا. إذا حصل اللاعب الأول على نحلة واحدة، فإن اللاعب الثاني يحصل على نحلتين على الجانب المقابل بالضبط لزهرة الأقحوان. إذا حصل اللاعب الأول على نحلتين، فإن اللاعب الثاني يحصل على نحلة واحدة، مرة أخرى على الجانب المقابل لزهرة الأقحوان. وفي كلتا الحالتين، فإن هذا يترك مجموعتين متساويتين من النحل يتم وضعهما بصورة متناظرة حول زهرة الأقحوان. وكل ما على اللاعب الثاني أن يفعله الآن هو الحفاظ على اثنين من الأنماط المتناظرة لبقية اللعبة، ولن يخسر أبدًا.

الفصل 12 الحلول

785 من الناحية النظرية، فإن قطار الجاذبية سوف يعمل كما هو مخطط له، وبصورة مثيرة للاهتمام بما فيه الكفاية، فإن كل رحلة سوف تستغرق الوقت نفسه — قرابة اثنتين وأربعين دقيقة. في الواقع، إذا كانت الأرض جوفاء، فإن أي شيء يسقط من خلال الأرض سوف يصل إلى الجانب الآخر فقط في اثنتين وأربعين دقيقة كذلك.

بالطبع، فإن الأرض ليست جوفاء، ولا يمكن تجاهل الاحتكاك ومقاومة الهواء.

786 أقل مما هو على سطح الأرض، حتى لو كنت أقرب إلى مركز كتلة الأرض، فإنه يوجد هناك ما يكفي من الكتلة فوقك لإلغاء تأثير بعض من الكتلة الموجودة تحتك.

787 إن وزنك هو مقياس لمدى جاذبية كتلة الأرض لجسمك، وكلما كنت أقرب إلى مركز كتلة الأرض، شعرت أكثر بقوة جذبها لك.

بسبب بروز الأرض؛ وعليه؛ فإنك ستزن أقل بمقدار 0.5% عند خط الاستواء مما عليه وزنك عند القطبين.

788 نعم، الوزن هو حجم نسبي، فقد يتغير وزنك من كوكب إلى كوكب آخر، ولكن سيكون الميزان الزنبركي دائمًا قادرًا على قياس هذا الوزن؛ حتى ولو كان وزنك في الغالب (صفرًا).

789 لا؛ إن جاذبية سطح القمر تعادل سدس جاذبية سطح الأرض؛ لذلك فإن رواد الفضاء على سطح القمر سوف يكون وزنهم هو فقط $^1/_6$ وزنهم على سطح الأرض.

790 ابتكر فكرة هذه التجربة ألبرت أينشتاين (Albert Einstein)، وأوضح مبدأ التكافؤ: إن تأثير السكون في مجال الجاذبية هو التأثير نفسه للسكون في نظام متسارع.

إذا كنت في صاروخ متسارع كما هو موصوف، فسوف تشعر بجذب باتجاه الأرضية بالقوة نفسها — وتشاهد الأشياء تسقط بالسرعة نفسها — كما لو كنت في حجرة على سطح الأرض، على الرغم من أن الأرضية هي التي ترتفع حقيقة إلى أعلى لمقابلة الأشياء.

وفي غياب المعلومات الأخرى، يصبح من المستحيل معرفة ما إذا كنت على سطح الأرض أو في صاروخ متسارع.

791 يخبرنا الحس السليم أن الأجسام الثقيلة يجب أن تسرع بصورة أسرع من الأجسام الأخف منها، ولكن أثبت العلم التجريبي أن هذا ليس صحيحًا.

قانون نيوتن الثاني للحركة يوضح أن السرعة تتناسب طرديًّا مع القوة (الوزن في هذه الحالة)، وتتناسب عكسيًّا مع الكتلة. ويمكن كتابة المعادلة على النحو الآتي:

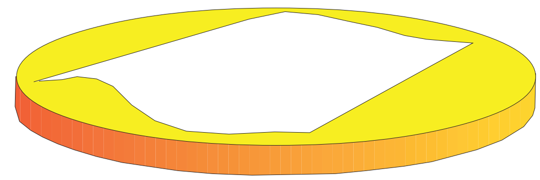
$$a = f/m$$

حيث إن a هي السرعة، و f هي القوة، و m هي الكتلة.

إن مقاومة الحركة بسبب الكتلة يطلق عليه القصور الذاتي (inertia)، ومن هذا المنطلق حتى ولو كانت حجرة كبيرة ربما تزن 100 مرة أكثر من صخرة صغيرة، فإن لها كتلة 100 مرة أكثر (وقصور ذاتي)، ومن ثم يمكن إلغاء هذين العاملين.

وبوجه عام ومع تجاهل مقاومة الهواء، فإن تسارع كل جسم ساقط بالقرب من سطح البحر هو 32 قدمًا في الثانية/الثانية.

792 لحذف الاختلاف في مقاومة الهواء، ضع قصاصة من الورق على رأس العملة المعدنية. ثم أسقط العملة المعدنية، مع إعطائها دورانًا خفيفًا للحفاظ عليها في وضع أفقي في أثناء السقوط. عندها يجب أن تقع العملة المعدنية والورقة معًا.



793 يمكن أن يتحقق الحصول على الوزن لمدة تصل إلى دقيقة في طائرة تحلق في مسار هوائي إهليجي يتم التحكم فيه. يقود الطيار الطائرة حتى تتبع مسار السقوط الحر؛ لأن كل جسم في الطائرة ــ بما في ذلك الطائرة نفسها ــ تسقط بالمعدل نفسه، والتأثير يكون محاكاة لتأثير انعدام الوزن.

794 إن الكتاب الذي في الأسفل من المحتمل أن يبقى في مكانه، ولكن الكتاب الذي في الأعلى سوف يتحرك مع الكتاب الذي تسحبه.

والسبب هو قوة الاحتكاك؛ تتناسب قوة الاحتكاك مع القوة الطبيعية (أو العمودية)، والقوة الطبيعية تساوي مقدار ضغط الجسم على السطح إلى أسفل. إن القوة الطبيعية على الكتاب أسفل الكتاب الذي تسحبه تساوي ليس وزن هذا الكتاب فقط، ولكن أيضًا كلا الكتابين اللذين فوقه. إن قوة الاحتكاك بين هذا الكتاب والكتاب الأسفل منه تكون أكبر من قوة الاحتكاك بين الكتاب والكتاب الذي ينزلق من فوقه (بمعنى الكتاب الذي تقوم بسحبه)؛ لذلك فإن الكتاب يميل إلى البقاء كما هو.

795 التفاح الأكبر والأثقل سوف يرتفع إلى الأعلى.

الترتيب الذي يعدُّ الأكثر استقرارًا هو الترتيب الذي يكون فيه التفاح الأكثر كثافة في الأسفل، فكلما كان الجسم صغيرًا، كان من المحتمل أن يجد حيزًا للسقوط في مكان منخفض، ومن هذا المنطلق، ففي مجموعة من التفاح المختلط، فإن التفاح الأصغر يمكن أن يتجمع بصورة أكثر كثافة من التفاح الكبير وفي النهاية سوف يسقط إلى الأسفل.

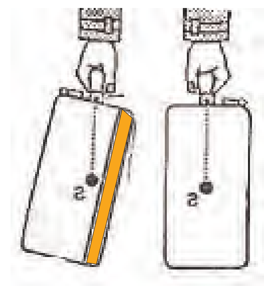
796 عندما أسحب الخيط من الأسفل ببطء وبثبات، فإن الجزء العلوي من الخيط لابد أن يتحمل كلًّا من وزن الكتاب وقوة الشد. والتوتر عليه يكون أكبر من التوتر على النصف السفلي؛ ولذلك فإن الخيط العلوي سوف ينقطع أولًا.

إذا سحبت مع رعشة حادة، عندئذٍ يأتي دور القصور الذاتي، يتأثر الكتاب قليلًا بالرعشة في البداية؛ وعليه فإن قوة الرعشة لا تنتقل إلى الخيط العلوي، ومن هذا المنطلق يكون التوتر أكبر على الخيط السفلي وينقطع أولًا.

797 سواء أكانت كبيرة أم صغيرة، فإن الكرات المعبأة سوف تشغل قرابة 0.5235 متر مكعب بالنسبة إلى كل متر مكعب من المساحة المعبأة فيها، وهذا لا علاقة له بحجم الكرة، طالما كان نصف القطر صغيرًا بالنسبة إلى حجم الصندوق.

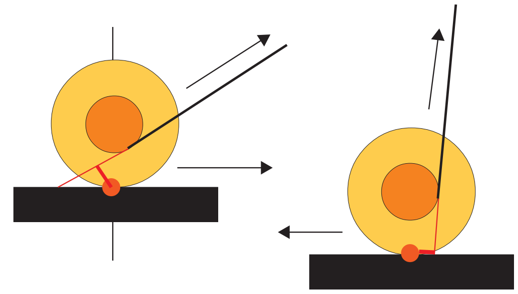
على الرغم من أن كل فراغ يعدُّ أصغر بالنسبة إلى الكرات الصغيرة المعبأة بإحكام، فيوجد هناك المزيد من الفراغات بصورة تامة. كل صندوق سوف يزن الوزن نفسه.

798 إن القاع غير الحقيقي المملوء بأشياء ثقيلة سوف يؤثر بصورة ملحوظة في وسط كتلة الحقيبة، وهذا سوف يجعل الحقيبة معلقة على زاوية حادة، كما هو موضح بالشكل.

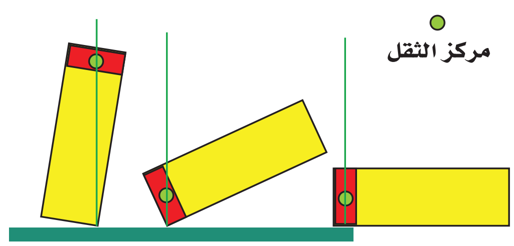


799 سوف تقوم وزنة واحدة بهذا، فهو يحتاج ببساطة إلى وضع كرة حمراء واحدة، وكرتين باللون الأزرق، وثلاث كرات خضراء اللون، وأربع كرات صفراء اللون، وخمس كرات برتقالية اللون على المقياس. إذا كان الأحمر هو لون الكرات الفردية، فسوف يكون الوزن 1510 جرامات، وإذا كان الأزرق هو اللون فسوف يكون الوزن 1520، وهكذا.

800 إذا سحبت إلى الأعلى بزاوية حادة، سيتم إنشاء عزم ينقل البكرة بعيدًا عنك، أما إذا سحبت بدلًا من ذلك بزاوية أكثر ميلًا، فسيتم إنشاء عزم معاكس، وسوف تدور البكرة في اتجاهك.

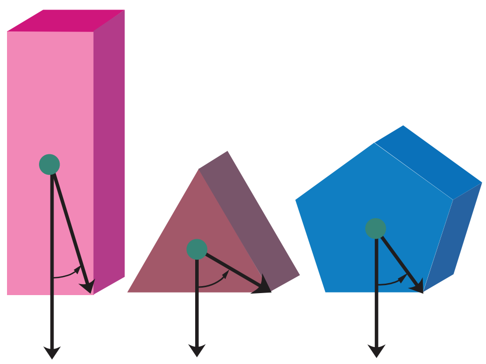


801 يتم تثبيت وزن ثقيل جدًّا في الطرف الأحمر من الصندوق. كما هو موضح في الرسم، فإن مثل هذا الوزن يؤثر بصورة كبيرة في أوضاع الصندوق.



802 تزن السمكة فعلًا 50 كجم. كل طرف من الحبل يسحب إلى أسفل على زنبرك بالقوة نفسها؛ لذلك توزَن اثنتان من (سمك المارلن) في نموذج الإعداد كما هو مبين في الرسم التوضيحي: سمك المارلن الحقيقية ترتبط بإحدى نهايات الحبل، والقيد على متن السفينة يرتبط بالطرف الثاني. إن القيد على متن السفينة قد يكون سمكة وهمية، ولكن القوة التي تمارسها على الميزان تكون حقيقية. وللحصول على وزن دقيق، يجب على الصياد أن يربط السمكة مباشرة على الميزان.

803 الشكل المثلثي هو الشكل الذي تكون فيه الزاوية (كما يتم قياسها من منتصف الجاذبية) هي الأكبر بين قوة الجاذبية والنقطة التي سيدور حولها الشكل، وهذا يعني أيضًا أنه الشكل الأكثر استقرارًا.



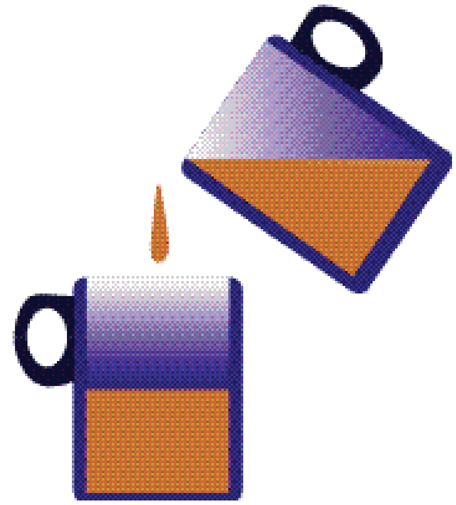
804 ستمنع قوة الاحتكاك دائمًا العصا من السقوط. إن الإصبع الأبعد عن مركز جاذبية العصا يتحمل وزنًا أخف، ويتعرض لقوة احتكاك أقل؛ لذلك يتحرك هذا الإصبع أولًا. وبينما يقترب الإصبع من المركز، يتم حمل وزن أكثر فأكثر حتى يصبح معامل الاحتكاك الحركي بين الدعامة والإصبع أكبر من الاحتكاك الساكن بين العصا والإصبع الآخر. عند هذه النقطة يتوقف الإصبع الأول ويبدأ الإصبع الثاني في الانزلاق. تنزلق العصا أولًا على إصبع واحد، ثم تنزلق على الإصبع الثاني، ويتم التبادل ذهابًا وإيابًا بين الإصبعين حتى يتقابلا عند مركز جاذبية العصا.

بدءًا من المنتصف، يتحمل الإصبع الذي يتحرك أولًا وزنًا أقل، ويستمر في تحمل أقل وزن في أثناء الحركة، ولن تكون هناك حركة تبادلية في هذه الحالة.

805 إذا علّقت أوزان 50 أو 100 كجم على خطاف، فلن يتغير شيء وسيستمر الميزان في قراءة 100 كجم. وسيقل توتر الحبل عند وضع وزن أكثر على الخطاف، ويصبح صفرًا عند إضافة وزن 100 كجم.

عندما يوضع أكثر من 100 كجم على الخطاف، يصبح الحبل ساكنًا، وسوف تكون القراءات على المقياس مساوية للأوزان المعلقة، بمعنى أنه بالنسبة إلى وزن 150 كيلو جرامًا، فإن الميزان سوف يقرأ 150 كجم.

806



807

الـوزن يكون نفسـه في كلتا الحالتيـن. يعتمد الوزن على كتلة الزجاجة ومحتوياتها، وهذا لا يتغير. عندما يطير الذبـاب فـي الهـواء، ينتقـل وزنـه إلـى الزجاجة عـن طريـق تيارات الهواء، وبخاصة التيار النازل الناجم عن حركة الأجنحة.

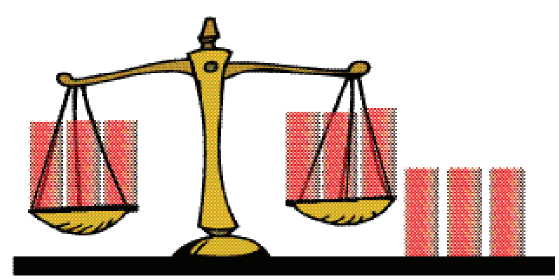
808

أولًا، قس قطـر قـاع الزجاجـة، ونصِّـف ذلـك، وربِّـع الإجابـة، واضـرب هـذا الرقـم فـي 3.14159؛ وذلـك لتحصل على مساحة القاعدة.

ثم قس ارتفاع السائل، واقلب الزجاجة رأسًا على عقب، وقس ارتفاع الهـواء. أضـف هـذه الأرقـام معًـا، واضـرب المجمـوع فـي القاعدة لتحصل على حجم الزجاجة كلها.

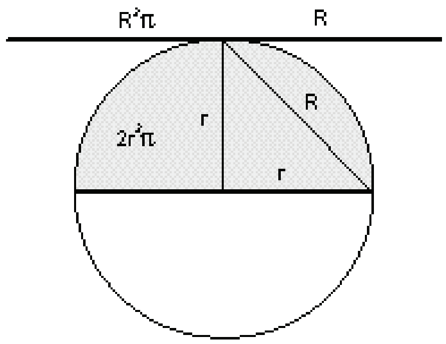
809

زن ثلاثة طرود في مقابل ثلاثة أخرى. إذا كان هناك جانب أثقل مـن الجـانب الآخـر، فلابـد أن يحتـوي أحدهمـا على الخاتم. إذا تسـاوى الجانبان، فيجب أن يكون الخاتم فـي الطـرود الثلاثة التي لم يتـم وزنها. من مجموعـة الثلاثة طرود التـي تحتـوي علـى الخاتـم، زن كل طـرد في مقابـل الآخـر. والأثقل من بينهما سـوف يكون الخاتم فيه، وإذا كانا متسـاويين، فسـيكون الخاتم في الطرد الذي لم يوزن.

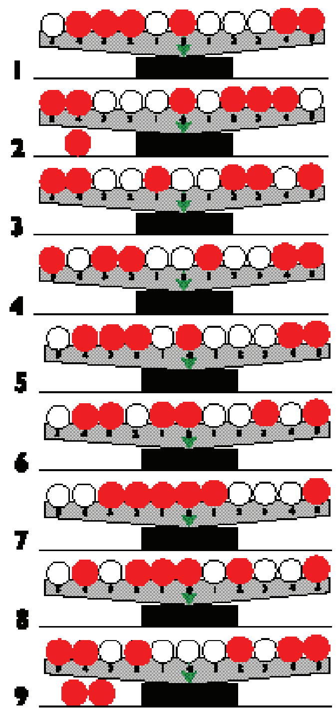


810

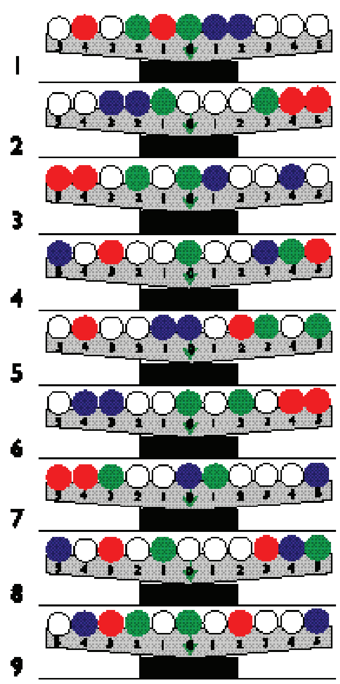
كلا المساحتين متطابقتان.



811



812

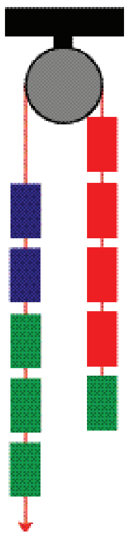


813

القاعدة هي أن الأجسام ذات مركز الجاذبية المنخفض هي الأكثر ثباتًا بالنسبة إلى التوازن الساكن. إن اتزان عصـاة يعدُّ موقفًا أكثر حيوية، حيث يتحرك الإصبع باستمرار من أجل البقاء تحت مركز جاذبية العصا. إن العصا الطويلة لها لحظة كبيـرة من القصور الذاتي (خاصية الجسـم فـي مقاومة الدوران). وبسـبب هـذه المقاومة للدوران، سـوف ينتقل مركـز جاذبية العصا ببطء، ما يتيح لك الوقت لتحريك إصبعك إلى الوراء تحت المركز. الأجسام القصيرة لها لحظات قصور ذاتي أصغر، ويمكن أن تنقلب بسرعة أكبر مما تستطيع أنت الاستجابة لها.

814

الجانـب الأيسـر مـن البكـرة يكـون أثقـل عـن طريـق الفـرق بيـن وزن الجانب الأحمر ووزن الجانب الأخضر.

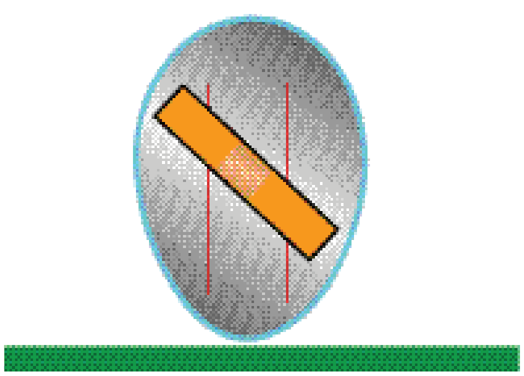


815

يصـل صنبـور الإناء الأصفـر إلى حافتـه، ومن ثم فمن الممكـن أن يتم ملـؤه بصورة تامة. إن الإنـاء الأخضر، بينما هو أطول، له صنبور أقصر، ومن ثم فمن المحتمل أن يتم ملؤه بصورة جزئية فقط؛ لذلك فإن الإناء الأصفر سيحمل ماءً أكثر.

816

يعـدُّ الهيـكل الداخلـي المبتكـر، كما هـو موضـح أدناه، بسـيطًا جدًّا، تُغمر أسطوانة صغيرة مملوءة بسائل لزج جـدًّا فـي بيضة بزاوية مائلـة. تحتوي الأسـطوانة أيضًا على مكبس صغير ولكنه ثقيل، وسوف يتحرك ببطء شديد من خلال السائل ــ يأخذ قرابة سبعين ثانية للانتقال من طرف الأسطوانة إلى الطرف الآخر. ويكون المكبـس ثقيلًا بما يكفي ليجعل البيضة في وضع عدم تـوازن مـا عدا فـي أثنـاء منتصـف عبوره. حيـث ــ لمدة عشـر ثوانٍ تقريبًا ــ تصبح البيضة في وضع توازن عند طرفها المدبب.



817 ابدأ جهازي ضبط الوقت في وقت واحد، عندما ينتهي مؤقت الدقائق الثلاث، اقلبه بسرعة. عندما ينتهي مؤقت الدقائق الأربع، اقلب مؤقت الدقائق الثلاث مرة أخرى، سيكون هناك دقيقة واحدة رملية متبقية ليتم إضافتها إلى الأربع دقائق لجعلها خمس دقائق كاملة.

818 عند اكتشاف هذا التناقض لأول مرة، كانت التفسيرات المعقدة متقدمة لحساب سلوك هذه الساعة الرملية (Hourglass). ولكن عملها كان بسيطًا للغاية.

عند قلب الأسطوانة، مركز الثقل أعلى الساعة الرملية يجعل الرمل يتساقط، والطفو يساعد الوتد الزجاجي المتقابل على جانبي الأسطوانة. يثبت الاحتكاك بين الزجاج وزجاج الساعة الرملية في مكانها حتى يمر ما يكفي من الرمال إلى الجزء السفلي لإسقاط مركز الثقل. عندها فقط سوف تتحرر الساعة الرملية وترتفع إلى الأعلى.

819 لن تكون الكرات الأثقل بطيئة السرعة كما على السطح الخشن؛ لذلك ستتجمع الكرات الأثقل في الجزء الأبعد من الأنبوب المائل، وستتجمع الأخف وزنًا في الجزء الأقرب من الأنبوب المائل.

820 في اتجاه عقارب الساعة.

821 كلا البرغيين لن يتحركا بالنسبة إلى بعضهما.

822 في اتجاه عقارب الساعة.

823 في اتجاه عقارب الساعة.

824 كلا السحابين سيتحركان إلى أعلى.

825 إلى اليسار.

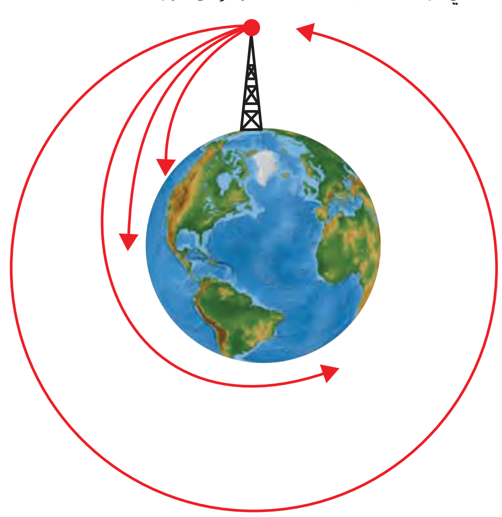
826 بعد دورة وربع الدورة باتجاه عقارب الساعة للترس في أقصى اليسار، فإن لفظ الحروف سيكون ليوناردو (LEONARDO).

827 إذا رميت قرصك البلاستيكي بميل حقيقي، سينتقل على طول الطريق حول الأرض من دون أن يسقط؛ لأنه ليس هناك أي احتكاك من الهواء، وسيستمر في المدار من دون أي حاجة إلى دفع إضافي، وسيصبح قمرًا صناعيًا.

إن القمر وأقمار الاتصالات الصناعية تدور حول الأرض بالطريقة نفسها التي تدور بها الكواكب حول الشمس.

درس إسحق نيوتن المسارات التي تتخذها الأشياء في رحلة البالستية، والنظرية مفادها أنه إذا أطلقت قذيفة بالتوازي مع الأفق مع قوة كبيرة بما فيه الكفاية بارتفاع كبير بما فيه الكفاية، فيمكن أن يتخذ مسارًا من شأنه أن يتناسب مع انحناء الأرض؛ فهذا المسار يأخذ الأشياء تمامًا حول الأرض، إذا تجاهلنا عوامل مثل مقاومة الهواء.

لذا، كان نيوتن أول من وصف الكيفية التي يمكن بها أطلاق قمر صناعي، وقد احتاجت هذه الفكرة إلى قرون لتحقيقها.

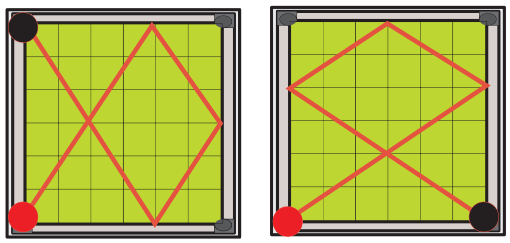


828 سيكون السقوط العمودي الرشة (من مسار الخط المستقيم)، والسقوط العمودي للقرد مثله تمامًا. ومهما كانت سرعة الرشة، فستصيب القرد.

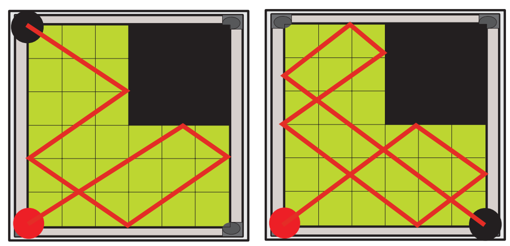
829 تحير الكثير من الناس في هذا اللغز ومحاولة لتلخيص سلسلة لا نهاية لها مباشرة من الرياضيات المتقدمة. ولكن الجواب بسيط: يحتاج الرجلان إلى ساعة واحدة من الركض (سرعتهما 5 كم/ساعة) فقط ليتقابلا، وهذا يعني أن الذبابة قطعت مسافة 10 كم خلال هذه الساعة (سرعتها 10 كم/ساعة).

في كتابه الرائع، **السفر عبر الزمن وغيره من ألغاز الرياضيات**، يروي مارتن جاردنر (Martin Gardner) قصة عن عالم الرياضيات المجري جون فون نيومان (John Von Neumann) الذي سئل عن هذا اللغز في حفلة، وقدم نيومان الإجابة الصحيحة في لحظة، أصيب الشخص الذي طرح السؤال بخيبة أمل؛ لأنه كان يأمل أن يلجأ إلى حسابات معقدة.

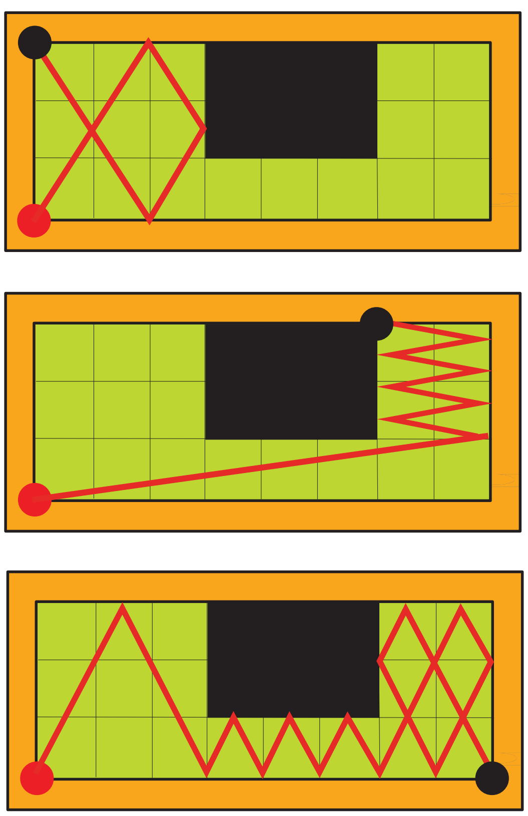
830



831

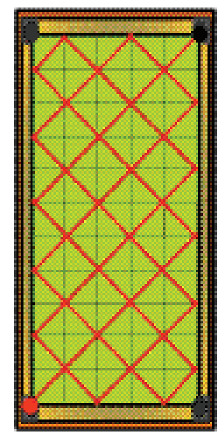


832

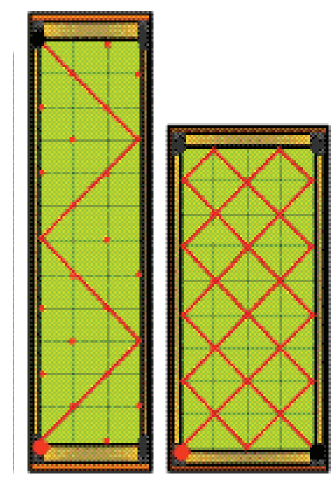


833 إذا كان لنا أن نسدد الكرة في الركن بزاوية 45 درجة، فسوف تهبط في واحدة من الأركان الثلاثة الأخرى بعد عدد محدود من الارتدادات، لمعرفة أي الأركان، لوِّن نقطة البداية وكل نقطة تقاطع أخرى من الشبكة المتحدة. في الجداول الثلاثة الأولى، سوف يملأ واحد فقط من الأركان الأخرى في إشارة إلى أن هذا الركن هو الذي ستحط به الكرة في نهاية المطاف. إذا امتلأت الجيوب جميعها، ضاعف حجم المربعات الموحدة، وكرر هذه العملية.

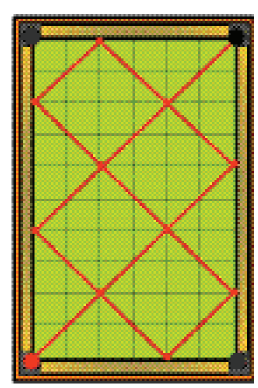
بوجه عام، إذا كانت أبعاد الجدول (فردية_فردية)، فستنتهي الكرة في الزاوية الأخرى، وإذا كانت الأبعاد (زوجية_فردية)، فسوف ينتهي على الجهة التي بدأت الكرة منها. إذا كانت الأبعاد (زوجية_زوجية)، اقسم على 2، واستمر إلى أن يصبح أحد الأبعاد فرديًّا.



فردي - فردي



فردي- زوجي



زوجي - زوجي

834 ستصل أولًا العجلة ذات الثقل في المركز؛ وذلك لأن الثقل يكون في المركز، فإنها لن تقاوم الدوران بقدر الثقل الموضوع بالقرب من الحافة، وهذا يعني أن العجلة ستسرع أكثر من ذلك بكثير، ولكن العجلة التي لديها ثقل بالقرب من الخارج، على الرغم من أنه لا تزيد سرعتها بصورة سريعة، ولن تبطئ بصورة سريعة أيضًا: فإنها سوف تدور أطول من العجلة الأخرى.

835 القنبلة سوف تتبع القطع المكافئ (مسار 3). المكون الرأسي هو مثل السقوط الحر (مسار 1)، ولكن أيضًا تأخذ القنبلة الحركة الأفقية المنقولة بوساطة الطائرة. وحيث تسارع الحركة العمودية، فإن المنحنى يصبح أكثر حدة، كما هي الحال في مسار 3، وليس أقل عمقًا، كما هي الحال في مسار (2).

836 يجب أن يرمي مازن القرص البلاستيكي الهوائي إلى الخلف، بحيث يجب على الكلب الركض مسافة إضافية، ويمشي مازن مسافة ليسترد القرص البلاستيكي الهوائي.

837 نجحت الخدعة؛ هناك أكثر من الجاذبية تؤثر في الدلو: الذراع الساقطة من السلم لها مركز كتلته بالقرب من النقطة المحورية بسبب الوزن الثقيل. عزم الدوران الناتج المتسبب في نهاية الذراع لتنزل أسرع من السقوط الحر. طالما يهبط الدلو في خط هبوط كرة البولينج، فإن الكرة ستهبط في الدلو.

838 يتقدم الضفدع مترًا واحدًا في اليوم، وبعد سبعة عشر يومًا كاملة يبقى للضفدع عن المخرج 3 أمتار، عندها يخرج الضفدع في اليوم الثامن عشر إلى السطح.

839 ستصل الكرات إلى المحيط في وقت واحد.

تعمل الجاذبية على أي كرة معطاة في الاتجاه الذي لها فيه حرية التحرك. يمكن حل القوة إلى عنصرين: أحدهما موازٍ للوتر والآخر عمودي على الوتر. القوة التي تسحب الكرة على طول الوتر تدور إلى أن تكون متناسبة مع طول ذلك الوتر؛ ولذلك فإن وقت النقل أسفل وتر واحد يكون هو نفسه تحت أي وتر آخر.

حثت هذه التجربة أحد اكتشافات جاليليو (Galileo): إذا تم تحرير الكرات في وقت واحد من أعلى نقطة في الدائرة العمودية على طول نصف الوتر، فإن الكرات كلها تصل إلى محيط الدائرة في الوقت نفسه.

أثبتت نظرية جاليليو أن الوقت من أصل طول أي وتر من أعلى إلى محيط الدائرة يكون مستقلًّا عن ميلها.

840 يجب إسقاط الزجاجة من ارتفاع أربعة أضعاف الدور الثاني.

مضاعفة الارتفاع تبدو كافية بصورة حدسية، ولكن لمضاعفة السرعة، لا بد من مضاعفة وقت السقوط، ما يعني أن أربعة أضعاف الطاقة الكامنة يجب أن يوضع داخل النظام.

841 لا يمكن للجسر أن يدعم المهرج؛ ينص قانون نيوتن الثالث للحركة على أن لكل فعل رد فعل مساوٍ له في المقدار ومعاكس له في الاتجاه. يطبق هذا المهرج القوة لرفع الحلقات في الهواء؛ هذه القوة أكبر من وزن الحلقات؛ لذلك هذة القوة بالإضافة إلى وزن مهرج والحلقة الأخرى، كسرت الجسر.

842 سيظهر البندول متأرجحًا في مسار بيضوي الشكل ثلاثي الأبعاد عكس عقارب الساعة، لكن إذا عُكست العدسات، فسوف يظهر البندول متأرجحًا في اتجاه عقارب الساعة.

تبين الخدعة كيف تؤثر شدة الضوء في المسافة والعمق. وتنقل الشبكية الصور المظلمة إلى الدماغ ببطء أكثر من الصور المضيئة، وهذا لا علاقة له بسرعة الضوء التي هي ثابتة. ومن المسلم به أن الصورة المرئية من خلال العدسة الداكنة تعد أبطأ جزء من الثانية من الصورة المضيئة.

عندما يحصل الدماغ على صورتين من البندول في مواضع مختلفة قليلًا في الوقت نفسه، ترى لها تجسيمًا، وتنشئ خيالًا عميقًا حال عدم وجودها. والتأثر الأعظم لها في منتصف التأرجح، وعندما يكون البندول في أسرع حالة، وذلك لأن الفرق بين الصورتين في تلك المرحلة يكون أعظم.

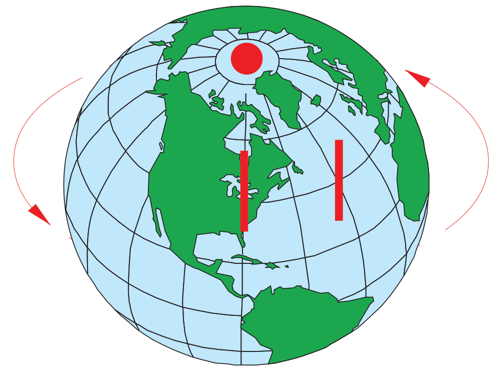
843 سوف ترتد الكرة الصغيرة ما يقرب من تسعة أضعاف الارتفاع الأصلي.

يعمل هذا بسبب القوة الدافعة والطاقة محفوظة؛ فعندما تصطدم الكرتان بالأرض، تعكس الكرة السفلية سرعتها أسرع بلحظة من الكرة العلوية، وتتحرك الكرة الصغيرة إلى أسفل بسرعة V، وتصدم الكرة الكبيرة للتحرك تصاعديًّا بالسرعة V بعد الارتداد، ما يجعل السرعة المشتركة للكرتين 2V.

إذا كانت سرعتهما المشتركة هي 2V قبل اصطدام الكرة العلوية بالسفلية، فهذا يعني أن تكون سرعتهما المشتركة 2V بعد التصادم، حيث إن الكرة السفلى تتحرك بسرعة V، وهذا يعني أن الكرة العلوية يجب أن تتحرك الآن بسرعة 3V؛ لأن الكرة العلوية سرعتها قد تضاعفت ثلاث مرات نتيجة للتصادم، أقصى ارتفاع لها بعد الارتداد هو تسعة أضعاف الارتفاع الأصلي.

محاذاة وموازنة موضع الكرة عند إطلاقها مهم جدًّا لتحقيق هذا الارتفاع الكامل. إن اطلاق هذه الكرات من خلال أنبوب أو ترتيب مماثل يُمكِّنك من الحصول على أكبر قدر من هذا التأثير.

844 الدوران الواضح للبندول يختلف مع خط العرض الذي يتم تثبيته، ومعدله في النقاط الواقعة بين القطبين وخط الاستواء يساوي 15 درجة في الساعة مضروبًا في جيب (sin) خط العرض، ولا يمكن تفسير ذلك إلا من خلال حقيقة أن الأرض تدور تحت هذا البندول.



845 المثير للدهشة أن البندولين يتأرجحان ذهابًا وإيابًا في المدة نفسها من الزمن، وقد يبدو هذا غير متوقع، ولكن زمن تأرجح البندول يعتمد فقط على طول ذراع البندول. وسواء سيجعل ذلك التأرجح طويلًا أو قصيرًا، فإن المدة ستكون هي نفسها.

الحركة الغريبة للبندول تخضع لقوانين معينة:

1. لا تعتمد مدة التذبذب على وزن كرة البندول.

2. لا تعتمد المدة على المسافة التي يقطعها البندول.

3. تتناسب مدة التذبذب مع الجذر التربيعي لطول البندول.

الزمن الذي يستغرقه البندول في الدورة الواحدة هو $2\pi\sqrt{(L/g)}$، حيث L هو الطول، و g هو معدل التسارع الناتج من الجاذبية.

ولأن التسارع الناتج من الجاذبية هو المتغير الوحيد إلى جانب الطول، فإن البندول هو طريقة بسيطة لقياس الجاذبية للكوكب؛ فبندول طوله متر واحد سيكمل التأرجح في قرابة ثانية واحدة على الأرض، و 2.5 ثانية على سطح القمر.

846 المثير للدهشة أن البندول لا ينتهي مع الكمية نفسها من الطاقة، وبدلًا من ذلك، يتم تبادل الطاقة بصورة دورية بينهما بهذه الطريقة، وفي بعض الأحيان يتحرك أحدهما، وأحيانًا يتوقف الآخر أحدهما.

عند تحريك أحد البندولين، تنتقل طاقته إلى البندول الآخر حيث يرتفع تدريجيًّا في التأرجح الأول، وفي النهاية يتوقف البندول الأول، ثم يبدأ هذا الإجراء بأكمله من جديد.

847 يعد نقار الخشب مذبذبًا ميكانيكيًّا بسيطًا. الفجوة في حلقة حول القضيب العمودي أكبر قليلًا من قطر العصا. عندما يكون نقار الخشب مرتاحًا، والاحتكاك يحافظ على الحلقة في مكانها على القضيب، ولكن عندما يتحرك تصبح الحلقة عمودية في منتصف كل تذبذب، ولأن الحلقة ليست مثبتة الآن في مكانها، فإنه ينزلق إلى أسفل قليلًا على طول القضيب. هذا الانخفاض الطفيف يعطي ما يكفي من الاهتزاز إلى الطائر للحفاظ على اهتزازه؛ لذلك في كل ضربة، تحوَّل الطاقة الكامنة إلى طاقة حركية.

توضح حركة تأرجح نقار الخشب أيضًا المبدأ الأساسي لساعة الأجداد القديمة: آلية الهروب البسيط.

848 السرعة هي سرعة في اتجاه معين؛ وعليه فإن سرعة الكرة تتغير باستمرار بسبب تغيير اتجاهها باستمرار.

أي تغيير في السرعة يعني التسارع، والكرة تتسارع نحو مركز الدائرة. في الواقع أي شيء يتحرك في دائرة يسرع نحو مركز الدائرة. التسارع بتغيير السرعة بما يكفي لجعل الكرة تتبع مسارًا دائريًّا.

إذا كسرت السلسلة، فإن الكرة تتحرك باتجاه آخر بخط مستقيم ملامس للدائرة في تلك النقطة.

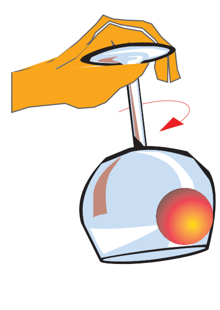
849 اسحب كرة عند إحدى النهايتين وأطلقها، ستندفع كرة أخرى في الطرف المقابل، وإذا سحبت كرتين إلى أحد الجوانب وأطلقتهما، فهناك اثنتان ستخرجان من الطرف الآخر.

هل تستطيع أن تعد الكرات؟

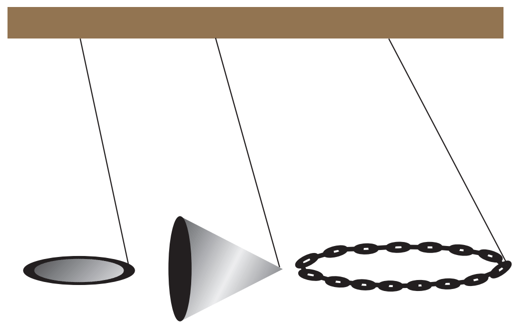
يسمى الاصطدام بين جسمين عند عمل قوتين كبيرتين نسبيًّا خلال مدة قصيرة جدًّا من الزمن بالتأثر. عند اصطدام كرات صلبة عالية المرونة، تتبادل السرعات أسرع مما يمكن للعين أن تلاحظه، يتم تمرير طاقة التأثير في الطول إلى كل كرة مجاورة، والكرة في النهاية تتلقى تلك الطاقة وتتأرجح في الهواء.

والتأثر هو نفسه بصرف النظر عن عدد الكرات التي تم إصدارها. توضح هذه اللعبة قانون نيوتن الثالث للحركة: لكل فعل رد فعل مساوٍ له في المقدار و معاكس له في الاتجاه.

850 ضع الكأس حول الكرة الرخامية وحرِّكه دائريًّا بحيث تبدأ الكرة الرخامية بالدوران داخل الكأس، وبمجرد أن تبدأ الكرة الرخامية في الدوران، ستبدأ في الارتفاع عن الطاولة. عندما تدور الكرة الرخامية سريعًا بما فيه الكفاية، يمكنك رفع الكأس عن الطاولة، ولن تسقط الكرة الرخامية فورًا. سوف تستمر في الدوران حولها تحت قوة الدفع الخاصة بها.



851 تميل الأجسام المعلقة إلى الدوران حول محاور أكبر لعزم القصور الذاتي (انظر الإجابة عن اللعبة 813). وهذه الخاصية تجعل الأشياء الثلاثة تدور كما هو مبين أدناه.



852 سيبدأ الكرسي ــ والصبي بالدوران في اتجاه معاكس. ويحافظ على القوة الدافعة الزاوية من خلال وجود دورانين متعاكسين يلغيان بعضهما.

853 لن يحدث شيء! والاستجابة للقوة الدافعة الزاوية للعجلة ستحاول دفع الكرسي إلى باطن الأرض.

854 دفع المقبض إلى الأمام بيده اليمنى وإلى الخلف بيده اليسرى يتسبب في إمالة العجلة إلى اليسار.

كما قد يبدو غير معقول، لتدوير الكرسي، يجب على الصبي أن يدفع إلى أعلى على الجانب الأيمن من المقبض ونزولًا على الجانب الأيسر، ثم سوف يشعر بالسبق التوازني: خاصية المحور للجسم المُدار هي مقاومة قوة الإمالة بأن تتحرك في اتجاه الزاوية اليمنى لتلك القوة، وعجلة الدراجة التي لا تختلف عن الجيرو سكوب، تقاوم قوة الإمالة، ويبدأ محورها بالدوران في زاوية يمنى لما قد يتوقعه المرء. ينتقل دوران العجلة إلى اليسار إلى الكرسي الدوار مع الصبي.

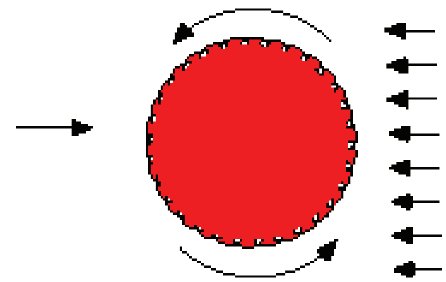
يقاوم دوران العجلة أي تغيير في السرعة والاتجاه، إلا إذا كنت تدفعها بطريقة محددة، فإن العجلة تحافظ على الدوران في الاتجاه نفسه. إذا دوَّرتها، فإنها تميل، وإذا أملتها، فإنها تدور.

في الواقع، إن أي شيء سريع الدوران سيعمل كالجيرو سكوب ــ سائقو الدراجات والدراجات النارية غالبًا ما يواجهون هذا التأثير التوازني.

855 قوة الجاذبية للمركز الناتجة من أسطوانة دوارة تكون عمودية على الجدار، فتسبب احتكاكًا. عندما يرتفع التسارع الدائري بما يكفي، يمكن لقوة الاحتكاك التغلب على قوة الجاذبية، ومنع سائقي الكرنفال من السقوط عند إزالة الأرضية.

856 تنطلق كرات الجولف دائمًا بالتحرك العكسي، الندب التي في الكرة تحبس طبقة من الهواء الذي يدوِّر الكرة. الطبقة العليا من الهواء المحبوس يتحرك أسرع من الطبقة السفلية، ما يعطي الكرة المزيد من الرفع، وهذا ما يسمى مبدأ برنولي، وهو أيضًا أساس طيران الطائرة.

ومن مرونة كرة الجولف الانتقال قرابة نصف المسافة التي يمكن أن تغطيها ندب كرة الجولف.



857 سوف يدور المتزلج أسرع بكثير. من خلال جلب ذراعيه إلى صدره، سوف يقلِّل من عزم القصور الذاتي من جسده؛ لأن المزيد من وزنه يتركز الآن بالقرب من المركز. للتعويض عن هذا، هناك زيادة في سرعته الزاوية. إذا أصبح التدوير سريعًا جدًّا بالنسبة إليه، يمكنه أن يمد ذراعيه مرة أخرى إلى الخارج لإبطائها.

الأجسام المتحركة جميعها لديها طاقة الحركة، أو الطاقة الحركية. الطاقة الحركية المخزنة من شيء يدور تعتمد على أمرين: الطريقة التي يتم فيها توزيع وزنها ومدى السرعة التي تدور بها.

استفادت عجلات التوازن من هذه الفكرة، وإن كانت في الطريق المعاكس؛ فقد صممت لتخزين أكبر كم من الطاقة قدر الإمكان عندما تدور؛ لذلك يتركز معظم وزنها بالقرب من الحافة.

858 ستخطئ الكرة لاعب الخفة وتهبط إلى يمينه.

المسار المنحني سيظهر لأن لاعبي الخفة نفسها يكونان في حركة. لن تبدأ الكرة التوجه المتساوي للاعب الخفة الآخر؛ لأنها تحمل سرعة الرامي الذي يحرف الكرة بعيدًا إلى اليمين. هذا الانحراف يسمى تأثير كوريوليس (Coriolis Effect)، ويرتبط بالأشياء التي لها حالة دوران إلى المرجع. بل إن هناك تأثير كوريوليس طفيفًا في كل شيء يتحرك حولنا؛ لأن الأرض نفسها تدور.

على الرغم من أن لاعبي الخفة الاثنين يشاهدان منحنى الكرة، فسيقرر المشاهد الخارجي أن الكرة تحركت على التوالي.

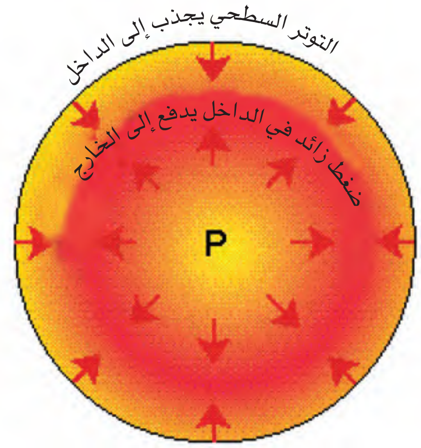
859 كل بعد عن الغسالة سيتسع، وعليه فإن الثقب سيصبح أكبر أيضًا.

860 النمط الفرعي هو أكثر اقتصادًا من النمط النصف قطري. النمط الفرعي طولة أقصر بكثير من النمط النصف قطري، فقط على حساب طول المسار المتوسط الأطول قليلًا. الأشجار، والأوعية الدموية، والأنهار، وحتى شبكات مترو الانفاق كلها أمثلة على الأنماط الفرعية.

861 الترتيبان 1 و 3 في حالة توازن.

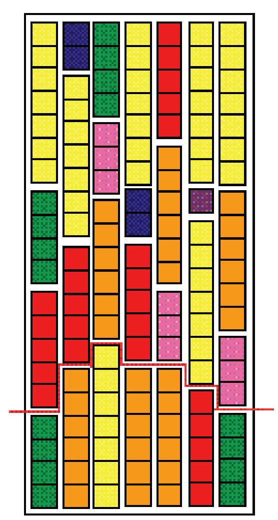
862 الضغط داخل فقاعة يتناقص مع زيادة الحجم. ويتناسب عكسيًّا مع نصف قطرها، وهكذا فإن فقاعة صغيرة لديها من الضغط الداخلي أكثر من الكبيرة، سترسل الهواء من خلال الممر إلى داخل الفقاعة الأكبر، وسوف تتقلص بتوسع الفقاعة الأكبر، وهكذا ـ للمفارقة ـ فإن الفقاعة الصغيرة ستفجر الفقاعة الأكبر، وتنهار في هذه العملية.

وهذا غير متوقع تمامًا ومختلف عن التجربة المماثلة التي تنطوي على نفخ اثنين من البالونات.



863 حيث إن إشعاع الخطوط من تسديدة جون هو مصدر للآخرين الذي تتفرع منه، هذا يعني أن سمير كان الأول.

864 أقصر طريق على طول الشقوق هو 13 وحدة طول.



865 لن تتحرك نهاية الشريط تحت الورقة. في الواقع، إذا ضربت الخشب بقوة بما فيه الكفاية، فإنه قد ينكسر، إلا أن الصحيفة لن تتحرك.

وزن الغلاف الجوي يضغط على الصحيفة ويقاوم الضغط المفاجئ. فيحمل العصا بقوة إلى الطاولة.

ضغط الهواء هو 1 كيلوغرام في كل سنتيمتر مربع. قوة ضغط الهواء على الصحيفة ـ قرابة 2.25 طن متري سطحها الكامل ـ تكون قوية بما يكفي لتثبيت الصحيفة والعصا بقوة في مكانها لجزء من الثانية التي تتيح لك كسر العصا.

866 عندما تدفع شفاطات المصرف معًا، فإنك تعمل على إزالة معظم الهواء بين الأكواب الخاصة بها؛ لذا فإن الهواء الخارجي يضغط على شفاطات المصرف ويجمعها معًا.

867 يزداد ضغط الهواء في البالون كلما نفخت فيه، وكذلك يفعل ضغط الهواء المضاد الموجود في زجاجة.

الهواء حول البالون داخل الزجاجة يشغل كمية معينة من الفراغ، ولا يوجد أي مكان ليخرج منه. كلما حاولت تكبير البالون، يضغط البالون الهواء داخل الزجاجة حتى يصبح ضغط الهواء داخلها كبيرًا، لدرجة أنه لا يمكنك تكبير البالون أكثر من ذلك.

868 يظهر مبدأ برنولي أن القطار يحمل ضغط هواء منخفضًا من حوله، وقد يجبرك الضغط الجوي على الاندفاع نحو القطار.

869 في الواقع ستتحرك الكرتان في اتجاه بعضهما. الهواء المتحرك بين الكرتين لديه ضغط أقل من الهواء المحيط، وهو ما يدفع الكرتين معًا.

هذا برهان بسيط لمبدأ برنولي الذي يربط سرعة الهواء والضغط الجوي، وهذا هو أيضًا أساس طيران الطائرة.

870 تستغرق الكرة وقتًا في السقوط أطول منه في الارتفاع. تعمل الكرة ضد مقاومة الهواء في طريقها صعودًا؛ ولذلك تفقد الطاقة باستمرار، وهكذا فإن الطاقة الكلية للكرة عند نقطة في طريقها إلى الأعلى تكون أكبر من طاقتها على الارتفاع نفسه في طريقها إلى الأسفل، وبما أن الطاقة الكامنة (طاقتها بسبب ارتفاعها) هي نفسها في كلتا الحالتين، فيجب أن يكون الفرق في الطاقة بسبب انخفاض الطاقة الحركية، هذا يعني أن الكرة الساقطة تتحرك ببطء أكثر، وسوف تأخذ المزيد من الوقت لتغطية المسافة نفسها.

871 صُمِّمت أجنحة الطائرة بحيث يتسارع الهواء من خلال سطحها العلوي أسرع من تسارعه من خلال سطحها السفلي؛ لهذا السبب يكون السطح العلوي للأجنحة أطول من السفلي.

كما هو موضح في مبدأ برنولي، إن السرعة الزائدة تقلل من الضغط فوق الأجنحة، مما ينتج منه قوة صافية من الأدنى تسمى الرفع. تلك القوة تحافظ على الطائرة في الجو وهي تتحرك إلى الأمام. عندما تكون الطائرة في منتصف الرحلة، إجمالي وزن الطائرة الذي يشمل الطائرة والوقود والركاب والبضائع المشحونة، يسحب الطائرة إلى أسفل. لكن الطائرة تتغلب على ذلك بقوة الرفع التي تسمح لها بالبقاء في الجو.

872 خفة وزن كرة تنس الطاولة تجعلها تطفو بسرعة كبيرة في الماء الثابت، ولكن عندما يتم تحريك الماء، ينخفض طفو الكرة بصورة كبيرة؛ حركة السائل تنتج ضغوطًا أعلى، وتجعل إزاحة الماء بوساطة الكرة أكثر صعوبة.

873 إبهامك يمنع الهواء المحيط من دخول إحدى نهايتي الأنبوب، بينما نهاية الأنبوب المفتوحة تسمح للهواء بالدخول، وتضغط على الماء إلى أسفل على هذا الجانب. يمنع وزن الهواء الضاغط إلى أسفل على الماء مما يحول دون عودة المستوى إلى موقفه المتوازن الأولي.

وهذا برهان بسيط على أن الهواء له وزن.

874 وفقًا لمبدأ أرخميدس، يطفو الجسم لأنه يزيح كمية من الماء مساوية لوزنه؛ لذلك لكي تطفو البطة عندما وضعت الحلقة عليها، يجب عليها أن تحل محل حجم الماء الذي يساوي وزن الحلقة.

حيث إن الحلقة المعدنية هي أكثر كثافة من الماء، وحجم الماء المزاح أكبر من حجم الحلقة. عندما تقع الحلقة في الماء وتغرق، فإنها تزيح الحجم الخاص بها فقط من الماء.

لذا ينخفض مستوى الماء، عندما تنزلق الحلقة من البطة إلى داخل الحوض.

875 يمكن للهواء المتحرك بسرعة ذي الضغط المنخفض، وعمود من الهواء المندفع إلى الأعلى بسرعة حجز جسم خفيف الوزن مثل كرة تنس الطاولة، وبمجرد أن تتذبذب الكرة إلى جانب، فإن الضغط الخارجي الأكبر لمجرى الهواء يجبرها على الرجوع إلى الوسط.

876 ينشئ تيار من الهواء منطقة ضغط منخفض، فتسحب النيران معًا.

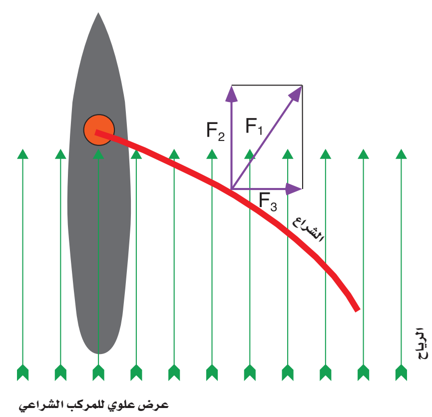
877 يمكنك بلوغ سرعة 40 كيلومترًا في الساعة. إذا كانت قوى احتكاك الماء على القارب 0، يمكنك الوصول إلى سرعة الرياح، ولكن لا أكثر.

إذا كان القارب يسير بسرعة الرياح، فلن يكون هناك أي تأثير للهواء في الشراع، وقد يرخى الشراع، كما في يوم هادئ؛ وذلك لعدم وجود رياح بالنسبة إلى الشراع.

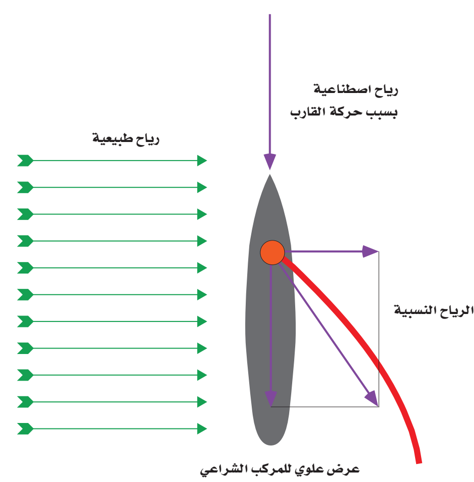
878 هذا التكوين يقلل من سرعة القارب لسببين؛ أولًا، لأن تأثير الرياح في الشراع أقل؛ فالشراع يحصل على رياح أقل في تلك الزوايا. ثانيًا، اتجاه قوة تأثير الرياح ليست في اتجاه حركة القارب، كما هو مبين في متوازي أضلاع لقوى الدفع.

كلما تداخل أي مائع – غاز أو سائل – مع سطح أملس، فإن قوة التداخل تكون عمودية على السطح، وليس هذا فقط؛ فحجم قوة الدفع أصغر مما ستكون عليه إذا ضربت الريح وجه الشراع، ولكن يتم توجيه جزء فقط من القوة على طول اتجاه حركة القارب، هذا هو المكون الأساس الذي يدفع القارب إلى الأمام، والمكون الآخر ببساطة هو توجيه القارب.

ويُسحب الشراع أبعد، ما يقل القوة المنقولة حتى تصل إلى الصفر عندما يُسحب الشراع بحيث يكون موازيًا للصارية.



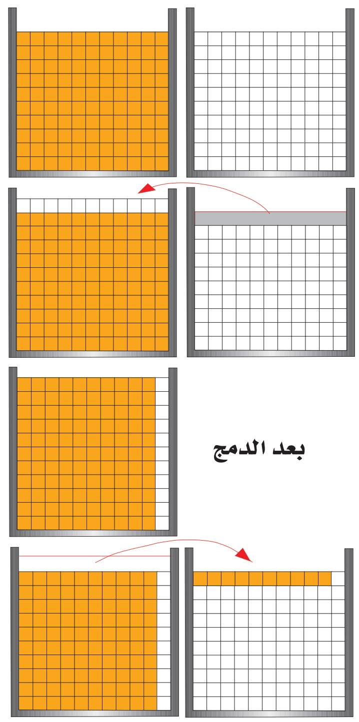
879 بإمكانك أن تبحر بسرعة أكبر، حيث تكون قوة الدفع أكبر لأن الشراع لا يجاري حركة الرياح، ولذلك فإنه لن يرتخي في النهاية، وحتى لو كان القارب يبحر بسرعة الرياح، فإنه لا يزال هناك ضغط من الرياح على الشراع، ولهذا يمكن أن يبحر أسرع من الرياح. وسوف يصل القارب إلى سرعته القصوى عندما يكون الهواء – القوة الموجهة الناجمة عن الرياح الطبيعية، والرياح الاصطناعية – موجَّهًا بمساواة الشراع.



880 المثير للدهشة، فقط القارب 4 سيتحرك إلى الأمام، على الرغم من أنه يبحر في مهب الريح.

القوة الدافعة لها عنصر صغير من شأنه تحريك القارب. في الواقع، القارب الذي يتحرك أسرع، هو الذي لدية قوة تأثير للرياح أكثر. كما قد يبدو بديهيًّا، السرعة القصوى للمراكب الشراعية تأتي في الزاوية عكس الرياح. لا يمكن للقارب الإبحار مباشرة في مهب الريح؛ لذلك للتحرك عكس الريح مباشرة، كعملية السير متعرجًا ذهابًا وإيابًا، وتسمى هذه الإستراتيجية تغير الاتجاه (Tacking).

881 قد يبدو اللغز صعبًا؛ فهناك كمية الحليب نفسها في الشاي وهناك كمية الشاي نفسها في الحليب. كما ترى في الرسم البياني أعلاه، فإن الحجم الإجمالي في كل كوب لم يتغير عن طريق نقلها؛ فالحجم الصافي المنقول من الكوب A إلى الكوب B يلغي بالضبط ما نقل من الكوب B إلى الكوب A.



882 عندما تغمس أصبعك في الماء، فإنه يحل محل جزء منه، وبذلك يرتفع منسوب الماء، وأصبعك لا يحل محل جزء من الماء فحسب، وإنما يوازي وزن ذلك الماء المزاح، وبذلك يزداد وزن الكأس، أما وزن الجسم الذي يزيح الماء فليس معامل القدرة؛ إذ يمكن أن يكون بالونًا أو أسطوانة رصاص.

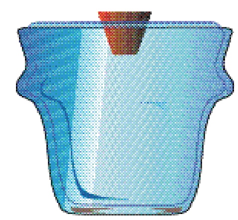
883 ستطفو السفينة طالما هناك ما يكفي من الماء ليحيط بها تمامًا. كمية الماء لا تهم. لا يمكن لجسم السفينة أن يخبرنا ما إذا كان محاطًا بالمحيط أو بمجرد طبقة رقيقة من الماء. ضغط الماء على جسم السفينة هو نفسه في الحالتين. للطفو، يجب على السفينة أن تزيح وزنها من الماء.

يُستخدم هذا المبدأ في جبل مرصد بالومار (Mount Palomar Obserratory)، حيث التلسكوب الذي وزنه 550 طنًّا متريًّا يطفو بالفعل على وسادة رقيقة من النفط.

884 ستسقط القارورة الصغيرة.

ينتقل الضغط المؤثر على السائل المحبوس في الاتجاهات كلها. الضغط على زجاجة كبيرة يؤدي إلى زيادة الضغط على الماء. فقاعة الهواء في القارورة الصغيرة مضغوطة وتصغر. وكلما ارتفع الماء في القارورة الصغيرة، فإنها تغرق إلى العمق حيث ضغط الماء يكون أكبر. عند تخفيف قبضتك على الزجاجة الكبيرة، يتم تحرير الضغط وترتفع القارورة الصغيرة إلى موضعها الأصلي.

885 املأ كأسًا بالماء حتى تشكل شفة محدبة فوق الحافة، ثم ضع الفلين في الكوب، سيطفو الفلين في أعلى نقطة، وهو الآن في الوسط، وسيبقى هناك.



886 قطرات المطر الكبيرة تسقط أسرع.

القطرات الساقطة تخضع لقوتين متعارضتين؛ الجاذبية ومقاومة الهواء. مقاومة الهواء تتناسب مع المقطع العرضي للقطرة، وتزداد مع السرعة. في البداية، التأثير البطيء لمقاومة الهواء يكون صغيرًا جدًّا، وتظل القطرة تهبط أسرع بسبب القوة الثابتة للجاذبية. وبازدياد السرعة؛ تزداد مقاومة الهواء حتى تصبح السرعة كبيرة بحيث قوة مقاومة الهواء تعارض بالتساوي قوة الجاذبية. من تلك النقطة تبدأ القطرة بالهبوط بسرعة موحدة، فيما يسمى بالسرعة النهائية.

تزداد قوة الجاذبية بما يتناسب مع حجم القطرة الذي هو مكعب نصف قطر دائرتها، من ناحية أخرى تتراكم مقاومة الهواء في محيط القطرة، وهو مربع نصف قطر دائرتها وكما يزيد نصف قطر القطرة، فإن قوة الجاذبية تزداد أسرع من قوة مقاومة الهواء لها، وهكذا يمكن أن تصل القطرة إلى أقصى سرعة نهائية قبل أن تدركها مقاومة الهواء.

887 إن مستوى الماء يبقى بالضبط كما كان من قبل.

وزن الماء المزاح بوساطة جبل جليدي يساوي بالضبط وزن الجبل الجليدي. عندما يذوب جبل الجليد، فإنه يتحول مرة أخرى إلى ماء ويملأ حجم الماء المزاح.

يجب أن يساوي حجم جبل الجليد فوق الماء بالضبط زيادة حجم الماء التي جمد وتوسع ليصبح جليدًا.

888 عندما تكون الزجاجة مقلوبة، فإن الورقة تنتفخ قليلًا. هذا الانتفاخ يؤدي إلى تغيير حجم الهواء داخل الزجاجة. وفقًا لقانون بويل (Boyle's Law)، يرافق أي تغيير في الحجم تغير في الضغط. ما يثير الدهشة حقًّا هو أن مثل هذا التغيير الصغير في الحجم ما ينتج عنه انتفاخ في البطاقة كافٍ لخفض ما يكفي من الضغط ومنع الماء من الانسكاب.

وتجدر الإشارة إلى أن التغيير الضروري في الحجم يكون سهل التحقيق عندما تكون الزجاجة ممتلئة تقريبًا.

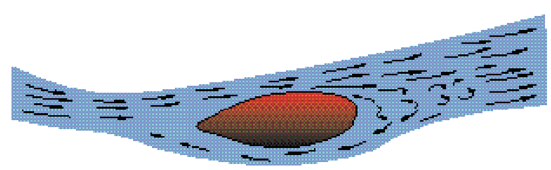
889 تعتمد سرعة التدفق على بُعد المنفذ عن السطح. العمق يكون واحدًا بالنسبة إلى كلا المنفذين؛ لذلك سوف يخرج الماء من كلا الماسورتين بالسرعة نفسها.

890 المصرف ذو 6 سنتمترات لديه مقطع عرضي يمثل ثلاثة أضعاف إجمالي مقاطع المصارف الثلاثة الصغيرة؛ لذلك سوف يصرف ثلاث مرات أسرع.

891 سيتدفق التيار الحالي إلى الوراء.

ترتفع سرعة التدفق فعليًّا عبر الممر الضيق ولكنه يبطئ عندما تتسع القناة. أين تذهب السرعة الزائدة؟ يفقد الماء السرعة عن طريق التدفق صعودًا. يتدفق الماء مرة أخرى خلف الصخور وحولها من القسم المنخفض الارتفاع إلى القسم الأعلى ارتفاعًا قليلًا.

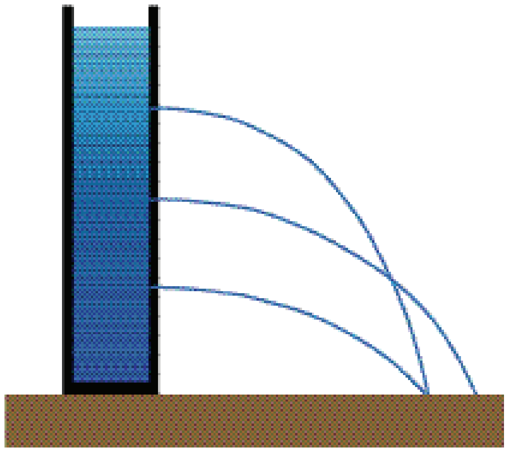
مثل هذه التيارات المعكوسة تسبب اضطرابًا خطيرًا وراء الصخور في الأنهار السريعة.



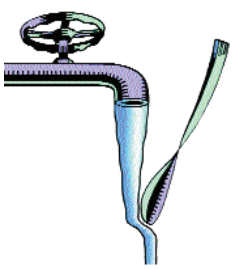
892 آخر مرة حاولت ذلك، كنت قادرًا على إضافة اثنتين وخمسين هللة إلى كأس كامل من الماء قبل أن ينسكب.

يحتوي الماء على توتر سطحي عالٍ. إنه يتصرف كما لو كان لديه جلد مرن على سطحه. يسحب هذا الجلد إلى الداخل ويقاوم السقوط. ليس فقط كأس من الماء يمكنه أن يطور انتفاخًا كبيرًا قبل أن يتدفق على حافته، ولكن التوتر السطحي يمكن أن يدعم وزن الأجسام الخفيفة. إذا وضعت شفرة حلاقة نظيفة مسطحة مقابل سطح كأس من الماء، فيمكن أن للشفرة فعلًا (الطفو)، ليس بسبب الطفو ولكن بسبب دعم من التوتر السطحي.

893 سقوط مساحة الماء تعتمد على سرعة خروج الماء من الثقب مضروبة في الوقت الذي يستغرقه الماء للوصول إلى الجدول. الثقب الأوسط لديه أكبر مجال؛ لأن زيادة السرعة مع الجذر التربيعي لعمق المياه (بسبب ضغط المياه)، في حين يزداد الوقت مع الجذر التربيعي لمساحة السطح. هذا الناتج هو الأعلى عند نقطة منتصف الطريق.



894 سيتبع التيار منحنى الملعقة، وهذا ما يسمى تأثير كواندا (Coanda Effect)



على النطاق المجهري، يتم إنشاء قوة كهروستاتيكية ضئيلة عندما يتقارب جزيئان، وهي القوة التي تميل إلى سحب الجزيئات معًا.

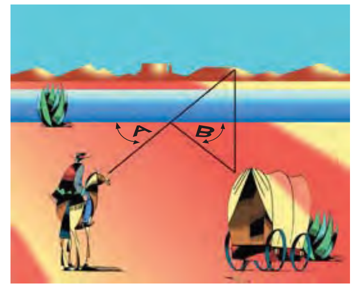
هذا الجذب، يسمى قوة فان دير فالس (Van Der Waals Force)، وهو السبب في كثير من الأحيان لماذا تسيل السوائل على جانب الكأس بدلًا من الخروج بإنسيابية فوق الجانب.

895 إذا كان تدفق الماء مستمرًّا، وحجم الماء الذي يتم تصريفه ثابتًا على طول التيار بأكمله. فإن حجم الماء نفسه لكل ثانية يجب أن يمر عبر أي مقطع معين من التيار، بما في ذلك العلوي والسفلي. ولكن كلما زادت سرعة الماء المتساقط بسبب التسارع الناتج من الجاذبية، يصبح المقطع العرضي للتيار أرق.

896 ضغط الهواء في النهاية المتحركة للأنبوب أقل من الضغط في النهاية الثابتة. إن هذا الاختلاف في الضغط يؤدي إلى جريان الهواء في الأنبوب، حيث يهتز الهواء في أثناء مروره عبر جدران الأنبوب.

897

المسار يكون أقصر عندما تكون الزاويتان A و B متساويتين، كما هو مبين أدناه. (وهذا هو انعكاس الضوء نفسه أمام المرآة). وفي الواقع، إذا كان راعي البقر يتصور أن العربة كانت على الجانب الآخر من ضفة النهر ولكن على مسافة واحدة منه، فقد يسير راكبًا تجاه هذه النقطة للوصول إلى النقطة السليمة ليروي حصانه.

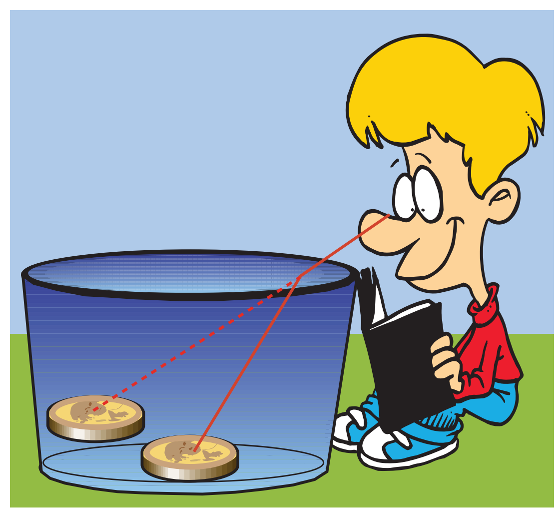


898

كما تملأ الوعاء بالماء، ستأتي العملة داخل العرض.

ينتقل الضوء بسرعات مختلفة خلال المواد المختلفة. ينتقل ببطء عبر الماء أو الزجاج أكثر مما يفعل عبر الهواء. عندما يمر الضوء عبر حدود بين اثنتين من (مناطق سرعة) مختلفة، فإنه يغير الاتجاه. ويسمى هذا التغيير في الاتجاه بالانكسار. يجعل أشعة الضوء تبدو وكأنها (منحنية) في نقطة التقاء اثنتين من المواد.

عندما يصل ضوء من عملة إلى سطح الماء، فهو ينحني مرة أخرى نحو عينيك. ولكن حيث إن عقلك لا يشعر بما يحدث، تتصور أن الضوء آتٍ من المكان الذي هو أعلى وأبعد من مكان العملة في الواقع.



899

إن التكبير سيقل في الواقع.

المقدار الذي يمكن للعدسة أن تحني أشعة الضوء يعتمد على كل من انحناء الزجاج والفرق في سرعة الضوء بين الهواء والزجاج. الفرق في سرعة الضوء من الماء إلى الزجاج هو أقل منه بين الهواء والزجاج، وعليه فإن العدسة لا تحني الضوء بالقوة نفسها، وعليه لن تكبِّر الصورة كثيرًا.

900

لأن الشمس كبيرة جدًّا، فإن الظل يكون أصغر حجمًا، ولكن الفرق في الحجم غير محسوس. ولكن إذا كانت الشمس في زاوية من سطح الظل، مثل ساعة أو أقل قبل غروبها، فيمكن أن يكون الظل أكبر من ذلك بكثير.

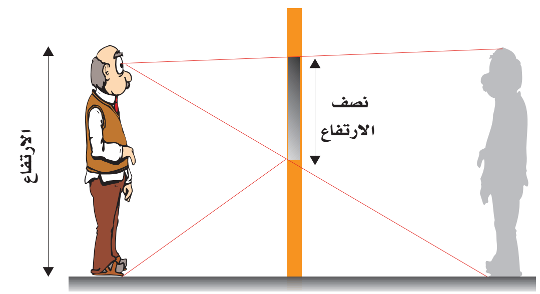
قد تظهر أشعة الضوء للجسم البعيد متوازية، ولكن هذا ليس صحيحًا بالضرورة. إذا كان مصدر الضوء أكبر من الجسم، فإن الظل (على سطح مستوٍ عمودي على مصدر الضوء) يكون أصغر. إذا كان مصدر الضوء أصغر من الجسم، إذًا سيكون الظل أكبر. عمومًا، يُعد الفرق في الحجم أمرًا ملموسًا بالكاد إذا كانت المسافة بين الجسمين كبيرة.

901

ستبقى الزاوية 15 درجة. بعض القياسات لا تتغير عندما يتم تضخيم الأبعاد.

902

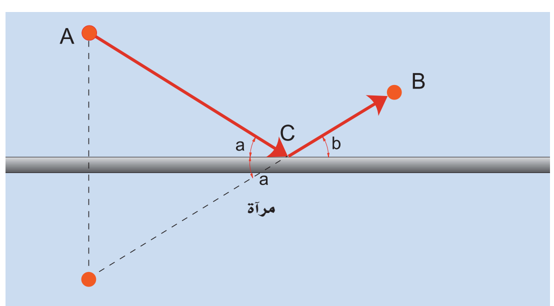
لا يهم مدى بعدك عن المرآة، طالما هي معلقة بالارتفاع الصحيح ــ مع الحافة السفلية عند نصف ارتفاع عيون الشخص الناظر في المرآة.



903

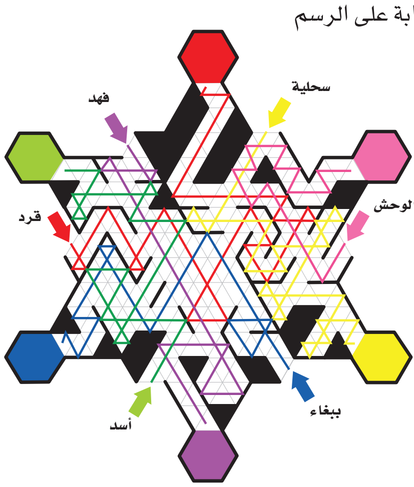
درس إقليدس (Euclid) عالم الهندسة اليونانية القديمة البصريات أيضًا، ووجد أن الضوء ينتقل في الفراغ على طول خطوط مستقيمة، و قام بإرساء القوانين الأساسية للانعكاس:

- خط سقوط الأشعة يتوافق مع خط انعكاسها.
- زاوية سقوط الشعاع تساوي زاوية انعكاسه. (في الرسم البياني، زاوية A = زاوية B).
- ينتقل الضوء دائمًا عبر أقصر الطرق.



904

الكتابة على الرسم

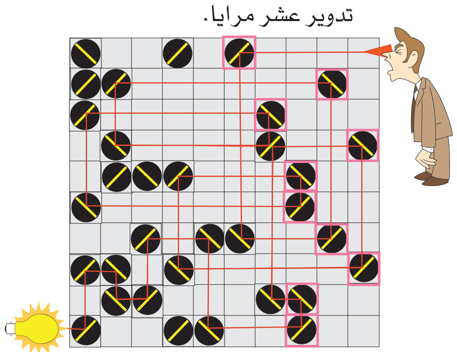


905

في وعاء الماء؛ لأنه عند درجة حرارة 20 فهرنهايت، يتجمد الماء تمامًا.

906

تظهر طريقة واحدة لتدوير أشعة الضوء. بعد أن تم تدوير عشر مرايا.



907

رفض العلماء والمؤرخون طويلًا القصة باعتبارها أمرًا مستحيلًا. ولكن على مدى قرون حاول عدد قليل من المتحمسين إثبات خلاف ذلك. بدلًا من استخدام مرآة واحدة عملاقة، قال هؤلاء الأشخاص أنشأ أرخميدس تأثير المرآة الكبيرة باستخدام عدد كبير من عاكسات صغيرة تم رصها بطريقة صحيحة.

ولكن حتى لو صف أرخميدس رجاله وقاموا بتركيز أشعة الشمس على السفن الرومانية، هل كان من الممكن فيزيائيًّا إشعال النيران في السفن؟

في 1747م أجرى عالم الطبيعة الفرنسي جورج لويس لوكلير دي بوفون (Georges_Louis Lclerc de Buffon) تجربة مستخدمًا 168 مرآة مسطحة مستطيلة عادية. صفها بالضبط بالطريقة الصحيحة، وكان قادرًا على إشعال قطعة من الخشب على مسافة 100 متر تقريبًا. وكان ميناء سيراكيوز أقرب من هذا بكثير. كانت السفن الرومانية ربما أقل من 20 مترًا من الأرض.

أجرى المهندس اليوناني تجربة مماثلة في عام 1973م، واستخدم 70 مرآة لتركيز أشعة الشمس على زورق على بعد 80 مترًا تقريبًا من الشاطئ. في غضون ثوانٍ قليلة بعد أن تم صف المرايا بصورة صحيحة، اندلعت النيران في القارب. كانت تلك المرايا مقعرة قليلًا، ولكن من المرجح أن أرخميدس قد صنع مثل هذه المرايا.

908 ثلاثة أمتار.

صورة قبعة في مرآة اليد تبعد خلف تلك المرآة بقدر بعدها أمام المرآة: .5 أمتار. أن يضع صورة قبعة 2 + .5 + .5 أي 3 أمتار، أمام مرآة كبيرة، لذلك المسافة وراء المرآة الكبيرة تنعكس في أشكال الصورة.

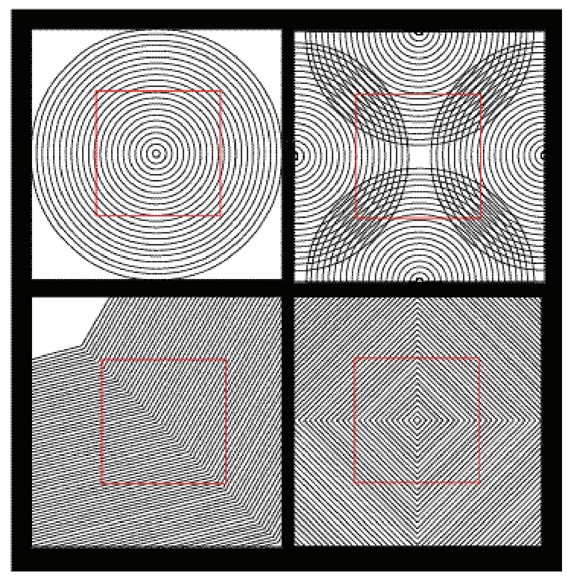
الفصل 13 الحلول

909 بطاقة النتائج الخاصة بك يجب أن تبدو كما في الجدول أدناه. يتطلب الاختصار البصري قلب الصفحة رأسًا على عقب، مما يجعل المكعَّبات المفقودة تبدو مصمتة.

جدول النتائج

المكعَّبات المفقودة	1	2	3	4	5
مكعَّبات ملونة على ثلاثة جوانب	1	1	1	1	1
مكعَّبات ملونة على جانبين اثنين	6	3	6	6	10
مكعَّبات ملونة على جانب واحد	12	3	12	12	19
مكعَّبات غير ملونة	7	0	1	0	6
الإجمالي	**26**	**7**	**20**	**19**	**36**

910 1، مقعرة. 2، محدبة. 3، منحرفة. 4، مقوسة



911 النقاط، رقم 9؛ السهام، رقم 7؛ أنصاف الدوائر، رقم 5.

استلهمت العجلة الوهمية بوساطة إحدى الخدع البصرية الأبسط والأكثر بروزًا، والمسماة خداع مولر ــ لاير (Müller–Lyer illusion) ومشتقاته.

912 لجعل فراشة تختفي، أغلق العين اليمنى وحدِّق في النقطة الحمراء بالعين اليسرى. من مسافة معينة، يجب على الدائرة التي تحتوي على الفراشة أن تختفي، ويجب أن يظهر الخط ليكون متصلًا. اختفاء فراشة هو مفاجئ وملفت للنظر.

ويرجع ذلك الوهم إلى ظاهرة تسمى بالمنطقة العمياء (Blind Spot). وقد أظهر الباحثون أن عينًا واحدة لا يمكن أن تغطي المجال البصري بأكمله. لا توجد مستقبلات بصرية على مساحة نحو 1.5 مليمتر في القطر في المكان الذي يدخل فيه العصب البصري في الشبكية.

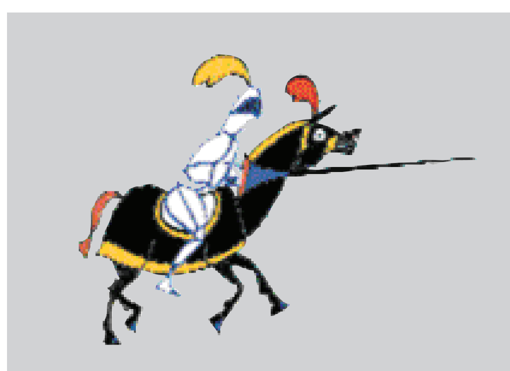
عندما تصل إشارة غير مكتملة من العين إلى الدماغ، يستخدم الدماغ قواعد بسيطة لحساب ما هي المنطقة العمياء في شبكية العين التي يجب أن تكون مرئية. في هذه الحالة يستقرئ الدماغ بين اثنين من خطوط سوداء، ويستنتج أنه خط مستقيم واحد ويملأ هذه الفجوة. على الرغم من أن الدماغ يتصرف بهذه الطريقة ليجعل معنى للعالم، وأحيانًا يمكن استخدام تلك الملَكة لإنشاء ما لا معنى له، مثل الخدع البصرية.

913 التحديق في الطائر الأحمر لمدة دقيقة وبعد ذلك انظر في وسط قفص العصافير. سترى صورة تلوية وهمية ــ طائر أخضر ــ في القفص.

هناك ثلاثة أنواع من مستقبلات اللون في العين ــ واحد لكل من الأحمر والأخضر والأزرق. الأحمر في طير هذه الصورة يسبب تكيف المستقبلات الحمراء، والخفض المؤقت لحساسية العين للأحمر. حيث إن هذا الشكل لا يعكس الكثير من الضوء الأخضر أو الأزرق، تصبح مستقبلات تلك الألوان أكثر حساسية. عند تحول بصرك إلى المنطقة الرمادية، تأثير التكيف يجعل مستقبلاتك الخضراء والزرقاء حساسة بصورة عالية، بينما المستقبلات الحمراء خاملة ــ وبالتالي ترى المنطقة الرمادية مؤقتًا كأنها خضراء.

باختصار، بُعد الصور هي إشارة إلى أن المستقبلات البصرية لدينا أصبحت مرهقة من رؤية الكثير من اللون نفسه.

914 التحديق في الفارس الأسود وحصانه الأبيض لمدة من الوقت، ثم النظر في المنطقة الرمادية على اليمين. سترى انعكاس صورة تلوية، فترى فارسًا أبيض على حصان أسود.



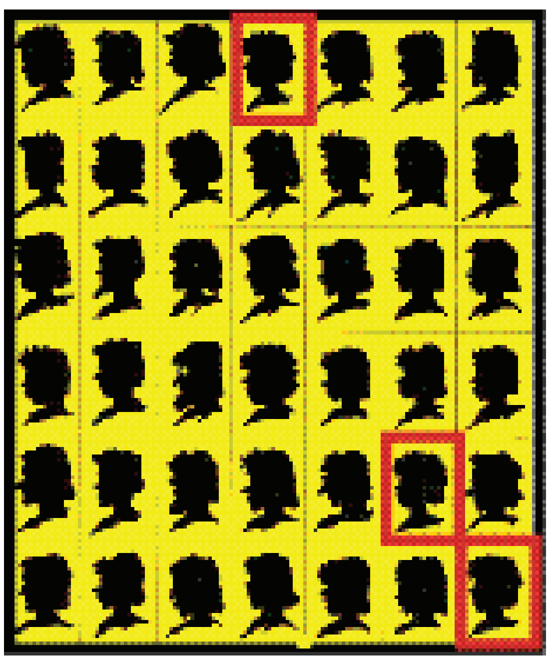
915 إنها دائمًا البقعة التي كنت تنظر إليها. انظر بصورة ثابتة في النمط، وسترى الأثر الإيجابي للصورة التلوية الذي يؤدي إلى وهم البقع الرمادية الصغيرة عند التقاطعات. لكن إذا حاولت أن تنظر مباشرة في أي بقعة، فإن المعلومات البصرية الجديدة من مركز مجال رؤيتك تمحو أثر الصورة التلوية ــ والبقعة الرمادية.

916 الغطاء الأزرق يناسب الصندوق الأحمر، والأحمر يناسب الصندوق الأزرق.

917 عند إلقاء نظرة على الصفحة بزاوية مائلة جدًّا على طول اتجاه هذين الخطين، يظهر الخط الثالث أو حتى الرابع كخدعة بصرية موهمة. وتظهر هذه التأثيرات البصرية والخدع عند تقاطع خطين أو مجموعة من خطوط في زوايا صغيرة جدًّا.

918 لديك رؤية خارقة، تمامًا مثل سوبرمان، حيث يمكنك تقريب الفجوة وربط الجسرين ببساطة من خلال النظر فيه. كل ما عليك فعله هو أن تنظر حول العينين في الصورة من مسافة بعيدة.

919



920 حارس القصر. إذا لم تتمكن من إخراجه، فقف على بعد متر واحد من الصورة وأغمض إحدى عينيك.

هناك أكثر من 120 مليون من المستقبلات البصرية التي قسمت الصور المتوقعة على شبكية العين داخل النقطة ــ تحجيم الرسائل ــ لا تختلف عن صور الصحيفة المطبوعة في نقاط نصفية، أو شاشات الحاسوب تقسمها إلى بكسلات، أو اللوحات التنقيطية.

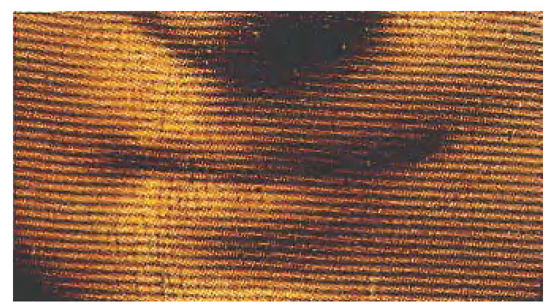
921 الموقع 5 في خط مستقيم مع المدرجة.

922 يمكن إيجاد قطعة الكيك المفقودة عند قلب الصورة رأسًا على عقب.



923 عندما ينظر إليها بعيون نصف مغمضة من مسافة متر تقريبًا، يتحول النمط إلى الابتسامة الشهيرة للوحة الموناليزا.





924 الأزواج هم (5_7)، (10_4)، (8_1). مجموعة الثلاثة هي (9_3_2). الشكل المختلف هو رقم (6).

925 الحروف في الكلمات في الأسفل تحتوي جميعها على تناظر أفقي. لمثل هذه الصورة، الانعكاس يكون مثل تدويرها 180 درجة. ويسهل إدراك الدوران أكثر؛ لأن الصورة لا تزال تهجئ كلمات إنجليزية معترف بها.

926 الذبابة يمكن أن تكون في واحد من ثلاثة مواقع:

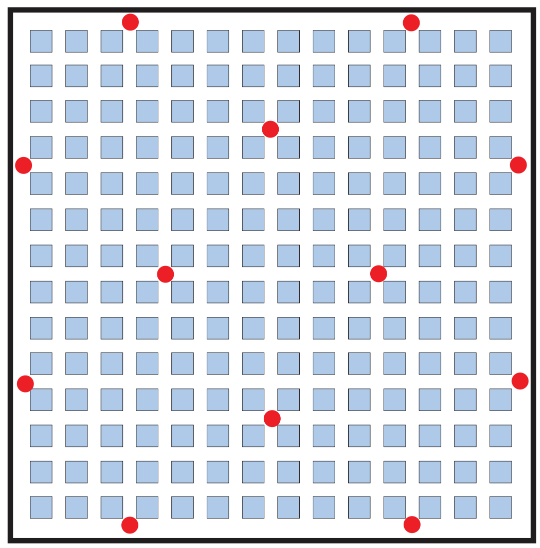
1. على الجانب الخارجي للصندوق، وعلى الجانب العمودي المنقلب باتجاهك.
2. على الجانب الخارجي للصندوق، في الأسفل.
3. في الداخل، في الأرضية المقلوبة.

927 فقط اقلب الصورة رأسًا على عقب.

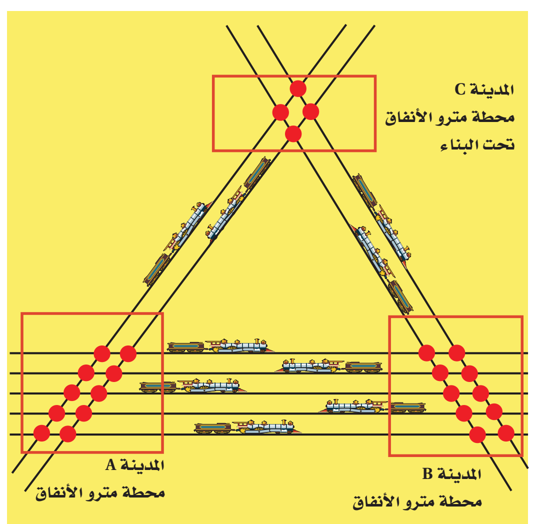
الفصل 14 الحلول

928
المبنى 1 _ مخطط 11 (المشهد العلوي).
المبنى 2 _ مخطط 9 (علوي).
المبنى 3 _ مخطط 13 (علوي).
المبنى 4 _ مخطط 5 (علوي).
المبنى 5 _ مخطط 7 (علوي).
المبنى 6 _ مخطط 16 (المشهد الأمامي).
المبنى 7 _ مخطط 8 (الأمامية).
المبنى 8 _ مخطط 15 (الأمامية).

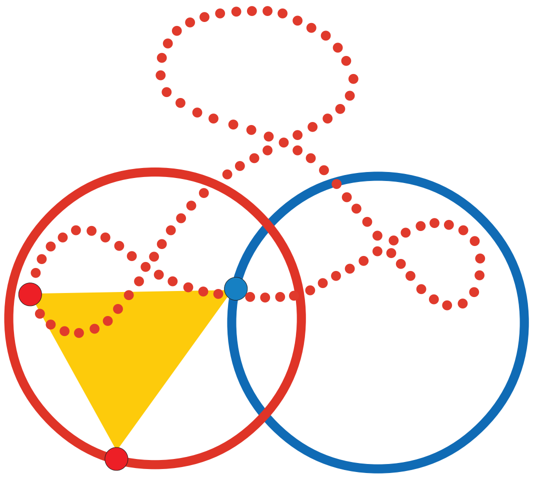
929 التصميم المبين أدناه يتطلب اثني عشر منفذًا فقط.



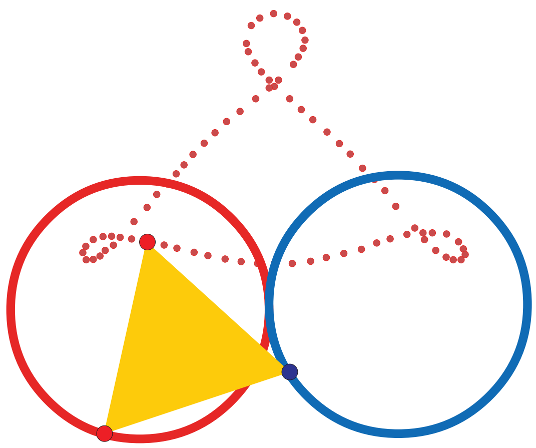
930 من خلال التجربة والخطأ، يمكنك تحديد أن المجموعات الثلاث من المسارات التسعة التي يمكن ترتيبها 3 و3 و3 (لـ 27 تقاطعًا)، 3، 2 و4 (لـ 26 تقاطعًا) أو الحل الذي يمثل الحد الأدنى أدناه من 5.2.2 (لـ 24 تقاطعًا).



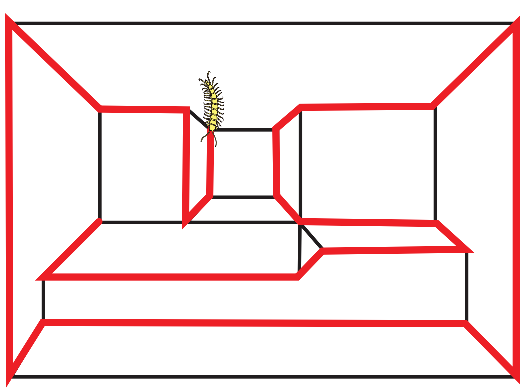
931



932

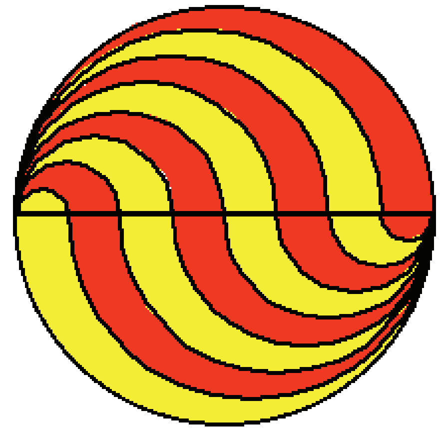


933 إنها مشكلة، لحل هذا النوع من المسائل من خلال النظر إلى المجسم الثلاثي الأبعاد. ستكون بعض الزوايا والحواف دائمًا مخفية. بدلًا من ذلك، علينا إنشاء مخطط مكافئ له طوبولوجيًا ثنائي الأبعاد كما هو موضح أدناه، ليمكننا فيه معرفة الحل.



934 يمكن تقسيم دائرة إلى أي عدد من المناطق من المساحات المتساوية باستخدام الفرجار والمسطرة. ببساطة قسم القطر إلى عدد من الأقسام المتساوية المطلوبة، ومن تلك النقاط ارسم أنصاف الدوائر، كما هو مبين.

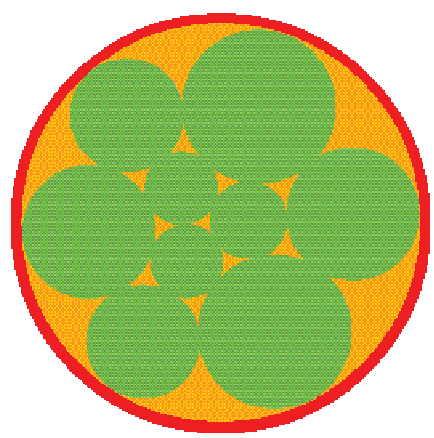
علماء الرياضيات الصينية القديمة عرفوا هذه الطريقة. ين–يانغ (Yin–Yang) مثال على ذلك.



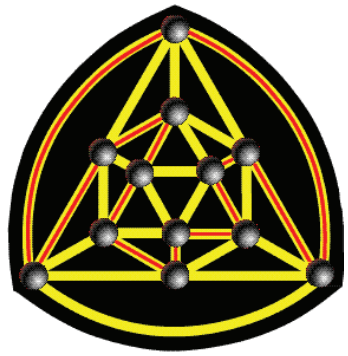
935



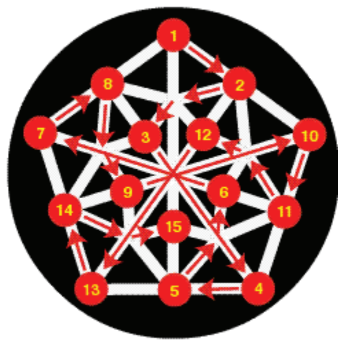
936 هذا هو الحل الأفضل الذي وجد حتى الآن.



937 فيما يأتي، إحدى الإجابات الممكنة أدناه. إذا طلب اللغز منك أن تجتاز كل سطر مرة واحدة ومرة واحدة فقط، فإنه قد يكون مستحيلًا!



938 أحد الحلول العديدة.



939 النتائج مستقلة عن الطريقة التي تتداخل بها الأشكال الأصغر مع الأشكال الأكبر. بعد كل شيء، يتم إزالة التداخل من المناطق الحمراء والزرقاء؛ لذلك هناك طريقة واحدة سهلة لمقارنة المناطق الحمراء والزرقاء وهي معرفة الفرق بين مجموع مساحة المناطق من الأشكال الأصغر ومساحة المنطقة من الشكل الأكبر.

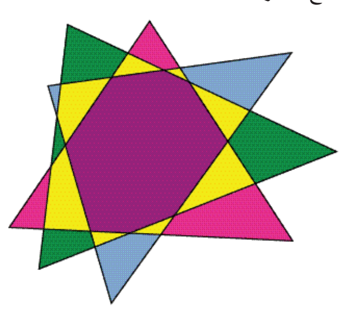
الدوائر ($r^2\pi$): المناطق الحمراء والزرقاء متساوية.

المربعات (a^2): المنطقة الزرقاء هي الأكبر.

المثلثات ($\frac{a^2}{4}\sqrt{3}$): مجموع مساحة المناطق الحمراء هو الأكبر.

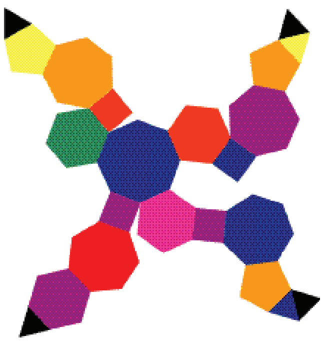
940 للأخذ في الحسبان أسوأ سيناريو ممكن (خمسة حمراء، خمسة صفراء، خمسة خضراء وواحد أزرق)، يجب عليك سحب ستة عشر سلكًا.

941 ويمكن لهذه المثلثات أن تتداخل لتشكل ما يصل إلى تسع عشرة منطقة.



942 لأي من الخيول السبعة القادمة في البداية، هناك ستة خيول مختلفة من الممكن أن تأتي في المرتبة الثانية. لكل من الاثنتين والأربعين مجموعة المختلفة من الأولى – والثانية لمواقع الخيول، هناك خمسة خيول مختلفة من الممكن أن تأتي في المركز الثالث. وهذا يعني أن هناك $5 \times 6 \times 7$، أي 210 مجموعة مختلفة من الخيول.

943



944 عدد المجموعات الثلاثية الحروف غير مكررة هي: $26 \times 25 \times 24 = 15600$ وهذا يعني أن فرصته 0.0064%.

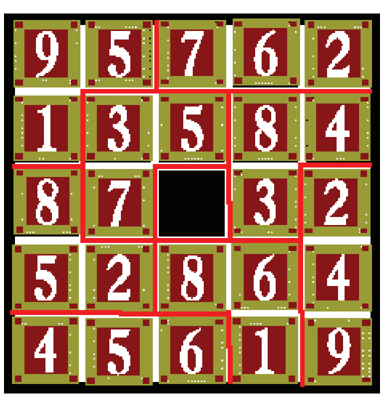
945 المنطقة الحمراء هي ثلثا مساحة المثلث الأصلي.

946 يجب أن يكون هناك اثنان على الأقل من هؤلاء الأولاد.

947 يمكن إيجاد الجواب عن طريق الضرب البسيط: $26 \times 26 \times 26 \times 10 \times 10 \times 10$، أي (456976000).

948 هناك خمسة عشر زوجًا فريدًا من الخراف. إذا تم ترميز الخراف، مثلًا، (A, B, C, D, E, F)، فإن الأزواج الممكنة هي: (AB, AC, AD, AE, AF, BC, BD, BE, BF, CD, CE, CF, DE, DF, EF).

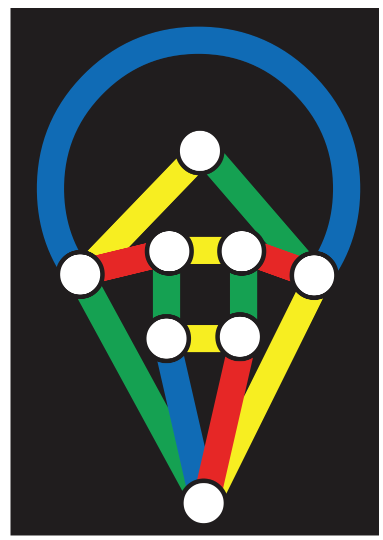
949 تمثل المجموعات الثمانية الطرق الثمانية الممكنة لإنشاء ثلاثة أرقام مختلفة من 1 إلى 9، والتي مجموعها 15.



950 هذه التوافيق الستة عشر للأرقام الأربعة بوصفها جزءًا من مجموعة أكبر مكونة من ست وثمانين مجموعة توافيق محتملة للأعداد، بدءًا من 1 إلى 16 التي مجموعها 34.

2	3	13	16	3	2	14	15
5	8	10	11	4	9	10	11
11	10	9	4	13	16	1	2
16	13	4	1	14	7	9	6
4	5	10	13	5	8	10	11
3	6	11	16	2	14	8	10
12	10	9	3	11	5	3	15
15	13	4	2	16	12	5	1

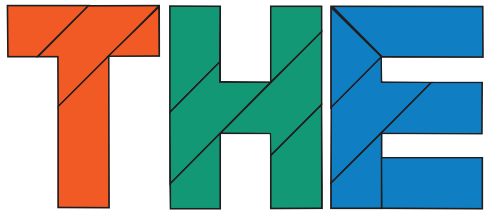
951 نحتاج إلى أربعة ألوان كما هو موضح.



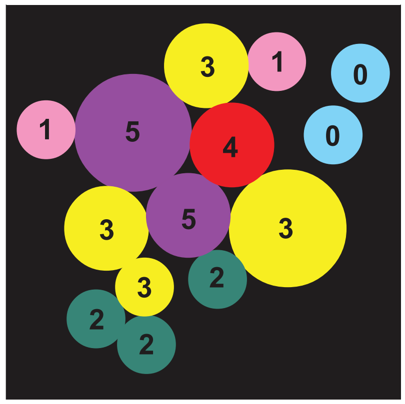
952 ثمانية

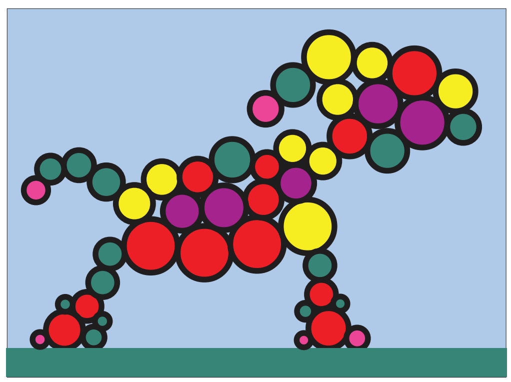


953

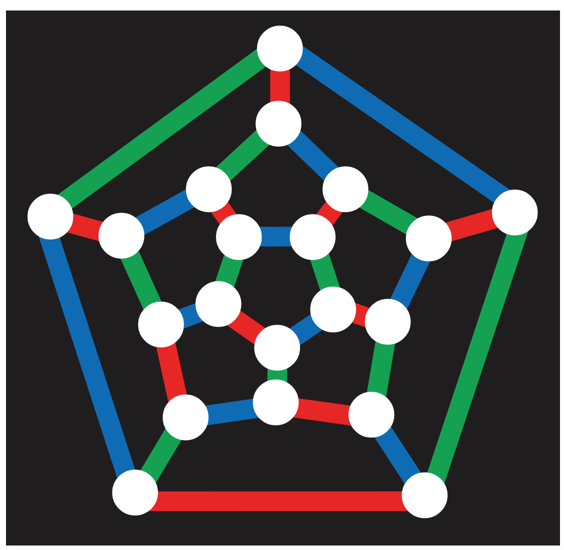


954 يُحدَّد لون كل دائرة بحسب عدد الدوائر الملامسة لها.

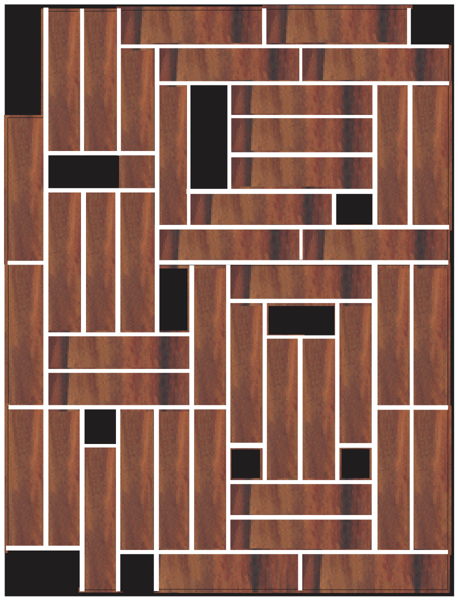




955 نحتاج إلى ثلاثة ألوان فقط كما هو موضح.



956



957 كل جزء على شاشة الإنسان الآلي الإلكترونية يمكن أن يظهر أرقامًا مكونة من خانة واحدة: 1 أو 2 أو 3 أو تتركها فارغة، ويقصد بذلك أنها تظهر ثلاثة أرقام مكونة من خانة واحدة:

1 و2 و3

تسعة أرقام مختلفة مكونة من خانتين (منزلتين):

11 و12 و13 و21 و22 و23 و31 و32 و33

و سبعة وعشرون رقمًا مختلفًا مكونة من ثلاث خانات:

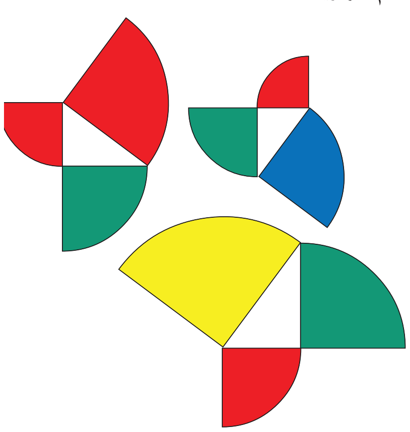
111 و112 و113 و 121 و122 و123 و131 و 132 و 133 و 211 و 212 و213 و221 و 222 و 223 و 231 و232 و 233 و 311 و 312 و 313 و 321 و 322 و 323 و 331 و 332 و 333

ليصبح المجموع تسعة وثلاثين رقمًا.

يمكنك حل هذا بسهوله على النحو الآتي:

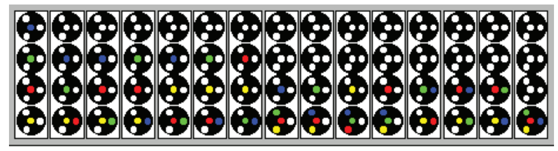
$3 + 3^2 + 3^3 = 39$

958 تؤكد نظرية فيثاغورس أن المساحات متساوية تمامًا؛ فهناك نصفا قطري ربع الدائرتين المتلامستين يكوِّنان زاوية قائمة بينهما، ثم نطابق ربعًا آخر على الوتر ليكتمل المثلث القائم الزاوية.

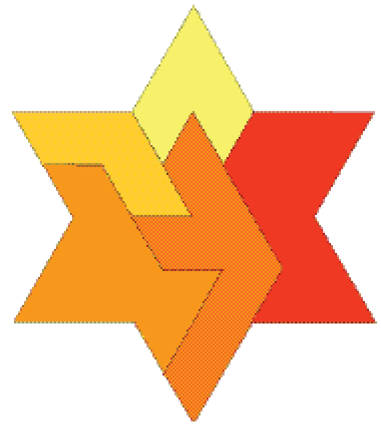


959

كما هو موضح، توجد خمس عشرة طريقة مختلفة لتوزيع أربع قطع من الفاكهة فوق أربعة أطباق.



960

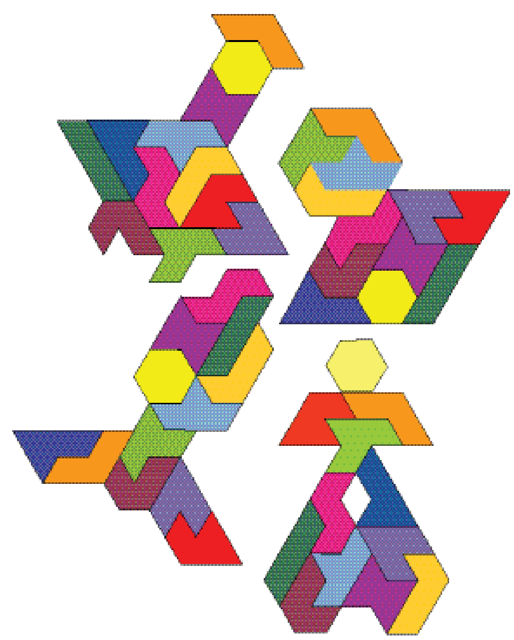


961

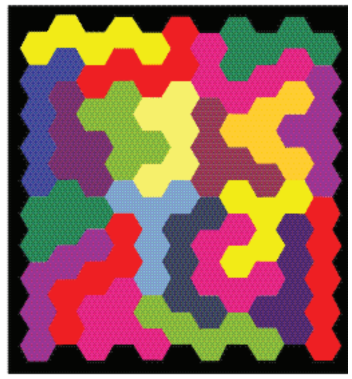
هذه السلسلة من الأرقام تظهر بالتفصيل عدد أزواج جديدة من الأرانب التي تنتج كل شهر، بدءًا من أول زوج جديد يولد في شهر يناير؛ لذا فإن مجموع الأزواج هو 376.

Jan	Feb	Mar	Apr	May	Jun	Jul	Aug	Sep	Oct	Nov	Dec
1	2	1	3	5	8	13	21	34	55	89	144

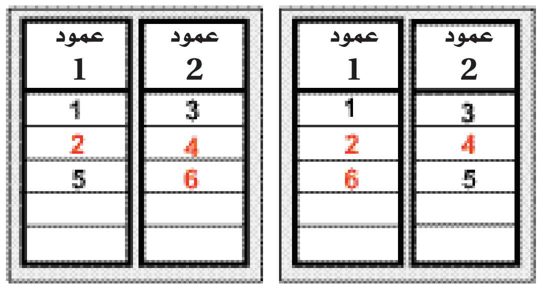
962



963



964

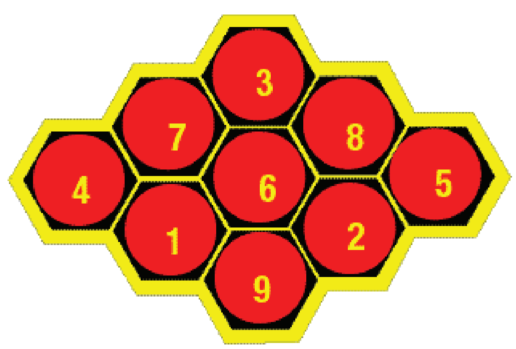


كما ترى في الجدول الأول فليس من المهم أين يضع اللاعب الاول رقم 5؛ لأن اللاعب الثاني سيربح عندما يضع رقم 6.



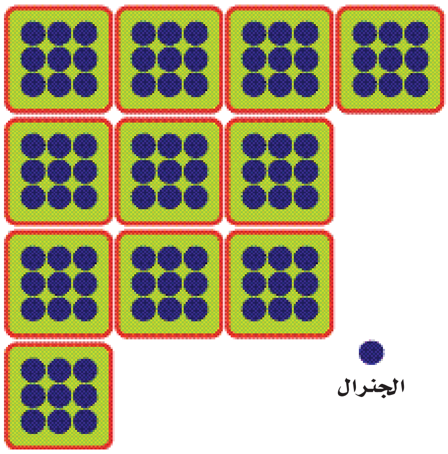
في الجدول الثاني يمكنك أن ترى أنه من المستحيل دائمًا أن يوضع رقم 9.

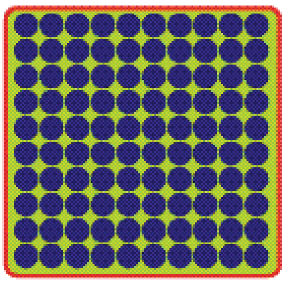
965



966

يجب أن يكون الرقم الإجمالي للجنود بالإضافة إلى الجنرال رقمًا مربعًا، ويساوي أيضًا أصغر مربع 1، زائد حاصل ضرب 11، وهو 1 + 11 × 9.





967

الإجابة النموذجية لهذه المسألة تسمى (مسألة حجر البرد)؛ وذلك لأن طريقة دورة الأرقام تشابه طريقة تزايد حجر البرد في أثناء الرعد؛ حيث إنه غير محدد وغير معروف. ولكنَّ أيًّا من الأرقام حتى رقم 26 سيظل لمدة طويلة؛ حيث ستحصل بدءًا من رقم 7 على الأرقام الآتية: 7 و22 و11 و34 و17 و52 و26 و13 و40 و20 و10 و5 و 16 و8 و4 و2 و1 و 4 وهكذا.

من هنا يبدأ رقم 27 رحلته المثيرة للوصول إلى رقم 9 و 232 في المرحلة رقم 77 قبل تحطمه. يصل إلى حلقة 2ـ4ـ1ـ2ـ4ـ1 في المرحلة رقم 111، ولقد اختُبرت الأرقام كلها حتى الترليون وفي نهاية المطاف تصل إلى الثغرة.

968

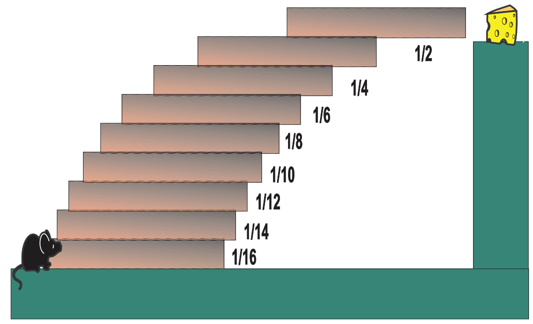
تبلغ مساحة المربع الذهبي الواحد من الجيل الأول $^1/_9$ المساحة الأصلية للمربع الأزرق. تبلغ مساحة ثمانية مربعات ذهبية من الجيل الثاني $^1/_9$ مساحة المربعات الزرقاء الأصغر حجمًا التي هي نفسها تبلغ $^1/_9$ المساحة الأصلية. وجد الجيل الثالث ستة وأربعين مربعًا ذهبيًّا تبلغ مساحة كل منها $(^1/_9)^3$ من المساحة الأصلية للمربع الأزرق. يصبح نمط التسلسل:

$$1 \times {}^1/_9 + 8 \times ({}^1/_9)^2 + 8^2 \times ({}^1/_9)^3 + 8^3 \times ({}^1/_9)^4 + \ldots$$

إذا قمت بالعملية الحسابية للجيل الخامس والعشرين، سوف تجد أن المربعات الذهبية تمثل 95% تقريبًا من مساحة المربعات الزرقاء الأصلية. من الواضح أن مساحة المربعات الذهبية تتزايد و تقترب من 100% من المربع الأصلي، ولكنها لن تصل إلى التغطية الكاملة.

969

عُدَّ من أعلى، يمكن أن يكون اللوح الأول به بروز على اللوح الذي أسفل منه مباشرة، وهو ما يعادل $^1/_2$n متر، ويقودك ذلك إلى التسلسل $^1/_2$ و $^1/_4$ و $^1/_6$ و $^1/_8$ و $^1/_{10}$ و $^1/_{12}$ و $^1/_{14}$ و $^1/_{16}$، وهو ما يأتي من الأمتار: (0.62, 0.71, 0.83, 0.10, 0.125, 0.167, 0.25, 0.5) ومن ثم يكون البروز الإجمالي 1.358 متر — أقل قليلًا من موقع قطعة الجبن.



970

حصلت على إلهام هذا اللغز خلال محاضرة عالم الرياضيات والمنطق ريموند سموليان (Raymond Smullyan). كما وضح هو في الإجابة، أن على الشاب أن يسأل إحدى الفتاتين سؤالًا بسيطًا: (هل أنت متزوجة؟) وبصرف النظر عمن تجيب عن سؤاله، فإذا كانت الإجابة من الفتاة: (نعم) فهذا يعني أن إمليا الصادقة متزوجة وشقيقتها ليلى الكاذبة عزباء. أما إذا كانت إجابة الفتاة: "لا" فهذا يعني أن إمليا الصادقة عزباء وشقيقتها ليلى الكاذبة متزوجة. فمن خلال أي من الإجابتين سيعرف هذا الشاب الحقيقة.

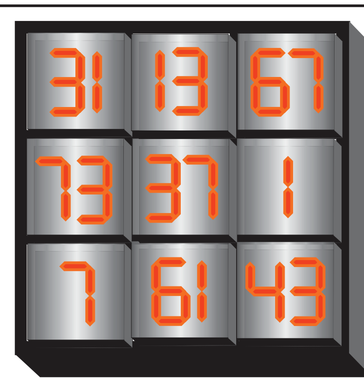
971

يمكنك ببساطة نقل كل ضيف إلى الغرفة التي رقمها ضعف رقم غرفته، فالشخص في الغرفة رقم 1 يذهب إلى الغرفة 2، والشخص في الغرفة 2 يذهب إلى الغرفة 4 والشخص في الغرفة 3 يذهب إلى الغرفة 6 وهكذا، وسيتم إخلاء الغرف الفردية جميعها، وحيث إنه يوجد عدد لانهائي من الأعداد الفردية، عندها يمكن استيعاب الضيوف الجدد جميعهم.

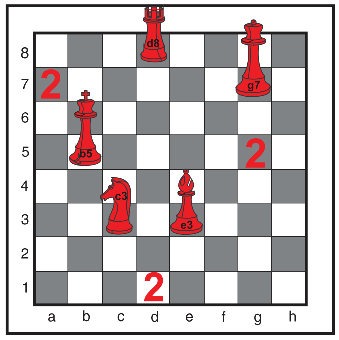
972

عليك سؤاله: «أي اتجاه يُوصل إلى مدينتك؟». إذا كان من مدينة الصدق فسيشير إليها، وإذا كان من مدينة الكذب فسيشير إلى مدينة الصدق أيضًا. في كلا الحالتين اتبع ما يشيرا إليه.

973



974



975

إسأل كلًا منهم سؤالًا واحدًا مرتين، بحيث تكون متأكدًا من معرفتهم الإجابة الصحيحة له. السؤال (مثلًا) هو: أنا في مدينة لاس فيغاس؟ ثم كرره، هل أنا في مدينة لاس فيغاس؟ ستكون إجابات الثلاثة على النحو الآتي:

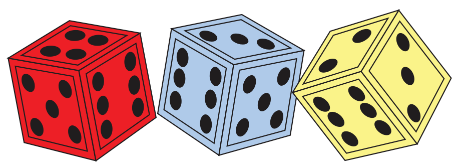
الصادق: (نعم—نعم)

الكاذب: (لا-لا)

المتذبذب: (نعم-لا) أو (لا-نعم)

976

إن أكبر مجموع ممكن لثلاثة أوجه في النرد الواحد يبلغ 15 أي (4+5+6=15)؛ وعليه، فإن التركيبات المحتملة لأحجار النرد الثلاثة ليكون مجموع أوجهها التسعة (40)، هو: (15+13+12) أو (15+14+11) لكن من المستحيل الحصول على 13 في نرد واحد حقيقي؛ لذلك الإجابة هي: (15+14+11).



977

هذه لعبة كلاسيكية، واقترحها بيتر غابور (Peter Gabor)، ويوجد ستة Fs.

978

على الرغم من أن العملة لها فرص متساوية لتكون في الجهة نفسها بعد كل رمية، فإن اللاعب الذي يرمي أولًا هو من لديه فرصة أكبر مهما استمر وقت اللعبة، فإن احتمالية فوز اللاعب الأول هي مجموع الاحتمالات التي تحدث في كل فرصة رمي.

$$^1/_2 + (^1/_2)^3 + (^1/_2)^5 + (^1/_2)^7 + ...$$

هذه هي السلسلة التي لها عدد مالانهاية من الحدود تقترب من 2/3 في القيمة؛ لذلك فإن اللاعب الذي يرمي أولًا لديه الفرصة في الفوز، تعادل ضعف فرصة اللاعب الثاني، إن كنت مستغربًا من النتيجة، فالعب عددًا من المرات، واحتفظ بسجل من يفوز بصورة دائمة.

979

اضرب ببساطة فرص إلقاء الكرة في الصندوق الفارغ:

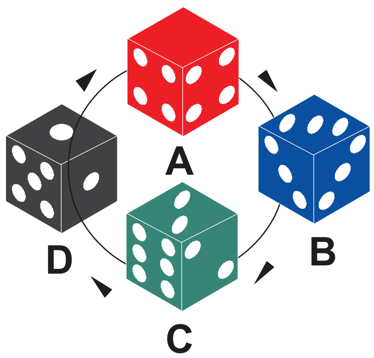
$$^4/_4 \times {}^3/_4 \times {}^2/_4 \times {}^1/_4 = {}^6/_{64} = 0.09$$

ويعني ذلك أنه توجد فرصة واحدة تقريبًا من كل عشر محاولات في أن الصناديق الأربعة التي ستحتوي على كرة واحدة، والصيغة العامة لهذه المسألة، هي: $n!/n^n$

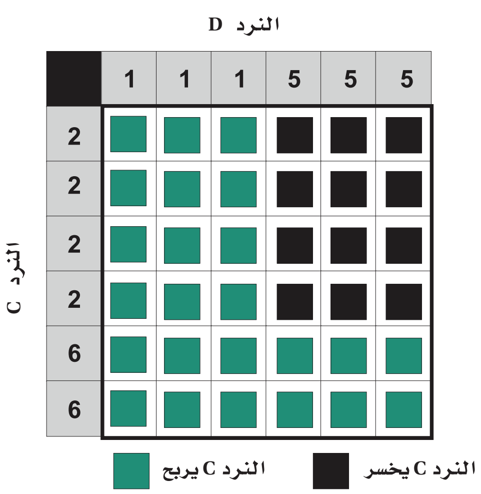
980

من يقوم بالتدوير أولًا سيكون لديه الاختيار الأفضل، عندما يقوم الشخص الثالث بالتدوير، فإن الشخص الأول سيفوز عليه بنسبة 51%؛ لأن الرقم 3 سيهزم الشخص الثالث، أما الشخص الثاني فلديه متوسط تدوير عالٍ (3.33)، ولكن الرقم 3 لدى الشخص الأول يهزم الشخص الثاني بنسبة 56%.

981



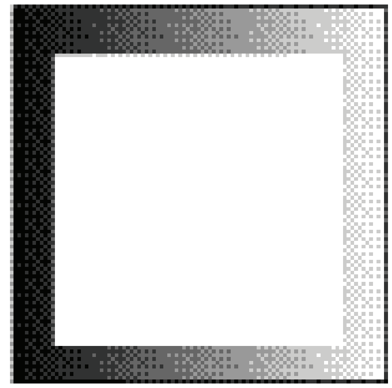
عندما يُرمى نردان ضد بعضهما، فهناك ست وثلاثون نتيجة محتملة، يظهر الجدول أدناه نتائج نرد C مقابل نرد D، ويفوز نرد C أربعًا وعشرين مرة، ويفوز نرد D اثنتي عشرة مرة، ويمكن إيجاد نتائج مشابهة مع نرد D مقابل نرد A، ونرد A مقابل نرد B، ونرد B مقابل A، بصرف النظر عن النرد الذي يختاره خصمك، فبإمكانك اختيار النرد الذي على اليسار فورًا (أو نرد D إذا اختار خصمك نرد A)، وستفوز مرتين من أصل ثلاث مرات.



982

الإجابة هي شريطان — واحد ملفوف في معصم اليد اليمنى والآخر في معصم اليد اليسرى.

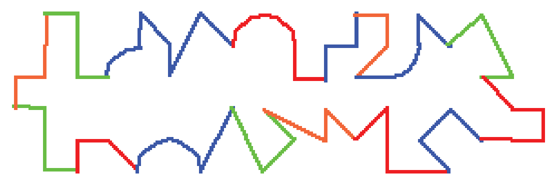
983 سوف تحصل على مربع عادي (حلقة) بجانبين وحافتين من دون لفات.



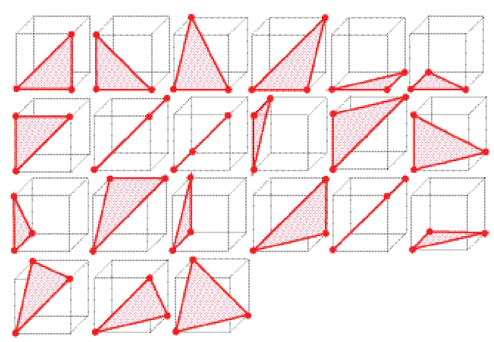
984 يتكوَّن الشكل من قطعتين منفصلتين، ويمكن أن تُفصلا عن بعضهما.



985

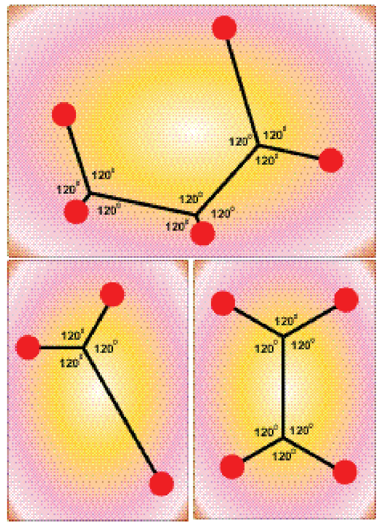


987 يظهر الشكل البياني الاتجاهات الممكنة جميعها بدءًا من النقطة 1، وكما ترى أنه من الممكن تشكيل مثلث قائم الزاوية في ثمانية عشر من إجمالي واحد وعشرين شكلًا، ما يعني أن الاحتمال هو $^6/_7$.

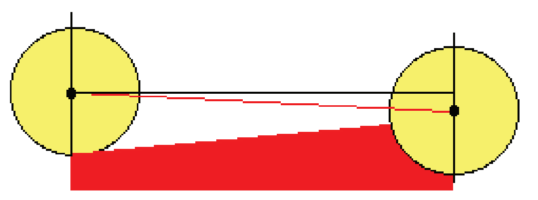


988 أدنى مسار هو رسم بياني على هيئة شجرة من دون حلقات مغلقة، حيث تُربط بوساطتها الخطوط ببعضها بزاوية 120 درجة، بالنسبة إلى الأعداد الكبيرة من النقاط فإنه من الصعب التنبؤ بالمسار الأدنى. والجدير بالذكر أنه، عند غمر نموذج ثلاثي الأبعاد في محلول صابوني فسيعطينا حلًّا مباشرًا لأصعب نوع من هذه الترابطات.

حل ربط المدن الخمس قدمه نك باكستر (Nick Baxter).

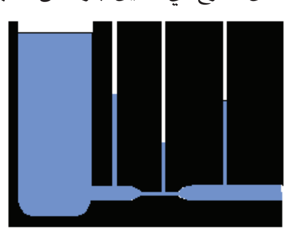


989 عندما يُلفُّ المخروط المزدوج إلى (أعلى)، فإن زيادة عرض المسار تخفض في الواقع مركز ثقل المخروط، و على الرغم مما نعتقد أننا نراه، فإن المخروط المزدوج يتحرك نحو الأسفل.

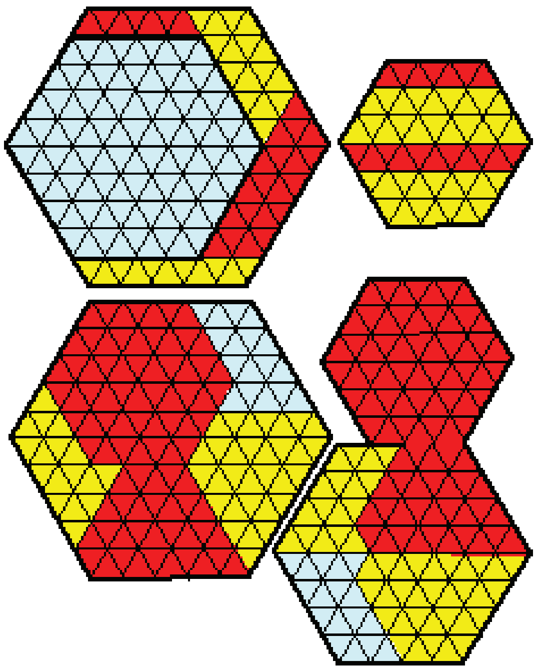


990 إذا كان من ضمن الشروط أن تكون الأثقال في كفة واحدة والأجسام الموزونة في الكفة الأخرى، فإن الأثقال التي نحتاجها هي: (1, 2, 4, 8, 16, 32) من الجرامات. لكن إذا كان في إمكاننا وضع الأثقال في كلا الكفتين، فيقل عدد الأثقال التي نحتاجها إلى أربعة، وهي: (1, 3, 9, 27) من الجرامات. أول من حل اللغز كلود جاسبرد باشيت (Claud_Gaspar Bachet) في عام 1623م.

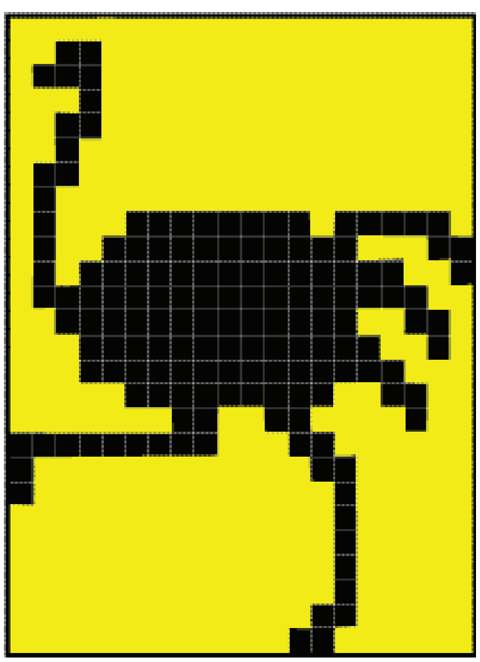
991 مستوى الماء موضح هنا؛ عندما يتدفق الماء أسرع، فإن ضغط الماء يكون أدنى فيدفع الماء بأقل قوة، كما ترى فإن الماء يتدفق أسرع في أضيق جزء من الأنبوب.



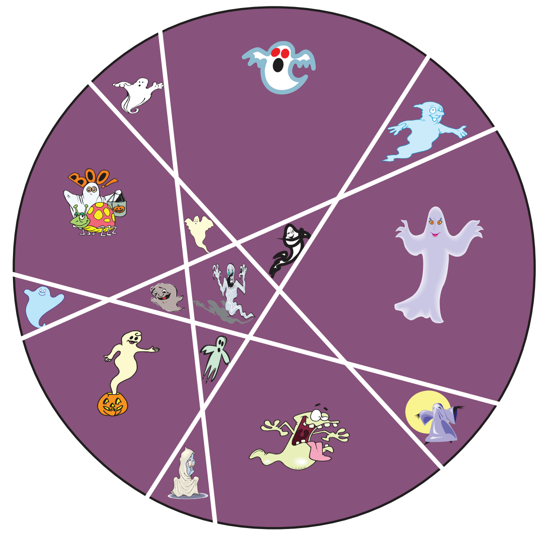
992 في الواقع إن نظرية فيثاغورس صالحة ليست لسداسي الأضلاع والمربعات فقط، ولكن لأي مجموعة أشكال متشابهة هندسيًّا. وجد شميرل (Schmerl) خمسة حلول لهذه المسألة (كما هو موضح أدناه في اليسار و اليمين)، ووجد عالم الرياضيات الأمريكي جريج فريدريكسون (greg frederickson) أربعة حلول غير مباشرة. كلاهما موضح هنا.



993



994



995

هناك 21 احتمالًا لتكوين أزواج من الطيور من سبعة طيور. يمكنك استخدام هذه القائمة لعمل جدول منهجي للأعلاف:

اليوم الأول: 1 و2 و3، تشمل الأزواج (1ـ2) (1ـ3) (2ـ3)

اليوم الثاني: 1 و4 و5، تشمل الأزواج (1ـ4) (1ـ5) (4ـ5)

اليوم الثالث: 1 و6 و7، و تشمل الأزواج (1ـ6) (1ـ7) (6ـ7)

اليوم الرابع: 2 و4 و6، و تشمل الأزواج (2ـ4) (2ـ6) (4ـ6)

اليوم الخامس: 2 و5 و7، و تشمل الأزواج (2ـ5) (2ـ7) (5ـ7)

اليوم السادس: 3 و4 و7، و تشمل الأزواج (3ـ4) (3ـ7) (4ـ7)

اليوم السابع: 3 و5 و6، و تشمل الأزواج (3ـ5) (3ـ6) (5ـ6)

996

في الأنابيب المتصلة يكون مستوى الماء واحدًا. الضغط غير مرتبط بحجم الأنبوب أو شكله، ويعتمد فقط على ارتفاع السائل، وهذا ما يسمى بالفارق الهايدروستاتيكي.

997

المربع الحادي عشر سيحصل على أضلاع من 32 وحدة. عندما يتم التقدم خطوتين سيتضاعف طول الأضلاع.

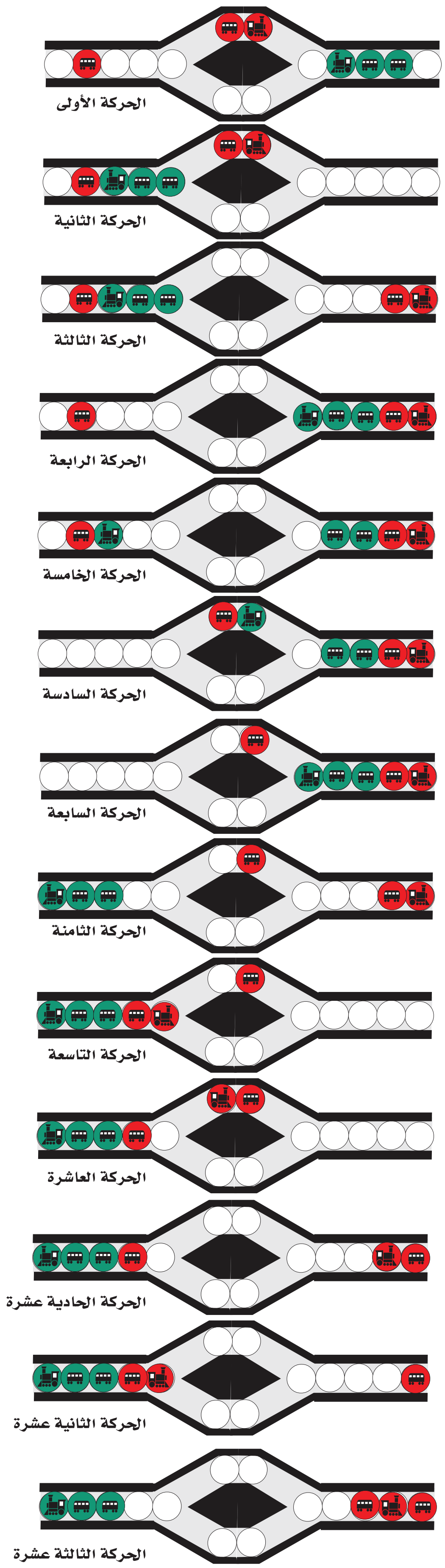
998

توجد فرصة أقل من 2%:

$$\frac{6}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{4}{6} \times \frac{3}{6} \times \frac{2}{6} \times \frac{1}{6} = 0.015$$

أي 1.5%

999



1000

توجد بالضبط ثمانية احتمالات لاستخراج ناتج الأعمار الثلاثة ليصبح 36

الابن الأول	الابن الثاني	الابن الثالث	حاصل الضرب	المجموع
1	1	36	36	38
1	2	18	36	21
1	3	12	36	16
1	4	9	36	14
1	6	6	36	13
2	2	9	36	13
2	3	6	36	11
3	3	4	36	10

لم يتمكن خالد من حل المسألة عندما علم حاصل ضرب أعمارهم ومجموع أعمارهم الذي يمثل تاريخ (الاجتماع) اليوم.

هذا الأمر دَل على أن هناك احتمالين لمجموع أعمارهم (أعمار الأولاد الثلاثة)، وهو 13 في هذه الحالة؛ فحاصل الضرب 36 في الحالات كلها، لكن مجموع الأعمار مختلف ما عدا حالتين (13)؛ أي إن أعمار الأولاد الثلاثة هي إما (1, 6, 6) أو (2, 2, 9)؛ لهذا السبب احتار خالد، ولكن عندما علم بوجود ابن أصغر استطاع حل المسألة. فالاحتمال الأول يحوي توائم وابنًا أصغر، بينما يحوي الاحتمال الثاني توائم أيضًا لكن من دون ابن أصغر؛ هذا يعني أن أعمار الأولاد الثلاثة هي (1,6,6).

المراجع

Ball, W. W.; Rouse, and H.S.M. Coxeter. *Mathematical Recreations & Essays*. New York: Dover Publications, 1987.

Barbeau, Edward J.; Murray S. Klamkin; and William O. Moser. *Five Hundred Mathematical Challenges*. Washington, D.C.: The Mathematical Association of America, 1995.

Barr, Stephen. *Experiments in Topology*. New York: Dover Publications, 1989.

———. *Mathematical Brain Benders: Second Miscellany of Puzzles*. New York: Dover Publications, 1982.

Berlekamp, Elwyn, and Tom Rodgers. *The Mathemagician and Pied Puzzles: A Collection in Tribute to Martin Gardner*. Natick, Mass.: A. K. Peters, 1999.

Berlekamp, Elwyn R.; John H. Conway; and Richard K. Guy. *Winning Ways for Your Mathematical Plays*. Natick, Mass.: A. K. Peters, 2001.

Bodycombe, David J. *The Mammoth Book of Brainstorming Puzzles*. London: Constable Robinson, 1996.

———. *The Mammoth Puzzle Carnival*. New York: Carroll and Graf, 1997.

Brecher, Erwin. *Surprising Science Puzzles*. New York: Sterling Publishing, 1996.

Burger, Edward B., and Michael Starbird. *The Heart of Mathematics: An Invitation to Effective Thinking*. New York: Springer-Verlag, 2000.

Case, Adam. *Who Tells the Truth?: A Collection of Logical Puzzles to Make You Think*. Suffolk, UK: Tarquin Publications, 1991.

Comap. *For All Practical Purposes: Introduction to Contemporary Mathematics*. New York: W. H. Freeman and Company, 1988.

Conway, John H., and Richard K. Guy. *The Book of Numbers*. New York: Copernicus Books, 1997.

Cundy, H. M., and A. P. Rollett. *Mathematical Models*. Suffolk, UK: Tarquin Publications, 1997.

Devlin, Keith. *Mathematics: The Science of Patterns: The Search for Order in Life, Mind, and the Universe*. Scientific American Paperback Library. New York: W. H. Freeman and Company, 1997.

Dewdney, A. K. *The Armchair Universe: An Exploration of Computer Worlds*. New York: W. H. Freeman and Company, 1988.

Dudeney, Henry Ernest. *Amusements in Mathematics*. New York: Dover Publications, 1958.

Epstein, Lewis Carroll. *Thinking Physics: Is Gedanken Physics; Practical Lessons in Critical Thinking*. San Francisco: Insight Press, 1985.

Fomin, Dmitri; Sergey Genkin; and Ilia Itenberg. *Mathematical Circles (Russia Experience)*. Providence, R.I.: American Mathematical Society, 1996.

Frederickson, Greg N. *Dissections: Plane & Fancy*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1997.

Gale, David. *Tracking the Automatic Ant and Other Mathematical Explorations*. New York: Copernicus Books, 1998.

Gamow, George. *One Two Three . . . Infinity: Facts and Speculations of Science*. New York: Dover Publications, 1988.

Gardiner, A. *Mathematical Puzzling*. New York: Dover Publications, 1999.

Gardiner, Tony. *More Mathematical Challenges: Problems from the UK Junior Math Olympiad 1989–95*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1997.

Gardner, Martin. *Aha! Gotcha: Paradoxes to Puzzle and Delight*. New York: W. H. Freeman and Company, 1982.

———. *Aha! Insight*. New York: W. H. Freeman and Company, 1978.

———. *Entertaining Mathematical Puzzles*. New York: Dover Publications, 1986.

———. *Fractal Music, Hypercards and More: Mathematical Recreations from* Scientific American Magazine. New York: W. H. Freeman and Company, 1991.

———. *Knotted Doughnuts and Other Mathematical Entertainments*. New York: W. H. Freeman and Company, 1986.

———. *The Last Recreations: Hydras, Eggs, and Other Mathematical Mystifications*. New York: Copernicus Books, 1997.

———. *Mathematical Carnival*. New York: Penguin Books, 1965.

———. *Mathematical Circus: More Puzzles, Games, Paradoxes, and Other Mathematical Entertainments*. Washington, D.C.: Mathematical Association of America, 1992.

———. *Mathematical Magic Show*. Washington, D.C.: Mathematical Association of America, 1988.

———. *Mathematical Puzzles of Sam Loyd*. New York: Dover Publications, 1959.

———. *More Mathematical Puzzles and Diversions*. New York: Penguin Books, 1961.

———. *More Mathematical Puzzles of Sam Loyd*. New York: Dover Publications, 1959.

———. *The New Ambidextrous Universe: Symmetry and Asymmetry, from Mirror Reflections to Superstrings*. Rev. ed. New York: W. H. Freeman and Company, 1991.

———. *Penrose Tiles to Trapdoor Ciphers: And the Return of Dr. Matrix*. Washington, D.C.: Mathematical Association of America, 1997.

———. *Perplexing Puzzles and Tantalizing Teasers*. New York: Dover Publications, 1988.

———. *Riddles of the Sphinx: And Other Mathematical Puzzle Tales*. Washington, D.C.: Mathematical Association of America, 1988.

———. *Second Scientific American Book of Mathematical Puzzles and Diversions*. Chicago: University of Chicago Press, 1987.

———. *Time Travel and Other Mathematical Bewilderments*. New York: W. H. Freeman and Company, 1987.

———. *The Unexpected Hanging: And Other Mathematical Diversions*. Chicago: University of Chicago Press, 1991.

———. *Wheels, Life and Other Mathematical Amusements*. New York: W. H. Freeman and Company, 1983.

Gay, David. *Geometry by Discovery*. New York: John Wiley & Sons, 1998.

Golomb, Solomon W. *Polyominoes: Puzzles, Patterns, Problems, and Packings*. Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1996.

Gruenbaum, Branko, and G. C. Shephard. *Tilings and Patterns.* New York: W. H. Freeman and Company, 1986.

Gullberg, Jan. *Mathematics: From the Birth of Numbers*. New York: W. W. Norton & Company, 1997.

Higgins, Peter M. *Mathematics for the Curious.* London: Oxford University Press, 1998.

Hoffman, Paul. *Archimedes' Revenge*. New York: Ballantine Books, 1997.

———. *The Man Who Loved Only Numbers: The Story of Paul Erdös and the Search for Mathematical Truth*. New York: Little, Brown and Company, 1999.

Ishida, Non, and James Dalgety. *The Sunday Telegraph Book of Nonograms*. London: Pan Books, 1993.

Konhauser, Joseph D. E.; Dan Velleman; and Stan Wagon. *Which Way Did the Bicycle Go?: And Other Intriguing Mathematical Mysteries*. Washington, D.C.: Mathematical Association of America, 1996.

Kordemsky, Boris A. *The Moscow Puzzles: 359 Mathematical Recreations*. New York: Dover Publications, 1992.

Krause, Eugene F. *Taxicab Geometry*. New York: Dover Publications, 1986.

Lines, Malcolm E. *Think of a Number*. Bristol, UK: Institute of Physics Publishing, 1990.

Madachy, Joseph S. *Madachy's Mathematical Recreations*. New York: Dover Publications, 1979.

Nelsen, Roger B. P*roofs Without Words: Exercises in Visual Thinking*. Classroom Resource Materials, No. 1. Washington, D.C.: The Mathematical Association of America, 1993.

———. *Proofs Without Words II: More Exercises in Visual Thinking*. Washington, D.C.: The Mathematical Association of America, 2000.

Pappas, Theoni. *More Joy of Mathematics: Exploring Mathematics All Around You*. San Carlos, Calif.: Wide World Publishing/Tetra, 1991.

Pentagram. *The Puzzlegram Diary*. London: Ebury Press Stationery, 1994.

Peterson, Ivars. *Islands of Truth: A Mathematical Mystery Cruise*. New York: W. H. Freeman and Company, 1991.

———. *The Mathematical Tourist: New and Updated Snapshots of Modern Mathematics*. New York: W.H. Freeman and Company, 1998.

Pickover, Clifford A. *The Loom of God: Mathematical Tapestries at the Edge of Time*. New York: Perseus Books, 1997.

Salem, Lionel; Frederic Testard; Coralie Salem; and James D. Wuest. *The Most Beautiful Mathematical Formulas.* New York: John Wiley & Sons, 1997.

Schechter, Bruce. *My Brain Is Open: The Mathematical Journeys of Paul Erdös*. Oxford, UK: Oxford University Press, 1998.

Schuh, Fred. *The Master Book of Mathematical Recreations*. New York: Dover Publications, 1969.

Smith, David E. *A History of Mathematics, Volume 1*. New York: Dover Publications, 1978 (reprint).

———. *A History of Mathematics, Volume 2*. New York: Dover Publications, 1972 (reprint).

Smullyan, Raymond. *To Mock a Mockingbird*. Oxford, UK: Oxford University Press, 2000.

Stein, Sherman K. *Strength in Numbers: Discovering the Joy and Power of Mathematics in Everyday Life*. New York: John Wiley & Sons, 1996.

Steinhaus, Hugo. *Mathematical Snapshots*. New York: Dover Publications, 1999.

Stewart, Ian. *Another Fine Math You've Got Me Into . . .* New York: W. H. Freeman and Company, 1992.

———. *From Here to Infinity*. London: Oxford University Press, 1996.

———. *Game, Set and Math*. New York: Penguin Books, 1991.

———. *The Magical Maze: Seeing the World through Mathematical Eyes.* New York: John Wiley & Sons, 1999.

Trigg, Charles W. *Mathematical Quickies: 270 Stimulating Problems with Solutions*. New York: Dover Publications, 1985.

Tuller, Dave, and Michael Rios. *Mensa Math & Logic Puzzles*. New York: Sterling Publications, 2000.

van Delft, Pieter, and Jack Botermans. *Creative Puzzles of the World*. Emeryville, Calif.: Key Curriculum Press, 1995.

Walker, Jearl. *The Flying Circus of Physics*. New York: John Wiley & Sons, 1975.

Wells, David. *Can You Solve These? Series No. 2.* Jersey City, N.J.: Parkwest Publications, 1985.

———. *Can You Solve These? Series No. 3*. Jersey City, N.J.: Parkwest Publications, 1986.

———. *The Guinness Book of Brain Teasers*. London: Guinness Publishing, 1993.

———. *Hidden Connections, Double Meanings*. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1988.

———. *The Penguin Book of Curious and Interesting Geometry.* New York: Penguin Books, 1992.

———.T*he Penguin Book of Curious and Interesting Math*. New York: Penguin Books, 1997.

———. *The Penguin Book of Curious and Interesting Puzzles*. New York: Penguin Books, 1993.

———. *You Are a Mathematician*. New York: Penguin Books, 1995.

Wells, David, and Robert Eastaway. *The Guinness Book of Mind Benders*. London: Guinness Publishing, 1995.

مستوى الصعوبة

تم تعيين مستوى صعوبة من 1 إلى 10 لكل لغز في الكتاب. ألغاز المستوى الأول مناسبة للمبتدئين، المستوى العاشر لمحلّلي الألغاز الذين يبحثون عن التحدي.

عندما تقوم بحل لغز محير، علم الإنجاز الخاص بك عن طريق وضع علامة صح بجوار اسم اللغز. تم توفير مربعات لهذا الغرض، لك ولاثنين آخرين من مستخدمي ألعاب العقل.

المستوى الأول

113	أرضية متماثلة
666	إعادة ترتيب الأحرف (Anagram)
10	التقاط العصي 1
918	الجسر المكسور
920	الرؤية النقطية
922	القطعة المفقودة
469	المثلث المصري
404	المربع السحري للكائنات الفضائية
175	المسارات الغامضة
915	النقاط بعيدة المنال
590	النمو والحجم
114	انعكاس الانعكاس
104	تشكيل الوجوه: لعبة الوجوه المتلاشية
103	تشكيل الوجوه: لغز الوجوه المتلاشية
107	روضة أطفال الأرض المنبسطة
661	روليت (Roulette)
645	سباق الخيل
625	سلسلة التروس المسننة
708	شريط موبيوس 1
709	شريط موبيوس 2
927	قبل ــ بعد
3	لغز أحمس
110	مربّعات متناظرة
302	مساحة لوح التعليق
863	من أطلق الرصاصة الأولى؟
123	وجه المهرّج: لعبة الألف وجه

المستوى الثاني

322	أشكال مخفية
31	أعواد الثقاب المخلوطة
835	إطلاق القنابل
570	الأزهار الحمراء والأرجوانية
120	الإشارات الغامضة
635	الببغاء
765	التحريفات
45	التقاطع الغريب
822	الحزام الناقل
402	الدائرة السحرية 1
926	الذبابة في الداخل ــ الخارج
571	الزهور أرجوانية، وحمراء، وصفراء
293	الشكل المختلف
801	الصندوق الساقط
615	القطع الثنائية
732	القفل الرقمي التوافقي
40	المناظر الغريبة
96	النظر من زاوية أخرى
9	المهرج الحزين
595	انقسام الأميبا
537	بطاقات الأعداد 1
224	تشريح الدائرة
569	تصفيات كرة القدم
568	تقسيم أكواب العصير
243	تلوين الدوائر
383	تلوين المربع السحري من الرتبة 3
698	تلوين النمط
249	خدعة الأنبوب
789	رائد فضاء على سطح القمر
823	سلسلة التروس 1
824	سلسلة التروس 2
777	شبكات المكعب
149	صَنْعَةُ الإحداثيات
129	طابق مصفوفة الخطوط
761	طي المكعب 1
778	طي المكعب 2
573	عد الحيوانات
672	عدُّ المربَّعات
616	عدد (كمية) البتّات (Q ـ Bits)
820	عمل الساعة
155	عمل بكسل 1
639	غوتي
653	قذائف البحرية
629	قلب الأكواب
127	لعبة التماثل الثنائي
759	لغز الصورة المحرفة 1
764	لغز الصورة المحرفة 2
766	لغز الصورة المحرفة 3
98	مثلث باسكال
136	محدب أم بسيط؟

المستوى الثالث

119	أبجدية التماثل
564	إضافة عدد
295	استخرج الشكل الغريب
791	الأحجار الساقطة
168	ارتباط متوازي الأضلاع
923	الأرقام
825	الباب المُحكم
32	التحية بين النجوم
693	التقاط العصا 2
343	التقط المضطلعات
611	الجمع والضرب
756	الحلقات المترابطة
145	الخط يقطع خطًا
57	الرجل الأخير
641	الزواج
864	الطريق المتشقق
700	القلادة المتعددة الأضلاع
797	الكرات الكبيرة والكرات الصغيرة
95	المخطط ذو اللون الأزرق والأجسام الصلبة
407	المربع المنظم
87	المربعات المتقاطعة
771	المستطيلات المستحيلة
391	المهرّج المرح
538	بطاقات الأعداد 2
806	تقسيم محتويات الكوب إلى نصفين
357	تكوين كلمات من الأحرف
49	ثقب في البطاقة البريدية
116	حروف الأبجدية الإنجليزية 1
121	حروف الأبجدية الإنجليزية 2
122	حروف الأبجدية الإنجليزية 3
711	حلقة البطاقة الفائقة
917	الخطوط المتقاطعة
272	رحلة القطب الشمالي
808	الحجم المعبأ
916	علبة دراكولا
866	ضغط الهواء
919	ظلال الصور الجانبية
519	عدُّ الأغنام
525	عدُّ الخيول
913	عصفور أخضر في القفص
156	عمل بكسل 2
697	قرص العسل ذو الألوان الأربعة
760	قص النوافذ 1
769	قص النوافذ 2
323	قصُّ متوازي الأضلاع
644	قول الصدق
153	لعبة لشخصين
214	لعبة هاملتون 1
566	لغز الصور المقطوعة
228	لماذا تستخدم الأشكال المستديرة؟
776	مترابطة أم غير مترابطة؟
345	مربّعات على شكل رباعي الأضلاع
574	مزيج حديقة الحيوان
236	مساحة الدائرة
53	مصافحات 1
638	مواجهة الجنوب
523	نظرية لاجرانج
691	نقطة الالتواء
288	هندسة الأشكال المخروطية
576	وفرة الجِراء

المستوى الرابع

815	آنية السقي المعدنية
185	أربع مدارس
516	أرقام المربع المثلثي
150	أشجار تفصل بينها مسافات متساوية
289	أين الإهليلج الناقص (Ellips)؟
977	إحصاء الحروف
199	إضاءة المصابيح
438	انعكاس المرآة
803	استقرار السقوط
515	الأعداد المربعة
195	الأسهم المفقودة 1
670	الأشكال الأساسية
877	الإبحار 1
878	الإبحار 2
879	الإبحار 3
880	الإبحار 4

431	الانقاذ الفضائي: اللعبة
5	الباب المتأرجح
867	البالون غير القابل للنفخ
694	البطاقة الفائقة
6	البيضة أم الدجاجة؟
441	التانجرام
443	التانجرام المزدوج
607	التحليل إلى العوامل
659	التحيات المقسمة
529	الترتيب المتراص
634	التسلسل الهرمي
692	التكافؤ الطبولوجي 1
859	الثقب المتوسع
131	الخطوط والمثلثات
942	الخيول الفائزة
253	الدوائر المتلامسة
102	الدوائر الهندسية لسيارة الأجرة
901	الزاوية المكبرة
46	السَّجاد المتداخل
502	السفن الحربية
448	السياج
287	السيوف والأغماد
211	الشكل الخماسي الموجه (Digraphs)
612	العداد الثنائي
782	الفأر الجائع
914	الفارس الأبيض
633	القلادة
151	الكلب المربوط
925	الكلمات المقلوبة رأسًا على عقب
686	الكلمات الملونة
662	اللغز الذي يُمثَّل بالصور والحروف
945	المثلث المُغطَّى
520	المجموع أربعون
522	المجموع خمسة عشر
217	المخطط العنكبوتي ألعاب ألغاز
648	المربع الأبجدي
375	المربع السحري 5
958	المساحات المتساوية 2
646	المشنقة (Hangman Game)
359	المكعب السحري 1
767	الهرم الرباعي الثماني
118	براعة التماثل
539	بطاقات الأعداد 3
894	تاثير كواندا (Coanda Effect)
738	تحرير الحلقة
393	تحقيق التوازن في الألعاب البهلوانية
910	تخريب مربع
623	تكوين أزواج من السداسي
699	تلوين الخارطة 1
710	تلوين الخارطة 2
836	تمشية الكلب
940	توصيل الكابل
527	جامعو التفاح
17	جسر الدومينو المستحيل
608	حلقة الرقص
727	خرطوم المياه
580	دائرة أدنى طول 1
642	دفع الحساب
858	دوارة لعبة الكرة
911	دولاب الخداع

157	زراعة الأشجار الست
821	شد البراغي
74	شرائط النجوم
346	شرط المضلع الرباعي
273	صفوف القطع النقدية الخمس
180	طرق مختلفة
746	طي الصحيفة
744	طي شريط ذي ثلاثة مربَّعات
304	عدُّ المثلث
459	عزل الدعسوقة
652	فرصة القتال (Brontosaurus)
681	قذف العملات المعدنية
500	قطع الدومينو المتعددة الحدود
418	قطعة من الكعك
436	قلب الحروف
106	كارثة الأرض المنبسطة
650	كومة مربعات الأرقام
717	لا يتوافر اثنان في الصف نفسه 1
718	لا يتوافر اثنان في الصف نفسه 2
486	لامحدودية المربعات
702	لعبة أربعة في صف واحد
779	لعبة المربعات ذات الألوان الأربعة
79	لعبة ذاكرة الرسم التدويري
41	لغز أبي الهول
20	لغز على شكل حرف تي T
651	ماكينة الاحتمال
598	مثلَّثات نمط النمو
526	مجموع الأعداد الفردية
230	محيط الدائرة والرقم π
908	مرآة الأزياء
338	مراقبة المصرف
337	مراقبة معرض الفن الحديث
162	مربعات عيدان الثقاب
599	مربَّعات نمط التدرُّج
130	مسألة الخطوط الستة
311	مساحتا مضلَّعين
54	مصافحات 2
793	مضاد الجاذبية
507	مضلع متطابق
225	مطاردة
804	مفارقة العصا المتوازنة
93	مكعَّبات في منظور
43	موعد الخنفساء
44	ناطحات السحاب
600	نزهات الدعسوقة
317	نماذج سداسية الشكل
542	نمط الأعداد الإفريزية (Frieze Number Pattern)
363	نمط المصفوفة
892	هللات في الكأس

المستوى الخامس

794	احتكاك الكتب
297	أشكال وثقوب
826	إعادة ترتيب الحروف على التروس
504	إدخال المثلث
665	الأخطاء الثلاثة
517	الأعداد المثلثية _ المربَّعات الفردية
202	الأسهم الخمسة
208	الأسهم المفقودة 2
458	الأشكال المتصلة 2

758	الأقراص القافزة
873	الأنبوب الملتوي (U_Tube)
535	البطاقات الثمانية
365	التباديل
140	التقسيم الكبير 1
696	التكافؤ الطبولوجي 2
811	التوازن العقلي 1
183	الجيران
36	الحبال المربوطة
334	الحد الأدنى للمثلثات
725	الحد الأدنى من القطعات
240	الدوائر والمماسات
511	الرباعيات (TETRAKTYS)
510	السمكة الصغيرة _ السمكة الكبيرة
212	الشكل السداسي الموجَّه
69	الشكل الرباعي الأوجه
673	العبارات الصحيحة
814	الفريق الأقوى
509	الفسيفساء المنتظمة
561	الفوارق العمرية
86	القضيب الذهبي
444	القطع المحظوظ
664	الكرات المتدحرجة
270	الكرات المتلامسة
395	التقاطعات على شكل حرف T
333	المثلثات على لوح التعليق
547	المجموع (20)
186	المرافق السكنية 1
92	المربع الدائري والمثلثي
371	المربع السحري 1
380	المربع السحري ذو المفصلات
437	المربع المُقطع 20
487	المربع غير التام (الناقص)
596	المربعات المتقلبة
299	المساحة تساوي المحيط
405	المكعب السحري 2
780	النقاط الملتوية
912	النقطة العمياء (Blindspot)
903	انعكاس المرآة
206	بطاقات لعبة الشجرة وألعابها المختلفة
534	بقع ظهر الدعسوقة
931	تحريك المثلث 2
932	تحريك المثلث 3
475	تحويل شكل T إلى مستطيل
38	تخزين السيف في الصندوق
238	تطبيقات باستخدام عملات نقدية معدنية
489	تقسيم المربع غير التام
447	تقسيم مربع إلى خمسة أجزاء
354	تقطيع المربع
369	تلوين القلادة
384	تلوين المربع السحري من الرتبة 4
895	تيار المياه
163	حبة كرز في كوب الزجاج
737	حديقة الحيوان المنزلقة
728	حرَّاس النحل
620	خدعة الأكواب الثلاثة
889	خزان ماء
890	خزانات المياه
868	خطر القطار
290	دائرة دوارة: منحنى دويري فوقي

المستوى السادس

المستوى السابع

- 618 مطابقة الأزواج (Posi_ Nega Q_ Bits)
- 23 مفارقات المخترع
- 772 مكعب كبير يمر من خلال مكعب أصغر
- 775 مكعَّبات الزوايا ثنائية اللون
- 924 مكعَّبات في الفضاء
- 269 ملء الأقراص
- 261 مماسات الدائرة
- 234 منجل أرخميدس
- 906 منظار المرايا الكبير (Super Periscope)
- 722 مواجهة لون وزراء الشطرنج 1
- 723 مواجهة لون وزراء الشطرنج 2
- 790 نسبية الجاذبية
- 335 نظرية نابليون (Napoleon)
- 847 نقر نقَّار الخشب
- 82 نمط الكلمات
- 951 نمط تلوين الحافة
- 99 هندسة مربَّعات سيارة الأجرة
- 112 وضع العملات المعدنيَّة

المستوى الثامن

- 961 أرانب فيبوناتشي
- 472 أربع نجوم خماسية الرؤوس
- 967 أرقام حبات البرد
- 998 إلقاء حجر النرد
- 956 الباركيه (أرضية من الخشب المزخرف)
- 938 التجول في الدوائر
- 201 التقاطعات الأقل
- 219 الثعبان
- 982 الحزام المتداخل
- 970 الحقيقة والزواج
- 267 الدائرة الدوارة
- 263 الدحرجة من الداخل والخارج
- 197 الدوائر المطبوعة 2
- 975 الصدق والكذب وما بينهما
- 503 الغموض: لغز المربع المختفي
- 999 القطارات المتحركة
- 944 القفل التوافقي
- 843 الكرات الخارقة
- 979 الكرات في الصناديق
- 832 الكرة المرتدة 3
- 309 الماعز ولوحات الأوتاد
- 124 المثلث الذهبي
- 188 المَرافق 3
- 189 المَرافق 4
- 376 المربع السحري 6
- 68 المربعات المتداخلة
- 282 المساحة تحت المنحنى الدويري
- 52 المُضلَّعات الاثنا عشر الملونة
- 433 المضلعات السداسية 2
- 663 المكعب الأجوف 2
- 952 المكعَّبات من منظور مختلف 2
- 15 النمط 30
- 88 تائه في الكهوف
- 21 تبادل الأماكن
- 233 تربيع الزهرية
- 389 ترتيب الشرائط
- 435 تقسيم أبي الوفا
- 934 تقسيم الدائرة
- 955 تلوين حواف الشكل ذي الاثني عشر وجهًا
- 770 حلقات المكعب
- 80 خلط القبعات
- 582 دائرة أدنى طول 3
- 181 دائرة هاملتون
- 388 سبكتريكس (Spectrix)
- 255 سلسلة من أنصاف دوائر
- 314 شاشة مُعلَّقة
- 957 عدد من ثلاث منازل
- 688 عرض اللعبة
- 83 عملة معدنية في الزاوية
- 994 فصل الأشباح
- 971 فندق اللانهاية
- 785 قطار الجاذبية
- 184 لعبة إيكوزيان (Icosian)
- 935 لعبة الأقراص الخمسة
- 583 لعبة بيرسيستو (Persisto)
- 936 لغز الدوائر التسع
- 194 لغز المريخ
- 482 لغز النجمة
- 29 لغز لوحة التعليق
- 401 مثلث الأعداد المربعة
- 987 مثلثات في مكعب
- 159 مجموعات ثلاثية المسافة
- 966 مجموعة من الجنود
- 435 تقسيم أبي الوفا
- 968 مربَّعات داخل مربَّعات
- 567 مسألة الكهف
- 949 مصفوفة الشبكة السحرية 1
- 602 مضاعفات الأعداد الأولية
- 264 ملء الدوائر العشر داخل المربع
- 861 منصة التوازن
- 704 مواجهة الوزراء
- 474 نجمة خماسية الرؤوس
- 483 نجمة مكونة من اثنيّ عشر رأسًا
- 81 هجوم الأحصنة
- 734 وزراء الشطرنج الخارقون

المستوى التاسع

- 200 أسهم المكعب
- 969 الحد الأقصى للارتقاع
- 246 الدوائر المتلامسة 2
- 643 الطيور الملونة
- 172 العمود المرفقي
- 959 الفاكهة في الأطباق الأربعة
- 953 اللغز
- 678 المبارزة الثلاثية
- 347 المربع المخفي
- 417 المكعَّبات في الرسم المنظوري
- 479 النجمة خماسية الرؤوس
- 981 النرد غير المتعدي
- 974 تخمين الشطرنج
- 257 دائرة من تسع نقاط
- 478 سحر الشكل تُساعي الأضلاع
- 962 سداسي المثلثات (Hexiamonds)
- 995 عش الطائر
- 356 قطع المربع
- 128 لعبة الثلاث عشرة نقطة
- 978 لعبة رمي قطعة عملة
- 577 مجموعة الثلاثات
- 331 مربع صلب
- 242 مسألة أبولونيوس (Apollonius)
- 950 مصفوفة الشبكة السحرية 2
- 55 مضلعات تانجرام (Tangram)
- 300 مضلَّعات مُحاطة
- 135 نظرية بابوس (Pappus)

المستوى العاشر

- 988 أقصر الطرق
- 606 الأعداد المتحابة
- 152 الخط الأطول
- 42 المضلع السباعي السحري
- 237 ثلاث دوائر
- 260 ثلاث دوائر متقاطعة
- 943 جسور المضلعات
- 680 حيلة رمي العملة المعدنية
- 963 خماسي سداسي من أقراص العسل
- 682 كلمة واحدة
- 714 لعبة تلوين الإمبراطورية
- 739 لعبة تلوين برامز
- 259 لوح تذكاري في معبد ياباني
- 161 مجموعة متعددة المسافة
- 973 مربع الأعداد الأولية السحري
- 339 مسألة المعبد الياباني منذ عام 1844م
- 2 مسألة سانغاكو منذ عام 1803م
- 703 مستعمرة المريخ
- 165 نقطة أعواد الثقاب